

Wessel. Joh. Gustav Sartten.

uoq

Wessel. Joh. Gustav Sartten.

de

über die ersten

Unterfuchungen



Untersuchungen über die ersten Gründe der Photometrie.

Wäre die Photometrie schon eine ganz bekannte Wissenschaft, so dürfte eine umständliche Abhandlung von ihrem ersten Gründen unter den Aufsätzen einer Akademie der Wissenschaften eben keinen Platz verdienen: allein es scheint, daß die Gründe der Photometrie noch nicht so bekannt sind, wie es diese sehr angenehme und nützliche Wissenschaft verdienet, ob gleich Herr Lambert schon im Jahre 1760. den ersten eigentlichen Lehrbegriff geliefert hat. Ich werde weiter unten veranlaßt werden, ein paar ganz neue in diese Wissenschaft einschlagende Aufsätze zu beurtheilen, und dann wird es sich zeigen, daß es eben noch nicht überflüssig sey, die Gründe der

Photometrie immer mehr ins Licht zu setzen, damit in einer Wissenschaft, die vom Licht handelt, keine Dunkelheit übrig bleibe. Es sey mir also erlaubt, ganz von vorne auch mit Betrachtung der allerersten Gründe anzufangen: vielleicht wird dadurch die Wissenschaft auch von dem Verdacht befreiet, als wenn es schwer sey, sie auf solche Art abzuhandeln, daß man einen logischen Zirkel vermeide, welchen Verdacht ein Ungeübter leicht aus des Herrn Lamberts vorzüglich schönen Lehrbegriff der Photometrie schöpfen könnte, wenn er sich nicht die Mühe gäbe, das Lambertsche System in seinem ganzen Zusammenhange kennen zu lernen.

Theorie der Erleuchtung,

Wenn das Licht von einem Leuchtenden Punkt ausgehet.

I. §.

Ein dunkler Körper wird uns sichtbar, wenn ein für sich leuchtender Körper auf demselben sein Licht verbreitet, und wir schreiben alsdenn beyden, sowohl dem leuchtenden, als auch dem erleuchteten Körper eine gewisse Klarheit zu, jedoch in verschiedener Betrachtung. Die Klarheit des leuchtenden Körpers ist die Ursache, die Klarheit des erleuchteten aber die Wirkung. Ich werde die Klarheit des leuchtenden Körpers seinen Glanz, die Klarheit des erleuchteten aber seine Erleuchtung nennen.

2. §.

Wenn man sich um einen strahlenden Punkt L als um einen Mittelpunkt eine Kugelfläche $ABEF$ vorstellt, so werden alle Elemente dieser Kugelfläche gleich stark erleuchtet, auf gleiche Elemente fallen gleich viele Lichtstrahlen, und alle Strahlen treffen diese Ku-

gel

gekrümmte senkrecht. Auf jedes Stück der Kugeloberfläche, wie AB , fallen so viele von allen den Punkt L umgebenden Lichtstrahlen, als in dem Raum der Pyramiden- oder kegelförmigen Spitze ALB enthalten sind, so wie die ganze Kugeloberfläche die gesammte Menge aller den Punkt L umgebenden Lichtstrahlen auffängt. Man kann sich vorstellen, daß die ganze Kugeloberfläche in gleiche und ähnliche Elemente getheilt sey, über jedes dieser Elemente kann man sich eine Pyramide vorstellen, deren Spitze in L liegt: alsdenn sind die innern Räume der in L zusammenlaufenden Ecken oder Spitzen alle gleich groß: und die Summe aller der Ecken oder Spitzen, welche die Ecke ALB ausmachen, ist in der Summe aller den Punkt L umgebenden Ecken so vielmal enthalten, als die Summe der Elemente der Kugeloberfläche, welche das Stück AB ausmachen, in der Summe aller Elemente der ganzen Kugeloberfläche, oder mit andern Worten: die körperliche Ecke oder Spitze ALB verhält sich zur Summe aller Ecken, die den Punkt L umgeben können, wie das Stück AB der Kugeloberfläche zwischen den Seitenflächen der Ecke ALB (oder zwischen der die Spitze L umgebenden conischen Fläche, wenn diese Spitze kegelförmig ist) zur ganzen Kugeloberfläche.

Diefemnach verhält sich die Menge Lichts, welche AB auffängt, zur Menge aller von L ausgehenden Lichtstrahlen, wie das Stück AB der Kugeloberfläche zur ganzen Kugeloberfläche.

Wenn also EF ein andres Stück derselben Kugeloberfläche ist, so verhält sich die Menge Lichts, welche AB auffängt, zu derjenigen, die EF auffängt, wie AB zu EF , und eben diese Stücke der Kugeloberfläche verhalten sich wie die dazu gehörigen körperlichen Ecken oder Spitzen ALB , ELF am Mittelpunkt der Kugel.

3. §.

Um die Ausdrücke desto mehr abzukürzen, werde ich im folgenden die Pyramiden- oder kegelförmige Ecke oder Spitze, wie ALB , schlechthin eine Ecke nennen, und die Fläche, welche sie von allen Seiten umgiebt, selbige mag aus ebenen Winkeln bestehen, oder eine kegelartige Fläche seyn, soll schlechthin die Gränze der Ecke heißen. Von einer solchen Ecke und ihrem innern Raum kann man sich in der körperlichen Geometrie eine ähnliche Vorstellung machen, wie von einem ebenen Winkel in der ebenen Geometrie. Die Schenkel des ebenen gradlinichten Winkels laufen von seiner Spitze aus ins unendliche fort, und der Raum zwischen den Schenkeln erweitert sich immer mehr und mehr, je weiter die Schenkel von der Spitze aus fortlaufen. Die Gränze einer körperlichen Ecke läuft ebenfalls von ihrer Spitze aus ins unendliche fort, und ihr innerer Raum erweitert sich immer mehr, je weiter die Gränze fort läuft. Wie nun ein Kreisbogen zwischen den Schenkeln eines gradlinichten ebenen Winkels aus seiner Spitze als dem Mittelpunkt mit dem Halbmesser $= r$ zwischen seinen Schenkeln beschrieben dazu dienet, die Größe des Winkels auszudrücken, wenn derjenige $= 1$ angenommen wird, wozu der seinem Halbmesser gleiche Bogen gehört; so kann hier ein Stück einer Kugel- fläche aus der Spitze einer körperlichen Ecke als dem Mittelpunkt zwischen der sie umgebenden Gränze mit dem Halbmesser $= r$ beschrieben, dazu dienen, die Größe der Ecke auszudrücken, wenn diejenige Ecke $= 1$ angenommen wird, wozu ein Stück der Kugel- fläche gehört, das dem Quadrat des Halbmessers gleich ist.

4. §.

Mit dem Halbmesser al sey um die Spitze l der Ecke alb eine Kugel- fläche $abef$ beschrieben, wovon das Stück ab zwischen der die Ecke umgebenden Gränze fällt, so ist $abef: ABEF = al^2: AL^2$.

AL^2 . Wenn also auch $ab:AB = al^2:AL^2$ angenommen wird, so ist $ab:AB = abef:ABEF$, oder $ab:abef = AB:ABEF$, ferner hat man $ab:abef = alb$: Summe aller Ecken um l , und $AB:ABEF = ALB$: Summe aller Ecken um L ; also alb : Summe aller Ecken um $l = ALB$: Summe aller Ecken um L . Weil nun die Summe aller Ecken um l mit der Summe aller Ecken um L einerley ist, so hat man $alb = ALB$, wenn $\frac{ab}{al^2} = \frac{AB}{AL^2}$ ist: oder zwei Ecken sind gleich groß, wenn die Kugelflächen zwischen ihren Gränzen sich wie die Quadrate der zugehörigen Halbmesser verhalten.

Daraus fließt der besondere Satz, daß diejenige Ecke allemal einerley Größe habe, wozu ein Stück der Kugelfläche gehört, das dem Quadrat des dazu gehörigen Halbmessers gleich ist.

Ueberhaupt aber ist das Verhältniß zweier Ecken zusammen gesetzt aus dem Verhältniß der Kugelflächen zwischen ihren Gränzen und dem umgekehrten Verhältniß der Quadrate der Halbmesser. Es sey nämlich die Summe aller Ecken, die einen Punkt wie L oder l umgeben können, $= S$, so ist $ALB:S = AB:ABEF$, und $S:alb = AB:ab$, mithin $ALB:alb = AB.abef:ab.ABEF$; und weil $abef:ABEF = al^2:AL^2$, so ist auch $ALB:alb = AB.al^2:ab.AL^2$, oder $ALB:alb = \frac{AB}{AL^2}:\frac{ab}{al^2}$.

Wenn nun $ab = al^2$ angenommen wird, so ist $ALB:alb = \frac{AB}{AL^2}:1$, und $ALB = \frac{AB}{AL^2} \cdot alb$, oder $ALB = \frac{AB}{AL^2}$, weil nun alb eine bestimmte als bekannt anzunehmende Größe hat, die man $= 1$ setzen kann.

5. §.

Es sey die Menge Lichts, welche der leuchtende Punkt L auf
S 3
ein

ein Stück der ihn umgebenden Kugelfläche wirft, das dem Quadrat des Halbmessers gleich ist, $= S$, und diejenige, welche sich durch jeden andern Pyramiden- oder kegelförmigen Raum, wie ALB , verbreitet, und auf das zwischen seinen Gränzen enthaltene Stück AB der Kugelfläche fällt, sey $= L$, so hat man $S : L = AL^2 : AB$, mithin $L = \frac{AB \cdot \sqrt{S}}{AL^2}$. Je stärker der Punkt L glänzt, desto mehr Strahlen wird derselbe durch einerley Raum ALB verbreiten, oder auf das zwischen den Gränzen einer und eben derselben Ecke enthaltene Stück der Kugelfläche werfen. Wenn der Punkt L 2mal, 3mal, und überhaupt n mal stärker glänzt, so verbreitet derselbe in einerley Raum ALB , auch 2mal, 3mal, und überhaupt n mal mehr Licht; überhaupt also ist die Menge Lichts, welche der Punkt L in einerley conischen oder pyramidenförmigen Raum verbreitet, dem Glanz desselben proportional. Weis man, wie viel Licht jeder von zweyen verschiedenen leuchtenden Punkten durch einerley Raum dieser Art verbreitet, so kann man den Glanz des einen mit dem Glanz des andern vergleichen. Was also vorhin S hieß, oder die Strahlenmenge, welche der Punkt L durch denjenigen Raum verbreitet, wozu ein Stück der Kugelfläche so groß als das Quadrat des Halbmessers gehört, ist zugleich als das Maas des Glanzes des Punktes L zu betrachten, und es soll hinführo durch den Glanz eines leuchtenden Punktes diejenige Strahlenmenge verstanden werden, welche er auf ein Stück der ihn umgebenden Kugelfläche werfen würde, das dem Quadrat des Halbmessers gleich ist. In dem Ausdruck $L = \frac{AB}{AL^2} \cdot S$ bezeichnet also S den Glanz des Punktes L , und wenn ein anderer leuchtender Punkt l auf ein Stück ab der Kugelfläche $abef$ die Strahlenmenge l wirft, sein Glanz aber $= s$ gesetzt wird; so hat man $l = \frac{ab}{al^2} \cdot s$.

mit

mithin $L: I = \frac{A B}{A L^2} \cdot S: \frac{a b}{a l^2}$. s. demnach ist das Verhältniß der Lichtmengen, welche zwey mit verschiedenem Glanz leuchtende Punkte auf ein paar Stücke mit verschiedenen Halbmessern verzeichneter Kugelflächen werfen, zusammen gesetzt aus den Verhältnissen des Glanzes der Punkte, der Größe der erleuchteten Kugelflächen und dem umgekehrten Verhältniß der Quadrate der Halbmesser.

6. §.

Diese Betrachtung leitet zugleich auf den Begriff von der Dichtigkeit des Lichts: der Ausdruck, Dichtigkeit, behält hier eine ähnliche Bedeutung mit derjenigen, die er in den Mechanischen Wissenschaften hat, und man kann sich auch hier das Licht als eine zarte Masse vorstellen, die desto dichter ist, je mehr davon in einem Raum von bestimmter Größe enthalten ist, vorausgesetzt, daß es durch denselben gleichförmig verbreitet sey. Das von einem leuchtenden Punkt L nach allen Seiten ausgehende Licht ist in so fern gleichförmig verbreitet, in wie fern gleich große conische oder pyramidenförmige Ecken, die in L zusammen laufen, eine gleiche Menge des aus L ausgehenden Lichts fassen, mithin ist auch in so fern die Dichtigkeit des nach allen Seiten von L ausgehenden Lichts einerley. In größerer Entfernung aber von dem leuchtenden Punkt breitet sich das Licht in einen größern Raum aus, und die Dichtigkeit desselben wird geringer, in wie weit einerley Lichtmenge, welche die Kugelfläche $A B E F$ erleuchtet, bey einem größern Halbmesser $L G$ sich über eine größere Kugelfläche $G H J K$ verbreitet. Uebrigens wird jede dieser Kugelflächen für sich gleichförmig erleuchtet, oder die Dichtigkeit des über einer und eben derselben Kugelfläche verbreiteten Lichts ist überall einerley. Allemal, wenn auf gleiche Elemente einer Fläche gleich viel Licht fällt, so ist die Erleuchtung der Fläche gleichförmig, und

und man betrachtet die Fläche selbst als den Raum, durch welchen das Licht verbreitet ist. Diejenige Menge, welche über ein Stück der Kugelfläche, das man $= 1$ angenommen hat, verbreitet ist, kann nun die Dichtigkeit des über der Fläche verbreiteten Lichts heißen: und wenn diese Menge $= D$ gesetzt wird, eine andere Menge $= L$ aber über ein Stück der Fläche verbreitet ist, dessen Quadrat-Inhalt $= V$ ist, so hat man $1^2 : V = D : L$, mithin $D = \frac{L}{V}$, so wie $L = V \cdot D$, und die Dichtigkeit des Lichts, welches eine Fläche gleichförmig erleuchtet, wird auf ähnliche Art, wie sonst die Dichtigkeit einer durch ihren Raum gleichförmig vertheilten Masse gefunden.

Eben diese Vorstellung von dem, was man Dichtigkeit des über einer Fläche gleichförmig verbreiteten Lichts nennt, giebt zugleich einen mehr bestimmten Begriff von der Klarheit, welche man der gleichförmig erleuchteten Fläche zuschreibt. Diese Klarheit verhält sich wie die Dichtigkeit des über der Fläche verbreiteten Lichts, und selbige läßt sich eben so, wie die Dichtigkeit durch $\frac{L}{V}$ ausdrücken. Ist die Fläche ungleichförmig erleuchtet, so hat sie auch nicht durchgängig einerley Klarheit, und man muß für jede Stelle der Fläche die Dichtigkeit des auf diese Stelle fallenden Lichts, so wie die Klarheit dieser Stelle, besonders suchen.

7. §.

Im 5. §. war die Menge Lichts, welche das Stück AB der Kugelfläche auffängt, oder $L = \frac{AB}{AL^2} \cdot S$, und hier ist AB , was im 6. §. V war. Mithin wird $D = \frac{L}{V} = \frac{S}{AL^2}$. Bey einerley Glanz des leuchtenden Punkts also ist die Dichtigkeit des über einer Fläche gleich-

gleichförmig verbreiteten Lichts, oder die Klarheit der Fläche, dem Quadrat der Entfernung der erleuchteten Fläche vom leuchtenden Punkt umgekehrt proportional. Es muß aber alles Licht senkrecht auffallen, und die Entfernung der Fläche vom leuchtenden Punkt durchgängig einerley, mithin die erleuchtete Fläche eine gegen den leuchtenden Punkt zu hohle Kugelfläche seyn. Je dichter das Licht ist, das eine solche Kugelfläche auffängt, desto größer ist ihre Erleuchtung, und die Erleuchtung der Fläche, so wie ihre Klarheit verhält sich wie die Dichtigkeit des darüber verbreiteten Lichts: demnach drückt

eben der Ausdruck $\frac{S}{AL^2}$, welcher die Dichtigkeit des Lichts giebt, zugleich für eben die Fläche die Größe der Erleuchtung aus. Wenn demnach ungleich stark glänzende Punkte ungleich große Kugelflächen erleuchten, so ist das Verhältniß der Erleuchtungen zusammengesetzt aus dem Verhältniß des Glanzes beider Punkte, und dem umgekehrten Verhältniß der Quadrate der Entfernungen oder der Halbmesser.

In der Entfernung $AL = r$ wird $D = S$, und dies will soviel sagen: die Dichtigkeit des von dem Punkt L nach allen Seiten ausgehenden Lichts in der Entfernung $= r$ vom leuchtenden Punkt ist zugleich das Maas der Stärke des Glanzes dieses leuchtenden Punkts.

8. §.

