

Sitzungsberichte

der

mathematisch-naturwissenschaftlichen
Abteilung

der

Bayerischen Akademie der Wissenschaften
zu München

1934. Heft III

November-Dezember-Sitzung

München 1934

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
in Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung



Zur Geschichte der Polyeder.

Von F. Lindemann.

Vorgelegt in der Sitzung vom 10. November 1934.

Die nachfolgenden Ausführungen bilden eine Ergänzung zu meiner 1896 in Bd. XXVI dieser Sitzungsberichte veröffentlichten umfangreichen Arbeit „Zur Geschichte der Polyeder und der Zahlzeichen“. Den Anlaß zu diesen Untersuchungen gab (neben meinem schon immer vorhandenen Interesse an prähistorischen Forschungen) der Umstand, daß ich bei dem Prähistoriker Naue unter solchen aus Beirut erhaltenen Bronzealtertümern ein in Bronze gegossenes Rhomben-Triakontaeder (das Naue für einen Schwertknauf hielt) fand, also einen Körper, der das polare Gegenstück zu einem der 13 halbbregulären Körper darstellt, die nach Pappus von Archimedes konstruiert wurden, während die polaren Gegenbilder erst zu Beginn des 19. Jahrhunderts in der Mathematik erscheinen. Letzterer Umstand veranlaßte mich zu weiteren Nachforschungen nach antiken geometrischen Modellen. Merkwürdig war vor allem ein in den Euganeischen Bergen gefundenes Pentagon-Dodekaeder, dessen Flächen mit alten, sonst nicht bekannten Zahlzeichen bedeckt waren, die ebenso auf gleichzeitig gefundenen Steingewichten vorkamen. Zur Deutung der Zeichen war das Studium der ältesten Gewichtssysteme notwendig, und so mußte ich mich dem Studium dieser Systeme widmen, denn jenes Dodekaeder stammt wahrscheinlich aus den Anfängen der Eisenzeit; ließen die Fundumstände doch zunächst auf die Steinzeit schließen. Eine erste Mitteilung über diese Untersuchungen habe ich in diesen Sitzungsberichten 1899 veröffentlicht („Über einige prähistorische Gewichte aus deutschen und italienischen Museen“, Sitzungsberichte Bd. XXIX). In der Arbeit von 1896 hatte ich (hauptsächlich gestützt auf eine ältere Arbeit von Conze) an Beispielen antiker Polyedermodelle ein Ikosaeder aus Turiner Privatbesitz und einige 20 Dodekaeder merkwürdiger Art aus verschiedenen Museen aufgeführt. Bei meinen Forschungen über die Gewichtssysteme habe ich mich überall nach solchen Modellen umgesehen, so daß ich jetzt 5

weitere (aus Ägypten stammende) Ikosaeder aus den Museen von London, Paris, Florenz und Kairo anführen kann, ferner 3 weitere Dodekaeder, die teils aus Ägypten, teils aus der Pfalz bzw. den Rheinlanden stammen.

Hinzugefügt sind einige Bemerkungen über Kubooktaeder und über antike Spielwürfel.

I. Ikosaeder

In meiner Arbeit von 1896 hatte ich ein antikes reguläres Ikosaeder erwähnt, das sich in Turin im Besitze des Herrn Fabretti befand. Die Herkunft desselben ist nicht bekannt. Bei meinen Untersuchungen über die Entwicklung der Gewichtssysteme habe ich in verschiedenen Museen auf ähnliche Stücke geachtet und kann jetzt folgende weitere Funde zusammenstellen:

1. Das erwähnte Turiner Exemplar; mit blauem Email überzogener Stein. Auf den 20 Flächen sind griechische Buchstaben eingeritzt (offenbar Ziffern). Die Emailtechnik macht die Herkunft aus Ägypten wahrscheinlich; darauf weisen auch die folgenden Stücke hin.

2. Ein Exemplar in der sogenannten Salle civile des Louvre-Museums (Juli 1900); die 20 Flächen mit den Buchstaben des griechischen Alphabets von A bis Y bezeichnet (also ohne Benutzung des Zeichens Vau für 6 zwischen ϵ und ζ); zwischen ägyptischen Altertümern, also wahrscheinlich aus Ägypten stammend; Inventar Nr. 1532; Material Stein.

