

Johann Albrecht Eulers Beantwortung

über die

Preisfrage:

In was für einer Verhältniß sowohl die mittlere
Bewegung des Mondes, als auch seine mittlere Ent-
fernung von der Erde mit den Kräften stehen, welche
auf den Mond wirken?

Diese Schrift hat 1762. den Preis erhalten.

Denkspruch:

**Lætus in præsens animus, quod ultra est,
oderit curare.**

Einleitung.

Ium diese wichtige Frage gehörig zu beantworten, ist vor allen Dingen nöthig, diejenigen Kräfte, so auf den Mond wirken, auf das genaueste zu bestimmen, und uns davon einen richtigen und vollständigen Begriff zu verschaffen.

Wenn dieses wird geschehen seyn; so muß aus den Grundsätzen der Bewegungswissenschaft die Wirkung dieser Kräfte auf die Bewegung des Mondes auf das sorgfältigste untersucht werden.

Da aber die vorgelegte Frage sich nicht auf die Veränderungen erstreckt, welche daher sowohl in der Bewegung als Entfernung von der Erde hervorgebracht werden; so wird die gegenwärtige Abhandlung nicht wenig erleichtert und abgekürzt werden, wenn die Anwendung der gefundenen Kräfte nur auf die mittlere Bewegung des Mondes und seine mittlere Entfernung von der Erde gemacht werden soll.

Demnach wird diese Abhandlung aus zween Theilen bestehen; in deren erstem die auf den Mond wirkenden Kräfte bestimmt, in dem andern aber der Einfluß derselben auf die mittlere Bewegung des Mondes untersucht werden soll.



Erster Theil.

Von den Kräften, welche auf den Mond wirken.

I.

U ngeachtet es in der heutigen Erkenntniß der Bewegung der Himmelskörper eine ausgemachte Sache ist, daß dieselben alle aufeinander wirken, und daß sogar auch die Cometen, wenn sie nahe bey einem Planeten vorbeystreichen, in seiner Bewegung eine kleine Verwirrung verursachen können; so ist es doch zu unserm gegenwärtigen Vorhaben genug, nur die zwei Kräfte in Betrachtung zu ziehen, welche von der Erde mit der Sonne ihren Ursprung haben; da diejenigen, so von den übrigen Planeten entstehen, gegen diese für nichts zu achten sind.

Die Venus möchte zwar wohl auf den Mond einigen Einfluß haben: allein da durch die genauesten Beobachtungen noch keine Spur davon wahrgenommen worden; so können wir denselben in dieser Untersuchung sicher außer Acht lassen.

Und wenn auch schon seit den ältesten Beobachtungen die mittlere Bewegung des Monds durch die Kraft etlicher Kometen etwas wäre verrückt worden, wie die Berechnung der babylonischen Finsterniß anzuzeigen scheint; so würde doch dieser Umstand bey der gegenwärtigen Frage von keiner Erheblichkeit seyn. Da nur für solche Zeiten, in welchen sich kein dergleichen außerordentlicher Fall

Fall ereignet, die Verhältniß zwischen der mittleren Bewegung und Entfernung des Monds von der Erde und zwischen den darauf wirkenden Kräften gesucht wird.

2. Weil demnach nur die Kräfte der Erde und der Sonne hier in Betrachtung gezogen zu werden verdienen; so machen wir billig mit der Untersuchung der Kraft der Erde, oder der Schwere den Anfang.

Ich setze hier zum voraus, daß die Erde, eben wie alle andere Weltkörper mit einer Kraft begabt sey, alle andere Körper an sich zu ziehen, deren Wirkung auf die nahe um die Erde gelegenen Körper eigentlich die Schwere genennt wird. Diese Kraft mag nun den Körpern, in sofern sie aus Materie bestehen, wesentlich zu kommen, oder von einer feinern und unsichtbaren Materie gewirkt werden.

Um nun diese Kraft der Erde genau zu bestimmen, so müssen wir erstlich ihre Wirkung auf der Oberfläche der Erde, und dieß nach den verschiedenen Gegenden derselben in Erwägung ziehen. Hierüber muß zuvorderst die Erfahrung zu Rath gezogen werden, welche uns lehret, daß alle Körper senkrecht nach der Oberfläche der Erde getrieben werden, und daß diese abwärts treibende Kraft bey einem jeden Körper sich nach der Menge der darinn befindlichen Materie verhält, und aus dieser Kraft das Gewicht eines jeden Körpers entsteht.

3. Man muß aber das wirkliche Gewicht eines Körpers wohl von der schwermachenden Kraft unterscheiden. Denn erstlich wiegt ein jeder Körper, wegen der Schwere der Luft, um so viel weniger, als eine gleich große Menge Luft wiegt: und deswegen muß man das Gewicht eines jeden Körpers mit diesem von der Luft her.

herrührenden Zusatz vermehren. Dieses pflegt auch wirklich zu geschehen, und in den über die Kraft der Schwere angestellten Erfahrungen wird immer dasjenige Gewicht in Betrachtung gezogen, welches die Körper in einem luftleeren Raum haben.

Uebrigens ist diese Vermehrung gar nicht merklich, wenn die Körper nur nicht von einer gar zu leichten Art sind. Denn da die Luft 800mal leichter geschätzt wird, als das Wasser; so ist auch dieser Unterschied bey Körpern, welche schwerer sind als Wasser, nicht einmal zu verspühren. Also werde ich unter dem Gewicht eines jeden Körpers immer dasjenige verstehen, welches derselbe in einem luftleeren Raum haben würde.

4. Weit wichtiger aber ist diejenige Veränderung, welche in der Schwere der Körper durch die tägliche Bewegung der Erde um ihre Achse verursacht wird. Und da sich dieselbe nach den verschiedenen Gegenden auf der Erde anders verhält, so muß sie auch mit größter Sorgfalt untersucht werden.

Die erste Untersuchung wird demnach auf eine gewisse Gegend der Erde gerichtet seyn, von welcher die Polhöhe bekannt ist. Da nun an einerley Ort das Gewicht eines Körpers sich wie die darinn befindliche Materie verhält; so wird von einem Körper, dessen Materie oder Masse durch M angedeutet wird, das Gewicht durch γM ausgedrückt werden können: so, daß γ an eben dem Ort für alle Körper einerley Werth behält, für verschiedene Gegenden aber als eine veränderliche Größe angesehen werden muß. Diese Größe γ läßt sich an sich selbst nicht bestimmen; weil Massen und Gewichte Größen von verschiedener Art sind, und ihre Bestimmung lediglich auf den dazu erwählten Einheiten beruhet, welche willkührlich sind.

5. Hier müssen wir aber unsere Absicht insonderheit auf die Wirkung, so das Gewicht hervorzubringen vermögend ist, richten, und wobey die Erfahrung zum Grund gelegt werden muß. Man lasse also den gedachten Körper frey herunter fallen, und messe auf das genaueste die Höhe, durch welche derselbe in einer Secunde fällt; welche durch die Erfahrung gefundene Höhe wir dann durch den Buchstaben h andeuten wollen. Diese Höhe h kann füglich aus andern Erfahrungen, welche man über die schwingende Bewegung eines Penduls anzustellen pflegt, geschlossen werden; indem man hieraus wiederum die Länge eines einfachen Penduls bestimmt, welches jede seiner Schwingungen in einer Secunde verrichtet: denn wenn diese Länge $= l$ gesetzt wird, so ist jene Höhe $h = \frac{1}{2} \pi \pi l$, wo nämlich $1 : \pi$ die Verhältniß des Durchmessers eines Kreises zu seinem Umfang andeutet; so daß

$$\pi = 3,1415\ 9265, \text{ und } \frac{1}{2} \pi \pi = 4,9348$$

Ich nehme daher die Höhe h , durch welche ein Körper in Zeit einer Secunde herunter fällt, für bekannt an, und werde daraus den vorhergebrauchten Buchstaben γ näher bestimmen.

6. Zu diesem Ende werde ich den Fall selbst nach den Gesetzen der Bewegung berechnen. Es sey demnach unser Körper in einer Zeit von t Secunden schon durch die Höhe x herunter gefallen, indem er beständig von seinem Gewichte γM abwärts getrieben worden. Wenn nun derselbe seine Bewegung weiter fortsetzet, so belehren uns die Gesetze der Bewegung, daß die Bergeschwinderung, so durch die Formel $\frac{ddx}{dt^2}$ ausgedruckt wird, sich verhalte, wie die forttreibende Kraft, das ist wie das Gewicht γM getheilt durch die Masse M : folglich ist $\frac{ddx}{dt^2}$ wie γ oder $\frac{ddx}{\gamma dt^2}$ hat immer einen beständigen Werth, welcher sogar bey Berechnung aller möglichen Bewegungen einerley bleibt.

Da nun unser Körper in einer Secunde durch die Höhe h fällt, so muß er in t Secunden durch die Höhe $h t t$ herabfallen, folglich wird $x = h t t$, und $ddx = 2h dt^2$; und daher ist $\frac{2h}{\gamma}$ derjenige beständige Werth, dem bey Berechnung aller möglichen Bewegungen die obige Formel gleich gesetzt werden muß, also daß $\frac{ddx}{dt^2} = \frac{\gamma M}{M} \cdot \frac{2h}{\gamma}$.

7. Hieraus ersehen wir, daß, wenn in verschiedenen Orten der Buchstab γ andere Werthe erhält, und also das Gewicht gegen die Masse der Körper größer oder kleiner wird, alsdenn auch die Höhe h , aus welcher ein Körper in einer Secunde herunter fällt, nach eben dieser Verhältniß größer oder kleiner werde. Hier kommt es nun nicht darauf an, zu was für einer Art der Größe der Buchstab γ gerechnet werden soll; und es kann uns genug seyn, zu wissen, daß der Bruch $\frac{2h}{\gamma}$ immer einerley Werth behält. Um aber doch hierinnen etwas fest zu setzen, so pflegt man sich nach einem bestimmten Ort, als zum Exempel Paris zu richten, wo die Höhe des in einer Secunde geschehenen Falls auf das genaueste beobachtet worden, welche Höhe ich durch den Buchstaben g andeuten will: und an diesem Ort pflegt alsdann die Masse eines jeden Körpers seinem Gewichte gleich geschätzt zu werden, also, daß hier $\gamma = 1$ und $h = g$.

