

BAYERISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

SITZUNGSBERICHTE

JAHRGANG

1981

MÜNCHEN 1982

VERLAG DER BAYERISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
In Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

Die Größe und das statistische Gleichgewicht der „Oortschen Wolke“

von Ludwig Biermann

Bayerische Akademie der Wissenschaften
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse

7. 11. 1980

Die „Oortsche Wolke“ aus $\gtrsim 10^{11}$ Kometenkernen, welche nach dem von Oort 1950 begründeten Bild*) in Abständen von fast einem Lichtjahr noch gravitativ an die Sonne gebunden sind, war schon der Gegenstand zweier vorangegangener Mitteilungen gewesen (die zweite zusammen mit Rhea Lüst).***) In dieser Mitteilung soll einmal die beobachtete räumliche Verteilung der Bahnen höchster Genauigkeit, das sind diejenigen mit Perihelabständen oberhalb von etwa 2,5 a. E. in der Liste von Marsden, Sekanina und Everhart (1978)****) auf der Basis des Oortschen Modells der „Wolke“ interpretiert werden; ferner soll die Frage, ob die Spur eines durch die „Wolke“ hindurchgegangenen Sterns mittlerer Masse und Geschwindigkeit am Himmel in der Verteilung der Aphelia „neuer“ Kometen erkennbar sein könnte, die schon Oort 1950 diskutiert hatte, auf der Basis der jetzt bekannten Daten neu betrachtet werden.

Die Liste von Marsden, Sekanina und Everhart (1978) enthält 17 Bahnen von Kometen, für welche $1/a_{(\text{orig})} < 100 (10^6 \text{ a. E.})^{-1}$ ist (a große Halbachse) und deren Periheldistanz q mehr als 2,5 a. E. beträgt. Die erstgenannte Bedingung charakterisiert die sogenannten „neuen“ Kometen,†) die sich dem inneren Plane-

*) J. Oort, Bull. Astr. Insts. Netherlds. (B. A. N.) 11, 91 (1950).

**) L. Biermann, Sitz. Ber. Bayer. Akad. d. Wiss., Math.-Naturwiss. Klasse, 1977; L. Biermann und Rhea Lüst, Sitz. Ber. Bayer. Akad. d. Wiss., Math.-Naturwiss. Klasse, 1978.

****) B. G. Marsden, Z. Sekanina und E. Everhart, Astron. J. 83, 64 (1978).

†) Für den engeren ($1/a$) Bereich, auf den es im folgenden besonders ankommt, mit $\gtrsim 99\%$ Sicherheit.

tensystem zum ersten Mal annähern, während die zweite garantieren soll, daß nichtgravitative Kräfte, welche die $1/a_{\text{orig}}$ Werte der „neuen“ Kometen mit $q < 2,5$ a. E. offensichtlich sehr stark verfälschen können, keine nennenswerte Rolle mehr spielen.*) Ferner ignorieren wir zwei Kometen, die sich während des Beobachtungszeitraums geteilt hatten, da dieser Vorgang Rückwirkungen auf die Bahn vermuten läßt.***) Von den verbleibenden 15 Kometen befinden sich 7 in dem $(1/a)$ Intervall 34–42 (10^6 a. E.) $^{-1}$, während von den übrigen je 4 kleinere Werte (aber ≥ 11 [10^6 a. E.] $^{-1}$) bzw. größere Werte (bis zu 82 [10^6 a. E.] $^{-1}$) besitzen, also im ganzen einen fast 10 mal so großen $1/a$ Bereich bedecken. Für die 7 Kometen mit $1/a_{\text{orig}}$ Werten zwischen 34 und 42 (10^6 a. E.) $^{-1}$ beträgt der mittlere Fehler der oskulierenden Bahn ± 7 in der gleichen Einheit, für die 8 Kometen außerhalb dieses Intervalls 14 Einheiten (Maximalwert 20 Einheiten), so daß mindestens ein Teil der 8 letztgenannten Kometen wohl nur durch den größeren mittleren Fehler einen Wert außerhalb des Intervalls 34 bis 42 Einheiten erhalten hat.***)