3. Ein gleiches Exemplar im Britischen Museum (London), angeblich „aus Italien oder Ägypten“. Inventar Nr. 91; 6–24; 38.

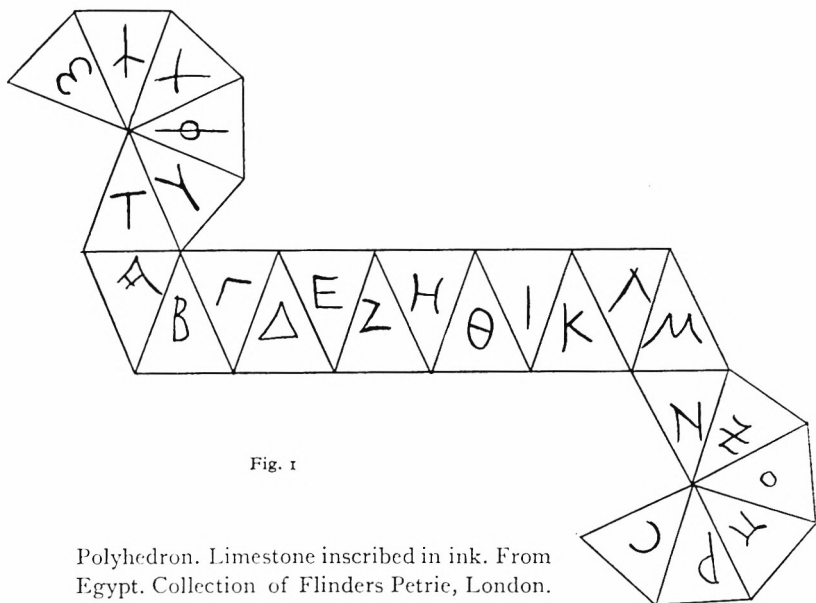
4. Ein weiteres Stück dieser Art im vierten ägyptischen Raum (Mai 1904); Inventar Nr. 29418; also aus Ägypten stammend.

5. und 6. Zwei ebensolche Stücke im ägyptischen Museum zu Kairo, und zwar im Saale U, im Pulte des Schrankes J, dort (Februar 1928) als Kinderspielzeug bezeichnet: Inventar Nr. 52125 und 52126.

7. bis 10. Vier Quarzstücke, die als Ikosaeder geschliffen sind,

unter den Funden aus der etruskischen Hafenstadt Luna im etruskischen Museum (damals noch im Magazin) zu Florenz.¹

Es dürfte kein Zweifel sein, daß die Stücke 1 bis 6 aus Ägypten stammen. Nach Urteil der Herren Kollegen Rehm und Sommer



weist die Form der Buchstaben (insbesondere des Α, z. B. Fig. 1 und 2) auf die hellenistische Zeit als Entstehungszeit hin. Damit kommen wir auf die mathematische Schule von Alexandrien, vielleicht auf Euklid selbst. Auch damals haben also die Mathematiker sich durch Modelle die Gestalt der regulären Körper veranschaulicht, deren Existenz theoretisch erkannt war. Nach mei-

¹ Milani (1897) machte mich darauf aufmerksam, daß er diese Stücke publiziert habe: *Dattilioteca Lunese, Museo Italiano di Antichità classica*, vol. I, 1884. In den hier gegebenen Verzeichnissen der in Luna gefundenen geschnittenen Steine sind zum Schlusse einige wertvolle Stücke ohne Inschrift angegeben; darunter Nr. 235-240: *Cristalli di rocca faccettati rotti in più pezzi*. Ob diese Stücke aus Ägypten stammen, bleibt zweifelhaft. – Im Museo civico von Modena sah ich unter Nr. 811 ein polyedral geformtes Stück, das nicht mehr deutlich zu erkennen war, angeblich aus der umbri-schen Periode.

ner früheren Mitteilung wurden aber auch schon im Altertum die polaren Gegenbilder von halbbregulären Körpern an Modellen studiert, also Körpern, denen man in der modernen Geometrie erst vor etwa 100 Jahren wieder begegnet.