Wenn wir also diese Bestimmung annehmen, so ist an allen andern Orten dennoch beständig $\frac{2h}{\gamma} = 2g$: und γ deutet hinführo eine bloße Zahl an, welche um ein wenig bald größer bald kleiner wird, als 1, je nachdem das Gewicht der Körper vermehret oder vermindert wird.

Nachdem dieses voraus gesetzt worden, so wollen wir jetzt diejenige Veränderung, welche die herumdrehende Bewegung der Erde

Erde in der Schwere der Körper verursacht, durch die Rechnung bestimmen. Da alle Körper sammt der ganzen Erde täglich einmal um die Achse herumgeschwungen werden; so entsteht daher eine Kraft (*vis centrifuga*), welche alle Körper von der Achse der Erde zu entfernen trachtet: und daher wird es nöthig seyn, auf eine allgemeine Art die Kraft zu bestimmen, wenn ein Körper durch den Umkreis eines Kreises herumgeschwungen wird. Man weiß, daß diese Kraft derjenigen gleich ist, welche erfordert wird, daß sich dieser Körper frey in dem Umkreise des Kreises herum bewege, und daß diese Kraft nach dem Mittelpunkte desselben gerichtet ist; nämlich, wenn die Bewegung des Körpers gleich geschwind angenommen wird, wie bey dem Herumschwunge der Erde um ihre Ase wirklich geschieht.

9. Es sey demnach (Fig. 1.) C der Mittelpunkt des Kreises; der halbe Durchmesser desselben $CA=CM=r$; und die Zeit eines Umlaufs $=\Theta$ Secunden: ferner soll M die Masse des Körpers ausdrücken; und die nach dem Mittelpunkte C gerichtete Kraft, welche gesucht wird, sey $=\lambda M$, wo λ eben, wie oben γ , eine gewisse Zahl andeutet. Nun sey in der Zeit t Secunden der Körper aus A bis in M gekommen; da wir denn den Winkel $ACM=\Phi$ setzen wollen: hieraus wird die Länge des Bogens $AM=r\Phi$: und nachdem die Linie PM auf AC Senkrecht gefällt worden; so wird $AP=x=r-r\cos\Phi$ und $PM=y=r\sin\Phi$ folglich

$$dx=+rd\Phi\sin\Phi; \text{ und } dy=+rd\Phi\cos\Phi,$$

wo $rd\Phi$ den unendlich kleinen Bogen Mm andeutet, der in der unendlich kleinen Zeit dt durchlossen wird; so wie dx . dy die unendlich kleinen Räumchen bedeuten, welche in eben der Zeit dt , nach den Richtungen Mx und My zurückgelegt worden.

10. Nach eben diesen Richtungen muß nun auch die Kraft λM , so nach MC ziehet, aufgelöst werden; woraus, da der Win-

Set $CMx = \Phi$, die Kräfte nach $Mx = \lambda M \cos \Phi$ und nach $MP = \lambda M \sin \Phi$ oder nach $My = -\lambda M \sin \Phi$ entstehen. Da nun eine jede dieser Kräfte auf die Bewegung, so nach ihrer Richtung geschieht, besonders wirkt; so erhalten wir nach den Grundsätzen der Bewegung

$$\frac{ddx}{dt^2} = \frac{\lambda M \cos \Phi}{M} \cdot \frac{2h}{\gamma} = \frac{2\lambda h \cos \Phi}{\gamma};$$

$$\text{und } \frac{ddy}{dt^2} = \frac{-\lambda M \sin \Phi}{M} \cdot \frac{2h}{\gamma} = \frac{-2\lambda h \sin \Phi}{\gamma}$$

Hieraus lassen sich beyde folgende Gleichungen ziehen:

$$1.) \frac{ddx \sin \Phi + ddy \cos \Phi}{dt^2} = 0$$

$$\text{und } 2.) \frac{ddx \cos \Phi - ddy \sin \Phi}{dt^2} = \frac{2\lambda h}{\gamma}$$

Da nun $dx = r d\Phi \sin \Phi$ und $dy = r d\Phi \cos \Phi$; so wird $ddx = r dd\Phi \sin \Phi + r d\Phi^2 \cos \Phi$ und $ddy = r dd\Phi \cos \Phi - r d\Phi^2 \sin \Phi$; welche Werthe in jenen beyden Gleichungen angebracht geben 1.) $\frac{r dd\Phi}{dt^2} = 0$; und 2.) $\frac{r d\Phi^2}{dt^2} = \frac{2\lambda h}{\gamma}$

Aus der ersten erhalten wir $\frac{d\Phi}{dt} = \alpha$; und ferner $\Phi = \alpha t$; weil nämlich der Winkel $ACM = \Phi$ zugleich mit der Zeit t verschwinden muß. Setzen wir also $\Phi = \alpha t$; so bekommen wir aus der zweyten Gleichung $\alpha \alpha r = \frac{2\lambda h}{\gamma}$.

Weil aber die Zeit des ganzen Umlaufs gegeben ist, und wir denselben durch den Buchstab Θ angedeutet haben; so können wir hierdurch den Werth von α bestimmen. Denn, weil für einen ganzen Umlauf der Winkel Φ auf 360° anwächst, so, daß alsdenn $\Phi = 2\pi$; so bekommen wir durch die erste Gleichung $2\pi = \alpha \Theta$ oder

$$\alpha =$$

$e = \frac{2\pi}{\Theta}$; folglich die zweyte Gleichung $\frac{4\pi\pi r}{\Theta\Theta} = \frac{2\lambda h}{\gamma}$ und also

$$\lambda = \frac{2\pi\pi r}{\Theta\Theta h} \gamma. \text{ Hier ist wie oben } \pi = 3.1415\ 9265$$

12. Wenn also ein Körper in einem Kreis herum geschwungen wird, dessen halber Durchmesser $= r$, und einen jeden Umlauf in der Zeit von Θ Secunden vollendet; so bemühet er sich beständig von dem Mittelpuncte dieses Kreises zu entfernen; und zwar mit einer Kraft λM : wenn nämlich M die Maaße des Körpers andeutet

und daß $\lambda = \frac{2\pi\pi r}{\Theta\Theta h} \gamma$.

Da nun an dem oben bestimmten Ort der Erde das Gewicht dieses Körpers $= \gamma M$ ist; so können wir jetzt die obige Kraft λM mit dem Gewicht eben desselben Körpers γM in Vergleichung stellen, nach welcher sich die vis centrifuga des Körpers zu seinem Gewicht wie $\frac{2\pi\pi r}{\Theta\Theta h}$ zu 1 verhält: wo h die Höhe ist, aus welcher ein Körper in einer Secunde frey herabfällt.

Wollte man aus dem § S. die Länge eines alle Secunden schwingenden Penduls l einführen, da $h = \frac{1}{2}\pi\pi l$; so bekäme man

$$\lambda = \frac{4r}{\Theta\Theta l} \gamma.$$

13. Ich will mich aber hierbey nicht länger aufhalten, sondern wiederum zu meinem Vorhaben wenden und bestimmen, wie stark die Schwere der Körper von der täglichen Bewegung der Erde verändert wird.

Es sey also (Fig. 2.) BLA ein halber Mittagsbogen auf dem Erdboden vom Pol B bis zur Linie A gezogen; und L derjenige Ort, von

welchem oben gesprochen worden; also C der Mittelpunkt der Erde und BC die halbe Ase, auf welche aus L die Linie LQ senkrecht gezogen ist. Man ziehe ferner die Linie LR senkrecht auf die Oberfläche der Erde; so wird der Winkel ARL der Pol-Höhe des Orts L gleich seyn, welche wir, da sie als bekannt angesehen wird, durch den Buchstaben p ausdrücken wollen, so daß $ARL = p$. Nun ist bekannt, daß die wirkliche Schwere unsern Körper, dessen Masse $= M$, nach der Richtung LR hinab treibt, und daß folglich diese nach LR ziehende Kraft $= \gamma M$ ist, nämlich dem Gewichte des Körpers; und welche Kraft die Erfahrung uns zu erkennen giebt.

14. Weil aber der Körper in L zugleich mit der Erde täglich um die Ase BC herum gedrehet wird, so ist es eben so viel, als wenn derselbe in dem Umkreis eines Zirkels, dessen halber Durchmesser $LQ = r$ ist, um den Mittelpunkt Q in einer Zeit von $23^\circ 56' 2''$ herum geschwungen würde. Und daher entsteht eine Kraft, mit welcher sich unser Körper beständig von dem Punct Q nach der Richtung Ll zu entfernen bemühet ist. Diese Kraft nun ist, wie wir eben

gefunden $= \frac{2\pi\pi r}{\Theta\Theta_h} \gamma M$ oder $= \frac{4r}{\Theta\Theta_l} \gamma M$. Und wenn man setzet $\Theta =$

$23^\circ 56' 2'' = 86162''$; so ist dieselbe Kraft $= \frac{r}{1\,851\,704\,000 \times l} \gamma M$, deren Verhältniß also zu dem Gewicht des Körpers γM bekannt ist.

15. Hieraus sind wir nun im Stande, die eigentliche Schwere unsers Körpers, welche blos allein von der anziehenden oder schwermachenden Kraft gewirkt ist, zu bestimmen. Weil das wahre Gewicht γM , so wir durch die Erfahrung erkennen, aus der Vereinigung der eigentlichen Schwere mit der eben gefundenen vis centrifuga entspringt; so dürfen wir nur zu diesem Ende das wirkliche Gewicht γM durch die Linie LR vorstellen, und gegen dieselbe die Linie Ll so groß nehmen, als die vis centrifuga gefunden worden;

Dann

Dann muß LR die Ecklinie von einem Parallelogramme seyn, dessen eine Seite die Linie LI, die andere aber die eigentliche Schwere unsers Körpers ausdrückt. Nachdem man also die Linie LR gezogen, so ziehe man aus L die Linie Lr jener Parailel, und da wird LIR das verlangte Parallelogramm seyn, und also die eigentliche Schwere des Körpers, sowohl ihrer Größe als Richtung nach, durch die Seite Lr ausgedrückt werden.

