

BAYERISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

SITZUNGSBERICHTE

JAHRGANG

1956

MÜNCHEN 1956

VERLAG DER BAYERISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

In Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

Über die Genauigkeit von Gravimetern bei Großentfernungsmessungen (über 600 km Profillänge) Vergleichsmessungen mit vier Gravimetern verschiedener Bauart auf der Strecke Stuttgart-Harzburg

Von Anton Graf in München

Vorgelegt von Herrn Max Kneißl
am 2. Dezember 1955

Die innere Genauigkeit von Gravimetern liegt heute bei 0,01 mgl. Man versteht darunter die Streuungen der Meßwerte zwischen 2 Stationen geringer Entfernung (wenige Kilometer) bei Wiederholungen mit dem gleichen Gerät in kurzen Zeitabständen. Diese innere Meßgenauigkeit stellt aber nicht die volle Meßgenauigkeit dar; denn es können noch systematische Fehler hinzukommen, die teils im Gerät, teils außerhalb desselben liegen. Systematische Fehler im Gerät sind:

Ungenauer Eichwert; nicht genau erfaßbare restliche Spindelfehler; kleine adiabatische Effekte bei bergigem Gelände oder solche, die durch den Fahrwind hervorgerufen werden; durch den Thermostaten bedingte kleinste Heizwellen; nicht mehr als solche erkennbare Kleinstsprünge; durch plötzliche Sonneneinstrahlung verursachte minimale Ausschlagsänderungen, usw. Zu den systematischen Fehlern außerhalb des Gerätes gehören: Durch Verkehrserschütterungen, Bodenunruhe, Erdbeben und Mikroseismik hervorgerufene Fehler; Fehler, die durch ein Auswandern der Libellen auf nachgiebigem Untergrund oder durch ungenaue Aufstellung in bezug auf die Höhe oder durch Unsicherheiten in der Erfassung des Gezeiteneffektes oder durch den persönlichen Fehler des Beobachters (Ablesestreuung) bedingt sind, usw.

Wurde mit einem Gravimeter eine längere Meßstrecke mit vielen Meßpunkten mit nur geringen Streuungen, also anscheinend fehlerfrei, durchgemessen, so liegt darin noch keine strenge

Gewähr, daß die erhaltenen Werte mit den tatsächlichen Schweredifferenzen identisch sind. Um ein Bild zu gewinnen, wie genau man an den wahren Schwerewert herankommt, bzw. wie weit die systematischen Fehler die Meßwerte beeinflussen, wurden im Sommer 1954 auf Vorschlag und Veranlassung von M. Kneißl auf der über 600 km langen Strecke Stuttgart-Harzburg vier Gravimeter verschiedener Bauart zu Vergleichsmessungen angesetzt. Es handelte sich um zwei Askania-Instrumente GS9 (Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut München, Beobachter Wattermann, und Amt für Bodenforschung in Hannover, Beobachter Dürbaum), das Worden-Gerät Nr. 170 (Seismos, Hannover, Beobachter Nebelin), und ferner ein North American-Gravimeter (Institut für angewandte Geodäsie in Frankfurt, Beobachter Brein). Geplant waren 23 Meßpunkte mit ca. 15 bis 20 km Punktabstand. Leider haben nicht alle Beobachter auf den gleichen vorgesehenen Punkten aufgestellt, so daß das Resultat nicht jene Klarheit ergibt, die man von dieser Langstreckenmessung hätte erwarten können. Nur an 8 von den 23 Stationen haben alle Beobachter an identischen Punkten gemessen. Glücklicherweise haben wenigstens je zwei Beobachter auf denselben Meßorten aufgestellt bis auf einige Ausnahmen. In den Tabellen 1 und 2 sind die gemessenen Schwerewerte aufgeführt. Spalte 1 und 3 enthält die gemessenen Schweredifferenzen von Meßpunkt zu Meßpunkt. Sie wurden von den Beobachtern unabhängig voneinander und ohne Kenntnis der Werte der anderen Meßtrupps aus den Feldbüchern ermittelt. Die Auswertung wurde ferner von drei getrennt arbeitenden Experten nachgeprüft. Die bei der Gangbestimmung und Sprungdeutung mögliche Toleranz in der Auswertung erwies sich als nicht größer als ein bis zwei Hunderstel Milligal. In den Spalten 2 und 4 wurde durch fortlaufende Addition die Summe der Schwerewerte gebildet, bezogen auf Harzburg = 0.

Für die Schweredifferenz Harzburg-Stuttgart ergab sich:

DGF	Seismos	AfB	JfaG
334,48 mgl	334,32 mgl	334,12 mgl	332,97 mgl.