Wenn der Punkt L (1. Fig.) sein Licht auf eine Ebene CD wirft, so kann er dieselbe nicht gleichförmig erleuchten; auf gleiche Elemente dieser Ebene kann nicht gleich viel Licht fallen. Es sey LE auf dieser Ebene senkrecht, und mit dem Halbmesser LE sey eine Kugelfläche beschrieben, so wird sie die Ebene in E berühren, und das Element Ee der Ebene kann zugleich als ein Element der Kugelfläche betrachtet werden: mithin ist die Menge des Lichts, welches das Element Ee

3

auf

auffängt $= \frac{E e \cdot S}{E L^2}$, und die Erleuchtung desselben $= \frac{S}{E L^2}$ (7. S.)

Ferner sey $P p$ ein anderes Element der Ebene $C D$, durch P aber sey eine neue Ebene auf $L P$ senkrecht gesetzt, wovon das Element $P \pi$ zwischen der die Ecke umgebenden Gränze liegt; so erhellet, daß $P p$ nur gerade so viel Licht auffangen kann, als $P \pi$ auffangen würde, und $P \pi$ kann als ein Element einer mit dem Halbmesser $L P$ beschriebenen Kugelfläche angesehen werden. Mithin ist die Menge

Lichts, welche $P p$ auffängt, $= \frac{P \pi \cdot S}{L P^2}$. Wenn nun gleich $P p =$

$E e$ angenommen wird, so ist doch die Menge Lichts, welche $P p$ empfängt, kleiner als diejenige Menge Lichts, welche $E e$ auffängt, weil

die Ecke $P L p < E L e$ ist. Es ist nämlich $\frac{P \pi}{L P^2} < \frac{E e}{L E^2}$, weil $P \pi$

$< P p$, oder $P \pi < E e$, und $L P > L E$ ist. Weil nun bey gleichen Räumen sich die Dichtigkeiten, wie die Massen verhalten, welche durch diese Räume gleichförmig vertheilt sind; so ist auch die Dichtigkeit des über $E e$ verbreiteten Lichts größer, als die Dichtigkeit des Lichts über $P p$, oder die Erleuchtung des Elements $E e$ ist größer als die Erleuchtung des Elements $P p$. Die Erleuchtung nimmt desto mehr ab, je weiter das erleuchtete Element von E entfernt ist: nur dasjenige Element wird am stärksten erleuchtet, wohin eine von dem Punkt L auf die Ebene $C D$ lothrecht gezogene Linie diese Ebene trifft.

9. §.

Weil $E e$, $P p$, nur als Elemente der Ebene $C D$ betrachtet werden, so sind alle Strahlen, die ein solches Element auffängt, unter sich parallel, und treffen das Element unter einerley Winkel wie $L E C$, $L P C$, welcher hier der Einfallswinkel heißt. Die Men-

ge des über $P p$ verbreiteten Lichts war $= \frac{P \pi \cdot S}{L P^2}$, also ist die Dichtig-

keit

Zeit desselben $= \frac{P \pi \cdot S}{P p \cdot L P^2}$. Weil es gleich viel ist, was man dem Element $P p$ für eine Gestalt geben will, so kann man es als ein unendlich kleines Rechteck betrachten, dessen eine Seitenlinie $P p$, und die andere in P auf der Ebene $L P C$ senkrecht ist; alsdenn ist $P \pi$ ebenfalls ein Rechteck, und $P \pi = P p \cdot \sin L P C$, weil $L p C, L P C$ hier gleiche Winkel sind. Diesemnach ist die Dichtigkeit des über $P p$ verbreiteten Lichts, oder die Erleuchtung des Elements $P p = \frac{S \cdot \sin L P C}{L P^2}$,

Werden also zwei unendlich kleine Ebenen von zweien ungleich stark glänzenden Punkten unter verschiedenen Einfallswinkeln erleuchtet, so ist das Verhältniß der Erleuchtungen zusammengesetzt aus dem Verhältniß des Glanzes der Punkte, der Sinus der Einfallswinkel, und dem umgekehrten Verhältniß der Quadrate der Entfernungen der leuchtenden Punkte von diesen Ebenen.

10. §.

Es sey nun die Erleuchtung des Elements $P p = \mathcal{J}$, und die auffallende Strahlenmenge $= d M$, so ist $\mathcal{J} = \frac{S \cdot \sin L P C}{L P^2}$, und $d M = \frac{S \cdot \sin L P C}{L P^2} \cdot P p$. das sind die ersten Fundamentalgleichungen der Photometrie, so lange der leuchtende Körper als ein Punkt betrachtet werden kann, der nach der gewöhnlichen Vorstellung, die man in der Optik annimmt, nach allen Seiten Strahlen schickt. Beim Gebrauch derselben ist nur noch zu bemerken, daß S eigentlich eine Zahl sey, welche das Verhältniß des Glanzes des leuchtenden Punktes zum Glanz eines andern Punktes ausdrückt, dessen Glanz man $= 1$ setzt. Eben so sind $\frac{1}{L P^2}$ und $\sin L P C$ Zahlen, $P p$ aber ist eine

Fläche. Mithin ist auch $\mathcal{F}$ eine Zahl, und diejenige Erleuchtung wird $= 1$ angenommen, welche ein Punkt, dessen Glanz $= 1$ ist, auf eine Kugelfläche wirft, deren Halbmesser $= 1$ ist, weil nämlich für die auf die Kugelfläche fallenden Strahlen der Einfallswinkel $= 90^\circ$ ist.

11. §.

Wenn gleich diese bisher vorgetragene allgemeine Theorie der Erleuchtung auf den Umstand eingeschränkt ist, daß nur ein einziger Punkt ist betrachtet worden, der seine Strahlen nach allen Seiten ausbreitet, dagegen die in der Natur vorkommenden leuchtenden Körper insgesamt ihre bestimmte Gestalt und Größe haben; so giebt es doch einige Fälle, bey welchen diese erwiesenen Gesetze der Erleuchtung, ohne sehr zu fehlen, ihre Anwendung finden, ohne daß es eben nöthig wäre, sich in mehr verwickelte Rechnungen einzulassen. Wenn die Flamme einer angezündeten Kerze oder Lampe ihr Licht um sich her verbreitet, so gelten die erwiesenen Sätze eigentlich nur für jeden einzelnen Punkt der Flamme: und wenn man die von ihr herrührende Erleuchtung einer Fläche suchen wollte, so müßte man eigentlich für jeden Punkt, oder jedes Element der Flamme die Rechnung besonders anstellen: die Summe der Erleuchtungen, welche von allen Elementen zusammen herrührt, wäre dann die gesuchte Erleuchtung. Für jedes Element der erleuchteten Ebene, würde jeder Punkt der Lichtflamme einen andern Abstand, und die aus demselben ausgehenden Strahlen einen andern Einfallswinkel haben. Weil indessen die Lichtflamme gewöhnlich nicht sonderlich groß ist, so kann man sie selbst als einen Punkt betrachten, dessen Glanz aus dem Glanz aller ihrer Elemente zusammen gesetzt ist, oder welches einerley ist: man kann die Rechnung so anstellen, als wenn alle Elemente der Flamme irgendwann in ihrer Mitte in einem einzigen Punkt beisammen wären.

12. §.

12. §.

Wenn nun hiebey angenommen wird, daß eine solche Flamme ihr Licht nach allen Seiten in so ferne gleichförmig ausbreite, in wie fern gleich große conische oder pyramidenförmige Räume, deren Spitze in der Mitte der Lichtflamme angenommen wird, gleichviel Licht enthalten, so hat solches seinen Grund in der Durchsichtigkeit der Flamme, weswegen auch die innern Theile durchscheinen, den Glanz der Flamme vermehren, und wirklich ihre Strahlen nach allen Seiten auf einerley Art verbreiten können. Wäre die Flamme undurchsichtig, wäre es ein sonst undurchsichtiger Körper, der aber eine glänzende Fläche hätte; so würde es mit der Ausbreitung des Lichts, das von einer solchen leuchtenden Fläche nach allen Seiten ausgehet, eine andere Bewandniß haben. Dieses also vorausgesetzt lassen sich dergleichen Lichtflammen gebrauchen, die Richtigkeit der bisher vorgetragenen Photometrischen Grundsätze durch Versuche zu bestätigen, wosern man sich anders nur darauf verlassen kann, das Aug könne, ohne sehr zu fehlen, richtig schätzen, wenn zwei aneinander gränzende Flächen gleich stark erleuchtet sind. Meine Absicht ist jetzt nicht, dergleichen Versuche hier zu erzählen, sondern nur es kurz zu rechtfertigen, wenn man sich bey solchen Versuchen der Lichtflammen bedient. Wenn der größte Durchmesser einer solchen Lichtflamme in Vergleichung mit ihrer Entfernung von der erleuchteten Fläche sehr klein ist; so ist es wohl beynabe eben so viel, als wenn alle ihre Elemente von einerley Element der erleuchteten Fläche gleich weit entfernt wären, und die von jedem Element der Flamme auf einerley Element der erleuchteten Fläche fallende Strahlen gegen dasselbe unter einerley Winkel geneigt wären.

Die Erleuchtung einer Ebene von einer Lichtflamme, in wie weit letztere als ein Punkt betrachtet werden kann.

13. §.

Wenn nicht auf jedes Element einer erleuchteten Fläche eine gleiche Lichtmenge fällt, wenn die Erleuchtungen aller Elemente dieser Fläche verschieden sind, oder jedes Element seine eigene Klarheit hat, die von der Klarheit eines jeden der übrigen Elemente verschieden ist; so kann eigentlich nie von der Klarheit der ganzen Fläche die Rede seyn. Wenn indessen die gesammte Lichtmenge bekannt ist, welche die Fläche auffängt; so giebt diese Menge des auffallenden Lichts, durch den Quadrat-Innhalt der Fläche dividirt, einen Begriff von ihrer mittlern Klarheit oder mittlern Erleuchtung; man kann nämlich so fragen: wenn die ganze auf die Fläche fallende Lichtmenge über selbige gleichförmig vertheilt wäre, wieviel davon auf ein solches Stück der Fläche fallen würde, das man Σ 1 angenommen hat? das wäre dann die mittlere Klarheit, oder mittlere Erleuchtung der Fläche.

Ein einziger Punkt kann eine Ebene nicht gleichförmig erleuchten: wenn also gefragt wird, wie groß die Klarheit einer Ebene sey, die von einem Punkt erleuchtet wird, so kann nur von ihrer mittlern Klarheit die Rede seyn.

14. §.

Es sey (3. Fig.) $L M O N$ ein Kreis, und $A C$ eine im Mittelpunkt A auf seiner Ebene senkrecht stehende gerade Linie: in der letzten befinde sich eine Lichtflamme C in gegebener Höhe $A C$ über der Ebene; man soll die mittlere Erleuchtung des Kreises finden,

Auf.

Auß. Der Halbmesser $AM = z$ wachse um das Element $M\mu$ und mit dem Halbmesser $A\mu = z + dz$ stelle man sich einen andern concentrischen Kreis $\alpha\mu\omega$ beschrieben vor, so ist zwischen beyden ein Ring enthalten, dessen Breite $M\mu$ unendlich klein, und dessen Fläche $= 2\pi x dx$ ist. Ein anderer Halbmesser Am schließe mit AM einen unendlich kleinen Winkel MAm ein; so ist $M\mu nm$ ein Element der Kreisfläche, wovon beyde Abmessungen unendlich klein sind. Man setze $AC = c$, den Winkel $AMC = \psi$, so ist $CM = \sqrt{c^2 + z^2}$ und die Erleuchtung des Elements $M\mu nm = \frac{S \sin \psi}{CM^2}$

$= \frac{S \sin \psi}{c^2 + z^2}$ (9. S.) wenn S den Glanz der Lichtflamme bezeichnet.

Ueberdem ist $\sin \psi = \frac{AC}{CM} = \frac{c}{\sqrt{c^2 + z^2}}$, mithin eben diese Er-

leuchtung $= \frac{S \cdot c}{(c^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$. Für alle Elemente, die zu dem Ringe

$LMON\alpha\mu\omega$ gehören, ist diese Erleuchtung einerley, weil für sie alle z , also auch ψ und CM einerley bleibt: mithin wird dieser Ring

gleichförmig erleuchtet, und der Ausdruck $\frac{S \cdot c}{(c^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$ giebt zugleich

die Klarheit des ganzen Ringes. Eben dieses Ringes Fläche war $=$

$2\pi z dz$, mithin ist die auf ihn fallende Strahlenmenge $= \frac{2\pi c S z dz}{(c^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$.

durch Integration dieser Formel findet man die Summen der auf alle Ringe der ganzen Kreisfläche fallenden Strahlen, mithin die ganze den Kreis erleuchtende Lichtmenge.

Man setze diese Strahlenmenge $= M$, so ist $dM = \frac{2\pi c S z dz}{(c^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$

und nach der Integration wird $M = C - \frac{\pi c S}{\sqrt{c^2 + z^2}}$ gefunden.

Mit z muß dieses Integral zugleich verschwinden, also wird $C = 2\pi S$
und

und $M = 2 \pi S \left(1 - \frac{c}{\sqrt{c^2 + z^2}} \right)$. Weit endlich der Flächen-Inhalt des Kreises $= \pi z^2$ ist, so findet man die gesuchte mittlere Erleuchtung $= \frac{2 S}{z^2} \left(1 - \frac{c}{\sqrt{c^2 + z^2}} \right)$.

15. §.

Weil $\frac{c}{\sqrt{c^2 + z^2}} = \sin \angle A M C = \cos \angle A C M$ war, so ist auch $M = 2 \pi S \sin \nu \cdot A C M$, da dann $A C M$ der scheinbare Halbmesser des erleuchteten Kreises ist, aus dem leuchtenden Punkt C gesehen. Um C als einen Mittelpunkt sey mit dem Halbmesser $C B = 1$ eine Kugel beschrieben, so ist zwischen der Fläche des auffallenden Strahlenkegels $M C N$ ein Segment der leuchtenden Kugel enthalten, dessen Fläche $= 2 \pi \sin \nu \cdot A C M$ ist. Wenn also die Fläche dieses Segments $= k^2$ gesetzt wird, so ist auch $M = k^2 S$. Hier aber bezeichnet S die Menge Lichts, welche der Punkt C auf ein Stück der Kugeloberfläche $B E G D$ wirft, das dem Quadrat des Halbmessers gleich, mithin hier $= 1^2$ ist; also hat man $1^2 : k^2 = S : M$, und der Ausdruck $M = k^2 S$ zeigt an, daß auf den Kreis $L M O N$ so viele Lichtstrahlen fallen, als das Kugel-Segment $F B G$ zwischen den Grenzen des auf den Kreis fallenden Strahlenkegels auffängt.

Das hätte man nun auch ohne alle Rechnung von selbst wissen können, denn es ist für sich klar, daß der Kreis $L M O N$ nicht mehr und nicht weniger Strahlen auffangen kann, als das Kugel-Segment $F B G$ auffangen würde. Indessen war es nicht unnöthig, in einem so leichten Beispiel zu zeigen, wie die Rechnung mit demjenigen übereinstimmt, was die Natur der Sache von selbst lehret. Auch bey so ganz leichten Untersuchungen kann man zu Fehlschlüssen und falschen Folgerungen verleitet werden, wenn man sich nicht

nicht die Mühe gegeben hat, die ersten Grundbegriffe einer Wissenschaft genau genug auseinander zu setzen. Eine Probe davon geben ein paar ganz neulich bekannt gewordene hieher gehörige kleine Schriften ab, und es wird mir um so mehr erlaubt seyn, selbige hier etwas ausführlich zu beurtheilen, weil das Ansehen verdienter Männer eben so leicht Irrthum als Wahrheit ausbreitet, besonders in einer Wissenschaft, wo so wenige selbst prüfen können.

16. §.

H. Gerlach, Lehrer bey der K. K. Ingenieur-Akademie zu Wien ließ im 52. Stück der K. K. Realzeitung vom 21. Dec. 1771. einen kurzen Brief an die Herausgeber: über die verschiedenen Wirkungen eines verschieden hohen oder niedern Lichts auf eine erleuchtete Fläche, abdrucken, und derselbe veranlaßte H. H. Karstner im 33ten Stück des neuen Hannöverschen Magazins unterm 24. April 1772. einen Aufsatz: über H. Gerlachs Vorschrift eine Lampe zu stellen, daß sie einen runden Tisch am besten erleuchtet, einrücken zu lassen. Herrn Karstner ist der Gerlachische Vortrag nicht befriedigend, er trägt die Sache anders vor, trifft indessen doch in Ansehung des Resultats, das H. Gerlach eigentlich suchte, wieder mit ihm überein. Mit H. Karstner ist wiederum H. Gerlach nicht zufrieden, und ist deswegen zu einem neuen Aufsatz unter der Aufschrift: Erläuterung über die beste Erleuchtung der Flächen mittelst einer Lampe, veranlassen worden. Alle drey Abhandlungen hat H. Gerlach nun unter dem Titel, zusammen drucken lassen: Bestätigte Vorschrift über die beste Erleuchtung einer Ebene mittelst einer Lampe nebst der Untersuchung darüber von H. H. Karstner. Wien 1772.