Bei den Ikosaedern muß ich auch ein Stück erwähnen, das bei flüchtiger Betrachtung als ein solches erscheint. Seine Oberfläche wird aber nicht von 20 einander kongruenten gleichseitigen Dreiecken gebildet, sondern von 24 einander kongruenten gleichschenkligen Dreiecken, wie es die umstehende Figur 1 zeigt, deren Mitteilung ich dem Besitzer des Stückes, Herrn Flinders Petrie in London, verdanke. Die 24 Dreiecke sind mit den 24 Buchstaben des griechischen Alphabets von A bis Ω (unter Nichtbenutzung des Zeichens für Vau) bezeichnet, deren Gestalt mit der Gestalt der Zeichen auf den obenerwähnten Ikosaedern übereinstimmt. Man sollte meinen, daß ein alter Mathematiker versucht hat, ein Ikosaedermodell herzustellen und dabei aus Versehen zu diesem 24-Flächen gekommen ist.

Bei Herrn Kollegen Rosenthal (jetzt in Heidelberg), der sich besonders eingehend mit der Theorie der Polyeder beschäftigt hat,¹ habe ich angefragt, ob ein solcher Körper vielleicht als Kristall vorkomme. Derselbe antwortet mir: „Kristallographisch ist der Typus des Körpers, wie mir Herr Kollege Erdmannsdörfer mitteilt, zwar nicht unmöglich (ob das Gesetz der rationalen Indizes erfüllt ist, könnte nur nach genauer Messung der Wirbel entschieden werden); aber es ist unwahrscheinlich, daß der Körper in der Natur vorkommt, oder gar, daß das Modell einem Kristall nachgebildet ist. Ich stelle mir die Konstruktion in folgender Weise vor: Stellt man eine Diagonale des Ikosaeders vertikal, so liegen zwei kongruente reguläre Fünfecke in horizontalen Ebenen. Zwischen den beiden parallelen Fünfecken befindet sich eine Zone von $2 \cdot 5 = 10$ Dreiecken; oben und unten ist eine 5seitige Pyramide aufgesetzt. Denkt man sich nun die regulären Fünfecke durch reguläre Sechsecke ersetzt und im übrigen sinngemäß den Aufbau des Ikosaeders nachgeahmt, so kommt man zu dem vorliegenden antiken Modell. Es ist dabei

¹ Vgl. dessen Münchner Inauguraldissertation: Untersuchungen über gleichflächige Polyeder, abgedruckt in Nova Acta der Kaiserl. Leop.-Carol. Deutschen Akademie der Naturforscher, Bd. XCIII, Heft 2, 1910.

noch ein Parameter willkürlich verfügbar: das Seitenverhältnis der gleichseitigen Dreiecke. Ob wohl dies Verhältnis mit irgendeiner bestimmten Absicht gewählt worden ist?“

II. Dodekaeder

Während hiernach 6 Ikosaedermodelle bekannt sind, die im Altertum zu mathematischen Unterrichtszwecken gedient haben, ist mir nur ein zu gleichem Zweck hergestelltes antikes Dodekaedermodell bekannt geworden. Dasselbe befindet sich im Besitze des Herrn Flinders Petrie in London, dem Leiter der englischen Ausgrabungen in Ägypten. Der Besitzer stellte mir das in untenstehender Fig. 2 dargestellte Netz der 12 Begrenzungsflächen mit den darauf befindlichen griechischen Ziffern (A bis IB) gütigst zur Verfügung. Die Form der Buchstaben ist die gleiche wie auf den besprochenen Ikosaedern; das aus Ägypt-

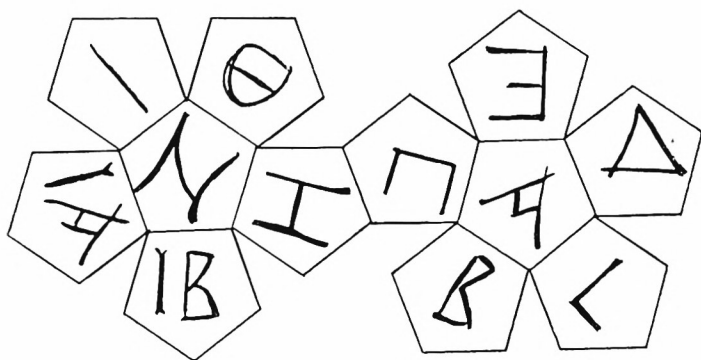


Fig. 2

Dodecahedron. Black steatite.