16. Zu meinem gegenwärtigen Endzweck aber wird genug seyn, hieraus zu bemerken, daß, wenn der Ort L genau unter der Linie angenommen wird, die eigentliche Schwere eines Körpers der Summe seiner wirklichen Schwere und der vis centrifugæ gleich sey. Wenn also das Gewicht des Körpers unter der Linie durch γM angedeutet wird, so wird seine eigentliche Schwere daselbst $= \gamma M + \frac{r}{l} \gamma M$ seyn; wo r den halben Durchmesser der Linie CA, und l die Länge eines einfachen Penduls ausdrückt, so daselbst alle Secunden schlägt.

17. Die Beobachtungen des Hrn. Bougueurs belehren uns, daß die Länge eines einfachen Penduls, so zu Quito alle Secunden schlägt $= 36$ Zoll $6\frac{2}{3}$ Linien Pariser Maaß sey. Wenn wir aber erwegen, daß Quito sehr hoch über der Oberfläche des Meers erhaben, und außerdem noch eine südliche Breite von 25 Minuten hat, so werden wir, wenn sich alle unsere Untersuchungen auf die Oberfläche des Meers erstrecken sollen, für l eine etwas größere Länge annehmen müssen.

Es hat aber auch schon der Herr Bougueur diese Umstände in eine genauere Betrachtung gezogen, und endlich gefunden, daß unter der Linie auf der Oberfläche des Meers die Länge eines einfachen alle Secunden schwingenden Penduls 36 Zoll $7\frac{1}{6}$ Linien Pariser

rifer Maaß sey. Lasset uns also setzen $l = 36'' 7,21''$; und wenn wir bey dem Durchmesser der Erde gleichfalls die neuesten Bestimmungen der Pariser Akademie folgen, so werden wir haben $r = 3\ 281\ 195\frac{1}{2}$ Ruthen zu 6 Fuß, oder lieber in Zollen $r = 236\ 246\ 076''$, und $l = 36''$, 601; woraus die eigentliche Schwere des Körpers unter der Linie $= 1,003\ 4777\ \gamma M$ gefunden wird, wo γM sein wirkliches Gewicht andeutet; also, daß die eigentliche Schwere um den $287\frac{1}{2}$ sten Theil größer ist, als das wirkliche Gewicht.

18. Ich habe schon oben bemerkt, daß die Masse oder Menge der Materie, woraus ein jeder Körper besteht, amfüglichsten durch sein Gewicht pfege ausgedruckt zu werden, wenn nur die Gegend der Erde bestimmt wird, wo das Gewicht beobachtet werden soll. Wir wollen daher diese Gegend unter der Linie selbst und zwar auf der Oberfläche des Meers annehmen, und daher die Masse eines jeglichen Körpers, an welchem Ort der Welt derselbe sich auch immer befinden mag, allezeit durch das Gewicht ausdrücken, welches derselbe Körper haben würde, wenn er unter der Linie auf die Oberfläche des Meers versetzt werden sollte. Wäre der Körper zu groß, als daß diese Versetzung Statt finden könnte, so muß es in den Gedanken stückweise geschehen. Solchergestalt kann man sich sogar einen Begriff von der Masse der ganzen Sonne machen, wenn man sich dieselbe in viele tausend Theile getheilt vorstellt, und das Gewicht eines jeglichen, wenn er in die gedachte Gegend versetzt würde, bemerkt, da denn die Summe aller dieser Gewichte die ganze Masse der Sonne anzeigen wird.

• 19. Da die Massen mit den Gewichten Größen von einerley Art sind, und eine jegliche Kraft mit einem Gewichte in Vergleichung gesetzt werden kann; so können wir nun auch die Kräfte mit den Massen der Körper vergleichen, da wir beyde nach einerley Ein-

Einheiten, nämlich nach Gewichten ausmessen. Bey Bestimmung der Bewegung ist dieser Umstand von der größten Wichtigkeit; weil dabey immer auf die Verhältniß zwischen den Massen der Körper und den Kräften, welche darauf wirken, gesehen werden muß.

Hiebey kommt aber die Hauptsache darauf an, daß man in derjenigen Gegend der Erde, wo das Gewicht zum Maasse der Masse der Körper gebraucht werden soll, und also unter der Linie die Höhe, aus welcher ein Körper in einer Secunde herab fällt, auf das genaueste bestimmt werde. Diese Höhe können wir nun aus der Länge des einfachen Pendule, so alle Secunden seine Schwingungen vollendet (wie schon oben S. 5 gemeldet) leicht schließen. Denn da diese Länge, so durch den Buchstaben l angedeutet worden, nach den genauesten Beobachtungen nunmehr bekannt ist, nämlich $l = 36,601$ pariser Zoll, so dürfen wir dieselbe nur mit $\frac{1}{2}\pi\pi = 4,9348$ multipliciren, und denn bekommen wir die Höhe des in einer Secunde geschehenen Falls $g = 108,6185$ Zoll, oder $g = 15,05154$ Fuß, oder noch $g = 2,50859$ Ruthen von 6 pariser Fuß, dergleichen der halbe Durchmesser der Linie $3\,281\,195\frac{1}{2}$ hält.

21. Diese Höhe nun, aus welcher ein Körper unter der der Linie in einer Secunde fällt, wollen wir durch den Buchstaben g andeuten, und daraus werden wir den Hauptgrundsatz der ganzen Bewegungs-Wissenschaft völlig bestimmen, und hernach auf alle möglichen Bewegungen anwenden können.

Wenn nämlich ein Körper, dessen Masse $= M$, nach einer gewissen Gegend von einer Kraft $= P$ getrieben wird, und derselbe in der Zeit von t Secunden nach eben dieser Gegend schon den Weg x durchlossen hat; so wird die Bewegung durch diese Gleichung ausgedrückt $\frac{ddx}{dt^2} = \frac{2gP}{M}$, in welcher nun alles bestimmt ist;

denn x ist wie g eine Länge, t eine bloße Zahl, und P und M beziehen sich auf einerley Einheiten, so daß $\frac{P}{M}$ auch eine bloße Zahl wird. Wobey ich noch bemerke, daß die Formel $\frac{dx}{dt}$ die Geschwindigkeit des Körpers dergestalt ausdrückt, daß dadurch der Raum, so in einer Secunde durchlossen würde, angezeigt wird. Auf diese Weise hat man nun nicht nöthig, die Geschwindigkeit durch einen besondern Buchstaben anzudeuten, wodurch die Rechnung nicht wenig erleichtert wird.

22. Um nun unsere Untersuchung auf die Kräfte, welche auf den Mond wirken, fortzusetzen; so muß die eigentliche Schwere unter der Linie, welche vorher heraus gebracht worden, zum Grunde gelegt werden. Wir haben aber gefunden, daß wenn die Masse oder das wirkliche Gewicht eines Körpers unter der Linie durch M angezeigt wird, die eigentliche Schwere dieses Körpers $= 1,0034777 \times M$ oder $= 1\frac{2}{375} M$ sey, als von welcher Kraft dieser Körper nach dem Mittelpuncte der Erde gezogen würde, wenn nur allein die anziehende Kraft der Erde auf denselben wirkte. Nehmen wir nun an, daß in größern Entfernungen von der Erde diese Kraft nach dem Quadrat der Entfernungen abnehme, und setzen wir den halben Durchmesser der Linie $r = 3281\ 195\frac{1}{2}$ Ruthen von 6 pariser Fuß, so wird eben dieser Körper, wenn er sich in einer größern Entfernung u von dem Mittelpuncte der Erde befinden sollte, dahin von einer Kraft $= (1 + \frac{2}{375}) M \frac{rr}{uu}$ gezogen werden.

23. Wenn demnach u die Entfernung des Monds von dem Mittelpuncte der Erde und M die Masse des Monds ausdrückte; so hätten wir die Kraft, von welcher der Mond nach dem Mittelpuncte der Erde getrieben wird: allein es sind verschiedene Umstände

stände vorhanden, welche eine kleine Aenderung in dieser Formel verursachen, und welche deswegen auf das sorgfältigste in Erwägung gezogen zu werden verdienen. Nachdem heut zu Tage angenommen, und durch so viele Erfahrungen bestätigten Lehrgebäude ist die Schwere nichts anders, als die Wirkung, welche aus der anziehenden Kraft aller Materie, woraus die Erde besteht, entspringt. Man pflegt sich nämlich die Sache so vorzustellen, als wenn alle Theile der Materie sich untereinander nach der Verhältniß ihrer Masse und dem umgekehrten Quadrate ihrer Entfernungen anziehen; wenn demnach die Masse zweyer solcher Theilchen durch A und B und ihre Entfernung voneinander durch u angedeutet wird, so verhält sich die Kraft, mit welcher B gegen A getrieben wird, wie $\frac{A+B}{uu}$ B und die Kraft, mit welcher A gegen B getrieben wird, wie $\frac{A+B}{uu}$ A.

24. Nachdem nun die Figur der Körper beschaffen ist, so kann sich die aus allen Theilen entspringende Kraft sehr verschiedentlich verhalten, und die eigentliche Bestimmung derselben erfordert für alle Figuren der Körper eine sehr mühsame und weitläufige Rechnung. Man hat aber gefunden, daß wenn die Körper Kugelrund sind, ihre anziehende Kraft eben so beschaffen ist, als wenn ihre ganze Masse in ihrem Mittelpuncte vereinigt wäre. Wenn man sich also zwei Kugeln vorstellt, deren einer Masse = A und der andern = B, ihre Entfernung aber von ihrem Mittelpuncte gerechnet = u , so wird die Kugel B gegen dem Mittelpuncte der Kugel A mit einer Kraft gezogen, die sich verhält, wie $\frac{A+B}{uu}$ B; und die Kugel A gegen dem Mittelpuncte der Kugel B mit einer Kraft, wie $\frac{A+B}{uu}$ A: wobei zu merken, daß die Richtung dieser Kräfte auch zugleich durch den Mittelpunct einer jeden Kugel geht.