17. §.

Da einmal Abends eine Kerze ziemlich herab gebrannt war,
K
zündet

zündete H. Gerlach eine längere an, und da er diese auf den Tisch setzte, wurde gleich alles heller darauf, als es vorher gewesen war. Er schloß hieraus: also müsse die verschiedene Höhe des Lichts auch verschiedene Helle machen, und es müsse eine gewisse Höhe seyn, bey der die Helle auf dem Tisch am größten ist. So erzählt H. Gerlach die Veranlassung zu seinem ersten Aufsatz in der K. K. Realzeitung, und sucht darauf diese Höhe, bey der es nach seinem Ausdruck auf dem Tisch am hellsten ist. Bey der Rechnung selbst nimmt er einen kreisrunden Tisch an, in dessen Mitte ein Licht steht, und seine Rechnung giebt: es müsse des Lichts Höhe dem halben Durchmesser des Tisches gleich seyn, und sein Brief schließt mit der Regel:

„ Soll also irgend ein Ort auf einer Horizontfläche so stark
 „ erleuchtet werden, als möglich ist, so muß dieses Licht über
 „ der Fläche so hoch erhöht seyn, als der Ort von dem
 „ Punkt, worauf es steht, entfernt ist.

Als ich so weit gelesen hatte, sah ich wohl, daß Herr Gerlach sehr unbestimmt und flüchtig geschrieben habe, und gab bey dem Fortlesen Herrn Karstner völlig Beyfall, wenn derselbe urtheilet, H. Gerlach habe nicht den bequemsten Ausdruck gewählt. Weil ich indessen dergleichen bey andern neuern Schriftstellern, die sich in das mathematische Feld wagen, oft bemerkt habe, so befremdete es mich eben so sehr nicht, als es mir unerwartet war, daß auch Herrn Karstners Vortrag bald nicht mehr mit der Vorstellung, die ich mir von der Sache gemacht hatte, übereinstimmte.

18. §.

Die Klarheit des Tisches kann nicht überall einerley, seine Erleuchtung kann nicht gleichförmig seyn, deswegen ist bey H. Gerlach der Ausdruck, Stärke des auf dem Tisch ausgebreiteten Lichts,

Lichts, freylich der Sache nicht angemessen, und H. Karstner thut ihm nicht unrecht, wenn er ihm Schuld giebt, er habe sich von der Erleuchtung dunkel ausgedrückt. Wenn man indessen die kurz vorhin angeführte Regel, womit H. Gerlach seinen Brief schließt, mit seinem übrigen Vortrag vergleicht, so siehet man wohl, daß er die Stärke des auf den äußersten Rand des kreisförmigen Tisches fallenden Lichts eigentlich verstanden habe. Und so fällt auch gleich in die Augen, warum er eben einen runden Tisch nennt: daran hatte ich mich also nicht, wie H. Karstner, gestossen, denn die Ursache war offenbar, weil H. Gerlach stillschweigend voraussetzte, daß gleich stark erleuchtete Elemente des Tisches im Umfang eines Kreises liegen müssen. Wäre von der mittlern Klarheit des Tisches die Rede, und man wollte wissen, wie hoch das Licht stehen müßte, wenn selbige die möglichst größte wäre; so verstünde sich ohne alle Rechnung von selbst, daß das Licht gar nicht über dem Tisch erhoben seyn müsse. Je niedriger die Flamme steht, desto mehr Strahlen wirft sie auf den Tisch, und wenn ihre Höhe über dem Tisch verschwinden könnte, so würde sie die Hälfte aller Strahlen, die sie um sich her ausbreitet, auf den Tisch werfen, so viele als auf die Fläche einer um sie als einen Mittelpunkt beschriebenen Halbkugel fallen würden. Mehr Licht kann die Flamme nie auf den Tisch werfen, wie denn auch der

Ausdruck für die Strahlenmenge $M = 2\pi S \left(1 - \frac{c}{\sqrt{c^2 + z^2}}\right)$ (14. S.)

wächst, wenn c abnimmt, und am größten, nämlich $= 2\pi S$ wird, wenn $c = 0$ ist, da dann 2π die Fläche der Halbkugel ist, für den Halbmesser $= 1$. Weil die Fläche des Tisches von einerley Größe bleibt, so wächst ihre mittlere Klarheit mit der auffallenden Strahlenmenge, und ist am größten, wenn diese am größten, mithin, wenn $c = 0$ ist: da dann der allgemeine Ausdruck für die mittlere Klarheit

$= \frac{2S}{z^2} \left(1 - \frac{c}{\sqrt{c^2 + z^2}}\right)$ sich in folgenden $\frac{2S}{z^2}$ verwandelt, wie

der Natur der Sache gemäß ist.

19. §.

Bei dieser möglichsten Erniedrigung der Lichtflamme würde man aber alles auf den Tisch fallende Licht in den nächsten Stellen um den Mittelpunkt vereinigen: nur das mittelfte Element würde allein erleuchtet werden, wenn die Flamme wirklich ein Punkt und ihre Höhe über dem Tisch unendlich klein wäre. Das alles ist aus der Natur der Sache begreiflich, und die Formel für die Erleuchtung eines zum unbestimmten Halbmesser z gehörigen Ringes, welche im

14. §.
$$S. = \frac{S. c}{(c^2 + z^2) \sqrt{c^2 + z^2}}$$
 gefunden ist, ergiebt dasselbe, weil

sie allemal $= 0$ ist, wenn $c = 0$ genommen wird, was auch z bedeutet: der Grund ist offenbar der, weil für alle übrige Elemente der Einfallswinkel $= 0$ wäre. Mit der Höhe c wächst der Einfallswinkel, aber dagegen nimmt das Quadrat der Entfernung zu: bei einer unendlich grossen Höhe wäre zwar der Einfallswinkel ein rechter Winkel, und für alle Elemente einerley, aber die Erleuchtung verschwände wieder wegen der unendlich grossen Entfernung der Flamme, wie denn

auch die Formel
$$\frac{S. c}{(c^2 + z^2) \sqrt{c^2 + z^2}}$$
 abermal verschwindet, wenn

$c = \infty$ genommen wird. Wenn also der Halbmesser z eines gewissen Ringes als beständig, die Höhe c dagegen als veränderlich angenommen wird, so muß es eine gewisse Höhe c , oder einen davon abhängenden Einfallswinkel geben, wobey die Erleuchtung des Ringes die möglichst größte wird. Nimmt man für diesen Ring den äußersten Rand des Tisches an, so sind alle übrige Ringe noch mehr erleuchtet, als der äußerste: stellt man also die Lichtflamme in der Höhe, welche diese Bedingungen erfordern, so hat man am äußersten Umfang des Tisches mehr Erleuchtung, als das Licht in jeder andern Höhe dahin werfen kann: und wenn diese Erleuchtung so stark ist, als man sie nöthig hat, um ohne Beschwerde dabey seine Augen

zu gebrauchen, so wird es noch um so mehr über dem ganzen Tisch helle genug seyn.

20. §.

Diese, urtheilte ich beym ersten Lesen des Gerlachischen Briefes, möchten etwa des Verfassers Gedanken gewesen seyn, und daß ich es getroffen habe, beweiset nunmehr seine nachher erfolgte Erläuterung; nur Schade daß H. Gerlach nicht auch seinen Rechnungsfehler bemerkt, und in eben dieser Erläuterung verbessert hat, wodurch er in dem ersten Briefe auf ein falsches Resultat ist geleitet worden. Nachdem die Erläuterung hinzu gekommen ist, nenne ich dieses Versehen nur einen Rechnungsfehler; vorher nach den Ausdrücken, die H. Gerlach im ersten Briefe gebraucht, hätte ich es für einen theoretischen Irrthum gehalten. Dem in vorigen §. festgesetzten Sinn der Aufgabe gemäß, wollte H. Gerlach einen Ausdruck für die Stärke des auf den äußersten Rand des Tisches fallenden Lichts suchen, für die Erleuchtung oder Klarheit dieses äußersten Randes. Setzt man also den beständigen Halbmesser des kreisförmigen Tisches $= a$ die veränderliche Höhe $= x$, so muß man in der Formel

$\frac{S. c}{(c^2 + x^2) \sqrt{(c^2 + x^2)}}$ (14. §.) nunmehr a statt z und x statt c

schreiben, so ist die Erleuchtung $= \frac{S. x}{(a^2 + x^2) \sqrt{(a^2 + x^2)}}$, oder sie

ist dem Ausdruck $\frac{x}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$ proportional. Aber H. Gerlach sagt im ersten Briefe:

es wächst die Helle auf dem Tisch, wie des Lichts Höhe, und umgekehrt das Quadrat seiner Weite von dem erleuchteten Punkt,

und das giebt ihm den Ausdruck $\frac{x}{a^2 + x^2}$, dem die Erleuchtung proportional seyn soll. Die Helle, davon hier die Rede ist, wächst nicht, wie des Lichts Höhe, sondern wie der Sinus des Einfallswinkels, und das letztere sagt nun H. Gerlach selbst in der Erläuterung S. 4. Er nimmt aber x für den Sinus des Einfallswinkels an, und wie $a^2 + x^2$ das Quadrat der Entfernung ist, so kommt er wieder auf den Ausdruck $\frac{x}{a^2 + x^2}$, und hält deswegen seine im ersten Briefe darauf gegründete Rechnung noch für richtig. Nicht x sondern $\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}$ ist der Sinus der Schiefe; wie ihn H. Gerlach nennt: der sonst richtige Satz, daß bey gleicher Entfernung die Erleuchtung, oder wie H. G. redet, die Menge der Strahlen an gleich grossen Orten, sich wie der Sinus der Schiefe verhalte, setzt voraus, daß dieser Sinus für den Halbmesser $= 1$ gehöre. Nimmt man ihn für einen andern Halbmesser, so ist die Erleuchtung diesem Sinus ordentlich und dem dazu gehörigen Halbmesser umgekehrt proportional. Im 9. S. (1. Fig.) verhielte sich die Menge des auf Pp unter dem Winkel $LP C$ fallenden Lichts, wie $\frac{P\pi}{L p^2}$, und es ist $P\pi = \frac{Pp \cdot \sin L P C}{r}$, wenn der ganze Sinus $= r$ ist: mithin verhält sich die Menge Lichts über Pp wie $\frac{Pp \cdot \sin L P C}{L p^2 \cdot r}$, und wenn Pp einerley bleibt, wie $\frac{\sin L P C}{L p^2 \cdot r}$. Will also H. G. bey Auflösung seiner Aufgabe x für den Sinus der Schiefe nehmen, so ist $\sqrt{a^2 + x^2}$ der ihm zugehörige Halbmesser, und die Erleuchtung verhält sich wie $\frac{x}{(a^2 + x^2) \sqrt{a^2 + x^2}}$, welches also nach der vom H. G. selbst

nun

nunmehr für richtig erkannten Regel die Formel ist, welche er hätte zum Grunde legen müssen.

21. §.

Um den größten Werth dieser Formel zu finden, setzt man $d. x$
 $(a^2 + x^2)^{-\frac{3}{2}} = 0$, da dann $(a^2 + x^2)^{-\frac{3}{2}} - \frac{3}{2} x (a^2 + x^2)^{-\frac{5}{2}} \cdot 2x = 0$ gefunden wird, und daraus folgt $a^2 + x^2 - 3x^2 = 0$,
mithin $x = a\sqrt{\frac{1}{2}}$. Es ist aber $\sqrt{\frac{1}{2}} = 0,7071068 \dots$ mithin muß
die Höhe der Lichtflamme über dem erleuchteten Kreise noch nicht völ-
lig $\frac{3}{4}$, nur etwas wenig mehr als $\frac{7}{10}$, des Halbmessers betragen.
Uebrigens ist $\frac{x}{a}$ die Tangente des Einfallswinkels AMC , und $\sqrt{\frac{1}{2}}$
 $= \sin 45^\circ$. Es wird aber erfordert, daß $\frac{x}{a} = \sqrt{\frac{1}{2}}$ sey, also muß
die Tangente des Einfallswinkels dem Sinus von 45° gleich seyn,
wenn der äußerste Ring des Kreises am besten erleuchtet seyn soll.
Zu dieser Tangente gehört ein Winkel von $35^\circ 16'$ und das ist der
gesuchte Einfallswinkel.

Weil H. G. für die Erleuchtung des äußern Ringes den
Ausdruck $\frac{x}{a^2 + x^2}$ annimmt, und den Umstand außer acht läßt,
daß der Sinus x durch den ganzen Sinus $\sqrt{a^2 + x^2}$ dividirt wer-
den muß, so leitet ihn dies auf die unrichtige Folge: es müsse $x = a$
seyn, wenn der äußerste Ring am meisten erleuchtet seyn soll: denn
 $\frac{x}{a^2 + x^2}$ wird am größten, wenn $x = a$ ist. Wie es nun zugehe,
daß H. H. Karstner, so wenig er sonst mit H. G. überein zu kommen
scheint, am Ende auf eben das Resultat verfällt, und Herrn Gers-
lach in einem Irrthum bestärkt, davon er so leicht wäre zurück zu
führen gewesen, verdient eine nähere Prüfung.

22. §.

Was H. H. Karstner in den ersten 18 S. S. seines Aufsatzes im 33ten Stück des H. M. vom 24. April 1772 vorträgt, ist der Sache nach mit demjenigen einerley, was ich hier in den ersten 10 S. S. von den ersten Gründen der Photometrie vorgetragen habe, in wie weit es verstatet ist, das Licht so zu betrachten, als wenn es von einem leuchtenden Punkt ausgieng. Im 16. S. der Karstnerischen Abhandlung heißt es, die Menge Lichts, welche ein Element, wie Pp unter dem schiefen Winkel $LP C$ auffängt, verhalte sich zu derjenigen, die es senkrecht in der Stellung wie $P\pi$ auffangen würde, wie $P\pi : Pp = 1 : \sin L P C = 1 : \cos C L P$. Eben dies ist nun schon dasselbe, was man haben will, wenn man, wie H. K. nun allererst wieder im 19 S. sagt, annimmt; Licht, das auf eine Ebene (einerley unendlich kleine Ebene in einerley Entfernung vom leuchtenden Punkt) schief fällt, erleuchte sie schwächer, als wenn es senkrecht auffiele, in der Verhältniß des ganzen Sinus zum Sinus der Neigung des Lichts. Die Ebene fängt in der schiefen Lage gegen die Lichtstrahlen in dem erwähnten Verhältniß weniger Licht auf, als sie in der senkrechten Lage auffängt, und darinn ist die Dichtigkeit des über der Ebene in der schiefen Lage verbreiteten Lichts, die Erleuchtung der Ebene, in dem erwähnten Verhältniß schwächer, als die Dichtigkeit des über der Ebene in der senkrechten Lage verbreiteten Lichts. Diesemnach ist es unerwartet, wenn eben der Satz nun im 19. S. der K. Abhandlung nochmal stehet, und zwar als etwas, das von der im 16 S. schon richtig betrachteten Eigenschaft des schief auffallenden Lichts noch verschieden ist. Eben so unerwartet ist es, wenn die im 21 S. gegebene Formel aus dem 16. 17. und 18 S. geschlossen, und doch als eine solche angesehen wird, welche die senkrechte Erleuchtung ausdrücken würde, da der 16. 17. 18. S. offenbar schon das schief auffallende Licht betrachten. Eben die im 21. S. der K. Abh. herausgebrachte Formel

mel ist schon die gesuchte, und wenn H. Karstner sie im 22. S. nochmal mit dem Sinus des Einfallswinkels multiplicirt, so weicht er dadurch von allen denjenigen mir sonst bekannten optischen Schriftstellern ab, die sich auf photometrische Untersuchungen einlassen, wiewohl deren freylich nur sehr wenige sind. Ich weis wohl, daß man sich die Wirkung des Lichts, wenn es schief auffällt, auch wohl wie die Wirkung eines schiefen Stoßes vorgestellt, und daraus geschlossen hat, die Erleuchtung könnte wohl einmal wegen der auffallenden geringern Lichtmenge, und zweitens auch wegen der Schiefe des Stoßes im Verhältniß des ganzen Sinus des Einfallswinkels abnehmen, weswegen also dieses Verhältniß verdoppelt, und die senkrechte Erleuchtung mit dem Quadrat vom Sinus des Einfallswinkels multiplicirt werden müßte, um die schiefe Erleuchtung zu finden. Allein zu geschweigen, daß diese Vorstellung wohl schwerlich der Sache dürfte angemessen befunden werden, so hat nunmehr H. Lambert es außer allen Zweifel gesetzt, daß die Erleuchtung wie der Sinus des Einfallswinkels, und nicht wie das Quadrat dieses Sinus abnimmt. (Photometria sive de mensura & gradibus luminis colorum & umbrae S. 58 — 63. S. 243 — 253.)