Die beobachtete Verteilung legt also den Schluß nahe, daß – abgesehen von wenigen Ausnahmen – die wirklichen $(1/a)_{\text{orig}}$ aus einem ganz engen Intervall um 37 oder 38 (10^6 a. E.) $^{-1}$ stammen, das jedenfalls enger sein sollte als der Betrag des mittleren Fehlers. Es soll nun gezeigt werden, wie sowohl der steile Abfall der Häufigkeit zu kleineren $(1/a)$ -Werten, also gegen den Rand der Oortschen Wolke zu, als auch der Abfall nach innen hin auf

*) B. G. Marsden und Z. Sekanina (Astron. J. 78, 1118 [1973]) hatten zunächst eine Grenze von 2,2 a. E. zugrundegelegt, dann für die engere Auswahl 3,0 a. E. als Grenze angenommen. Das in der neueren Arbeit von Marsden, Sekanina und Everhart (1978) zusammengestellte Material läßt aber keinen Einfluß nichtgravitativer Kräfte bei „neuen“ Kometen für $q > 2,5$ a. E. erkennen, vielmehr deutet Fig. 2 ebd. auf ein ziemlich abruptes Verschwinden des Einflusses dieser Kräfte in der Nähe von 2,5 a. E. beim Übergang zu größeren Periheldistanzen hin (vergl. auch Weissmann, Astron. J. 84, 580 [1979]).

**) Vergl. B. G. Marsden und Z. Sekanina (1973).

***) Unter den 3 Fällen, für die diese Deutung unwahrscheinlich ist, befinden sich 2 mit großen $(1/a)_{\text{orig}}$ Werten, die nur 10° Abstand haben und zu einer kleineren Gruppe zu gehören scheinen (s. unten), der dritte, mit $(1/a)_{\text{orig}} = 19 \pm 6$ Einheiten, kann nach den statistischen Gegebenheiten gut ein Komet sein, der zum 2. Mal das innere Planetensystem durchquert.

der Basis des von Oort angegebenen Modells der „Wolke“ verstanden werden kann.

Oorts mathematisches Modell sieht in Einklang mit dem Satz von Liouville (vgl. Biermann 1977) gleichförmige Dichte im 6-dimensionalen Phasenraum vor; der Geschwindigkeits-Unterraum ist bis zu einer ortsabhängigen oberen Grenze $L(r)$ cm/sec besetzt und L ist gegeben durch die Gleichung (R Radius der Wolke, G Gravitationskonstante) $L^2 = (2GM_{\odot}/R) \times ([R/r] - 1)$. Es folgt $d \log L^2 / d \log r = R/(R - r)$. Der steile Abfall nach außen hin ergibt sich folgendermaßen: Kometen werden sichtbar, wenn der niedrige Wert des Revolutionsdrehimpulses rv_t (v_t Transversalkomponente der Bahngeschwindigkeit) eine Annäherung an die Sonne bis auf wenige a.E. ermöglicht; in diesen Sonnenabständen verdampft Eis und das entstehende Gas nimmt Staubteilchen mit, so daß es zur Bildung der Koma und der Schweife kommen kann. Diese Forderung mit $v_t^2(q) = 2GM_{\odot}/q$ und $v_t(r) = qv_t(q)/r$ definiert einen Zylinder im Geschwindigkeitsraum $||r$ mit dem Querschnitt $\pi v_t^2(r)$ und der Länge $2L$. Die Zahl der sichtbar werdenden Kometen, die aus Entfernungen $> r_0$ stammen und sich nach innen bewegen, läßt sich dann in der Form schreiben (vgl. Oort 1950)

$$(L/2) 4\pi r_0^2 v_{ph} L \pi v_t^2(v_{ph} \text{ Dichte im Phasenraum} \\ = \nu [(a. E.)^{-3}] / (4\pi / 3) L^3).$$