From Egypt. Collection of Flinders Petrie, London.

ten stammende Stück gehört also der gleichen Zeit an und diente offenbar den gleichen Zwecken. Die 12 Flächen sind bezeichnet: A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, I, IA, IB.

Verhältnismäßig groß ist dagegen die Anzahl der sogenannten keltischen Dodekaeder, von denen ich 26 Exemplare (hauptsächlich auf Grund der Arbeit von Conze) in meinem früheren Auf-

sätze aufzählen konnte.¹ Sie kommen nur in Gegenden vor, wo keltische Völker ansässig waren, oder in der Nähe solcher Gegenden. Die Kanten derselben sind in Bronze gegossen, die Flächen ebenfalls, aber jede mit ziemlich großer kreisrunder Öffnung, die den Blick in das leere Innere gestattet. Jede der 20 Ecken trägt einen kleinen kugelförmigen Knopf; vgl. die Abbildung in meiner früheren Abhandlung. Hier kann ich jetzt zwei weitere Exemplare anführen, bei denen die Fundumstände bekannt sind. Auf das eine wurde ich durch Vermittlung von Kollegen Furtwängler aufmerksam gemacht.

Nr. 27. Herr Reallehrer Ritter in Marxheim (Pfalz) schrieb mir 1903 darüber: „Das Dodekaeder wurde Ende November von dem Landwirt Philipp Herbst zu Heuerhof im Zellertal (Pfalz) als eine von mehreren Beigaben zu einem Flachbrandgrab gefunden. Er war beim Pflügen auf eine Urne mit Brandknochen gestoßen und fand nach einigem Schürfen ein vollständiges Grab, das ungefähr 40 cm tief in den gewachsenen Boden hinabreichte und einen Durchmesser von etwa 1,5 m hatte.

In der Mitte stand eine Urne aus starkem roten Ton, gefüllt mit Knochenresten, in 20 cm westlicher Entfernung von der Urne ein Schüsselchen aus rotem Ton, in dem 2 stark verrostete Messer staken. Zwischen diesen und der Urne lag in 30 cm Tiefe das Dodekaeder, daneben eine Kupfermünze vom Kaiser Maximinus (also etwa 250 n. Chr.). Weitere Beigaben dieses Grabes: südlich ein weiteres Schüsselchen mit 2 Henkeln von zierlicher Form, südöstlich der untere Teil eines schwärzlichen vasenförmigen Gefäßes mit dünnem Fuß, nordöstlich ebenso, nördlich der untere Teil eines Trinkglases und nordwestlich ein drittes Schüsselchen von schöner Form, dessen oberer Rand teilweise fehlt.

Das Dodekaeder ist 48 mm hoch, jede Kante 20 mm lang, die kreisrunden Öffnungen haben einen Durchmesser von 11 bis 24 mm.

¹ Die beiden damals unter Nr. 8 und Nr. 9 aufgeführten Exemplare, die aus der Gegend von Mainz stammten und als verschollen galten, habe ich inzwischen (1915) im Mainzer Museum gesehen. Nr. 8 trägt die Inventarnummer 2424, 21. 10. 1895; vgl. darüber Westdeutsche Zeitschrift f. Geschichte XV, 1896. Nr. 9 ist kleiner, trägt die Nr. 1174; vgl. Westdeutsche Zeitschrift XI, 1892.

Auf einer Fläche von 7,40 m Breite und 9 m Länge deckten wir 18 weitere Gräber auf, teilweise mit Beigaben: Tongefäße, römische Münzen, eiserne Messer, Arm- und Fingerringe aus Bronze, Gläser und 2 Fibeln.“

Mit dem Dodekaeder zusammen wurde eine bronzene Gewandnadel gefunden, wie sie als römische Provinzialfibel bekannt ist: der federnde Draht kurz gewickelt (ähnlich wie bei der älteren La-Tène-Fibel); der lange Nadelhalter sehr breit und durch Öffnungen verziert.