Der offenbar etwas zu kleine Wert des North-American-Gravimeters muß darauf zurückgeführt werden, daß der Beobachter

den Eichwert des amerikanischen Herstellers verwendete, während die Beobachter der drei übrigen Geräte ihre Skalenwerte auf die Schweredifferenz Torfhaus-Harzburg (Deutsche Eichstrecke) bezogen. Um die einzelnen Meßwerte Punkt für Punkt vergleichen zu können, wurden in den Spalten 5 bis 8 alle vier Gravimeter durch eine Eichwertverbesserung auf eine einheitliche Schweredifferenz Harzburg-Stuttgart (334,35 mgl) angeglichen und in den Spalten 9 bis 12 die Abweichungen berechnet. Spalte 9 von Tabelle 1 enthält die Schweredifferenzen von Meßpunkt zu Meßpunkt der Gravimeter von DGFI und IfaG und Spalte 11 von Tabelle 2 die entsprechenden von den Geräten der Seismos und des Amtes für Bodenforschung (in Hundertstel Milligal). In den Spalten 10 wurden die Abweichungen quadriert und unten summiert. ($\Sigma d d$). Die Spalten 11 und 12 von Tabelle 1 und 2 enthalten dieselben Größen wie 9 und 10, jedoch bezogen auf Harzburg (D), also für fortschreitend wachsende Schweredifferenzen. Die Gegenüberstellung von d und D liefert Anhaltspunkte für eventuelle systematische Fehler.

Gemäß der Formel $f_m = \pm \sqrt{[d d]/2n}$ wurde gefunden:

- a) $f_m = \pm 0,063$ mgl für DGFI-IfaG und
- b) $f_m = \pm 0,053$ mgl für Seismos – AfB. Ferner gemäß

$$F_m = \pm \sqrt{[D D]/2n}$$
- c) $F_m = \pm 0,080$ mgl für DGFI – IfaG und
- d) $F_m = \pm 0,087$ mgl für Seismos – AfB.

Die kleine Zunahme der mittleren Abweichungen F gegenüber f lassen auf einen geringen systematischen Fehler schließen. Diese Vermutung wird bestätigt, wenn man die Spalten 11 in den Tabellen 1 und 2 hinsichtlich des Vorzeichens betrachtet. Die Tatsache, daß die Abweichungen fast alle nur in einer Richtung liegen, deuten auf einen systematischen Fehler hin, dessen Ursache vielfacher Art sein kann. Eine Möglichkeit, auf die H. Watermann hingewiesen hat, wäre, den Fehler in einer kleinen restlichen Druckabhängigkeit zu suchen (nur ein Gerät ist luftdicht, die drei anderen sind druckkompensiert). Trägt man die ermittelten Abweichungen in Abhängigkeit von der jeweiligen

Meßpunkthöhe auf, so ist eine schwache Tendenz in dieser Richtung erkennbar. Sie reicht jedoch in Anbetracht der kleinen Zahl von Meßpunkten und Meßgeräten nicht aus, um aus ihr eine Druckabhängigkeit mit Sicherheit festzustellen. Eine weitere Möglichkeit liegt in dem Vorhandensein von adiabatischen Effekten, auf die jedes nicht druckdichte Gerät anders reagiert je nach Federmaterial, Temperaturverhalten, Federmasse usw. Auch restliche Meßspindelfehler sind denkbar, da eines der vier Geräte keine Spindelkorrekturkurve benutzte. Zufällig wurden die gleichen Profile paarweise von je einem linearen und einem astasierten Gerät gemessen. Man könnte daher vermuten, daß die systematischen Abweichungen von einer nicht genügenden Linearität der Anzeige herrührten. Zur Klärung dieser Frage reicht jedoch das vorliegende Material in keiner Weise aus.

In Tabelle 3 erfolgte die Fehlerberechnung in anderer Weise. Dort wurden nur jene 8 Meßstationen herangezogen, auf denen alle 4 Gravimeter gemessen hatten, und die Mittelwerte gebildet. (In Spalte 17 von Meßort zu Meßort und in Spalte 18 bezogen auf Harzburg). Die Abweichungen von den Mittelwerten sind in den Spalten 21 und 23 und die Quadratsummen in den Spalten 22 und 24 aufgeführt. Da, wie schon erwähnt, ein Gravimeter eine zu kleine Eichkonstante benutzte, wurden alle Gravimeterwerte wieder auf die einheitliche Schweredifferenz Harzburg-Stuttgart = 334, 35 mgl reduziert (Spalten 9–16) und die reduzierten Mittelwerte ermittelt (Spalte 19–20). Die Abweichungen von diesen Mittelwerten sind in den Spalten 25 und 27 und die Quadratsummen in den Spalten 26 und 28 verzeichnet. Nimmt man den Mittelwert als „wahren“ Wert an, so ergibt sich der mittlere Fehler der 4 Geräte zu $f'_m = \pm \sqrt{\sum d'^2 / (n-1)}$ an jeder Meßstation mit $n = 4$, und das algebraische Mittel von f'_m für alle 8 Punkte ist ein Anhaltspunkt für die Güte der Messung und der Meßgeräte.