Darin ist das Produkt $r_0^2 v_t^2$ durch den die Sichtbarkeit ermöglichenden Betrag von q gegeben (s.o.), und $L/2$ ist die mittlere Geschwindigkeit $||r$ der sich einwärts bewegenden Kometen. Die Zahl der pro Zeiteinheit (etwa ein Jahrhundert) sichtbar werdenden Kometen fällt mit $L^2(r)$ um so rascher ab, je kleiner $\Delta R = R - r$ im Verhältnis zu R ist; $r = 0.8 R$ ergibt $d \log L^2 / d \log r = -5$. Die Apheldistanz von der Sonne $Q = 53.333$ a.E. entspricht $1/a = 37.5 (10^6 \text{ a.E.})^{-1}$, und würde bei $R = 60.000$ a. E. $\frac{8}{9} R$ entsprechen. Eine genauere Diskussion (vgl. Oort 1950) zeigt, daß bei $r_0 \gtrsim 51.000$ a.E. $\simeq 0,85 R$ Kometen mit $Q \approx 53.000$ a.E. für einen Wert von R von 60.000 a.E. gerade die Mitte des oben beschriebenen Zylinders im Geschwindigkeitsraum, $v_r \approx$

$L/2$, erfüllen, und der Abfall zum Rand hin wäre $\sim r^{-20/3}$. Die Annahme, daß R nur wenig größer ist als das zu dem Häufungsbereich der $(1/a)_{\text{orig.}}$ -Werte um $37\text{--}38 (10^6 \text{ a. E.})^{-1}$ herum gehörende Q (vgl. Marsden und Sekanina 1973, Marsden 1977*) führt also nach dem Oortschen Modell zwangsläufig auf den beobachteten raschen Abfall der Häufigkeit der $(1/a)_{\text{orig.}}$ -Werte nach außen hin.

Fast jeder Komet, der die Jupiter- oder die Saturnbahn schneidet, wird mit sehr hoher (im Falle des Saturn immer noch mit über 60%) Wahrscheinlichkeit dadurch, daß er durch die Anziehung dieser Planeten einen größeren (positiven) oder kleineren (also meist negativen) $1/a$ -Wert erhält, aus der eigentlichen Oortschen Wolke eliminiert (van Woerkom 1948**), Oort 1950). Die späteren Untersuchungen von Everhart (1968) ergeben als effektive Grenze für $|[rv]| \approx 10^{20.3} \text{ cm}^2/\text{sec}$. Die obere Grenze der Zeitskala, in der dies geschieht, ist offenbar die der zu $Q \approx 53\,333 \text{ a. E.}$ gehörende Periode, 4.4 Myr (10^6 Jahre). Dies führt auf die schon von Oort betrachtete Frage, bis zu welchen Werten von Q hinab die Störungen durch Sterne, welche die Oortsche Wolke durchdringen, groß genug sind, um den beschriebenen Verlustzylinder so schnell wieder aufzufüllen, daß die Dichte im Phasenraum gleichbleibend annähernd normal ist. Oort hatte geschätzt, daß in Apheldistanzen wesentlich unter 50.000 a. E. dies kaum noch zu erwarten sei; dies war aber 1950 ohne große Bedeutung, da R viel größer ($\approx 2 \cdot 10^5 \text{ a. E.}$) zu sein schien als heute angenommen wird (Marsden und Sekanina 1973, Marsden 1977, L. Biermann 1978).***) Eine detailliertere Untersuchung von Rickmann (1976†) ergab wieder, daß bei $r \approx 50.000 \text{ a. E.}$ die Störungen durch Sterne gerade ausreichen, um die Verluste an Revolutionsdrehimpuls während einer Periode zu decken, so daß ungefähre Gleichverteilung im Geschwindigkeitsraum auch im Verlustzylinder angenommen werden darf; sie zeigte darüber hinaus, daß der Übergang von Δv , (Betrag der Änderung der

*) B. G. Marsden, Proc. IAU Coll. No. 39., Lyon 1976, S. 79 (1977).

**) A. J. J. van Woerkom, B. A. N. 10, 445 (1948).

***) L. Biermann, Astronomical Papers dedicated to Bengt Strömgren, presented at a Symp. held in Copenhagen 1978, p. 327.