25. Die Weltkörper können ziemlich sicher, als Kugeln angesehen werden: doch werde ich unten den Unterschied, so aus der Abweichung von dieser Figur herkommen kann, etwas genauer bemerken. Hier nehme ich also an, daß die Erde vollkommen rund sey, und beobachte ersichtlich, daß bey Bestimmung der davon auf den Mond ausgeübten Kraft, zugleich mit auf die Masse des Mondes gesehen werden muß, welches bey solchen kleinen Körpern, als sich auf der Oberfläche der Erde zu befinden pflegen, nicht nöthig ist; weil ihre Masse in Ansehung der ganzen Erde verschwindet. So groß demnach aus den bisher angeführten Gründen die auf den Mond wirkende Kraft der Erde seyn mag; so muß dieselbe immer um einen solchen Theil vermehrt werden, als die Masse des Mondes in Ansehung der Erde austrägt. Wenn nämlich die Masse des Mondes 50mal kleiner ist, als die Masse der Erde; so muß die oben

(21) gegebene Formel $1\frac{2}{5} M \frac{rr}{uu}$, wenn M die Masse des Mondes bedeutet, noch um ihren 50sten Theil vermehret, oder mit $1\frac{1}{5}$ multipliciret werden. Dieser Umstand aber soll unten deutlicher ausgeführt werden.

26. Wenn aber auch die Erde vollkommen rund wäre, so würde doch der Luftkreis eine kleine Aenderung in der Formel $1\frac{2}{5} M \frac{rr}{uu}$ veranlassen; weil die Luft auch etwas zu Vermehrung der anziehenden Kraft der Erde beyträgt. Zwar auf die Körper, so sich auf der Oberfläche der Erde befinden, hat die anziehende Kraft der Luft keinen Einfluß; weil die an allen Orten her darauf wirkenden Kräfte des Luftkreises einander genau aufheben, wie schon vom Newton gezeigt worden; und also bleibt die obenbestimmte Schwere der auf der Oberfläche der Erde befindlichen Körper unverändert: je weiter man aber in der Luft hinauf steigt, je mehr wird die anziehende Kraft der Erde von der Luft vermehret, und wir müssen erst
bis

bis zum Ende unseres Luftkreises hinaufsteigen, und daselbst die Schwere der Körper bestimmen, ehe wir für die größere Entfernung die nach Verhältniß ihres Quadrats verminderte Kraft richtig anzuzeigen im Stande sind.

27. Wir können in dieser Untersuchung die Luft ziemlich sicher, als allenthalben gleich dicht annehmen, wenn wir derselben nur eine solche Höhe Aa (Fig. 3.) zueignen, daß darinn die sämtliche Materie der Luft enthalten ist. Da nun die Luft ungefähr 800mal leichter ist, als Wasser und eine Wassersäule von 32 Fuß mit dem Druck der Luft im Gleichgewichte steht, so können wir die Höhe des Luftkreises $Aa = 25600$ Fuß oder 4267 Ruthen setzen, welche ungefähr den 770sten Theil des halben Durchmessers CA der Linie ausmacht. Wenn wir also setzen $CA = r$ und $Aa = \rho$ so ist $\rho = \frac{1}{770}r$ und der ganze Raum zwischen A und a ist mit einer Materie angefüllt, welche 800mal dünner ist als Wasser. Ueber a aber weg können wir uns den ganzen Raum als völlig leer vorstellen.

28. Wäre der Raum von A zu a völlig leer, da die wahre Schwere unsers Körpers in $A = 1\frac{2}{375}M$ ist, so würde sie in $a = 1\frac{2}{375}M$.

$\frac{rr}{(rr+\rho)} 2 = 1\frac{2}{375}M \left(1 - \frac{2\rho}{r}\right) = 1\frac{2}{375}M \frac{384}{385}$ seyn. Wäre aber eben dieser Raum mit einer eben so dichten Materie als die ganze Erde

angefüllt, so würde die Schwere in $a = 1\frac{2}{375}M \frac{r+\rho}{r} = 1\frac{2}{375}M \frac{775}{770}$

und also um $\frac{77}{770}$ mal größer als im vorigen Fall seyn. Da aber die Luft 800mal dünner als Wasser, und 15200mal dünner als Gold ist, wenn wir ein Mittel nehmen, und die Luft 8000mal dünner setzen als die Erde; so müssen wir zu dem obigen Bruch $\frac{384}{385}$ noch $\frac{77}{770} \times \frac{8000}{15200}$ hinzusetzen, welche Vermehrung aber gar nicht zu verspüren seyn wird: also daß wir erst jetzt ganz sicher den Umstand der Luft aus der Acht lassen können. Wenn sich demnach unser Körper in der Ent-

fernung $CV = v$ befindet, so wird die denselben nach C stoßende Kraft, wie wir oben gefunden $= 1\frac{2}{5} \frac{r}{v} M$ seyn.

29. Eine gleiche Bewandniß hat es auch mit derjenigen Ungleichheit, welche von der nicht vollkommen runden Figur der Erde herrühren möchte. Wenn der Mond um etliche wenige halbe Durchmesser der Erde von ihrem Mittelpunct entfernt wäre; so könnte die Wirkung von dieser Ungleichheit ziemlich merklich werden, eben wie bey den Jupitertrabanten durch Abweichung der Figur dieses Planeten von der vollkommenen Rundung eine sehr starke Verwirrung in ihrer Bewegung verursacht wird.

Allein da die Erde ungleich weniger von der Figur einer vollkommenen Kugel abweicht, als der Jupiter; und über dieses die Entfernung des Mondes bannabe 60mal größer ist als der halbe Durchmesser der Erden; dahingegen der 1te Trabant des Jupiters nur um 5 von seinem halben Durchmesser davon entfernt ist, so ist auch in der Bewegung des Mondes nicht die geringste Spur von einer solchen Ungleichheit zu merken, welche ihren Ursprung von der nicht völlig runden Figur der Erden haben könnte; wie dann auch Niemand von denen, welche bisher die Bewegung des Mondes untersucht, dergleichen beobachtet haben.

30. Nunmehr können wir also ohne weitem Zweifel fest setzen, daß wenn sich ein Körper, dessen Masse $= M$ von dem Mittelpuncte der Erde C in einer Entfernung $CV = v$ sich befindet, die anziehende Kraft der Erde auf denselben dergestalt wirke, daß derselbe nach der Richtung VC mit einer Kraft $= 1\frac{2}{5} \frac{r}{v} M$ fortgetrieben werde. Setzen wir nun die Masse der ganzen Erde $= T$, so wird diese Kraft gemeiniglich durch die Formel $\frac{T}{v} M$ ausgedrückt; als wel-

cher

cher dieselbe Kraft unstreitig proportional ist. Hieraus erlangen wir aber keine gänzliche Bestimmung: jetzt aber wenn wir diese Kraft, um sie genau zu bestimmen, durch $\frac{\alpha T}{uu}$ M ausdrücken, so ist α nicht nur eine beständige Größe, sondern wir können sogar den eigentlichen Werth davon anzeigen, da die Vergleichung mit der vorhergefundenen Formel $\alpha = 1\frac{2}{3}\frac{rr}{T}$ giebt, wo r den halben Durchmesser der Linie andeutet.

31. Nun können wir auch zu der anziehenden Kraft der Sonne fortschreiten, und wenn wir die ganze Masse der Sonne $= S$ setzen und einen Körper, dessen Masse $= M$, und die Entfernung von dem Mittelpunkt der Sonne $= u$ betrachten; so wird die Kraft, von welcher derselbe nach dem Mittelpunkt der Sonne getrieben wird $= \frac{\alpha S}{uu}$ M, wo α den vorhingefundenen Werth hat, nämlich wo $\alpha = 1\frac{2}{3}\frac{rr}{T}$, also daß diese Kraft durch $1\frac{2}{3}\frac{Srr}{Tuu}$ M ausgedrückt wird: folglich kommt es hiebey nur darauf an, daß die Verhältniß der Masse der Sonne S zu der Masse der Erde T bestimmt werde; welches aus der mittlern Bewegung der Erde um die Sonne, wenn nur die wahre Entfernung bekannt wäre, gar leicht geschehen kann.

32. Weil es hier nur auf die mittlere Bewegung der Erde um die Sonne ankommt, so sey u die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne; und die Zeit ihres gänzlichen Umlaufs um die Sonne $= \Theta$ Secunden. Da nun die Masse der Erde $= T$, und die Kraft, von welcher sie nach der Sonne getrieben wird, $= \frac{\alpha S}{uu}$ T, so kann ihre Bewegung eben so ausgerechnet werden, wie oben im 10ten §. geschehen; und die daselbst gefundene Formel $\lambda = \frac{2\pi\pi u}{\Theta\Theta h}$ γ gilt auch hier,

hier, wenn wir nur die gehörige Anwendung machen und setzen;

$\gamma = 1$; $h = g$; $r = v$; $\lambda M = \frac{\alpha S}{vv} T$, und $M = T$; so daß $\lambda = \frac{\alpha S}{vv}$. Daher er-

halten wir $\frac{\alpha S}{vv} = \frac{2\pi\pi v}{\Theta\Theta g}$: und weil $\alpha = 1, \frac{2}{3}$ $\frac{rr}{T}$ so wird $\frac{S}{T} = \frac{575}{575} \cdot \frac{2\pi\pi v^3}{\Theta\Theta grr}$

oder da $g = \frac{1}{2} \pi\pi l$ so ist $\frac{S}{T} = \frac{575}{575} \cdot \frac{4v^3}{\Theta\Theta lrr}$; wodurch die Verhältniß zwischen den Massen der Sonne und der Erde bestimmt wird.

33. Nun aber ist $l = 36, 601$ Zoll, und $r = 236\ 246\ 076$ Zoll: und da die Zeit des Umlaufs der Erde um die Sonne in Ansehung der Fixsterne 365 Tage 6 St. 9' 30" ist, so wird $\Theta = 31\ 558\ 170''$. Laßt uns ferner die Parallaxe der Sonne auf eine unbestimmte Art $= \xi''$ setzen, so ist $\frac{r}{v} = \text{Tang. } \xi = 0, 00000485$ ξ folglich

$v = 206\ 265 \frac{r}{\xi}$ (wann nämlich ξ in Theilen des halben Durchmessers ausgedruckt wird) und also

$$\frac{S}{T} = \frac{575}{575} \cdot \frac{4 (206265)^3 r}{(31558170)^2 \xi^3 l} \text{ wo } \frac{r}{l} = 6454641$$

welche Zahlen entwickelt geben $\frac{S}{T} = 226\ 712\ 470 \frac{1}{\xi^3}$:

wobey ich nur folgende Fälle bemerken will

wenn $\xi = 10''$ so wird $S = 226, 712 T$

wenn $\xi = 11$ so wird $S = 170, 332 T$

wenn $\xi = 12$ so wird $S = 131, 200 T$

wenn $\xi = 13$ so wird $S = 103, 192 T$.