23. S.

Diese Anmerkungen vorausgesetzt ist es leicht zu übersehen, woher es komme, daß H. K. zuletzt mit H. G. einerley Auflösung für die Gerlachische Aufgabe findet. H. K. bezeichnet (3. Fig.) den Winkel ACM mit w , also ist der Einfallswinkel 90°

— w . Im 21 S. seiner Abhandlung findet er die Formel $\frac{bb}{xx}$

$E \cos w^3$, wovon ich gesagt habe, daß es schon die gesuchte Formel für die Erleuchtung des äußersten Ringes sey. Bey ihm ist E . die senkrechte Erleuchtung der Flamme in der Entfernung b , und die Entfernung der Elemente des Ringes von der Lichtflamme $= x \sec w$:

L

mit

mithin ist die Erleuchtung desselben $= \frac{E. b b}{x^2 \sec w^2} \cos w = \frac{E. bb. \cos w^3}{x x}$

Nach meiner Bezeichnung ließe sich diese Formel mit der oben im 14. und 20. S. mitgetheilten so vergleichen. Wäre um die Lichtflamme als um einen Mittelpunkt mit dem Halbmesser b eine Kugelfläche beschreiben, so wäre die Menge Lichts, die ein Stück dieser Kugelfläche, das $= 1^2$ angenommen worden, auffienge $= E$, mithin $b b. E$. diejenige Menge Lichts, so auf ein Stück von eben dieser Kugelfläche fiel, das dem Quadrat ihres Halbmessers gleich ist. Nach meiner Bezeichnung wäre also $b b. E = S.$ (5 S.) Weiter ist hier

$\cos w = \sin A M C = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}$, also wäre $\frac{E. bb. \cos w^3}{x x} = \frac{S. x}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$, welches die Formel des 20. S. ist. Bey Auflösung der

Gerlachischen Aufgabe kommt es nur auf den veränderlichen Factor $\frac{x}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$ an. Derselbe ist beym H. Gerlach, $\frac{x}{a^2 + x^2}$ weil er vergißt, mit dem Halbmesser $\sqrt{a^2 + x^2}$, welcher hier zum Sinus

x gehört, zu dividiren. H. H. K. aber multiplicirt die Formel $\frac{x}{(a^2 + x)^{\frac{3}{2}}}$ nochmal mit $\cos w$ oder $\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}$, daher wird seine Formel dem Ausdruck $\frac{x^2}{(a^2 + x^2)^2}$ proportional, und auf diese Art siehet man

deutlich, woher es komme, daß die Karstnerische Formel gerade das Quadrat der Gerlachischen wird. Weil nun allemal das Quadrat am größten wird, wenn die Wurzel den größten Werth hat, so ist es natürlich, daß H. K. zufälliger Weise mit H. G. auf einerley Resultat kommt.

24. §.

Folgende Anmerkung über den eigentlichen Sinn der Gerlachischen

lathischen Aufgabe scheint übrigens nicht ganz unnöthig zu seyn. Die Frage ist nicht: wie weit muß eine kleine auf dem Tisch liegende Fläche, z. E. ein Blättchen Papier, von der Stelle, wo das Licht stehet, entfernt seyn, damit es am stärksten erleuchtet werde? Die Antwort wäre natürlich diese: gerade unter der Lichtflamme müßte dies Blättchen Papier liegen, da wo eine lothrechte Linie von der Flamme herabgelassen den Tisch trifft, wenn nur nicht die Kerze selbst ihren Schatten dahin wirft. Vielmehr wird die Stelle, wo das Blättchen Papier auf dem Tisch liegt, als gegeben angenommen, und eben so auch die Stelle des Tisches, über der die Lichtflamme in lothrechtter Linie befindlich ist. Wenn man in dieser Verticallinie die Flamme so hoch über dem Tisch erhöht, daß die Entfernung des Blättchens von der Stelle lothrecht unter der Flamme sich zur Höhe der Flamme verhält, wie 1 zu $\sqrt{\frac{1}{2}}$, so ist das Blättchen in der angenommenen Stelle stärker erleuchtet, als bei jeder andern Höhe der Flamme über den Tisch in derselben Verticallinie: die Regel des 33. S. der Karstnerischen Abhandlung dürfte also, wie sie da ausgedrückt ist, nicht einem jeden ganz zutreffend scheinen.

25. §.

Der eben angeführte Aufsatz enthält noch eine Betrachtung über die Erleuchtung einer Kreisscheibe, und zwar im 40 — 62 S. so wie die letzten §§. vom 63 — 69 die Aufschrift: Dichte der Erleuchtung: führen. Was H. K. hieselbst Erleuchtung der Kreisscheibe nennt, ist das nicht, was ich mit H. Lambert so nenne. Erleuchtung ist ein Wort, das in der Photometrie auf ähnliche Art gebraucht werden muß, wie die Wörter: Dichtigkeit, Geschwindigkeit, in den mechanischen Wissenschaften. Erleuchtung einer Fläche, Dichtigkeit des über der Fläche verbreiteten Lichts, sind Ausdrücke, die bei mir gleichgültig sind; auch kann eben die Sache nicht ganz unschick-

Ich Stärke des über der Fläche verbreiteten Lichts heißen. Wenn aber nicht in allen gleichen Elementen des Raums, den ein Körper ausfüllt, gleichviel Masse ist, so kann man nicht nach der Dichtigkeit des ganzen Körpers fragen, sondern nur nach der Dichtigkeit eines Elements desselben in einer gegebenen Stelle. Läuft das Wasser durch die Oeffnung in der vertical- stehenden Wand eines Gefäßes so, daß nur diejenigen Elemente gleich schnell hindurch laufen, die in gleicher Tiefe unter der höchsten Fläche des Wassers im Gefäß durchfließen; so kann man nicht nach der Geschwindigkeit der ganzen durchfließenden Masse fragen. Von einer mittlern Dichtigkeit im ersten Fall, von einer mittlern Geschwindigkeit im zweyten Fall, kann wohl die Frage seyn. Wenn also nicht auf gleiche Elemente einer Fläche gleichviel Licht verbreitet ist, so denke ich, es sey dem Redegebrauch gemäß zu sagen, sie sey nicht allenthalben gleich stark erleuchtet, und alsdenn kann man nicht nach der Erleuchtung der ganzen Fläche fragen, es müßte denn von einer mittlern Erleuchtung die Rede seyn. (13. S.). So wird es also wohl am bequemsten seyn, die Ausdrücke: Dichtigkeit des über einer Fläche gleichförmig verbreiteten Lichts, und Erleuchtung der Fläche, als gleichgültige anzusehen; den Ausdruck: Dichte der Erleuchtung, aber lieber gar nicht zu gebrauchen, weil es fast so klingt, als wenn man Dichtigkeit der Dichtigkeit sagte. Ich sehe wenigstens nicht, warum das, was Dichtigkeit des Lichts heißt, wenn es senkrecht auffällt, Dichtigkeit der Erleuchtung heißen soll, wenn das Licht schief auffällt.

26. S.

Ich gestehe übrigens gern, daß die ganze Ausführung über die Erleuchtung einer Kreisscheibe, so wie sie H. K. vorträgt, mir ganz ungewöhnlich scheine: ich will indessen versuchen, wie weit ich folgen kann. Demnach sey (3. Fig.) $ACM = w$, und mit dem Halbmesser

CB

$CB = b$ sey um C eine Kugelfläche beschrieben; so fällt auf den Ring $LMON\lambda\mu\omega\nu$ so viel Licht, als auf die Zone $FGgf$ fallen würde, und die Zone ist $= 2\pi b^2 \sin w. dw$. Mit $H. K.$ setze ich die Dichtigkeit des Lichts in der Kugelfläche $BDE = D$, und die auf die Zone $FGgf$ fallende Strahlenmenge $= 2\pi b^2. D. \sin w. dw$: alsdenn muß D die Strahlenmenge bedeuten, die auf ein Stück der Kugelfläche $= 1^2$ fällt. Der Halbmesser AM sey $= u$, und $AC = r$, so ist der Ring $LMON\lambda\mu\omega\nu = 2\pi u du$. Somit kann ich bis zum 45. S. $H. K.$ folgen. Um nun im 46. S. die Erleuchtung des Ringes zu finden, würde ich die Strahlenmenge durch die Fläche dividiren, über die sie verbreitet ist, mithin $\frac{b^2. D. \sin w. dw}{u du}$ erhalten.

Weil aber $\frac{u}{r} = \text{Tang } w$ ist, so wird $du = \frac{r dw}{\cos^2 w}$, $u du = \frac{r^2 dw \text{ tang } w}{\cos^2 w}$
 $= \frac{r^2 dw \sin w}{\cos^3 w}$, und $\frac{b^2 D. dw \sin w}{u du} = \frac{b^2 D \cos^3 w}{r^2}$, da dann $b^2. D$ diejenige Strahlenmenge ist, die auf ein Stück der Kugelfläche BDE fallen würde, das dem Quadrat ihres Halbmessers gleich ist. Weil nun diese Strahlenmenge bey mir S heißt, und $\cos w = \frac{r}{\sqrt{(r^2 + u^2)}}$ ist, so würde ich für die Erleuchtung des Ringes den Ausdruck $\frac{S, r}{(r^2 + u^2)^{\frac{3}{2}}}$ eben so wie oben finden.

So aber rechnet $H. K.$ nicht: ihm ist die Erleuchtung des Ringes, so viel, als die auf den Ring fallende Strahlenmenge in den Sinus des Einfallswinkels multiplicirt. Das ist ein mir ganz ungewohnter Sprachgebrauch, und er scheint von einer mir ganz fremden Anwendung des im 19. S. der $K. M.$ enthaltenen Satzes zu zeugen. Nach $H. K.$ wäre also die Erleuchtung des Ringes $= 2\pi b^2 D. \sin w. \cos w. dw$, mithin wäre sie unendlich klein, und ich denke, die Erleuchtung eines jeden Ringes ist endlich, den äußersten ausgenommen,

der einen unendlich großen Halbmesser hätte. Weiter ist beyrn H. K. die Summe der Erleuchtungen aller zur Kreisfläche gehörigen Ringe so viel, als die Erleuchtung der ganzen Kreisfläche: aber das kömmt mir so vor, als wenn jemand sich vorsezte, die Dichtigkeit der Atmosphäre zu suchen, und sie in solcher Absicht von der Meeresfläche bis an ihre äußern Gränze durch concentrische Kreise in Elemente theilte, die Dichtigkeit eines jeden Elements als unendlich klein in Rechnung brächte, und am Ende die durch Integration gefundene Summe der Dichtigkeiten aller Elemente für die Dichtigkeit der Atmosphäre annähme. Die Masse aller dieser concentrischen Elemente der Atmosphäre ließe sich als unendlich klein in Rechnung bringen, und so könnte man durch Integration die ganze Masse der Atmosphäre finden. Eben so ist auch die auf jeden Ring des Kreises fallende Strahlenmenge unendlich klein, (obgleich die Helligkeit des Ringes endlich ist, die durch Division dieser unendlich kleinen Strahlenmenge mit der unendlich kleinen Fläche des Ringes gefunden wird) und die mittelst der Integration zu findende Summe der auf alle zur Kreisfläche gehörige Ringe fallenden Strahlenmengen giebt die Strahlenmenge, welche der ganze Kreis auffängt.

27. §.

H. Karstners Vortrag würde mit dem meinigen völlig übereinstimmig geworden seyn, wenn wir in den Begriffen überein kämen, welche die Ausdrücke: Menge des Lichts, und Dichtigkeit des Lichts bezeichnen sollen. Nicht die Erleuchtung, sondern das Licht selbst, das über einer Fläche verbreitet ist, es mag übrigens senkrecht, oder schief auffallen, sehe ich als eine Masse an, die durch den Raum der Fläche ausgebreitet ist. Das Licht selbst erleuchtet, die Fläche wird erleuchtet, und zwar letztere überall gleich stark, oder gleichförmig, wenn durch gleiche Elemente derselben
gleich

gleich viel Licht vertheilt ist: im Gegentheil wird sie ungleichförmig erleuchtet, und zwar dasjenige Element mehr, als ein anderes eben so großes Element, wenn über das erstere mehr Licht verbreitet ist, als über das letztere. Darum ist bey mir die Erleuchtung einer Fläche der Menge Lichts proportional, die über einen Flächenraum von bestimmter Größe gleichförmig verbreitet ist. Eben dieser Menge Lichts ist doch wohl nach dem sonst gewohnten Sprachgebrauch die Dichtigkeit des Lichts proportional, weil es desto dichter seyn muß, je mehr davon in einerley Raum enthalten ist. Deswegen verhält sich nach eben dem Sprachgebrauch die Erleuchtung eines Flächenraums, seine Helligkeit oder Klarheit, wie die Dichtigkeit des über denselben gleichförmig verbreiteten Lichts.

Demnach läßt sich nicht fragen: ob ein Flächenraum heller als der andere sey, wosfern nicht über dem einen sowohl, als über dem andern, das Licht gleichförmig ausgebreitet ist; alsdenn aber ist derjenige Flächenraum heller als der andere, wovon jeder Theil, wie groß man ihn auch annehmen will, mehr Licht enthält, als ein eben so großer Theil des andern. Gesezt also, es hätte auch mit dem Satz im 19. §. der K. Abh. und der Anwendung, welche H. K. davon macht, im übrigen seine gute Richtigkeit, gesezt daß auch die unter einem schiefen Winkel auffallende Lichtmenge im Verhältniß des Sinus dieses Winkels schwächer erleuchte; so hieße dies doch nur eben so viel, als wenn die auf diese Fläche schief fallende Lichtmenge in eben dem Verhältniß kleiner wäre. Die so gefundene Lichtmenge gäbe also noch keinen Begriff von der Helligkeit, Klarheit, Erleuchtung der Fläche, sondern nur dann allererst, wenn man wüßte, wie viel von dem so geschwächten Licht auf ein Stück der Fläche von einerley bestimmter Größe fiele. Man könnte es als ein Licht ansehen, das in eben dem Verhältniß dünner wäre, als das senkrecht auffallende; mithin würde die Erleuchtung des Ringes immer noch

noch das seyn, was H. K. im 65. S. Dichte der Erleuchtung nennt, ich hätte es Dichte des schief auffallenden Lichts, Größe der Erleuchtung genannt. Ja eben das, was H. K. im 65. S. Dichte der Erleuchtung nennt, heißt bey ihm im 22. S. schlechthin Erleuchtung: dort ist es Erleuchtung des Ringes, hier ist es Erleuchtung eines Elements vom Ringe. Jeder Ring für sich ist gleichförmig erleuchtet: also ist Erleuchtung des ganzen Ringes, und Erleuchtung eines Theils desselben so wenig unterschieden, als Dichtigkeit eines Elements von der Dichtigkeit der ganzen gleichartigen Masse. Was im 6. 7. 21. 22. S. E ist, wird daselbst Erleuchtung, Maas der Erleuchtung, genannt. Dieselbige Sache wird im 44. 47. 48. 50. 65. S. mit D bezeichnet, und Dichte des Lichts in der mit dem Halbmesser b beschriebenen Kugelfläche genannt. Was die Formel $\frac{b^2}{x^2} E \cos w^4$ im 22. S. oder $\frac{b^2}{r^2} D \cos w^4$ (im 65. S. der K. A. wo r mit x einerley ist, so wie E mit D) bezeichnen soll, muß mit D oder E von einerley Art seyn. Jede dieser Formeln muß noch eben die Sache, nur in anderer Größe bezeichnen, wenn $w = 0$, r oder $x = b$ genommen wird, und alsdann wird E oder D daraus; das ist nun nach dem 65. S. Dichte der Erleuchtung für das mittelmste Element des Tisches, wenn die Höhe der Flamme darüber $= b$ ist: eben dasselbe ist nach dem 4. S. Dichte des auffallenden Lichts, und nach dem 6. S. Maas der Erleuchtung. Ich denke also, man sage lieber nie Dichte der Erleuchtung; die Sache, welche gemeint wird, ist immer Dichte des Lichts, und eben das, was der letzte Ausdruck sagen will, verstehtet man durch die Ausdrücke: Erleuchtung, Größe der Erleuchtung.

28. §.