Nr. 28. Im Provinzialmuseum von Bonn, Nr. 14 140, aus einem Grabfunde vom Ende des 2. Jahrhunderts, gefunden bei Bachem, Kreis Köln, mit Münzen des Commodus.¹

Wichtig ist der Umstand, daß diese beiden Dodekaeder Gräbern beigegeben waren; dadurch wird die von mir in der früheren Abhandlung ausgesprochene Vermutung bekräftigt, daß diese merkwürdigen Dodekaeder einem Kultzwecke gedient haben,² indem diese Gestalt als Kristallform des Eisenerzes in Oberitalien vorkommt und deshalb zu Beginn der Eisenzeit eine besondere Verehrung genoß, denn das von mir ausführlich besprochene Dodekaeder vom Monte Loffa stammt wahrscheinlich aus der Zeit um 800 v. Chr., ist also vorpythagoreisch. Wir wissen ja auch (z. B. aus den Beigaben des Grabes des ägyptischen Königs Tutenchamon, etwa 1350 v. Chr.), daß das Eisen anfänglich außerordentlich hoch geschätzt wurde.³

Eine weitere Stütze erhält meine frühere Vermutung durch ein massives (durch Rost stark beschädigtes) Dodekaeder aus Eisen im Museum von Turin, auf das mich Schiaparelli dort (1897) aufmerksam machte, und das ebenfalls aus einem Grabe stammt. Das Grab wurde 1878 bei Moncalieri (nicht weit von

¹ Vgl. Jahrbücher des Vereins von Altertumsfreunden im Rheinland, Bd. 104, S. 173. Diese Dodekaeder wurden für Lichthalter oder Meßgeräte gehalten; vgl. Führer durch die antike Abteilung des Provinzialmuseums zu Bonn, 1924, S. 55.

² Ohne nähere Begründung denkt auch Stefani an einen Kultgebrauch. Vgl. S. 640 meiner Abhandlung von 1896.

³ Vgl. H. Carter, Tut-en-ch-Amun, ein ägyptisches Königsgrab, Bd. II, S. 186 der 3. Auflage, 1927. Einzelne Eisenstücke kommen in Ägypten schon früher vor bis 4000 v. Chr.; vgl. Guide to the antiquities of the Bronze-Age, British Museum, 2. Auflage, 1920, S. 172 f.

Turin) gefunden und ist durch die Art der Grabanlage (dachförmige Bedeckung mit Ziegeln) als römisch bezeichnet.¹ In den wenig entfernten bei Trofarello entdeckten Gräbern fanden sich Münzen von Augustus, Livia, Tiberius, aber auch von Marc Aurel und Nerva; doch gehören letztere vielleicht nicht zu den eigentlichen Gräbern.

Hierher gehört auch ein durch Feuer teilweise abgeschmolzenes Eisenstück, an dem polyedrale Gestalt noch zu erkennen ist, insbesondere ein reguläres Fünfeck als eine Seitenfläche. Das Stück befindet sich im etruskischen Museum in Bologna; es stammt aus dem sehr reichen Grabe Nr. 76; die Zeit wird durch den übrigen Grabinhalt (Kahnfibel mit langem Nadelhalter, Fibel mit Bernstein, Bernsteinketten) ungefähr festgelegt: etwa Beginn der Eisenzeit.

Somit ist es wahrscheinlich, daß das im Museum von Bonn befindliche, massiv aus Bronze gegossene Dodekaeder ebenfalls aus einem Grabe stammt.

III. Kubooktaeder

Zu den von Archimedes konstruierten halbbregulären Körpern gehört das Kubooktaeder, begrenzt durch 6 Quadrate und 8 gleichseitigen Dreiecken. Im § 3 meiner Arbeit von 1896 habe ich drei solche Stücke erwähnt, die als hebräische bzw. babylonische Gewichte ($\frac{1}{10}$ bzw. 2 und 10 babylonische Goldschekel) zu betrachten sind. Das Stück aus dem Besitze des inzwischen verstorbenen Herrn von Wieser stammt nicht aus Kleinasien (wie dort irrtümlich gesagt), sondern aus Syrien. Ich verwies damals auf eine Notiz von Lehmann-Haupt, nach der Gewichte in Polyederform aus Babylonien mehrfach bekannt sind. Inzwischen zeigte er mir (1905) zwei solche Stücke in der Berliner Sammlung vorderasiatischer Altertümer (V. A. 868 und V. A. 869); es sind auch Kubooktaeder.