34. Befindet sich also ein Körper, dessen Masse $= M$ in einer Entfernung $= v$ von dem Mittelpunct der Sonne, so wird dieselbe

be dahin mit einer Kraft so $= \frac{\alpha S}{vv} M$ oder $= 1, \frac{2}{3}$ $\frac{rrS}{vvT} M$ oder $=$

$\frac{227501052}{\xi^3} \cdot \frac{rr}{uu}$ M. Hieraus sieht man also, daß ein geringer Unterschied in der Parallaxe der Sonne die anziehende Kraft derselben gar merklich verändert, da der Werth von $\frac{S}{T}$, wenn $\xi = 10''$, mehr als 2mal größer wird, als im Fall $\xi = 13''$. Wir werden aber bald sehen, daß dieser so wichtig scheinende Unterscheid fast gar keinen merklichen in der Bewegung des Mondes verursacht. Inzwischen da jetzt die Sternkundigen die Parallaxe ξ ziemlich sicher auf $12''$ anzusehen glauben; so erhalten wir daher die anziehende Kraft der Sonne auf einen Körper M, der in einer Weite $= v$ davon entfernt ist $= 131656 \frac{rr}{uu}$ M; dahingegen die Kraft der Erde in einer gleichen Entfernung auf eben den Körper $= 1\frac{2}{3} \frac{rr}{uu}$ M ist, so daß jene Kraft 131200mal größer ist als diese.

35. Gemeiniglich pflegen diese nöthigen Vorbereitungen, um die Bewegung des Mondes zu bestimmen, nicht aus den ersten Grundsätzen der Bewegungswissenschaft hergeleitet zu werden; sondern man begnügt sich die mittlere Bewegung des Mondes unmittelbar aus der mittlern Bewegung der Erde zu schließen. Allein die Absicht, auf die von der erleuchteten Ehurfürstlichen Akademie vorgelegte Frage, schien diese etwas weitläufige Entwicklung der dazu benöthigten Grundsätze unumgänglich zu erfordern. Ueber dieses dürfte auch manchen der Sprung von der Schwere auf unserer Erde zu den Kräften der himmlischen Körper allzuverwägen scheinen; und also war diese Gelegenheit sehr bequem, um darüber allen Zweifel zu benehmen, und diese ganze Sache in ihr völliges Licht zu setzen.

Zweiter Theil

Von der Verhältniß der mittlern Bewegung des
Monds zu seiner mittlern Entfernung
von der Erde.

36.

Diese Untersuchung wird sich am deutlichsten anstellen lassen, wenn wir erstlich nur die Kraft der Erde in Betrachtung ziehen, und daraus die mittlere Bewegung des Monds bestimmen; weil solchergestalt die größten Schwierigkeiten wegfallen, und dadurch der Weg zur wahren Auflösung der vorgelegten Frage besser gebahnet wird. Man stelle sich also vor, als wenn die Erde und der Mond allein vorhanden wären, oder die übrigen Weltkörper gar keinen Einfluß auf ihre Bewegungen hätten: und man deute die Masse der Erde durch T , des Monds aber durch L an; die Entfernung aber zwischen dem Mittelpuncte dieser beyden Körper sey $= v$; so wird der Mond nach der Erde mit einer Kraft $= \frac{\alpha T}{vv}$ L , die Erde aber hinwiederum gegen den Mond mit einer Kraft $= \frac{\alpha L}{vv}$ T getrieben werden; wo für α der oben gefundene Werth $1\frac{2}{3}\frac{rr}{T}$ gesetzt werden muß, und r den halben Durchmesser der Linie ausdrückt.

37. In der That würden beyde Körper von diesen Kräften in Bewegung gesetzt werden: aber hier wird nicht sowohl die wahre Bewegung des Monds gesucht, als vielmehr die scheinbare, nach welcher sich derselbe um den Mittelpunct der Erde, welcher als stillstehend angenommen wird, zu bewegen scheint. Und um diese scheinbare Bewegung nach den Grundsätzen der Mechanik herauszu-
brin-

bringen; so muß man die Kräfte, welche auf die Erde wirken, in einer verkehrten Richtung nach der Verhältniß ihrer Massen dem Monde zueignen. Da nun die Erde mit der Kraft $\frac{\alpha L}{vv} T$ gegen den Mond getrieben wird; so muß man setzen, daß der Mond, außer der ihn wirklich treibenden Kraft, noch von der Kraft $\frac{\alpha L}{vv} L$ gegen die Erde getrieben werde, und also wird der Mond gegen die Erde, in sofern diese in der Ruhe angesehen wird, in allem mit der Kraft $\frac{\alpha(T+L)}{vv} L$ gestoßen. Hierauf gründen sich die oben (23) angeführten Formeln $\frac{A+B}{vv} A$ und $\frac{A+B}{vv} B$, deren weitere Erklärung hieher verschoben worden.

38. Da in einerley Entfernungen von der Erde diese Kraft einerley bleibt; so wäre es möglich, daß sich der Mond in einem Zirkel gleich geschwind um die Erde herum bewege: und wenn die Zeit des Umlaufs ganz genau mit der Länge eines Monats überein käme; so würde diese zirkelförmige Bewegung die mittlere Bewegung des Monds um die Erde darstellen. Nun aber ist die Zeit, in welcher der Mond nach den Fixsternen seinen Umlauf vollendet, 27 Tage, 7 St. 43' 13", welche in Secunden gebracht $\Theta = 2\,360\,593''$ giebt. Wir dürfen also nur die im 10. S. gemachte Rechnung auf diesen Fall anwenden, und setzen $\gamma = 1$; $h = g$; $r = v$; $\lambda M = \frac{\alpha(T+L)}{vv} L$; und $M = L$, so, daß $\lambda = \frac{\alpha(T+L)}{vv}$; und wir werden bekommen

$$\frac{\alpha(T+L)}{vv} = \frac{2\pi v}{\Theta g} = \frac{4v}{\Theta l} \text{ folglich}$$

$\Theta^3 = \frac{1}{4} \alpha (T+L) \Theta l$, woraus die mittlere Entfernung des Monds von der Erde v gefunden wird.

38. Da $\alpha = \frac{577}{5} \cdot \frac{rr}{T}$ so wird

$$v^3 = \frac{1}{4} \times \frac{577}{5} \times \Theta \Theta \times rrl \left(1 + \frac{L}{T}\right) \text{ und weil}$$

$$l = 36,601 \text{ Zoll, und } r = 236\,246\,076 \text{ Zoll; so ist}$$

$$l = \frac{r}{6454641} \text{ und folglich } \frac{v^3}{r^3} = \frac{1}{4} \cdot \frac{577}{5} \cdot \frac{\Theta \Theta}{6454641} \left(1 + \frac{L}{T}\right)$$

$$\text{oder } \frac{v^3}{r^3} = 216\,586 \left(1 + \frac{L}{T}\right) \text{ und } \frac{v}{r} = 60,0542 \sqrt[3]{1 + \frac{L}{T}}$$

Es ist also nur noch die Verhältniß zwischen den Massen der Erde und der Sonne übrig, welche sich nicht wohl anders als aus der Ebbe

und Fluth des Monds schließen läßt; da aber von einigen für $\frac{L}{T}$

der Bruch $\frac{1}{40}$, von andern aber $\frac{1}{70}$ heraus gebracht wird, und

diese letztere Meynung durch die Verrückung der Aequinoctialpuncten

ziemlich bestätigt wird; so lasset uns also $\frac{L}{T} = \frac{1}{70}$ annehmen, oder

$$\sqrt[3]{1 + \frac{L}{T}} = 1 + \frac{1}{210}; \text{ und wir werden für die mittlere Entfernung}$$

des Monds bekommen $v = 60,3402 r$ und daher die Horizontalparallaxe unter der Linie $= 56', 58''$, welche aber aus den Beobachtungen etwas größer, nämlich $57', 18''$ geschlossen wird.

Dieser Unterschied rühret unstreitig von der Kraft der Sonne her, wodurch die Kraft der Erde etwas vermindert, und deswegen der Mond näher bey der Erde seyn muß, wenn er seinen Umlauf in eben der Zeit verrichten soll. Hätten wir hingegen dem Monde

noch eine größere Masse zugeeignet; so würde seine Entfernung von der Erde noch größer heraus gekommen seyn. Um nun auch die Kraft

der Sonne in Betrachtung zu ziehen; so seyen (Fig. 4.) die Mittelpuncte der Sonne, der Erde und des Monds in S, T, und L; und ihre

Massen

Massen werden durch die Buchstaben S, T, und L ausgedrückt. Ferner sey die Weite der Sonne zur Erde $ST = s$, die Weite des Monds zur Erde $TL = u$ und der Winkel $STL = \Phi$; so wird die Weite des Monds zur Sonne $SL = \sqrt{(ss - 2su \cos \Phi + uu)}$ welche wir um der Kürze willen durch den Buchstaben z ausdrücken wollen.

41. Nach diesen Benennungen wird erstlich der Mond zur Erde nach LT mit der Kraft $\frac{\alpha T}{uu} L$ gezogen, und hernach zur Sonne nach LS mit der Kraft $\frac{\alpha S}{zz} L$. Diese sind die Kräfte, welche unmittelbar auf den Mond wirken: weil wir aber nur auf die scheinbare Bewegung der Sonne sehen, und den Mittelpunkt der Erde als stillstehend betrachten; so müssen wir über dieses die Kräfte, welche auf die Erde wirken, noch dem Mond in einer verkehrten Richtung und nach der Verhältniß seiner Masse zueignen. Da nun die Erde erstlich nach der Richtung TL vom Mond gezogen wird mit der Kraft $\frac{\alpha L}{uu} T$, und hernach auch von der Sonne nach der Richtung Ts mit der Kraft $\frac{\alpha S}{zz} T$; so entspringen daher auf den Mond noch diese 2 Kräfte

Erstlich nach LT eine Kraft $= \frac{\alpha L}{uu} L$, und

Zweytens nach LV eine Kraft $= \frac{\alpha S}{ss} L$; wenn nämlich LV der Linie sT parallel gezogen wird.