Ueberdenkt man schließlich noch H. Karstners Vortrag im 57. bis 62. S. so könnte man leicht auf die Gedanken gerathen, es ließe
mit

mit allen photometrischen Grundsätzen auf was willkürliches hinaus,
 das mit demjenigen, was die gemeinste Erfahrung einen jeden lehrt,
 gar nicht übereinstimmt. H. K. sucht, welcher Ring von allen denje-
 nigen, worinn man die Fläche des Tisches getheilt annimmt, am
 stärksten erleuchtet, oder am hellsten sey: wäre aber H. K. bey dem
 sonst nicht allein im gemeinen Leben, sondern auch in der optischen
 Wissenschaften gewohnten Sprachgebrauch geblieben, und hätte er
 nicht die Ausdrücke: Erleuchtung, Helligkeit gebraucht, eine Sache
 zu bezeichnen, die sonst niemand so nennt; so hätte nicht allein jene
 Aufgabe gar nicht zur Frage kommen können, sondern es wären auch
 keine Auflösungen davon gegeben, wovon H. K. selbst sagen mußte,
 daß sie ganz willkürlich seyn, (m. s. den 61. S. der K. N.) Es ist
 von selbst klar, daß der im Mittelpunkt des Kreises Lothrecht unter
 der Lichtflamme in einen unendlich kleinen Kreis zusammengehende
 Ring der Hellste wäre, wenn die Kerze selbst, und der Leuchter,
 worauf sie steht, keinen Schatten dahin würfe; daß aber übrigens
 die Helligkeit der Ringe abnehme, je größer ihre Halbmesser werden.
 Im 32. S. sagt H. K. das alles selbst: „ein Element Pp , daß dem
 „Mittelpunkt A näher liegt, ist stärker erleuchtet, als ein anderes
 „ Mm , das von Mittelpunkt A weiter entfernt ist.“ Was von
 Pp gilt, das gilt von allen Elementen, die um denselben Abstand
 AP von A entfernt sind, und was von Mm gilt, das gilt von al-
 len, wozu die Entfernung AM gehört: mithin wird auch H. K.
 selbst nicht in Abrede seyn, daß jeder Ring, dessen Halbmesser klei-
 ner ist, heller sey, als ein anderer, wozu ein größerer Halbmesser
 gehört: wie kann also noch gefragt werden, welcher Ring am stärk-
 sten erleuchtet, oder welcher Ring am hellsten sey? wie kann noch
 irgend ein anderer, als der, dessen Halbmesser unendlich klein wäre,
 dafür angenommen werden? wofern die Rechnung auf so etwas leitet,
 so muß gewiß dabey etwas zum Grunde genommen seyn, das von
 den allgemein bekannten Begriffen des gemeinen Lebens abstimmt.

29. §.

In der That hat es auch mit den Gründen, worauf H. R. seine Rechnung bauet, diese und keine andere Bewandniß, und was dagegen zu erinnern ist, hat nunmehr H. Gerlach in seiner Erläuterung im 12. S. ganz richtig bemerkt. So wie die Ausdrücke: Menge einer Masse, und Dichtigkeit einer Masse, ganz verschiedene Begriffe bezeichnen, so ist es auch nicht einerley, ob man die auf eine Fläche fallende Lichtmenge, oder die Dichtigkeit des über der Fläche verbreiteten Lichts sucht: und wenn man die Helligkeit, Klarheit, Erleuchtung der Fläche suchen will, so muß man nicht die auf die Fläche fallende Lichtmenge, sondern die Dichtigkeit des auffallenden Lichts suchen. Wenn sich aber H. Gerlach im 18. S. der Erläuterung 2c. Durch die Uebereinstimmung seiner gefundenen Regel mit der Karstnerischen, in wie weit beyde einerley Aufgabe haben Auflösen wollen, verleiten läßt, seine Regel nun um so mehr für ausgemacht richtig zu halten, so wird das bisherige dazu dienen können, ihn von dem Gegentheil zu überzeugen. Gesezt aber, es wäre auch darum zu thun gewesen, die auf jeden Ring, und daraus die auf den ganzen Kreis fallende Strahlenmenge zu finden; so hätte doch für die auf den Ring fallende Strahlenmenge aus dem 44. S. die Formel $2\pi b^2 D \sin w. dw$ behalten werden müssen. (Diese Strahlenmenge verhielte sich wie $2\pi b^2 D. \sin w. \cos w. dw$, wenn in C eine unendlich kleine mit dem Kreise $LMON$ parallele leuchtende Ebene, keine Lichtflamme angenommen wäre, worüber noch unten einige Anmerkungen folgen werden. (m. s. den 45. 47. S.)) Die Integration dieser Formel giebt für den ganzen Kreis die Strahlenmenge $= 2\pi b^2 D (1 - \cos w) = 2\pi b^2 D \sin v. w$, wie oben im 15. S. Daselbst ist schon bemerkt, wie es auch ohne alle Rechnung von selbst einleuchtend sey, daß die auf den Kreis fallende Strahlenmenge einerley seyn müsse mit denjenigen, die auf das Stück der Kugelfläche $F B G$ fällt, welches mit der erwähnten Formel übereinstimmt.

30. §.

Weil $\text{Tang } w = \frac{x}{c}$ ist, so hat man $\frac{dx}{c} = \frac{dw}{\cos w}$, $\cos w = \frac{c}{\sqrt{c^2 + x^2}}$, $\sin w = \frac{x}{\sqrt{c^2 + x^2}}$, mithin $dw = \frac{dx \cos w}{c} = \frac{c dx}{c^2 + x^2}$, $\sin w \cdot dw = \frac{x dx}{c^2 + x^2}$, und die Formel $2\pi b^2 D \sin w dw$ verwandelt sich in folgende $\frac{2\pi b^2 D x dx}{(c^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$, so wie sie auch oben im 14. §. gefunden ist, wo S das war, was hier $b^2 D$ ist. Nimmt man dx als unveränderlich, oder alle Ringe gleich breit an; so kann man fragen, auf welchen Ring die größte Strahlenmenge falle? weil der Ausdruck $\frac{x}{(c^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$ nicht allein wenn $x = 0$, sondern auch wenn $x = \infty$ gesetzt wird, verschwindet. Das Differential hiervon $= 0$ gesetzt giebt $(c^2 + x^2)^{-\frac{3}{2}} - \frac{3}{2} x^2 (c^2 + x^2)^{-\frac{5}{2}} = 0$, also $1 - \frac{3x^2}{c^2 + x^2} = 0$, und $x = c\sqrt{\frac{1}{2}}$. Weil nun $\frac{x}{c}$ die Cotangente des Einfallswinkels ist, so muß selbige dem $\sin 45^\circ$ gleich seyn, und der Einfallswinkel selbst $= 54^\circ 44'$. Die Verläschische Aufgabe erforderte, daß die Tangenten des Einfallswinkels $= \sin 45^\circ$ sey, (21. §.) und der Einfallswinkel selbst $= 35^\circ 16'$. Demnach erfordert die eine dieser beyden Aufgaben einen Einfallswinkel, welchen derjenige, den die andere erfordert, zu 90° ergänzt.

Ob nun gleich die Voraussetzung, daß die Ringe gleich breit seyn sollen, hier wohl die natürlichste ist, so kann man doch auch mit H. K. den Winkel w in der Rechnung behalten, und fragen: auf welchen Ring die größte Strahlenmenge falle, bey der Voraussetzung, daß dw unveränderlich sey, welches die scheinbare Breite der Ringe wäre aus dem leuchtenden Punkt gesehen. Nun wird derjenige Ring die größte Strahlenmenge $2\pi b^2 D \sin w \cdot dw$ auffangen, für den $\sin w$ am größten ist, mithin allemahl der äußerste, weil x den Halbmesser des Tisches nicht übertreffen kann, das alles ließ sich auch ohne Rech-

nung voraus sehen, weil dz als die Differenz der Tangente des Winkels w für den Halbmesser c schnell wächst, wenn w um gleiche Differenzen anwächst. Wenn also gleich bey Ringen von größern Halbmessern die Menge der auffallenden Strahlen auf einen gleichen Flächenraum wegen des kleinern Einfallswinkels abnimmt, so nimmt doch die Menge der auf den ganzen Ring fallenden Strahlen um deswillen stärker zu, weil der Flächenraum des Ringes schnell zunimmt.

31. §.

Wenn es in der Ausübung von Nutzen wäre, so würde es keine Schwierigkeit haben, die Aufgabe des 14. §. allgemeiner aufzulösen, die erleuchtete Ebene Fläche möchte eine Gestalt haben, wie man wollte. Allemal würden die auffallenden Strahlen in dem Raum einer Pyramide, oder eines Kegelartigen Körpers enthalten seyn, wozu die erleuchtete Ebene als einer Grundfläche gehörte, und zwischen den Seitenflächen der auffallenden Strahlen-Pyramide, oder Fläche des Auffallenden Strahlenkegels wird ein Stück der Kugelfläche $D B E G$ (3. Fig.) enthalten seyn, worauf eben so viele Strahlen fallen würden, als die erleuchtete Ebene auffängt. Wenn auch gleich die erleuchtete Fläche nicht eben, sondern wie man will gestaltet wäre, so würden doch die Strahlen, welche den äußern Umfang der Fläche treffen, so weit sie von dem leuchtenden Punkt beschienen werden kann, ebenfalls in einem Kegelartigen Raum enthalten seyn, und zwischen der diesen kegelförmigen Raum umgränzenden Fläche, würde ein Stück der Kugelfläche $D B E G$ liegen, das mit der erleuchteten Fläche einerley Strahlenmenge auffänge. Es sey der Quadrat-Inhalt dieses Theils der Kugelfläche $= k^2$, den Halbmesser $= 1$ gesetzt, und die auf die erleuchtete Fläche fallende Strahlenmenge $= M$, so hat man $1 : k^2 = S : M$, und $M = k^2 S$.

32. §.

Wenn AGB (4. Fig.) dasjenige Stück der Oberfläche eines Körpers ist, wohin der leuchtende Punkt M Strahlen werfen kann, und man nimmt etwan in der Mitte der erleuchteten Fläche AGB , oder wo es sonst am bequemsten ist, einen bekannten Punkt G an, so kann die grade Linie MG als eine Axe des auffallenden Strahlenkegels betrachtet werden. Eine Ebene durch diese Axe gelegt, schneidet die Kugelfläche, so wie die erleuchtete Fläche, und giebt an M einen Winkel AMB , der als der scheinbare Durchmesser der erleuchteten Fläche in der schneidenden Ebene anzusehen wären, wenn das Auge in M stünden. Auf ähnliche Art, wie dieser Winkel einen Begriff giebt von der scheinbaren Länge oder Breite des erleuchteten Körpers nach einer gewissen Richtung genommen, kann der ganze innere Raum der Ecke oder conischen Spitze an M dienen, einen Begriff von der ganzen scheinbaren Ausdehnung des erleuchteten Körpers nach allen Seiten zu geben, wenn man sich vorstellt, er würde aus M gesehen. Dasjenige Stück $D F E$ einer um den Mittelpunkt M mit dem Halbmesser $= 1$ beschriebenen Kugelfläche, was innerhalb der Gränzen dieses Regel- oder pyramidenförmigen Raums liegt ist das Maaf der Ecke oder conischen Spitze an M , (3 §) mithin kann eben dieses Stück $D F E$ der Kugelfläche um M das Maaf der scheinbaren Größe oder Ausdehnung des erleuchteten Körpers nach allen Seiten abgeben, wenn die Stelle des Auges in M angenommen wird. Diesemnach verhält sich allemal die Menge aller Strahlen, welche von dem leuchtenden Punkt M nach allen Seiten ausgehen, zu der auf die erleuchtete Fläche AB fallenden Strahlenmenge, wie die ganze Kugelfläche zur scheinbaren Größe der erleuchteten Fläche aus M gesehen. Wenn S die oben angenommene Bedeutung behält, so ist $1 : 4\pi = S$ zur Menge alles Lichts, so ein leuchtender Punkt nach allen Seiten ausbreitet, und es wird diese

Lichtmenge $= 4\pi S$. Sie ist die möglichst größte, welche ein leuchtender Punkt auf eine erleuchtete Fläche werfen kann. Eine Ebene, und wenn sie gleich nach allen Seiten ins unendliche ausgebreitet wäre, könnte nur eine halb so große Lichtmenge $= 4\pi S$ auffangen.

T h e o r i e

Der Erleuchtung, wenn das Licht von einer leuchtenden Fläche ausgehet.

33. §.

Alle Strahlen, (1. Fig.) die von dem leuchtenden Punkt L nach allen Seiten ausgehen, sind bisher als einfache Strahlen betrachtet worden, und zugleich als solche, wovon ein jeder LE den dazu gehörigen Punkt E der Kugelfläche, die um L als einen Mittelpunkt angenommen wird, so stark als jeder andere LF den dazu gehörigen Punkt F erleuchtet. Wenn dagegen (5. Fig.) L eine unendlich kleine leuchtende Ebene ist, so muß man sich von der Art, wie selbige den um sie her befindlichen Raum erleuchtet, eine andere Vorstellung machen. Und L als einen Mittelpunkt sey eine Kugelfläche beschrieben, und die unendlich kleine Ebene Ll sey nach allen Seiten erweitert, so wird sie die um L beschriebene Kugelfläche in zwei Halbkugeln theilen, wovon BAC eine vorstellt, nimmt man nun die unendlich kleine Ebene Ll nur auf der nach A gekehrten Seite leuchtend an, wie geschehen muß, wenn Ll ein Element der Oberfläche eines leuchtenden Körpers vorstellt; so wird alles Licht, was von Ll kommt, in dem Raum der Halbkugel CAD ausgebreitet seyn. Ob nun gleich diese Ebene Ll nur eine unendlich kleine Ausdehnung hat, so kann man sich doch die Sache so vorstellen, als wenn sich in derselben mehrere Punkte unterscheiden ließen, und von jedem

jedem

jedem dieser Punkte Licht nach allen Richtungen ausgienge. Von jedem Punkt in Ll wird also ein einfacher Strahl auf jeden Punkt M der Kugelfläche fallen, und alle diese in M zusammengehenden Strahlen sind in dem Pyramiden-oder Kegelförmigen Raum LMl enthalten. Weil übrigens Ll in Vergleichung mit LM unendlich klein angenommen wird, so sind alle auf M fallende Strahlen als parallel zu betrachten, die unter einerley Winkel CLM von Ll ausgehen, und diesen Winkel werde ich mit H . Lambert den Ausflußwinkel nennen.

34. §.

Es sey also LAl ein Strahlenkegel, der von Ll senkrecht ausgehet, so wie LMl unter dem schiefen Winkel CLM . Wären nun alle Punkte in Ll vollkommen durchsichtig, so fiel auf M so viel Licht, als auf A : wenn aber Ll nicht durchsichtig ist, wie man voraussetzen muß, wenn Ll ein Element der Oberfläche eines leuchtenden Körpers ist, so fällt auf M weniger Licht, als auf A weil die seitwärts nach l zuliegenden Punkte von demjenigen Licht etwas aufhalten, was die nach L zuliegenden Punkte nach M schicken würden. So ist klar, daß nach C gar kein Licht mehr hinkommen kann, weil jeder Punkt, wie w , durch alle diejenigen, die zwischen w und l liegen, durchscheinen müße, wenn nach C Licht hinkommen sollte. Eben so müßte jeder Punkt w zum Theil durch die seitwärts nach l zuliegenden Punkte durchscheinen, wenn nach M eben so viel Licht, als nach A kommen sollte. Nach A zu, kann jeder einfache Strahl frey ausgehen, ohne daß die seitwärts liegenden Punkte das nach dieser Richtung ausgehende Licht wegen ihrer Undurchsichtigkeit vermindern.

Auch hier kann man, wie im 9. §. das Element Ll als ein unendlich kleines Rechteck betrachten, dessen eine Seitenlinie Ll ist, und

wovon die andere Seitenlinie Ll ist, und wovon die andere Seitenlinie durch l auf der Ebene CLA senkrecht ist. Wenn nun durch letztere eine Ebene auf LM senkrecht gesetzt wird, wovon das Stück $l\lambda$ zwischen den Gränzen der Strahlen-Pyramide LMl liegt, so kann auf M nicht mehr Licht fallen, als $l\lambda$ nach M schicken würde, wenn $l\lambda$ mit Ll einerley Glanz hätte. Alsdenn aber verhielte sich die Menge Lichts, welche Ll nach A schickt, zu derjenigen, welche $l\lambda$ nach M schickte, wie $Ll : l\lambda$; mithin verhält sich auch die Menge Lichts, welche Ll nach A schickt, zu derjenigen, welche M von Ll empfängt, wie $Ll : l\lambda = 1 : \sin CLM$.

Diesemnach ist die Menge des nach jeden Punkt M der Kugelfläche von Ll ausgehenden Lichts dem Sinus des Ausflußwinkels proportional.

35. §.