Ferner erwähnte ich 1896 ein damals im Besitze des inzwischen verstorbenen Malers Gabriel Max befindliches Stück, auf des-

¹ Vgl. Erm. Ferrero: Tombe romane scoperte a Moncalieri e a Trofarello, Atti della Società d'Archeologia e Belle Arte per la provincia di Torino, vol. V, 1890.

sen quadratischen Seiten Buchstabenpaare stehen, nämlich LS, ND, TA, JS, NH, NG, deren Form nach Urteil der inzwischen verstorbenen Kollegen v. Christ und Kuhn durchaus modern ist. Später sagte mir Kuhn, er habe zufällig in einem älteren Jahrgange der „Gartenlaube“ ein Spiel für Kinder beschrieben gesehen, wonach die Buchstaben sehr einfache Bedeutung haben: NH bedeutet z. B. „Nimm die Hälfte“, NG bedeutet „Nimm das Ganze“ usf. Derartige Spielwürfel (auch 6seitige Kreisel) habe ich inzwischen in Spielwarengeschäften in Brunnen (Schweiz), München und Salzburg gesehen. Es ist hiernach kein Zweifel, daß es sich um ein durchaus modernes Stück handelt. Dasselbe gilt dann aber auch für ein analoges aus Spanien stammendes Stück, das ich 1896 erwähnte und das im *Corpus Inscriptionum latinarum* (II, Suppl. Nr. 6246, 8) beschrieben ist; auch dieses Stück ist als modern zu betrachten.

Zu gewissen Zeiten war das Kubooktaeder beliebt als Gestalt von Perlen usw., die zum Schmucke dienten, wie ich auch 1896 erwähnt habe. Ich möchte hier nur ein Stück nennen, das ich 1904 im Britischen Museum sah und das die Bezeichnung 86; 4-1; 1718 trägt: ein sorgfältig aus Bergkristall gearbeitetes Kubooktaeder (vielleicht aus Ägypten); daneben ein zweites Stück ohne Inventarnummer aus Stein: die 6 Quadrate tragen die Ziffern I bis VI und die 8 Dreiecke die Ziffern VII bis XIV. Das Stück ist von I nach IV durchbohrt, hat also wohl als Anhänger gedient, mag auch als Spielwürfel benutzt sein.

IV. Hexaeder

Der reguläre Würfel wird natürlich, da er als Spielwürfel diente, sehr oft gefunden. Er kommt aber auch als Form für ein Gewicht vor; so sah ich z. B. in Florenz (1897) unter den Funden aus Vetulonia Città ein sorgfältig aus Marmor hergestelltes Stück im Gewichte von 160 g (damals noch nicht inventarisiert), also 10 babylonische Goldschekel.

Die Spielwürfel sind meist aus Knochen (Elfenbein?), Stein oder Terrakotta, auch aus Bronze (Museum in Perugia) gefertigt. Aus Terrakotta hergestellte Würfel liegen z. B. in der Sammlung falliskischer Altertümer in der Villa Papa Giulio. Auf

den 6 Seiten sind nicht mehr zu erkennende Ziffern mit Farbe aufgetragen; auf einem Würfel konnte ich IIII und V lesen. Sonst sind die Ziffern (1 bis 6) meist durch Punkte bezeichnet, wie bei den heutigen Würfeln, und zwar so, daß die Summe zweier Zahlen auf einander gegenüberliegenden Flächen gleich 7 ist.¹ Aber nicht immer. Im Museum der falliskischen Altertümer z. B. fand ich bei einem Würfel die Anordnung 1—5, 3—6, 2—4; und bei einem anderen die Anordnung 1—5, 2—3, 4—6. Im ägyptischen Museum von Turin fand ich einen Würfel (damals, 1897, ohne Inventarnummer), bei dem die Zahlen so angeordnet waren, daß die Summe zweier gegenüberliegender eine einfache Potenz ergibt:

$$1 + 3 = 2^2, \quad 2 + 6 = 2^3, \quad 4 + 5 = 3^2.$$

Im Münchener Antiquarium befindet sich ein Würfel, von dessen 6 Seiten drei je mit 2 Punkten und drei je mit 5 Punkten bezeichnet sind: offenbar zu einem besonderen Spiele gehörig (wahrscheinlich aus Griechenland).