42. Alle diese Kräfte, welche auf den Mond wirken, lassen sich auf folgende 3 bringen:

I. Eine Kraft nach LT, welche ist $= \frac{\alpha(T+L)}{uu} L$

II 3

II Eine

II. Eine Kraft nach LS, welche ist $= \frac{\alpha S}{ZZ} L$

III. Eine Kraft nach LV, welche ist $= \frac{\alpha S}{ss} L$

Diese Kraft nach LS läßt sich füglich nach den zweien Richtungen LT und LU auflösen, von welchen diese LU der LV entgegen gesetzt ist; und daher entsteht demnach eine Kraft nach LT $\frac{\alpha S v}{z^3} L$ und

eine Kraft nach LU $= \frac{\alpha S s}{z^3} L$

so, daß wir jetzt nur folgende zwei Kräfte haben

Erstlich die Kraft nach LT $= \frac{\alpha (T+L)}{v \ v} L + \frac{\alpha S v}{z^3} L$

Zweytens, die Kraft nach LV $= \frac{\alpha S}{ss} L - \frac{\alpha S s}{z^3} L$

43. Ohne uns sogleich in eine weitläufige Entwicklung dieser Formeln einzulassen; so bemerke ich, daß zur Zeit des Neumonds, wenn $\Phi = 0$ und $\cos \angle$, die Kraft LU mit LT einerley Richtung bekommt, und weil alsdenn $z = s - v$; so wird die Kraft nach

LT $= \frac{\alpha (T+L)}{v \ v} L + \frac{\alpha S}{ss} L - \frac{\alpha S}{zz} L$; und weil die Weite s ungleich

größer ist, als v; so ist sehr genau $\frac{1}{zz} = \frac{1}{ss} + \frac{vv}{s^3}$; folglich die

Kraft im Neumond nach LT $= \frac{\alpha (T+L)}{v \ v} L - \frac{2\alpha S v}{s^3} L$. Hingegen

im Vollmond, wenn $\Phi = 180^\circ$, wird $z = s + v$, und die Kraft nach LV zieht den Mond von der Erde weg, und deswegen

wird die Kraft nach LT $= \frac{\alpha (T+L)}{v \ v} L - \frac{\alpha S}{ss} L + \frac{\alpha S}{zz} L$, welche aber,

ε L

so

so man für $\frac{1}{zz}$ seinen Werth $\frac{1}{ss} - \frac{vv}{s^3}$ setzt, nichts destoweniger eben

so, wie beym Neumonde dem $\frac{\alpha(T+L)}{v v} L - \frac{2\alpha Sv}{s^3} L$ gleich ist.

Bei den Mondsvierteln, wenn $\Phi = 90^\circ$ wird $z = \sqrt{(ss + vv)}$ und ziemlich genau $z = s$; daher alsdenn die den Mond nach der Erde

treibende Kraft heraus kommt $= \frac{\alpha(T+L)}{v v} L + \frac{\alpha Sv}{s^3} L$.

44. Wenn wir nun die auf den Mond schief wirkende Kraft nach LV, als welche an sich immer sehr klein ist, und den Mond eben soviel rückwärts als vorwärts zieht, beyseits setzen; so sehen wir, daß von der Sonne die den Mond nach der Erde treibende Kraft $\frac{\alpha(T+L)}{v v} L$ im Neumond und Vollmond um $\frac{2\alpha Sv}{s^3} L$ vermindert,

hingegen in den Mondsvierteln um $\frac{\alpha Sv}{s^3}$ vermehret wird. Woraus erhellet, daß die Verminderung die Oberhand behält, und es eben soviel ist, als wenn die den Mond nach der Erde treibende Kraft in einem fort vermindert würde, und dieß ohngefähr um $\frac{\alpha Sv}{2s^3} L$; also, daß sich die mittlere Bewegung des Monds ungefähr eben so verhalten wird, als wenn derselbe in einem fort gegen die Erde mit einer Kraft so $= \frac{\alpha(T+L)}{v v} L - \frac{\alpha Sv}{2s^3} L$ getrieben würde.

Nehmen wir nun v für die mittlere Entfernung des Monds von der Erde, und s für die mittlere Entfernung der Sonne von der Erde an; so wird uns die oben im 38sten Abschnitt gegebene Rechnung zu unserm Endzweck führen: wenn wir nur anstatt der Kraft $\frac{\alpha(T+L)}{v v} L$ diese verminderte $\frac{\alpha(T+L)}{v v} L - \frac{\alpha Sv}{2s^3} L$, das ist: wenn

wir

wir anstatt $T+L$ diese Formel $T+L - \frac{Sv^3}{2s^3}$ und folglich anstatt $1 + \frac{L}{T}$ folgende $1 + \frac{L}{T} - \frac{v^3}{2s^3} \cdot \frac{S}{T}$ schreiben. Hieraus erhalten wir

$$\frac{v}{r} = 60,0542 \sqrt[3]{\left(1 + \frac{L}{T} - \frac{Sv^3}{2Ts^3}\right)}$$

in welcher surdischen Formel es genug ist für v nur den nächsten Werth zu schreiben. Sehen wir nun die Parallaxe der Sonne

gleich ξ'' ; so ist $\text{Tang. } \xi = \frac{r}{s}$ und $\xi = \frac{206265}{s} r$: also wird nach

dem 32. §. $\frac{S}{T} = \frac{226\,712\,470}{(206\,265)^3} \cdot \frac{s^3}{r^3}$ oder $\frac{S}{T} = \frac{s^3}{38708035r^3}$ folglich

$$\frac{v}{r} = 60,0542 \sqrt[3]{\left(1 + \frac{L}{T} - \frac{v^3}{2 \times 38708035r^3}\right)}$$

Da nun ziemlich genau $\frac{v}{r} = 60$, so wird

$$\frac{v}{r} = 60,0542 \sqrt[3]{\left(1 + \frac{L}{T} - \frac{1}{359}\right)}$$

$$\frac{v}{r} = 60,0542 \sqrt[3]{\left(1 + \frac{1}{37}\right)} \text{ das ist: } v = 60,2834r$$

Und die Parallaxe unter der Linie = $57', 2''$ ziemlich genau. Wo-
bey insonderheit zu bemerken, daß diese Bestimmung nicht von der
Parallaxe der Sonne abhängt, als welche sich in der Rechnung
gegen s^3 aufgehoben hat (34.).

46. Man kann nicht wohl eine genauere Uebereinstimmung
mit der Wahrheit erwarten; weil die Sterukündigen über die ei-
gentliche Parallaxe des Mondes noch nicht so einig sind, daß sich
nicht ein Unterschied von mehreren Secunden in ihren Bestimmung-
gen finden sollte. Die oben angeführte von $57' 18''$ ist aus des be-
rühmten Hrn. Prof. Meyers Tabellen genommen, welche derselbe
aus

ausdrücklich für den Aequator ansetzt; indem er dabey die wahre Figur der Erde mit in Betrachtung gezogen; da in den andern Tabellen die Erde als kugelrund angesehen wird. Die meyerischen Tafeln werden auch allenthalben für die richtigsten gehalten; und alle Umstände sind mit einer solchen Sorgfalt bestimmt, daß man auch an der darinn festgesetzten Parallaxe des Monds nicht zweifeln darf; doch ist ein kleiner Fehler von etlichen Secunden unvermeidlich.

47. Wir haben also vielmehr Ursache, in die herausgebrachte Formel und derselben Berechnung einiges Mißtrauen zu setzen. Denn erstlich ist die Masse des Monds gegen der Erde noch gar zu ungewiß; und ungeachtet dieselbe aus den verschiedenen Meynungen hier am kleinsten angenommen worden; so könnte es dennoch seyn, daß sie noch kleiner wäre. Hernach, ob es gleich nicht auf die Parallaxe der Sonne hierbey ankommt; so war doch das Glied $\frac{\alpha S u}{2 s^3} L$ allzu willkürlich angenommen. Denn da in der That die auf den Mond wirkende Kraft veränderlich ist, wenn auch seine Entfernung von der Erde einerley bliebe; indem dieselbe in den Voll- und Neumonden durch $\frac{\alpha(T+L)}{u u} L - \frac{2\alpha S u}{s^3} L$, bey den Vierteln aber durch $\frac{\alpha(T+L)}{u u} L + \frac{\alpha S u}{s^3} L$ ausgedruckt wird, und in andern Stellungen sich noch schief wirkende Kräfte dazu schlagen; so ist leicht zu erachten, daß die aus bloßer Vermuthung daher gezogene beständige Kraft $\frac{\alpha(T+L)}{u u} L - \frac{\alpha S u}{2 s^3} L$ gar merklich von der Wahrheit abweichen könne.

48. Wollte man aber die wahre Verhältniß zwischen des Monds mittleren Bewegung und mittleren Entfernung von der Erde auf das schärfste bestimmen; so müßten zugleich alle Ungleichheiten

in desselben Bewegung auf das genaueste untersucht werden; als welche alle auf desselben mittlere Entfernung einen Einfluß haben. Man würde sehen, daß auch die Ungleichheit in der scheinbaren Bewegung der Sonne darein eine geringe Veränderung verursacht, wie denn auch die Abweichung der Mondsbahne von der Eccliptik oder Sonnenbahne nicht müßte aus der Acht gelassen werden. Doch da sich diese nicht über 5 Grade erstreckt; so ist der Einfluß davon ganz unmerklich: und deswegen, um nur einen Abriß von der Untersuchung, welche zu diesem Ende angestellet werden müßte, zu geben; so will ich die Bewegung des Monds so ansehen, als wenn dieselbe beständig in der Eccliptik geschähe.