Nunmehr betrachte man auch ein Element Mm der Kugelfläche, das zwar unendlich klein angenommen werden muß, worinn man sich gleichwohl mehrere Punkte vorstellen kann, wovon jeder die Spitze einer auffallenden Pyramide zusammengehender Strahlen ist wie LMl , jedoch so, daß für alle diese Pyramiden der Ausflußwinkel einerley bleibt. Nun würde auch jeder Punkt des leuchtenden Elements Ll auf Mm einen Kegel oder eine Pyramide, aus einander gehender Strahlen, wie MLm werfen, wenn das Licht von jedem Punkt in Ll nach Mm ungehindert kommen könnte, ohne daß es wegen der Undurchsichtigkeit der nach l zu liegenden Punkte geschwächt würde. Die Menge des von jedem dieser Punkte auf Mm

fallenden Lichts wäre $= \frac{S \cdot Mm}{LM^2}$, wenn S den Glanz eines jeden dieser Punkte bedeutet, und alle gleich stark glänzend angenommen werden. Wenn demnach Aa dasjenige Element der Kugelfläche ist,

wo,

wohin das Licht von Ll unter einem rechten Winkel ausgehet; so fällt von jedem Punkt dieses leuchtenden Elements Ll auf Aa die Strahlenmenge $\frac{S, Aa}{AL^2}$, weil das dahin ausgehende Licht wegen der Undurchsichtigkeit der leuchtenden Fläche keinen Abgang leidet, und die gesammte Strahlenmenge, welche Ll nach Aa schickt, ist = $\frac{S. Aa}{AL^2} Ll$; denn die Menge der auf Aa fallenden Regel auseinander gehender Strahlen, wovon ALa , Ala , die beyden äußersten vorstellen, muß dem Element Ll proportional seyn. Auf Mm würde also die Strahlenmenge $\frac{S. Mm}{LM^2} Ll$ fallen, wenn Ll vollkommen durchsichtig wäre: wegen des Abgangs aber, den das von Ll schief ausgehende Licht leidet, weil Ll undurchsichtig angenommen wird, ist die Strahlenmenge, welche auf Mm fällt, = $\frac{S. Mm}{LM^2} Ll \sin CLM$. Diese auf Mm fallende Strahlenmenge durch die Fläche des Elements Mm dividirt, giebt die Dichtigkeit des über Mm verbreiteten Lichts, die Klarheit oder Erleuchtung des Elements Mm : mithin ist diese Erleuchtung des Elements $Mm = \frac{S. Ll \sin CLM}{LM^2}$.

36. §.

Aus diesen Schlüssen ergiebt sich, daß die Halbkugelfläche BAC nicht gleichförmig erleuchtet sey, wie in dem Fall, wenn man sich in ihrem Mittelpunkt einen einzigen leuchtenden Punkt vorstellt. Die Erleuchtung ist hier für jede Stelle der Kugelfläche dem Sinus des Ausflußwinkels proportional, weil sich LM für einerley Kugelfläche nicht ändert. Wenn aber gleich die Strahlenkegel LMl unter einem veränderlichen Winkel CLM von Ll ausgehen, so fallen sie doch auf die Kugelfläche senkrecht. Wosern dagegen die unendlich

$\propto$
kleine

Kleine Ebene Ll ihr Licht auf die Ebene Fläche DE wirft; so ist auch der Einfallswinkel LPD veränderlich. Fällt der unendlich kleine Strahlenkegel LMl senkrecht auf DE , so ist das Element Mm zugleich ein Element der Kugelfläche, wozu der Halbmesser LM gehört, mithin ist die Erleuchtung dieses Elements $= \frac{S. Ll. \sin CLM}{LM^2}$, und die Menge des auf Mm fallenden Lichts $= \frac{S. Ll. \sin CLM}{LM^2} \cdot Mm$.

Wenn ferner Pp ein anderes Element der Ebene DE ist, auf welches die Lichtkegel PLp , Plp , unter dem schiefen Winkel LPD fallen, so ist die Menge Lichts, welche jeder Punkt des leuchtenden Elements Ll nach Pp schickt $= \frac{S. Pp. \sin LPD}{LP^2}$, in der Voraussetzung, daß sich alles von jedem Punkt in Ll ausgehende Licht frey ausbreiten kann. In eben dieser Voraussetzung wäre die Menge Lichts, welche Ll nach Pp schickte, $= \frac{S. Pp. \sin LPD}{LP^2} \cdot Ll$: wegen der Undurchsichtigkeit des Elements Ll aber ist diese Lichtmenge in dem Verhältniß $1 : \sin CLP$ kleiner, mithin ist sie $= \frac{S. Pp. \sin LPD}{LP^2} \cdot Ll \sin CLP$, und die Dichtigkeit des über Pp verbreiteten Lichts, die Klarheit oder Erleuchtung des Elements Pp ist $= \frac{S. Ll. \sin CLP. \sin LPD}{LP^2}$.

37. §.

Von zween unendlich kleinen Ebenen (s. Fig.) Ll , Pp , schickt jede der andern einerley Menge Lichts zu, es mag die eine, oder die andere als leuchtend angenommen werden.

Beweis. Wenn Ll leuchtend ist, so ist die Lichtmenge, welche auf Pp fällt, $= \frac{S. Pp. \sin LPD.}{L P^2} \cdot Ll. \sin CLP. (36. S.)$

Wird dagegen Pp als leuchtend angenommen, so ist die Lichtmenge, welche auf Ll fällt, nach eben der Regel $= \frac{S. Ll. \sin CLP.}{L P^2} \cdot Pp. \sin LPD$, weil sich nur die Einfalls- und Ausflußwinkel verwechseln. Mithin ist die Menge Lichts, welche eine Ebene der anderen zuschickt in beyden Fällen einerley.

Wenn also beyde unendlich kleine Ebenen gleich groß sind, so ist auch die Erleuchtung in beyden Fällen einerley: widrigenfalls verhält sich die Erleuchtung, wie die erleuchtende Fläche. Wenn Ll leuchtend ist, so ist die Erleuchtung über $Pp = \frac{S. Ll. \sin CLP. \sin LPD.}{L P^2}$; wenn aber Pp leuchtend ist, so ist die Erleuchtung über $Ll = \frac{S. Pp. \sin CLP. \sin LPD.}{L P^2}$, und die erste verhält sich zur zweyten, wie $Ll : p p$.

38. §.

Wenn das Element Mm das von Ll ausgehende Licht senkrecht auffängt; so verhält sich die Erleuchtung, welche Mm von Ll empfängt, wie das Produkt der scheinbaren Größe des leuchtenden Elements Ll das Auge in M angenommen, in den Glanz des Elements.

Beweis. Die unendlich kleine auf LM senkrechte Ebene $L\lambda$ zwischen den Gränzen des auf M fallenden Strahlenkegels LMl ist auch als ein Element einer mit dem Halbmesser ML beschriebenen Kugelfläche zu betrachten, und so ist $\frac{l\lambda}{LM^2} = \frac{Ll. \sin CLM}{LM^2}$ das Maas des conischen oder pyramidenförmigen Raums LMl (4. S.)

und der scheinbaren Größe des Elements Ll aus M gesehen. (32. S.)

Es war aber die Erleuchtung dieses Elements $Mm = \frac{S. Ll. \sin CLM}{L M^2}$,

und $S.$ bezeichnet den Glanz eines jeden der Punkte, die man sich als zu dem Element Ll gehörig vorstellen kann, mithin den Glanz des Elements

selbst. Demnach verhält sich die Erleuchtung, wie $\frac{S. Ll \sin CLM}{L M^2}$,

oder wie das Produkt der scheinbaren Größe des Elements Ll aus M gesehen, in den Glanz des Elements.

39. §.

Wenn das Element Pp das von Ll ausgehende Licht schief auffängt, so ist die Erleuchtung dem Produkt der scheinbaren Größe des leuchtenden Elements P gesehen in den Glanz des Element und den Sinus des Einfallswinkels proportional.

Beweis. Die scheinbare Größe des Elements Ll aus P gesehen ist $= \frac{Ll. \sin CLP}{L P^2}$ (4. 32. 38. S.) und LPD ist der Einfallswinkels; mithin ist das Produkt der scheinbaren Größe des Elements Ll aus P gesehen, in den Glanz des Elements und den Sinus des Einfallswinkels $= \frac{S. Ll. \sin CLD. \sin LPD}{L P^2}$, und diesem Ausdruck ist die Erleuchtung, welche Pp von Ll empfängt, proportional (36. S.)

Bey einerley Glanz einerley scheinbaren Größe des leuchtenden Elements und einerley Einfallswinkel ist also die Erleuchtung einerley.

40. §.

Die Strahlenmenge, welche das leuchtende Element
 Ll

Ll der unendlich kleinen Ebene Pp zu schickt, verhält sich wie das Produkt der scheinbaren Größe des erleuchteten Elements Pp aus L gesehen in den Sinus des Ausflußwinkels, den Flächen-Inhalt und Glanz des leuchtenden Elements.

Beweis. Die erwähnte scheinbare Größe ist $= \frac{Pp \cdot \sin LPD}{L P^2}$.
 (32. S.) Diese in den Sinus des Ausflußwinkels den Flächen-Inhalt und Glanz des Elements Ll multiplicirt giebt $\frac{S. Ll \cdot \sin CLP \cdot Pp \cdot \sin LPD}{L P^2}$,
 und diesem Produkt ist die auf Pp fallenden Strahlenmenge proportional. (36. S.)

Wenn also der Glanz nebst dem Flächen-Inhalt des leuchtenden Elements einerley ist, so verhält sich die Strahlenmenge, wie das Produkt der scheinbaren Größe des erleuchteten Elements aus L gesehen in den Sinus des Ausflußwinkels : und wenn auch die scheinbare Größe des erleuchteten Elements nebst dem Ausflußwinkel einerley ist, so ist die Strahlenmenge einerley.

41. S.

Wenn eine in allen ihren Elementen gleich stark glänzende Fläche (4. Fig.) AGB von endlicher Größe, die übrigens eben, oder wie man will gekrümmt seyn mag, die unendlich kleine Ebene Mm erleuchtet ; so ist die Erleuchtung, welche Mm empfängt, eben so groß, als sie seyn würde, wenn zwischen den Gränzen des auffallenden Strahlenkegels AMB eine andere eben so stark glänzende Fläche $HO K$ befindlich wäre, die ihr Licht nach Mm schickt.

Beweis. Es sey Ll ein Element der leuchtenden Fläche AGB , so ist zwischen den Gränzen der auf Mm fallenden Strahlen-Pyramide

mitte $L M l$ ein Element $Q q$ der Fläche $H O K$ enthalten, und beyde Elemente $L l$, $Q q$, haben einerley scheinbare Größe aus M gesehen, auch würde das Licht von $Q q$ unter eben dem Einfallswinkel auf $M m$ fallen, unter welchem es von $L l$ auffällt. Mithin würde $M m$ von $Q q$ so stark erleuchtet seyn, als von $L l$, (39. S.) Wäre aber die ganze Fläche $A G B$ in unendlich kleine Elemente wie $L l$ getheilt, so würden die von allen diesen Elementen auf $M m$ fallenden Strahlen-Pyramiden die Fläche $H O K$ in eben so viele Elemente theilen, und jedes Element in $A G B$ würde mit dem dazu gehörigen Element in $H O K$ einerley scheinbare Größe haben, das Auge in M angenommen, auch würde der Einfallswinkel für jede zwey dergleichen zusammen gehörige Elemente einerley seyn. Mithin würde jedes Element in $H O K$ eben so stark als das dazu gehörige Element in $A G B$ erleuchten: folglich muß auch die Summe der Erleuchtungen, welche alle Elemente zusammen in $H O K$ auf $M m$ werfen, so groß seyn, als die Summe der Erleuchtungen, welche $M m$ von allen Elementen in $A G B$ zusammen empfängt, oder die ganze Fläche $H O K$ muß $M m$ eben so stark, als $A G B$ erleuchten.

42. S.

Wenn die unendlich kleine Ebene $M m$ leuchtend ist, und ihr Licht auf eine Fläche $A G B$ von willkührlicher Gestalt und Größe wirft; so fängt $A G B$ eine eben so große Strahlenmenge auf, als jede andere Fläche $H O K$ zwischen den Gränzen des von $M m$ auf $A G B$ fallenden Strahlenkegels auffangen würde.

Beweis. Es sey wiederum $L l$ ein Element der Fläche $A G B$, und zwischen den Gränzen der auffallenden Strahlen-Pyramide $L M l$ sey das Element $Q q$ der Fläche $H O K$ enthalten, so haben die Elemente $L l$, $Q q$, einerley scheinbare Größe aus M gesehen, und für beyde

beide ist der Ausflußwinkel einerley, mithin auch die auffallende Strahlenmenge. (40. S.) Man kann aber die ganze Fläche AGB in Elemente wie Ll eintheilen, so wird dadurch die auffallenden Strahlen-Pyramiden $HO K$ in eben so viele Elemente getheilt, für paar zusammen gehöriger Elemente ist die scheinbare Größe und der Ausflußwinkel einerley, mithin auch die auffallenden Strahlenmenge: also muß die ganze Fläche $HO K$ eine eben so große Strahlenmenge als AGB auffangen.

43. S.

Jede leuchtende Fläche (4. Fig.) AGB oder $HO K$ wirft so viel Licht auf eine unendlich kleine Ebene Mm , als die letztere, wenn sie leuchtend wäre, auf erstere werfen würde.

Beweis. Um den Mittelpunkt M sey eine Kugelfläche mit dem Halbmesser $= 1$ beschrieben, wovon das Stück $D F E$ zwischen den Gränzen des auf Mm fallenden Strahlenkegels liegt, so wirft $D F E$ so viel Licht, auf Mm , als AGB oder $HO K$ dahin werfen würden. (41. S.) Umgekehrt, wenn Mm leuchtend ist, so wirft Mm so viel Licht auf AGB , oder $HO K$, als Mm auf $D F E$ werfen würde, (42. S.) Nun sey Nn ein Element von $D F E$, so empfängt Mm von Nn die Erleuchtung $S. Nn. \sin NMm$, und dieser Ausdruck für alle Elemente in $D F E$ summirt, giebt die Erleuchtung, welche Mm empfängt $= S. \int Nn. \sin NMm$, mithin die auf Mm fallende Strahlenmenge $= S. Mm. \int Nn. \sin NMm$. Umgekehrt würde Mm auf Nn die Strahlenmenge $S. Nn. Mm. \sin NMm$ werfen, mithin auf alle Elemente in $D F E$ zusammen die Strahlenmenge $S. Mm. \int Nn. \sin NMm$, welche der vorigen gleich ist.

Aus dem 37. S. läßt sich eben der Satz auch ganz kurz so herleiten

leiten. Jedes Element Ll wirft auf Mm so viel Licht, als Mm bey einerley Glanz auf Ll werfen würde. Mithin müssen alle Elemente Ll zusammen auf Mm so viel Licht werfen, als Mm über alle Elemente Ll zusammen verbreiten würde: das heißt Mm empfängt von der ganzen Fläche AGB so viel Licht, als umgekehrt Mm der ganzen Fläche AGB zuschicken würde.

44. §.

Jede leuchtende Fläche (6. Fig.) AB wirft auf jede andere Fläche CD so viel Licht, als umgekehrt letztere, wenn sie leuchtend und eben so stark glänzend als AB wäre, auf AB werfen würde.

Beweis. Auf jedes Element Mm von CD wirft AB so viel Licht, als umgekehrt Mm auf AB werfen würde. (43. §.) Mithin wirft AB auf alle Elemente Mm zusammen so viel Licht, als letztere zusammen umgekehrt auf AB werfen würden: d. i. AB wirft auf CD so viel Licht, als umgekehrt CD auf AB werfen würde.

In den dreyen letzten Sätzen des 42. 43. 44. §. ist nur von der Menge Lichts die Rede, welche eine Fläche der andern zuschicken würde, keinesweges von der Erleuchtung.

45. §.

Die Halbkugelfläche BAC ist leuchtend, und wirft ihr Licht auf das Element Ll , welches mit Mittelpunkt der Halbkugel auf ihrer Axe $L. A.$ senkrecht ist: man sucht die Erleuchtung des Elements Ll , welche es von jedem gegebenen Segment MAN der Kugelfläche, das zur Axe AL gehört, empfängt.

Auflösung. Wenn MN und mn ein Paar zur Axe AL gehö-

gehörige Parallellkreise vorstellen, deren Entfernung von einander unendlich klein ist; so liegt zwischen beyden eine Zone $Mm n N$ der Kugel-
fläche, und von allen Punkten dieser Zone fällt das Licht auf Ll
unter einerley Einfallswinkel CLM , so wie überall der Ausfluß-
winkel $= 90^\circ$ ist. Der Flächen-Inhalt des Segments MAN ist
 $= 2\pi r^2 \sin \alpha$, wenn $ALM = \alpha$ gesetzt wird, also die Fläche der
Zone $MN n m = 2\pi r^2 \delta \alpha \sin \alpha$; und weil der Einfallswinkel CLM
 $= 90^\circ - \alpha$ ist, so hat man die Erleuchtung, welche die Zone MN
 $n m$ nach $B l$ schickt, $= 2\pi S \delta \alpha \sin \alpha \cos \alpha$. (36. S.) das Integral
hievon so genommen, daß es mit α zugleich verschwindet, ist $= \pi S$
 $\sin \alpha^2$, und dasselbe drückt die Erleuchtung aus, welche das Seg-
ment MAN nach $L l$ schickt: wird $ALM = \alpha = 90^\circ$ angenom-
men, so findet man für die völlige Halbkugel die Erleuchtung $= \pi S$.