†) H. Rickman, B. A. C. 27, 92 (1976).

Transversalgeschwindigkeit durch Sternstörungen über eine Umlaufperiode) $\gtrsim v_i$ zu $\Delta v_i \ll v_i$ sehr rasch erfolgt ($|\text{dlog } \Delta v_i / \text{dlog } Q| > 3$).

Es liegt also nahe, sich vorzustellen, daß der Abfall der Häufigkeit von Kometen zu größeren $(1/a)_{\text{orig.}}$ -Werten darauf beruht, daß nur in der Nähe des Randes der Oortschen Wolke, wie er jetzt angenommen werden muß, die Sternstörungen ausreichen, den Verlustzylinder im Geschwindigkeitsraum ungefähr gefüllt zu halten, daß dies aber schon in Entfernungen von der Sonne von 40.000 und erst recht für Kometen mit $Q < 40.000$ a. E. nicht mehr angenommen werden darf.

Schließlich sei die Frage betrachtet, ob die Spur eines einzelnen Sterns mindestens mittlerer Masse und Relativgeschwindigkeit zur Sonne, der die Oortsche Wolke vor, sagen wir, 2–3 Myr durchquert hat, in der Verteilung der Aphelia am Himmel sichtbar sein könnte. Auch diese Frage war schon 1950 von Oort diskutiert worden; das Ergebnis war gewesen, daß bei den 1950 angenommenen Umlaufzeiten von bis zu einigen 10^7 Jahren und einem Querschnitt der „Wolke“ von einigen pc^2 die Zahl der Sterndurchgänge pro Umlaufperiode so groß war, daß mit dem Hervortreten der Wirkung eines einzelnen Sterns vor dem Hintergrund der statistisch verteilten Durchgänge aller übrigen (mehrere 100) nicht zu rechnen war. Wenn jetzt aber die sichtbar werdenden „neuen“ Kometen, wie oben gezeigt, überwiegend Aphelia in einer bestimmten Schale haben, die nur wenig innerhalb des Randes der Oortschen Wolke liegt und die Gesamtzahl der Durchgänge von Sternen oder Sternsystemen pro Umlaufperiode nur noch etwa 6 beträgt, von denen normalerweise nur einer auf ein Sternsystem deutlich überdurchschnittlicher Masse ($\gtrsim M_\odot$) entfallen wird, dann muß die Frage neu gestellt werden. Hierzu schreiben wir die Änderung des Betrages des Revolutionsdrehimpulses eines Kometen in der Form $r \cdot \Delta v_i \approx \frac{r}{p} \cdot 2GM_\odot/v_\odot$, in der der Sinus des Winkels zwischen der kürzesten Verbindung zwischen dem betrachteten Kometen zur Bahn des Sterns p und dem Radiusvektor zur Sonne hin r unterdrückt ist. Damit ein Komet gut sichtbar wird, muß die Änderung des Drehimpulses annähernd $2 \cdot 10^{20} \text{ cm}^2/\text{sec}$ betragen. Wenn wir als Beispiel einen

Stern (bzw. ein Sternsystem) von etwa Sonnenmasse betrachten, der eine Relativgeschwindigkeit zur Sonne um 40 km/sec besitzt bzw. $0.8 M_{\odot}/32$ km/sec,*) dann erfordert dies einen Faktor r/p in der Nähe von 3, d. h. die Querausdehnung der Spur des Sterns sollte $\pm 19^\circ$ betragen. Wenn der kleinste Abstand des Sterns von der Sonne etwa $0,58 R$ beträgt, oder etwa $4/5$ des Sonnenabstands der angenommenen inneren Grenze des Bereichs, aus dem der Großteil der neuen Kometen stammt ($\approx 43\,000$ a. E.), dann wäre die Länge der Bahn ungefähr $5/6 R$, entsprechend einem Winkelabstand von $\approx 70^\circ$ von der Sonne aus gesehen. Diese entspricht ungefähr den für die auffälligste Häufung von Aphelia von „neuen“ Kometen am Himmel geltenden Daten, die sich über einen Winkelbereich von knapp $40^\circ \times \approx 70^\circ$ oder etwa $0,8$ sterad. erstreckt. Dort befinden sich die Aphelia von 18 der 80 gut bestimmten „neuen“ Kometen anstatt der bei Gleichverteilung zu erwartenden 5.**)