49. Man stelle sich also (Fig. 5.) den Mittelpunkt der Erde in T vor, welchen wir als stillstehend ansehen, und nach einer von einer gewissen Epoche verflossenen Zeit von t Secunden sollen sich die Mittelpuncte der Sonne und des Monds in S und L befinden: T sey die Masse der Erde, S der Sonne, und L des Mondes: TA sey eine nach einer bestimmten Gegend der Welt gezogene Linie, in Ansehung welcher der Ort des Monds bestimmt werden soll: man setze die Weite $TS = s$; $TL = v$; und die Winkel $ATS = \theta$, $ATL = \phi$: ferner um abzukürzen, so sey der Winkel $STL = \phi - \theta = \eta$; so wird die Entfernung des Monds von der Sonne $SL = \sqrt{(ss - 2s v \cos \eta + vv)}$, welche wir durch z andeuten wollen. Zieht man nun LV der Linie ST Parallel; so haben wir gesehen (S. 42.), daß der Mond von zweien Kräften getrieben wird.

Die eine, so nach LT gerichtet, ist $= \frac{\alpha(T+L)}{vv} L + \frac{\alpha S v}{z^3} L$

Die andere aber nach LV ist $= \frac{\alpha S}{ss} L - \frac{\alpha S s}{z^3} L$

Die erstere wollen wir nun um der Kürze willen durch P, die andere aber

aber durch Q andeuten. Man muß sich erinnern, daß hier $\alpha = \frac{577}{575} \cdot \frac{rr}{T}$ ist, wo r den halben Durchmesser der Linie andeutet.

50. Um nun aus diesen Kräften die Bewegung des Mondes zu berechnen, so löse ich dieselben nach den beyden festgesetzten Richtungen Lx und Ly auf, deren jene mit der Linie AT parallel läuft, diese aber darauf senkrecht ist. Nach eben diesen beyden Richtungen müssen nun auch die Kräfte P und Q aufgelöst werden: da denn die erstere eine Kraft nach $LX = P \sin \phi$ und eine nach $Lx = Q \cos \phi$, die letztere aber eine nach $LX = Q \sin \theta$ und eine nach $Lx = Q \cos \theta$ geben. Setzen wir nun $BX = x$ und $XL = y$; so geben uns die Grundsätze der Bewegung

$$\frac{ddx}{dt^2} = \frac{2g(P \cos \phi + Q \cos \theta)}{L} \text{ und } \frac{ddy}{dt^2} = \frac{-2g(P \sin \phi + Q \sin \theta)}{L}$$

Nun aber ist $x = BT - v \cos \phi$; und $y = v \sin \phi$; folglich

$$dx = -dv \cos \phi + v d\phi \sin \phi; \text{ und } dy = dv \sin \phi + v d\phi \cos \phi; \text{ daher}$$

$$ddx = -ddv \cos \phi + 2dv d\phi \sin \phi + v d\phi^2 \cos \phi + v dd\phi \sin \phi; \text{ und}$$

$$ddy = ddv \sin \phi + 2d\phi dv \cos \phi - v d\phi^2 \sin \phi + v dd\phi \cos \phi.$$

51. Da $\sin \phi^2 = 1$; so schließen wir aus diesen Formeln $ddx \sin \phi + ddy \cos \phi = 2dv d\phi + v dd\phi$ und

$$ddy \sin \phi - ddx \cos \phi = ddv - v d\phi^2$$

Daher erhalten wir die zwey folgende Gleichungen:

$$\frac{2dv d\phi + v dd\phi}{dt^2} = \frac{2gQ}{L} (\sin \phi \cos \theta - \cos \phi \sin \theta) = \frac{2gQ \sin \eta}{L}$$

$$\frac{ddv - v d\phi^2}{dt^2} = \frac{-2g}{L} (P + Q \cos \eta)$$

Wir haben also nur für P und Q ihre Werthe zu schreiben; so bekommen wir

$$\frac{2dv d\phi + v dd\phi}{dt^2} = 2g\alpha S \left(\frac{1}{ss} - \frac{s}{2^3} \right) \sin \eta; \text{ und}$$

$$\frac{d^2v - v d\phi^2}{dt^2} = \frac{-2g\alpha(T+L)}{uv} - 2g\alpha S \left(\frac{v}{z^3} + \frac{\cos \eta}{ss} - \frac{s \cos \eta}{z^3} \right)$$

durch welche beyde Gleichungen die ganze Bewegung des Monds mit allen Ungleichheiten enthalten ist; sofern wir nämlich die Breite des Monds oder seine Abweichung von der Eccliptik hinten setzen.

§2. Da $z = \sqrt{(ss - 2sv \cos \eta + vv)}$ und s gar vielmal größer ist als v ; so giebt die Näherung ziemlich genau

$$\frac{1}{z^3} = (ss - 2sv \cos \eta + vv)^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{s^3} + \frac{3v \cos \eta}{s^4}; \text{ daher unsere beyden}$$

Gleichungen diese Gestalt bekommen:

$$\frac{2dv d\phi + v dd\phi}{dt^3} = -6g\alpha S \frac{v \sin \eta \cos \eta}{s^3} = -3g\alpha S \cdot \frac{v \sin 2\eta}{s^3}$$

$$\frac{d^2v - v d\phi^2}{dt^2} = \frac{-2g\alpha(T+L)}{uv} - 2g\alpha S \left(\frac{v}{s^3} - \frac{3v \cos^2 \eta}{s^3} \right); \text{ oder}$$

$$\frac{d^2v - v d\phi^2}{dt^2} = \frac{-2g\alpha(T+L)}{uv} + \frac{g\alpha S v}{s^3} (1 + 3 \cos 2\eta)$$

Könnte man sich nun einen solchen Fall vorstellen, da gleichsam ein anderer Mond, der von eben diesen Kräften getrieben würde, sich gleich geschwind in einem Zirkel bewegte; so ließe sich daraus die mittlere Bewegung des Monds samt seiner Entfernung von der Erde am süglichsten beurtheilen. Allein bey diesen Kräften ist ein solcher Fall nicht möglich: und deswegen ist man gezwungen, auch zugleich die Ungleichheit in der Bewegung in Betrachtung zu ziehen.

§3. Da nun v keine beständige Größe seyn kann; so wollen wir setzen $v = \alpha + C \cos \omega$, wo das Glied $C \cos \omega$ alle Aenderungen andeuten kann, um welche die Größe v bald größer bald kleiner als α wird: daher α mit allem Recht als die mittlere Entfernung des

Monds von der Erde angesehen werden kann. Eben so, da $\frac{d\phi}{dt}$ eine

ver

Veränderliche Größe ist; so wollen wir setzen $\frac{d\phi}{dt} = Z + D \cos \omega$, wo das letzte Glied wiederum alle Ungleichheiten in der Bewegung unter sich begreift, so, daß Z die mittlere Bewegung in einer Secunde bedeutet. Eigentlich sollten viele dergleichen Glieder angenommen werden; weil die Ungleichheit, sowohl in der Entfernung als Geschwindigkeit, von sehr vielerley Winkeln abhängt. Allein der einzige ω kann hier so angesehen werden, als wenn er die Stelle vieler verträte. Es ist genug, zu bemerken, daß einerley Winkel in den beyden Formeln für α und $\frac{d\phi}{dt}$ vorkommen; und daß alle diese Winkel ω zur Zeit t eine gewisse Verhältniß haben, und deßwegen für einen jeglichen $\frac{d\omega}{dt}$ als eine beständige Größe angesehen werden kann.

§4. Da nun $v = \alpha + C \cos \omega$, und $\frac{d\phi}{dt} = Z + D \cos \omega$; so wird

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{Cd\omega}{dt} \sin \omega; \quad \frac{ddv}{dt^2} = -\frac{Cd\omega^2}{dt^2} \cos \omega; \quad \text{und} \quad \frac{dd\phi}{dt^2} = -\frac{Dd\omega \sin \omega}{dt}$$

Man bringe nun diese Werthe in unsere beyden Gleichungen; so bekommt man

$$\text{I. } \frac{2ZCd\omega \sin \omega}{dt} - \frac{CDd\omega \sin 2\omega}{dt} - \frac{Dad\omega \sin \omega}{dt} - \frac{EDd\omega \sin 2\omega}{2dt} = -\frac{3g\alpha S}{s^3} \alpha \sin 2\eta$$

woraus sich schließen läßt, daß da seyn müsse $2ZC + D\alpha = \alpha$, und die übrigen Glieder müssen mit den Sinibus, so aus der Entwicklung der Formel $-\frac{3g\alpha S}{s^3} v \sin 2\eta$ entstehen, in Vergleichung gesetzt werden. Die andere Gleichung erhält diese Formel:

$$\text{II.} - \frac{Cd\omega^2 \cos \omega}{dt^2} - ZZ\alpha - ZZC \cos \omega - 2Z\alpha D \cos \omega - 2ZCD \cos \omega \\ - 2\alpha D^2 \cos \omega^2 = \frac{2g\alpha(T+L)}{uu} + \frac{g\alpha S v}{s^3}$$

Wo man jetzt α für v schreiben kann, da es nur auf die mittleren Entfernungen ankommt. Also wird

$$ZZ\alpha = \frac{2g\alpha(T+L)}{\alpha\alpha} - \frac{g\alpha S\alpha}{s^3}; \text{ und daher}$$

$$(ZZ + \frac{g\alpha S}{s^3}) \alpha^3 = 2g\alpha(T+L); \text{ oder, da das Glied } \frac{g\alpha S\alpha}{s^3} \text{ in Ansehung}$$

des Vorhergehenden sehr klein ist; so kann man setzen:

$$\alpha^3 = \frac{2g\alpha(T+L)}{ZZ} - \frac{g\alpha S\alpha^3}{ZZs^3}; \text{ oder}$$

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{2g\alpha T}{ZZ} \left(1 + \frac{L}{T} - \frac{S\alpha^3}{2Ts^3}\right)} = \sqrt[3]{2 \cdot \frac{577}{573} \cdot \frac{grr}{ZZ} \left(1 + \frac{L}{T} - \frac{S\alpha^3}{2Ts^3}\right)}$$

55. Wenn wir diesen Werth der mittlern Entfernung des Mondes von der Erde mit dem oben gefundenen (§. 44.) in Vergleichung stellen; so fällt die vollkommene Uebereinstimmung so gleich in die Augen; nur mit dem Unterschied, daß dort die mittlere Entfernung durch den Buchstaben v angedeutet worden: ferner haben wir dorten die Zeit des ganzen Umlaufs des Mondes, hier aber die daher entspringende mittlere Bewegung für eine Secunde in die Rechnung gebracht, aus beiden also erhält man;

$$\frac{\alpha}{r} = 60,0542 \sqrt[3]{\left(+ \frac{L}{T} - \frac{S\alpha^3}{2Ts^3}\right)}$$

Und

Und hierdurch wird demnach die oben gebrauchte Vermuthung über die mittlere Kraft, so den Mond nach der Erde treibt, vollkommen bestätigt, welche dort noch vielen Zweifeln unterworfen zu seyn schien.