Weil die Fläche des Kreises $MN = \pi r^2 \sin \alpha^2$ ist, und die
Erleuchtung, welche das Segment MAN nach $L l$ schickt, $= \pi S$
 $\sin \alpha^2$, so ist selbige der Grundfläche dieses Segments proportional
nicht der Kugel- π fläche des Segments.

Könnten die Strahlen allen senkrecht auf $L l$ fallen, so wäre
die Erleuchtung, welche jede Zone $Mm n N$ dahin schickte, $= 2 S \pi$
 $\delta \alpha \sin \alpha$, und die gesammte vom Segment MAN dahin fallende Er-
leuchtung wäre $= 2\pi S \sin \alpha$, mithin wäre sie der Kugel- π fläche des
Segments proportional. Sie ist aber wegen der Schiefe der Ein-
fallswinkel $= \pi S \sin \alpha^2$; und weil man $\sin \alpha^2 = 1 - \cos \alpha^2 = 1 -$
 $(1 - \sin \alpha)^2 = 2 \sin \alpha - \sin^2 \alpha$ erhält, so ist eben diese Er-
leuchtung, welche $L l$ von dem Segment MAN empfängt, $= 2\pi S$
 $\sin \alpha - \pi S \sin^2 \alpha$. Der positive Theil wäre die Erleuchtung,
wenn die Schiefe der Einfallswinkel die Erleuchtung nicht schwächte,
und eben die von dieser Ursache herrührende Verminderung ist $= \pi S$
 $\sin^2 \alpha$. Dieser negative Theil verschwindet in Vergleichung des
positiven, wenn α unendlich klein angenommen wird; so lange dem-

nach das erleuchtende Segment, wie a A α als unendlich klein betrachtet werden kann, so lange ist die Erleuchtung der Fläche desselben proportional.

46. §.

Wird der Flächen-Inhalt des Elements $Ll = \alpha^2$ gesetzt, so ist die Strahlenmenge, welche das Segment MAN auf Ll wirft, $= w^2 \cdot \pi S \cdot \sin \alpha^2$. Eben so viel Licht würde das Element Ll , wenn es leuchtend, und eben so stark glänzend wäre, über die Fläche des Segments MAN verbreiten. (43. §. Diese Strahlenmenge ist also ebenfalls nicht der Fläche des Kugelsegments MAN , sondern der Grundfläche desselben MON proportional, und diejenige Lichtmenge, welche das Element Ll über die völlige Halbkugel verbreitet, ist $= w^2 \cdot \pi \cdot S$.

Wenn alles Licht, das von jedem Punkt des Elements Ll kommt, sich ungehindert nach allen Seiten ausbreiten könnte, ohne daß wegen der Undurchsichtigkeit des Elements das schief ausgehende Licht Abgang litte, so wäre die Strahlenmenge, welche die Zone $MmnN$ auffänge $= \frac{w^2 \cdot S \cdot MmnN}{r^2} = 2w^2 \pi S \sin \alpha$, und die gesammte Strahlenmenge, welche das Segment MAN auffänge, wäre $= ew^2 \pi S \sin \alpha$: mithin eben so groß, als die Strahlenmenge, die MAN nach Ll schicken würde, wenn die Schiefe der Einfallswinkel des Licht nicht schwächte, so wie es hier die Schiefe der Ausflußwinkel schwächt: die von Ll ausgehende auf MAN fallende Strahlenmenge wäre der Fläche des Segments MAN proportional, wie auch für sich klar ist. Wie nun die auf MAN würcklich fallende Strahlenmenge $= w^2 \cdot \pi S \sin \alpha^2 = w^2 \pi S (2 \sin \alpha - \sin \alpha^2)$ ist, so zeigt hier der negative Theil die von der Schiefe der Ausflußwinkel herrührende Verminderung der Strahlenmenge an. Wenn diese

Ur=

Ursache das Licht nicht schwächte, so wäre die Lichtmenge, welche Ll über die völlige Halbkugel verbreitete, $= 2w^2 \pi S$, mithin doppelt so groß, als sie wegen der Schiefe der Ausflußwinkel ist.

47. §.

Die Menge Lichts, welche ein einziger leuchtender Punkt L (1. Fig.) um sich her verbreitet, mithin auch diejenige, so er auf einen bestimmten Theil der um denselben beschriebenen Kugelfläche wirft, ist oben als eine endliche Größe in der Rechnung betrachtet worden, (1 — 14 S.) und dies war daselbst verstattet, weil die von dem einzigen Punkt ausgehende Lichtmenge allein in Betrachtung kam, und die gesammte von einem solchen Punkt ausgehende Lichtmenge nur mit ihren Theilen verglichen ward. Gesezt also, daß es auch in der Natur keine leuchtende Punkte gäbe, worauf man jene Rechnungen anwenden könnte, so ließ sich doch eine kleine Lichtflamme, ohne sehr zu fehlen, als ein leuchtender eben so stark glänzender Punkt betrachten, als alle in der Lichtflamme zu unterscheidende Punkte zusammen genommen: auch war die Menge Lichts, welche eine solche Flamme nach allen Seiten um sich her verbreitet, und die sie auf jeden von ihr erleuchtete Fläche wirft, wirklich endlich. Hier wird die Menge Lichts, welche ein Element einer leuchtenden Fläche, wie Ll , um sich her verbreitet, als unendlich klein in der Rechnung betrachtet, und zwar dies in Vergleichung mit derjenigen Menge, welche die ganze Fläche, wozu das Element gehört, nach allen Seiten verbreitet. Von dieser zu letzt erwehnten Lichtmenge fällt wiederum auf jedes Element der erleuchteten Fläche nur ein unendlich kleiner Theil.

Es sey (6. Fig.) AB die leuchtende, CD die erleuchtete Fläche, so ist die Lichtmenge, welche jedes Element Mm der Fläche CD von AB empfängt, ein unendlich kleiner Theil von derjenigen, welche die ganze Fläche CD von AB empfängt. Wiederum ist die

jenige Lichtmenge, welche Mm von einem Element Ll der Fläche AB empfängt, ein unendlich kleiner Theil von derjenigen Lichtmenge, welche die ganze Fläche AB auf das Element Mm wirft. Wenn M die gesammte Lichtmenge ist, welche AB auf CD wirft, so ist dM diejenige Menge, welche Mm empfängt, und $\frac{dM}{Mm}$ die Erleuchtung des Elements Mm , welche von AB herrührt. Damit diese endlich sey, müssen dM und Mm unendlich kleine Größen seyn, die zu einerley Ordnung gehören. Man setze also $\frac{dM}{Mm} = \mathcal{F}$, so ist $\mathcal{F}$ die Erleuchtung des Elements Mm , und $dM = \mathcal{F} \cdot Mm$. Ob nun gleich diese Lichtmenge in Vergleichung mit derjenigen, welche AB auf CD wirft, unendlich klein ist, so ist doch in Vergleichung mit jener wiederum diejenige unendlich klein, welche ein Element Ll der Fläche AB auf Mm wirft. Wird also L statt $\mathcal{F} \cdot Mm$, oder statt dM geschrieben, so wirft Ll auf Mm die Lichtmenge $dL = d\mathcal{F} \cdot Mm$, und die Erleuchtung, welche Mm von Ll empfängt, ist $\frac{dL}{Mm} = d\mathcal{F}$. So begreift man, wie die Erleuchtung welche Lm von AB empfängt, als die Summe der Erleuchtungen betrachtet werden könne, welche alle Elemente der Fläche AB nach Mm schicken, wie also $\mathcal{F}$ durch die Integralrechnung gefunden werden könne, wenn $d\mathcal{F}$ bekannt ist. Aus $\mathcal{F}$ wird alsdenn ferner die Strahlenmenge $M = \int \mathcal{F} \cdot Mm$ gefunden.

48. §.

Ob nun gleich dieser Vorstellung gemäß, die Lichtmenge, welche ein Element einer leuchtenden Fläche um sich her verbreitet, als unendlich klein in der Rechnung zu betrachten ist; so ist doch das, was bisher der Glanz des Elements genannt, und in den Formeln mit S bezeichnet ist, als eine endliche Größe in der Rechnung zu betrachten. Eigentlich hat es damit folgende Bewandnuß. Man stellt sich

sich vor, daß von jedem Punkt (5. Fig.) L des Elements Ll nach allen Seiten Strahlen ausgehen, und zwar so, daß für jeden Punkt diese nach allen Seiten ausgehende Strahlenmenge einerley ist, weil wenigstens für einerley Element alle dazu gehörige Punkte als gleich stark glänzend angenommen werden; gesetzt, daß auch verschiedene Elemente der ganzen leuchtenden Fläche nicht einerley Glanz hätten. Ist diese von jedem Punkt ausgehende Strahlenmenge doppelt so groß, so ist das Element doppelt so stark glänzend, und überhaupt verhält sich der Glanz des Elements wie die von jedem Punkt des Elements ausgehende Strahlenmenge. Ob nun gleich wegen der Schiefe der Ausflußwinkel, das Element nur halb so viel Licht in dem Raum einer Halbkugel verbreiten kann, als geschehen würde, wenn das Element vollkommen durchsichtig wäre, und jeder Punkt sein Licht nach allen Seiten frey und gleichförmig verbreiten könnte; so ist doch bey dem doppelten Glanz diese durch den Raum einer Halbkugel verbreitete Lichtmenge, der Schiefe der Ausflußwinkel ungeachtet, doppelt so groß, und bey dem m -fachen Glanz m mal so groß, als bey dem einfachen Glanz. Sind zwey gleich große Elemente ungleich stark glänzend; und verhält sich der Glanz des ersten zum Glanz des zweyten, wie $m : n$, so ist der Glanz des ersten $= \frac{m}{n}$, wenn der Glanz des letzten

$= 1$ angenommen wird. Setzt man alsdenn $\frac{m}{n} = S$, so ist S eine Zahl, keine Linie oder Fläche. Es ist nemlich S der Exponent des Verhältnüßes der Strahlenmenge, welche das erste Element in den Raum einer Halbkugel ausbreiten würde, zur Strahlenmenge, welche das zweyte Element in einen gleichen Raum ausbreitet. Wenn also gleich die Strahlenmenge, welche ein solches Element durch den Raum einer Halbkugel ausbreitet, hier als unendlich klein in der Rechnung vorkommt; so kann doch das Verhältnüß der Strahlenmengen, welche zwey gleich große Elemente auf diese Art ausbreiten, jedes endliche seyn, und dasselbe ist mit dem Verhältnüß des Glanzes bey

der Elemente einerley. Diesemnach behält der Buchstab S in den Formeln, woraus die Rechnung geführt werden muß, wenn das Licht von einer leuchtenden Fläche ausgehet, eine völlig übereinstimmige Bedeutung mit derjenigen, die er oben im 10 S. hatte, woselbst das Licht nur betrachtet war, in wosfern es von einem leuchtenden Punkt ausgehet.

49. S.

Es sey nun (4. Fig.) AB eine leuchtende Fläche, die ihr Licht auf die Fläche RS wirft, ferner sey Mm ein Element der erleuchteten Fläche RS , dessen Stelle in der Fläche als bekannt angenommen wird. Zuerst kann man fragen:

Wie groß die Erleuchtung sey, welche jedes Element wie Mm von der leuchtenden Fläche AB empfängt?

Hiernächst aber auch:

Wie groß die gesammte Menge Licht sey, welche die leuchtende Fläche AB der Fläche RS zuschickt?

Um die erste Aufgabe aufzulösen, betrachte man ein Element Ll der leuchtenden Fläche AB , und setze die Erleuchtung, welche Mm von Ll empfängt, $= DI$, den Ausflußwinkel $lLM = y$,

den Einfallswinkel $LMm = d$, so ist $dI = S. \frac{Ll \sin y \sin d}{ML^2}$ Mit

dem Halbmesser $MD = r$ sey eine Kugelfläche um M beschrieben, und $D F E$ sey das Stück von ihr, welches zwischen den Gränzen der Strahlen Pyramide AMB enthalten ist, welche die Fläche BB auf M wirft, Nn aber das Stück eben der Kugelfläche, was zwischen den Gränzen der Strahlenpyramide enthalten ist, die aus Ll auf

auf M fällt; so ist $Nn = \frac{Ll \sin y}{ML^2}$ die scheinbare Größe des Elements Ll . Wenn also $Nn = d\mu$ gesetzt wird, so ist $dI = S d\mu \sin \vartheta$, und weil $d\mu$, als ein Element einer Kugelfläche, deren Halbmesser $= 1$ ist, kein Element einer Linie oder Fläche, sondern einer Zahl ist; (wie denn auch der Ausdruck $\frac{Ll \sin y}{ML^2}$ eine Zahl ist, weil Ll und ML^2 Flächen sind,) so wird auch das Integral $I = \int S d\mu \sin \vartheta$ eine Zahl, welche die Erleuchtung ausdrückt, die Mm von einem unbestimmten Theil der Fläche AB empfängt, welches man sodann leicht für die ganze Fläche ausdehnt. Hiebey ist noch zu bemerken, daß S bey der Rechnung als veränderlich zu betrachten wäre, wenn nicht alle Elemente der leuchtenden Fläche einerley Glanz hätten, sondern ihr Glanz sich nach einem bekannten Gesetz änderte, und von der Stelle eines jeden Elements in der Fläche abhänge. Wosern aber alle Elemente einerley Glanz haben, so ist $I = S \cdot \int d\mu \sin \vartheta$.

Ist I gefunden, so läßt sich auch die zweyte vorhin erwähnte Aufgabe vermittelst der Integralrechnung auflösen. Man setze nämlich das Element Mm der erleuchteten Fläche $= dx$, so ist die auf Mm fallende Strahlenmenge $= Idx$. Diese sey $= dM$, so hat man $dM = Idx$, oder $dM = dx \int S d\mu \sin \vartheta$, woraus durch die Integration $M = \int Idx$ gefunden wird, und das ist die Strahlenmenge, welche AB auf einen unbestimmten Theil der Fläche RS wirft, den man nach der Integration auf die ganze Fläche ausdehnt.

Es sind demnach die beyden Gleichungen $dI = d\mu \sin \vartheta$, und $dM = Idx$, oder $dM = dx \int d\mu \sin \vartheta$, als die Fundamentalgleichungen der ganzen Photometrie zu betrachten, und es kommt bey Auflösung photometrischer Aufgaben nur auf eine geschickte Anwendung dieser Gleichungen an, die freylich oft ihre große Schwierigkeit hat: indessen hat Hr. Lambert dazu eine überaus schöne Anleitung gegeben,

ben, und ich begnüge mich nur einige allgemeine hieher gehörige Anmerkungen beizufügen.

50. §.

Ein leuchtender Körper, der sein Licht auf ein solches Element, wie Mm , wirft, mag eine Gestalt haben, welche er wolle, so kann man doch allemal M als die Spitze eines Pyramiden- oder Kegelförmigen Körpers betrachten, dessen Seitenflächen, oder in M zusammen laufende Seitenlinien den leuchtenden Körper um und um berühren: in dem innern Raum dieses nach M zugespitzten Körpers wird alles Licht enthalten seyn, was der leuchtende Körper nach M schickt: so wie zwischen den ihn umgebenden in M zusammenlaufenden Gränzen das Stück der Oberfläche des leuchtenden Körpers enthalten ist, welches allein, mit Ausschließung des übrigen von M abgewandten Theils, Licht nach M schicken kann. Statt dieser das Element Mm erleuchtenden Fläche läßt sich allemal eine andere zwischen den Gränzen desselben zugespitzten Raums enthaltene Fläche annehmen, die bey einerley Glanz mit $A B$ das Element Mm eben so erleuchten wurde: (41. S.) und da würde man wohl am natürlichsten eine solche Fläche zu wählen suchen, worauf sich die Rechnung am leichtesten anwenden ließ, wenn nicht die Gleichung $dI = S \sin \theta$ schon von selbst darauf leitete, eine Kugelfläche DFE dafür anzunehmen, deren Mittelpunkt in M liegt, und deren Halbmesser $= 1$ ist. Wenn nun gleich nicht alle Elemente der Fläche ASB einerley glanz hätten; so wird doch zwischen den Gränzen der von jedem Element Ll auf Mm fallenden Strahlenpyramide ein Element Nn der Kugelfläche DFE enthalten seyn, welches Mm eben so stark, als Ll erleuchtet, wenn man voraussetzt, daß Nn und Ll einerley Glanz haben. (39. S.) Mithin wird auch die gesammte Erleuchtung, welche Mm von AGB empfängt, eben so groß seyn, als diejenige, welche Mm von DFE empfangen würde.