Das Volumen des Zylinders um die Bahn des Sterns herum, das sich innerhalb eines Sonnenabstandes von 40.000 a. E. oder etwas weniger befindet, beträgt etwa $1/36$ des angenommenen Volumens der Oortschen Wolke und zufälligerweise zeigt sich, daß mit dem zur Interpretation der zuvor beschriebenen Anhäufung angenommenen Wert des kleinsten Abstandes des Sterns von der Sonne auch ein ähnlich kleiner Bruchteil der Gesamtzahl der Kometenkerne in der Oortschen Wolke im Zylinder liegt. Der oben unterdrückte Sinusfaktor in dem Ausdruck für $[r \Delta v]$ bewirkt eine Reduktion auf etwa die Hälfte; und in dem inneren Zylinder im Geschwindigkeitsraum, der von Kometen mit $q < 2,5$ a. E. erfüllt ist,***)) befinden sich $\lesssim 5/2 \cdot 10^{-4}$ von diesen, so daß schließlich etwa $400\,000$ Kometen übrig bleiben. Die

*) Die von Oort gewählte Kombination $1,4 M_{\odot}$ bei 31 km/sec würde mit dem neuen Wert von R einen für die folgende Diskussion zu großen Effekt ergeben wie auch eine Umrechnung mit Hilfe der Gleichung (23) bei Oort zeigt.

**) Die statistische Wahrscheinlichkeit dieses Befundes wird an anderer Stelle (L. Biermann und Walter Huebner, 1981) untersucht.

***)) Hier ist angenommen, daß, bei Berücksichtigung aller Auswahl Effekte, die Gesamtzahl der gut beobachteten Kometen wenigstens in grober Näherung der wirklichen Zahl derer mit Periheldistanzen $q < 2,5$ entspricht (vgl. hierzu etwa L. Biermann und Rhea Lüst 1978 l. c. a.).

in Betracht kommenden Kometen haben Werte der Periodenlänge zwischen etwa $2\frac{1}{2}$ und $4\frac{1}{2}$ Millionen Jahre, die Zeitspanne, über die sie sichtbar werden, ist aber jeweils etwas kürzer, (vgl. Oort l. c.), so daß gegen 12 oder 13 neue Kometen pro Jahrhundert in diesem Himmelsareal gut beobachtet werden sollten, ähnlich den wirklichen Verhältnissen in unserem Fall. Zur statistischen Wahrscheinlichkeit eines solchen Ereignisses sei nur gesagt, daß $\pi(0.6 R)^2$ fast genau $1/10 pc^2$ beträgt, so daß mit einer räumlichen Dichte der Sterne und Sternsysteme des hier in Betracht kommenden Massenbereichs um $1/25 pc^{-3}$ und einer mittleren Raumgeschwindigkeit um 31 km/sec (die für die entarteten Sterne wohl etwas zu niedrig ist) sich eine Häufigkeit von etwa 12 solchen Ereignissen in 100 Millionen Jahren ergibt. Es ist klar, daß auch mit etwas veränderten Daten, z. B. über die räumliche Dichte der Sterne, ihre Masse und ihre Relativgeschwindigkeit immer Zahlen von der Größenordnung ein Ereignis in etwa 5 bis 10 Millionen Jahren herauskommt gegenüber einer Dauer der Sichtbarkeit einer solchen Bahnspur von mehreren Millionen Jahren; es ist also keineswegs unwahrscheinlich, daß gerade wir ein solches Ereignis beobachten.

Für eine ausführlichere Diskussion sei verwiesen auf den Beitrag zur Festschrift der Academy of Athens für Professor John Xanthakis „On the Global Size of Oort's Cloud of Cometary Nuclei and their Total Number“ und auf die vorerwähnte Mitteilung L. Biermann und W. Huebner, 1981.