56. Hieraus sieht man also ganz deutlich, was, nachdem die mittlere Bewegung des Mondes fest gesetzt worden, die Masse des Mondes L , und auch der Sonne S , nebst ihrer Entfernung von der Erde zu Bestimmung der mittlern Weite des Mondes von der Erde beitragen. Es ist aber wohl zu bemerken, daß sich die Masse der Sonne S gegen ihre Entfernung von der Erde s vollkommen aufhebt, und blos allein die Zeit ihres jährlichen Umlaufs um die Erde in die Rechnung kommt. Da nun diese auf das genaueste bekannt ist; so bekommen wir für die mittlere Entfernung des Mondes von der Erde diesen Werth:

$$\frac{\alpha}{r} = \frac{60,0542}{\sqrt[3]{1,0027977}} \sqrt[3]{1 + \frac{L}{T}} = 59,9983 \sqrt[3]{1 + \frac{L}{T}}$$

und $\frac{\alpha}{r}$ ist die cotangens der Parallaxe des Mondes unter der Linie.

57. Wäre also die mittlere Parallaxe des Mondes unter der Linie ganz genau bekannt; so könnte man daraus hinwiederum die Masse des Mondes, in Ansehung der Masse der Erde, bestimmen. Denn setzen wir G für die mittlere Parallaxe des Mondes unter der

Linie; so wird $1 + \frac{L}{T} = \left(\frac{\cot G}{59,9983}\right)^3$. Weil nun ziemlich genau

$G = 57' 18''$, so wollen wir für einige benachbarte Werthe die Ver-

hältniß $\frac{L}{T}$ berechnen:

wenn

wenn G	so wird $1 + \frac{L}{T}$	folglich $\frac{L}{T}$	oder $\frac{L}{T}$
57' 00'	1, 01545	0, 01545	$\frac{1}{65}$
57 05	1, 01105	0, 01105	$\frac{1}{90}$
57 10	1, 00666	0, 00666	$\frac{1}{150}$
57 15	1, 00229	0, 00229	$\frac{1}{437}$
57 20	0, 99794	— 0, 00206	— $\frac{1}{485}$

Hieraus ersehen wir, daß die mittlere Parallaxe des Monds unter der Linie gewiß kleiner seyn müsse, als 57 15"; weil die Masse des Monds gewiß mehr als den 437ten Theil der Masse der Erde beträgt: und da diese Masse nicht wohl kleiner, als den 90ten Theil der Masse der Erde angenommen werden kann; so ist diese Parallaxe auf das allerhöchste 57' 5".

§ 8. Ich muß aber auch dem Hrn. Prof. Meyer die Gerechtigkeit wiederfahren lassen, daß er nirgendswa gesagt, daß wenn sich der Mond in seiner mittlern Entfernung von der Erde befindet, seine Parallaxe alsdenn unter der Linie 57' 18" sey; sondern diese Bestimmung ist das Mittel zwischen der größten und kleinsten Parallaxe, so von ihm angegeben worden. Da sich aber die Parallaxe umgekehrt wie die Entfernungen verhalten; so hätte hier nicht die arithmetische, sondern die harmonische Mittelzahl genommen werden sollen. Wenn nämlich die kleinste Parallaxe = p , und die größte = q ; so ist diejenige, die der mittlern Entfernung zukommt, nicht $\frac{1}{2}(p+q)$, sondern $\frac{2pq}{p+q}$. Nun aber ist nach des Herrn Meyers Tafeln die

kleinen

Kleinen Ungleichheiten beyseits gesetzt, die kleinste Parallaxe $p = 54', 10'' = 3250''$, und die größte $q = 60', 26'' = 3626''$; folglich kommt die wahre mittlere Parallaxe, so hier in Betrachtung gezogen werden muß =

$$\frac{2 \times 3250 \times 3626}{6876}'' = 3428''$$

das ist $57', 8''$, und also um $10''$ kleiner als vorher angenommen worden. Dieses kommt nun weit schöner mit der obigen Rechnung überein: daraus aber würde folgen, daß die Masse des Mondes ungefähr der 120te Theil von der Masse der Erde wäre.

59. Eine größere Uebereinstimmung mit dem Himmel ist auch um so viel weniger zu erfordern, da ein geringer Fehler in Bestimmung des sich alle Secunden schwingenden einfachen Pendels, dergleichen nicht zu vermeiden, leicht eine so geringe Abweichung verursachen kann, zu geschweigen, daß man auch nicht in der Parallaxe des Mondes auf einige Secunden sicher ist. Wenn man aber je so glücklich seyn und diese Stücke auf das genaueste bestimmen könnte, gleichwol aber sich noch ein Unterschied der hergegebenen Berechnung finden sollte, also daß die dahergeleitete Verhältniß der Massen der Erde und des Mondes mit der Ebbe und Fluth und der jährlichen Verrückung der Äquinoc-tial-Puncte nicht sollte bestehen, so muß der Grund davon in einem ganz andern Umstand gesucht werden; und ich zweifle nicht, daß derselbe nicht darinn bestehen sollte, daß der Körper des Mondes keine vollkommen runde Kugel ist, wie hier angenommen worden. Die sogenannte Libration des Mondes giebt genug-

sam zu erkennen, daß der Mond sehr merklich von dieser Figur abweicht, woraus unter andern auch dieses folget, daß sein Mittelpunkt der Schwere etwas weiter von der Erde zu stehen kommt, als wenn seine Figur vollkommen rund wäre; folglich wäre seine mittlere Entfernung etwas größer, und die Parallaxe um so viel kleiner. Diese Untersuchung erfordert aber ganz besondere Rechnungen, welche ohne Zweifel bey dieser Aufgabe nicht verlangt werden; da aus dem beygebrachten die aufgegebenene Frage völlig erörtert zu seyn scheint.

Lætus in præsens animus, quod ultra est oderit
curare.



Fig. 1.

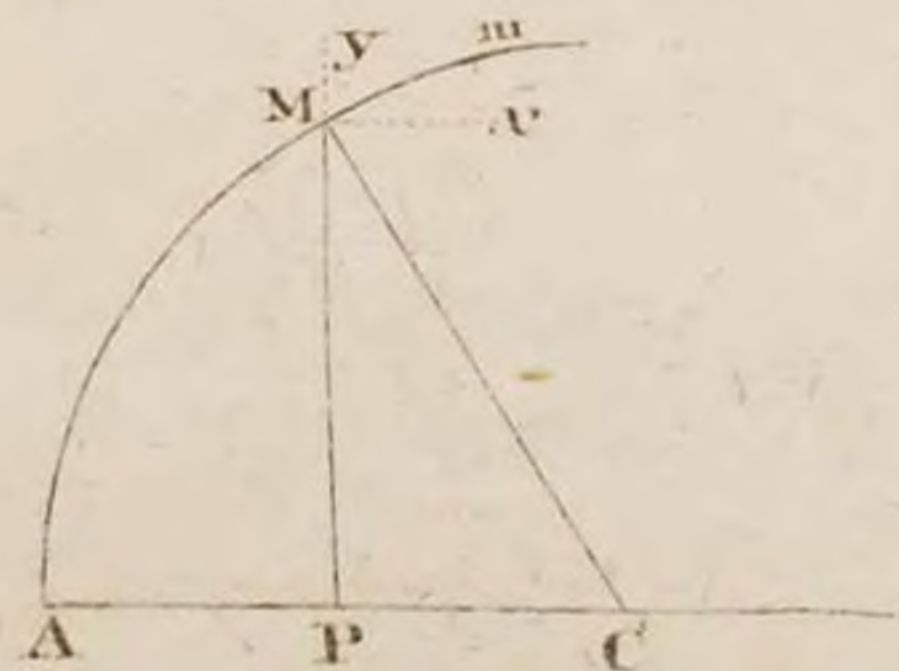


Fig. 2.

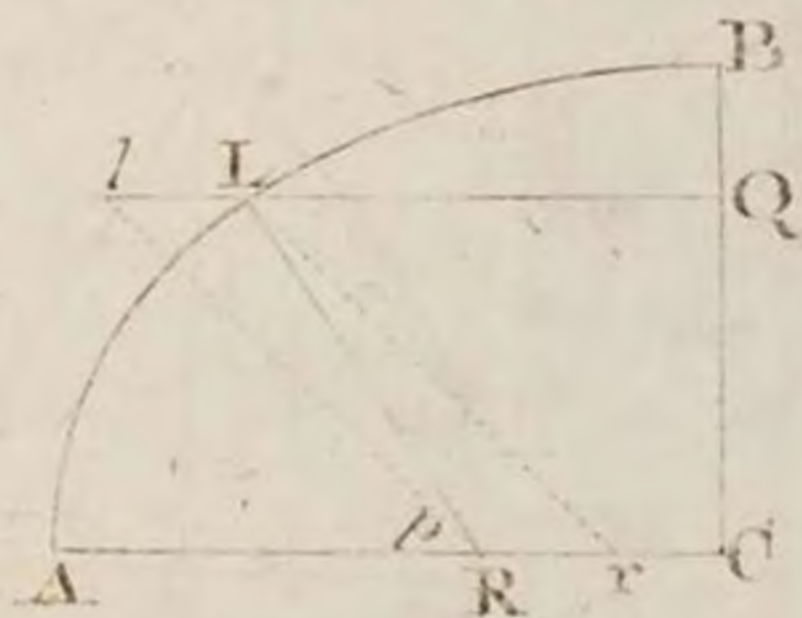


Fig. 3. Fig. 4.



Fig. 5.