Die

Die Gestalt und Größe dieses Kugelstücks DE wird von der Gestalt und Größe der körperlichen Ecke, oder comischen Spitze um M abhängen. Wenn die Fläche, welche die Ecke oder Spitze M umgiebt, eine grade apollonianische Kegelfläche ist, wie sie allemal seyn wird, wenn die scheinbare aus Mm gesehene äußere Gränze der leuchtenden Fläche AB kreisförmig, und die Ebene dieses Kreises auf der graden Linie durch ihren Mittelpunkt und M senkrecht ist; so ist auch das Kugelstück DFE von einem Kreise eingeschlossen, und es ist selbst ein Segment der Kugel. Wenn aber die Spitze M eine von ebenen Flächen eingeschlossene körperliche Ecke ist, wie sie seyn wird, wenn die äußere Gränze der leuchtenden Fläche AB eine ebene Figur ist, so ist das Kugelstück DFE von so vielen Bogen größter Kreise eingeschlossen, als AB grade Seitenlinien hat, und die auf M fallenden Strahlen sind im Raum einer eigentlichen Pyramide enthalten.

51. §.

Die äußere Gränze der leuchtenden Fläche sey also kreisförmig, und die Fläche, welche die auf M fallenden Strahlen umschließt, eine grade apollonianische Kegelfläche; so ist das eben so stark, als AB erleuchtende Kugelstücke DFE ein Segment, dessen Umfang so lange ein kleinerer Kreis der Kugel bleibt, als das Segment selbst kleiner ist, als eine Halbkugel. Die Ase dieses Segments wird durch M gehen, weil der dazu gehörige Mittelpunkt in M angenommen wird, auch geht eben diese Ase durch den Mittelpunkt C der kreisförmigen Grundfläche des Segments, worauf sie zugleich senkrecht ist. Uebrigens aber kann das Element Mm gegen die auffallenden Strahlen sehr viele verschiedene Lagen haben, und in keiner angenommenen Lage desselben, sie sey, welche sie wolle, können alle Strahlen unter einerley Winkel auffallen: doch ist die Lage aller auffallenden

V Strah

Strahlen gegen das Element bestimmt, wenn die Lage der Aze des auffallenden Strahlenkegels gegen das Element bestimmt ist.

Steht diese Aze auf dem erleuchteten Element senkrecht, so hat man den Vortheil, daß alle Strahlen, welche von Puncten des Segments kommen, die im einerley zu Aze MF gehörigen Parallelkreise liegen, unter einerley Winkel Mm fallen. Uebrigens kann man sich das Segment durch dergleichen Parallelkreise, deren Abstand von einander unendlich klein ist, in Zonen eingetheilt vorstellen, so fallen alle Strahlen, die von einerley Zone ausgehen, unter einerley Winkel auf Mm , und man wendet die Fundamentalgleichung $dI = S \sin \alpha \sin \theta$ leicht an, weil durch $S \sin \alpha$ die Fläche einer solchen unendlich kleinen Zone verstanden werden kann, da dann θ den Abstand dieser Zone von ihrem nächsten Pol zu 90° ergänzt. Im 45. S. ist dieser besondere Fall schon vorgekommen, und $I = \pi S \sin^2 \alpha$ gefunden worden, wenn α den scheinbaren Halbmesser des Segments aus M gesehen bezeichnet, und S für alle Elemente der leuchtenden Fläche einerley ist. Man kan dieß die senkrechte Erleuchtung kreisförmig scheinender leuchtender Flächen nennen.

Wird die Lage der unendlich kleinen Ebene Mm gegen die Aze des auffallenden Strahlenkegels schief angenommen, welches der Fall der schiefen Erleuchtung kreisförmig scheinender leuchtender Flächen ist; so ist nicht für jede zwischen zweyen zu dieser Aze gehörigen Parallelkreisen liegende unendlich kleine Zone der Einfallswinkel durchgängig einerley: alsdenn muß die von jeder einzelnen Zone herrührende Erleuchtung, zuörderst besonders gesucht werden, indem man sich diese Zone abermal in unendlich kleine Elemente eingetheilt vorstellt, da dann für jedes einzelne Element die Erleuchtung vermittlest der Gleichung $dI = S \sin \alpha \sin \theta$ gefunden wird. Die Summe dieser Erleuchtungen giebt die von der Zone herrührende Erleuchtung

tung, und wenn man hiernächst aufs neue die Erleuchtungen aller Zonen summirt, so giebt sich die ganze gesuchte Erleichtung.

52. §.

Meine Absicht ist jetzt nicht, die Fälle genauer zu erörtern, wenn die auffallende Strahlenkegel kein grader Kegel, oder auch der Umfang der leuchtenden Fläche, die ihre Strahlen nach M wirft, nicht kreisförmig ist. nur habe noch folgende allgemeine Maxime beizufügen, welche mich auf einige hieher gehörige vielleicht nicht überflüssige Anmerkungen leiten wird. Allemal kann man sich eine gerade Linie, wie MG durch die Mitte, oder sonst einen bekannten Punkt innerhalb der leuchtenden Fläche vorstellen, und sie als die Axe der auffallenden Strahlenpyramide betrachten. Eine Ebene durch diese Axe gelegt schneidet die Pyramiden- oder Kegelfläche, und giebt an M einen Winkel, der als der scheinbare Durchmesser der leuchtenden Fläche in der schneidenden Ebene genommen anzusehen wäre, wenn das Auge in M stünde, und dasjenige Stück einer mit dem Halbmesser $= 1$ aus dem Mittelpunkt M beschriebenen Kugelfläche, was innerhalb des Pyramiden- oder kegelförmigen Raums liegt, den die von den äußern scheinbaren Gränzen der leuchtenden Fläche auf M fallenden Strahlen umschließen, ist das Maass der scheinbaren Größe, oder Ausdehnung des leuchtenden Körpers aus M gesehen. Eben diese Kugelfläche, welche das Maass der scheinbaren Größe der leuchtenden Fläche abgiebt, betrachtet man in allen Fällen statt der leuchtenden Fläche selbst: man nimmt ihre Elemente so stark glänzend an, als die Elemente der leuchtenden Fläche selbst, deren scheinbare Größe jene Elemente der Kugelfläche vorstellen. Auf letztere wendet man die Formel $dI = S d\mu \sin\theta$ an, und alsdenn hängt alles übrige von einer geschickten Integration dieser Formel ab.

53. §.

Gewöhnlich ist nun dieß Maas der scheinbaren Größe des leuchtenden Körpers keine völlige Halbkugel: indessen kann man sich drey Fälle vorstellen, in welchen es eine völlige Halbkugel werden müßte. Der erste ist der, wenn die leuchtende Fläche die unendlich kleine Ebene *Mm* wirklich von allen Seiten umgiebt, so wie das scheinbare Himmelsgewölbe nach allen Seiten über dem Horizont ausgebreitet ist; der zweyte Fall wäre der, wenn die leuchtende Fläche eben mit *Mm* parallel, und nach allen Seiten unendlich weit ausgebreitet, die Ebene *Mm* aber nur um einen endlichen Abstand davon entfernt wäre: der dritte Fall aber, wenn die erleuchtete Ebene *Mm* von der leuchtenden Fläche um einen unendlich kleinen Abstand entfernt wäre, und sie unmittelbar berührte. In allen dreyen Fällen empfing *Mm* die möglichst größte Erleuchtung, die ihr einerley leuchtende Fläche bey einerley Glanz mittheilen kann: und diese nennt Hr. Lambert die absolute Erleuchtung. Ohne schon das Gesetz zu kennen, nach welchen die Erleuchtung von der scheinbaren Größe der leuchtenden Fläche abhängt, ist so viel aus dem bishdrigen klar, daß selbige mit der scheinbaren Größe wachsen müsse, und so wird es keinen Zweifel leiden, daß nicht in den beyden zuerst erwähnten Fällen die Erleuchtung bey einerley Glanz der leuchtenden Fläche die möglichst größte sey. Was aber insbesondere den dritten Fall betrifft, so könnte es zweifelhaft scheinen, weil eine unendlich kleine Ebene, wenn sie die leuchtende Fläche berührt, nur von demjenigen Element, welches sie berührte, Strahlen auffangen würde, von den übrigen aber gar keine, und so schien es, als wenn die Erleuchtung nur unendlich klein seyn könnte. Allein dieß würde nur seine Richtigkeit haben, wenn das erleuchtete Element in endlicher Entfernung die Strahlen von einem einzigen leuchtenden Elemente anfieng. Eigentlich ist die

Erleuchtung, welche *Ll* nach *Mm* schickt, $\frac{= S. Ll \sin y. \sin S_1}{ML^2}$ und
bey

bey der unmittelbaren Berechnung wären y und $d = 90^\circ$, weil bey de Elemente, wenn sie einander berühren sollen, parallel seyn müssen. Zugleich würde ML unendlich klein, und weil auch Ll eine unendlich

kleine Fläche ist, so würde $\frac{S \cdot Ll}{ML^2}$ eine endliche Größe seyn. Bey

diesen Schlüssen muß man übrigens noch voraussetzen, daß alle Elemente der leuchtenden Fläche einerley Glanz haben, weil sonst nicht für jedes Element Ll , wenn man auch alle gleich groß annähme, diese absolute Erleuchtung einerley wäre.

54. S.

Die Erleuchtung, welche eine unendlich kleine Ebene empfängt, wenn die leuchtende Fläche in allen Elementen einerley Glanz hat, und ihre scheinbare Größe eine völlige Halbkugel ist, ward im 45. S. $= \pi S$ gefunden: demnach giebt dieser Ausdruck allemal die absolute Erleuchtung, mithin auch diejenige, welche das erleuchtete Element empfangen würde, wenn es den leuchtenden Körper unmittelbar berührte. Mit dieser absoluten Erleuchtung läßt sich jede andere von demselben leuchtenden Körper herrührende Erleuchtung vergleichen, die derselbe der erleuchteten unendlich kleinen Ebene in jeder angenommenen Lage und Entfernung zuschicken würde. Wird die Rechnung auf eine leuchtende Fläche angewandt, deren Glanz man $= 1$ gesetzt hat, so ist ihre absolute Erleuchtung $= \pi$, und mit dieser absoluten Erleuchtung einer Fläche, deren Glanz $= 1$ ist, läßt sich auch jede andere Erleuchtung vergleichen, die von einer Fläche kommt, deren Glanz $= S$ ist. Die allgemeine Formel für die Erleuchtung war $I = f \cdot S \int \mu \sin \vartheta$; (49. S.) wenn also die absolute Erleuchtung einer Fläche, deren Glanz $= 1$ angenommen ist, $= y$ gesetzt wird, so ist $y : I = \pi : f \cdot S \int \mu \sin \vartheta$; und wenn man auch $y = 1$ annehmen will, so hat man $I = \frac{1}{\pi} f \cdot S \int \mu \sin \vartheta$.

55. §.

Man hat es häufig als eine Hauptschwürigkeit angesehen, weßwegen keine vollständige Theorie von Ausmessung der Stärke des Lichts zu hoffen sey, daß es hier an einem Maas fehle, womit sich die Stärke des Lichts ausmessen lasse; allein Hr. Bouguer erinnert gleich anfangs in seinem *Traité d'Optique sur la gradation de la Lumiere*, ganz richtig, daß es mit dieser anscheinenden Schwürigkeit nicht mehr zu sagen habe, als bey allen anderen Ausmessungen, selbst in der Geometrie, wo allemal das Maas als gegeben betrachtet wird, und die Größe einer Linie, einer Fläche, eines körperlichen Raums, nur dadurch bestimmt werden kann, daß man das Verhältniß einer solchen Größe gegen das als bekannt angenommene Maas zu bestimmen sucht. Wir sind eben so wenig im Stande zu sagen, wie groß eigentlich eine Ruthe, ein Fuß sey? als wir im Stande sind schlechthin zu sagen, wie groß diese oder jene Erleuchtung sey, ohne sie mit einer andern zu vergleichen, die wir als bekannt annehmen, so wie die Länge einer Ruthe, eines Fußes als bekannt angenommen wird. Jede mathematische Wissenschaft sucht nur die Gesetze auf, nach welchen sich Größen unter einander vergleichen lassen; und wie es allemal willkürlich ist, welche Größe man $= 1$ setzen, oder als das Maas annehmen will, um alle übrige von eben der Art damit zu vergleichen, so ist es auch in der Photometrie willkürlich, welche Erleuchtung, und welche Strahlenmenge man $= 1$ annehmen will. Soll die absolute Erleuchtung einer leuchtenden Fläche, deren Glanz als bekannt anzusehen ist, und eben deswegen $= 1$ gesetzt werden kann, für das Maas oder diejenige Einheit angenommen werden, womit man alle übrige Erleuchtungen vergleichen will, so ist die absolute Erleuchtung jeder andern leuchtenden Fläche $= S$, wie denn auch für sich schon klar ist, daß die absolute Erleuchtung zweyer Flächen von verschiedenen Glanz eben diesem Glanz derselben pro-

por.

portional seyn muß. Bey eben der Voraussetzung wäre nun auch diejenige Strahlenmenge $= 1$, die eine Fläche, deren Quadrat-Inhalt $= 1^2$ gesetzt ist, auffangen würde, wenn ihre Erleuchtung in allen Elementen eben so groß wäre, als die absolute Erleuchtung derjenigen Fläche, deren Glanz $= 1$ gesetzt ist.

56. §.

Will man aber mit H. Lambert für die absolute Erleuchtung den Ausdruck $\pi \cdot S$ behalten, damit die absolute Erleuchtung einer Fläche, deren Glanz $= 1$ gesetzt ist, $= \pi$ bleibe, so läßt sich am bequemsten auf folgende Art diejenige Erleuchtung, welche eine unendlich kleine Ebene von einer leuchtenden Kugel, oder jeder andern kreisförmig scheinenden leuchtenden Fläche empfängt, ist im 51. §. der Ausdruck $I = \pi S \sin \alpha^2$ gefunden worden, wenn α den scheinbaren Halbmesser der Kugel aus dem erleuchteten Element gesehen, bezeichnet. Wenn also der Glanz dieser Kugel $= 1$ ist, so hat man $I = \pi \sin \alpha^2$, und es wird auch $I = 1$, wenn $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$ ist. Es ist

aber $\frac{1}{\pi} = 0,31830988618379$, also $\frac{1}{\sqrt{\pi}} = 0,5641895$, und zu diesem Sinus gehört ein Winkel von $34^\circ 20\frac{3}{4}'$. Diesemnach wäre diejenige Erleuchtung $= 1$, welche eine leuchtende Kugel einer unendlich kleinen Ebene senkrecht zuschickt, wenn der Kugel scheinbare Durchmesser aus der Ebene gesehen $34^\circ 20\frac{3}{4}'$ beträgt. Ist a die Entfernung des erleuchteten Elements von der Kugel Mittelpunkt, und der letztern

Halbmesser $= 1$, so ist $\sin \alpha = \frac{1}{a}$, und die Erleuchtung $= 1$, wenn

$\frac{1}{a^2} = \frac{1}{\pi}$ ist: d. 2'. wenn das erleuchtete Element vom Mittelpunkt

der Kugel so weit entfernt ist, daß das Quadrat dieser Entfernung zum Quadrat des Halbmessers der leuchtenden Kugel sich verhält,

wie

wie die Pheripherie eines Kreises zum Durchmesser, oder wie Fläche eines Kreises zum Quadrat des Halbmessers. Fiele also auf alle Elemente einer Fläche, deren Quadrat-Inhalt $= 1^2$ gesetzt ist, eine eben so große Erleuchtung, so wäre die auffallende Strahlenmenge $= 1$.

57. §.

Die vom 33. S. bis hieher von mir vorgetragene Theorie der Erleuchtung, wenn das Licht von einer leuchtenden Fläche ausgehet, ist zwar in der Sache selbst mit der Lambertischen Theorie einerley: indessen hoffe ich doch, daß es der Mühe nicht unwerth gewesen sey, diese an sich schöne Theorie auf so einfache Gründe zurück zu führen, als ich hier versucht habe. So lange man noch nicht Ursache findet, in den optischen Wissenschaften von der ganz einfachen Hypothese abzugehen, daß sich das Licht von jedem leuchtenden Punkt nach allen Seiten in graden Linien ausbreite; so lange wird man auch alles, was ich oben in den ersten 10. SS. daraus geschlossen habe, gelten lassen müssen, zumal da es sich durch Versuche, die auf mehr als eine Art angestellt werden können, bestätigen läßt, wie im 12. S. kurz ist bemerkt worden. Hat es aber damit seine gute Richtigkeit, so folgen auch die übrigen im 33. und f. SS. vorgetragenen Gründe der Photometrie so leicht und natürlich, daß ich nicht sehe, wie dagegen etwas mit Grunde eingewandt werden kann, es möchte dann der einzige im 24. S. vorkommende Satz noch zweifelhaft scheinen, der soviel ich bisher habe finden können, dem Hrn. Lambert eigen ist. Hr. Lambert hat indessen die Richtigkeit desselben ebenfalls zur Genüge bestätigt, und meine Absicht erfordert es jetzt nicht nothwendig, daß ich mich auf eine nähere Erörterung dieses Satzes einlasse, weil ich nur einen Versuch machen wollte, wie sich die Gründe der Photometrie aus den einfachsten, und sonst in der Optik ganz bekannten Voraussetzungen herleiten lassen.