Durch Abschneiden der 8 Ecken mittels der Flächen eines regulären Oktaeders entsteht aus dem Würfel das oben besprochene Kubooktaeder. Stumpft man die 12 Kanten etwas ab, so entsteht ein Körper, den man in der Christallographie nach Naumann mit $\infty O \infty \cdot \infty O$ bezeichnet. Einen solchen sorgfältig glatt geschliffenen, aus schwarzem Stein bestehenden Körper fand ich unter Nr. 235 im Museo civico von Reggio-Emilia. Das Gewicht beträgt 130 g. Vielleicht ist es ein Gewicht, denn daneben (unter Nr. 391) lag ein vollkommen gut erhaltener schwarzer Stein von Gestalt eines Ellipsoids im Gewicht von 135 g. Beide Stücke stammen aus der Terramare von Serviola, und 133 g ist eine in den Terramaren von Oberitalien häufige Gewichtseinheit; vgl. § IX meines Aufsatzes: Über einige prähistorische Gewichte aus deutschen und italienischen Museen; diese Sitzungsberichte, Bd. XXIX, 1899.

Neben den regulären Hexaedern kommen auch rechtwinklige Parallelepipeda, deren 6 (nicht quadratische) Flächen mit den

¹ Vgl. Paulis Untersuchungen über die berühmten Würfel des Campanari (die sich im Cabinet des médailles der Bibliothèque nationale zu Paris befinden): Die etruskischen Zahlwörter; Etruskische Forschungen und Studien, Heft 3, Stuttgart 1882.

Ziffern 1 bis 6 bezeichnet sind, als Spielwürfel vor.¹ In dieser Beziehung merkwürdig ist ein kleiner Stein im Gewichte von 5 g; von den beiden größeren (einander gegenüberliegenden) Flächen ist die eine mit :, die andere mit ∴ bezeichnet, die beiden kleinsten Flächen je mit einem Punkte, von den mittleren Seiten die eine mit |, die andere mit ||. Letztere Zeichen würden $5 + 1 = 6$ und $5 + 5 = 10$ bedeuten, wenn man annimmt, daß (wie auf dem Dodekaeder vom Monte Loffa) der Punkt den Wert 1 und der Strich den Wert 5 hat. Das Stück befindet sich in den prähistorischen Sammlungen des Staates in München unter Nr. 2678 und ist sehr gut erhalten; Fundort: Fundstelle 74 unter einem Felsenvorsprunge im Tückersfelder Tale, also in Franken, nicht weit von der Höhle, in der die beiden von mir in der Arbeit von 1899 beschriebenen alten Gewichte gefunden wurden, und wahrscheinlich gleichalterig mit diesen.

Als Spielwürfel scheint auch ein 6seitiges Prisma gedient zu haben, das ich im Museum zu Perugia sah, und dessen Seiten mit 1 bis 6 bezeichnet sind. Nach Huelsen befinden sich daselbst mehrere andere Würfel eigentümlicher Form, die an das oben erwähnte Spiel erinnern: Tessere lusorie, Mitteilungen des kais. deutschen Archäologischen Instituts, Römische Abteilung, Bd. XI, Rom 1896. Hier werden aus zahlreichen Museen Würfel aufgeführt, die den verschiedensten Zwecken gedient haben, darunter auch einige, deren Flächen Ziffern tragen, wobei aber einige Ziffern ausgelassen sind, also ähnlich wie auf den oben erwähnten Stücken. Solche Würfel (insbesondere in Gestalt von astragalli) dienten auch zu Wahrsagungen und Orakeln; vgl. Kaibel: Ein Würfelorakel, Hermes, Ztschr. f. klass. Philologie, Bd. 10 Heft 2, Berlin 1875.

¹ Wie Pauli erwähnt, besonders unter etruskischen Funden in Bologna. Solche länglichen Würfel, bei denen die Ziffern auch oft unregelmäßig stehen, wurden auch bei den Ausgrabungen zu Hradischt in Böhmen gefunden, die Hunderte von Würfeln (meist aus der La-Tène-Zeit) ergaben. Ein in La Tène selbst gefundener Knochenwürfel enthält nur die Zahlen 3, 4, 5, 6 (durch Augen dargestellt), ein Bronzewürfel die Zahlen 1, 2, zweimal 3, 4, 5; auf beiden Würfeln ist also die Summe 18; vgl. z. B. Ranke, Der Mensch, Bd. 2, S. 588 und 593 (1. Aufl., Leipzig 1887).