Die Spalten 31 und 32 zeigen das Resultat. Es wurde gefunden:

$f'_m = \pm 0,055$ mgl für die Werte von Meßpunkt zu Meßpunkt
mit einem mittleren Schwereunterschied von
ca. 25 mgl und

$F'_m = \pm 0,063$ mgl für die Werte ab Harzburg.

Um dieses Ergebnis mit den aus Tabelle 1 und 2 ermittelten Fehlergrößen vergleichen zu können, müssen schließlich noch die Größen f_m und F_m für die kürzeren Strecken Harzburg–Langen berechnet werden. Man findet aus Tabelle 1 für die Quadratsumme bis Langen $\Sigma dd = 617$ bzw. $\Sigma DD = 1359$ und aus Tabelle 2 entsprechend 784 bzw. 1480 mit $n = 12$. Hieraus folgt:

$$f_m'' = \pm 0,054 \text{ mgl gegenüber } f_m' = \pm 0,055 \text{ mgl und}$$

$$F_m'' = \pm 0,076 \text{ mgl gegenüber } F_m' = \pm 0,063 \text{ mgl (siehe oben).}$$

Gesamtergebnis:

Die beiden Fehler-Rechenverfahren ergeben im wesentlichen dasselbe Resultat. Der mittlere Fehler der Meßwerte von Ort zu Ort mit einer mittleren Schweredifferenz von ca. 0,25 mgl wurde gefunden zu:

$$f = \pm 0,05 \text{ mgl}$$

und der mittlere Fehler der jeweils auf Harzburg bezogenen Meßwerte mit einer stetig fortschreitenden Schweredifferenz bis zu 334 mgl wurde gefunden zu:

$$F = \pm 0,08 \text{ mgl.}$$

Dieses Ergebnis ist insofern erfreulich, als es beweist, daß Schwere-messungen mit Gravimetern auch über Strecken von über 600 km hinweg Genauigkeit ergeben, die mit Pendelapparaten nicht erreicht werden können. Der Beschluß der Internationalen Union für Geodäsie und Geophysik (IUGG) 1954 in Rom, nur alle 500 bis 1000 km Nord-Süderstreckung eine Eichpendelstation anzusetzen, zeigt sich hier als berechtigt und als dem Stande der Technik entsprechend.

Tabelle I

Ort	gemessene Werte				reduzierte Werte				Abweichung 5-7			Abweichung 6-8	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
	Δg mgl	Δg ab H.	Δg mgl	Δg ab H.	Δg mgl	Δg ab H.	Δg mgl	Δg ab H.	d $\cdot 10^{-2}$	dd $\cdot 10^{-4}$	D $\cdot 10^{-2}$	DD $\cdot 10^{-4}$	
	DGFJ Gs 9		Ifa G. North Am.		DGFJ Gs 9		Ifa G. North Am.						
Harzburg	0	0	0	0	0	0	0	0	—	—	—	—	—
Seesen	+ 28,50	+ 28,50	+ 28,41	+ 28,41	+ 28,49	+ 28,49	+ 28,53	+ 28,53	— 4	16	— 4	16	—
Norheim 3	— 5,16	+ 23,34	+ 5,09	+ 23,32	+ 5,16	+ 23,33	+ 5,11	+ 23,42	— 5	25	— 9	81	—
Göttingen	— 27,71	+ 4,37	— 27,55	+ 4,23	— 27,70	+ 4,37	— 27,66	+ 4,24	— 4	16	— 13	169	—
Hedemünden	— 9,97	— 14,34	— 10,01	— 14,24	— 9,97	— 14,34	— 10,05	— 14,29	+ 8	64	+ 8	25	—
Kassel-Ost	— 4,12	— 18,46	— 4,10	— 18,34	— 4,12	— 18,46	— 4,12	— 18,41	0	0	— 5	25	—
Melsungen	— 46,73	— 65,19	— 46,55	— 64,89	— 46,71	— 65,17	— 46,74	— 65,15	+ 3	9	— 2	4	—
Ana	— 14,88	— 80,07	— 14,74	— 79,63	— 14,87	— 80,04	— 14,80	— 79,95	— 7	49	— 9	81	—
Alsfeld 1	— 0,59	— 80,66	— 0,58	— 80,21	— 0,59	— 80,63	— 0,58	— 80,53	— 1	1	— 10	100	—
Atzenhain	— 18,63	— 99,29	— 18,52	— 98,73	— 18,62	— 99,25	— 18,60	— 99,13	— 2	4	— 12	144	—
Obernörlan	+ 1,43	— 97,86	+ 1,50	— 97,23	+ 1,43	— 97,82	+ 1,51	— 97,62	— 8	64	— 20	400	—
Homburg 1	— 19,95	— 117,81	— 20,01	— 117,24	— 19,94	— 117,76	— 20,09	— 117,71	+ 15	225	— 5	25	—
Langen	— 15,13	— 132,94	— 14,94	— 132,18	— 15,12	— 132,88	— 15,00	— 132,71	— 12	144	— 17	289	—
Darmstadt 1	— 16,50	— 149,44	— 16,45	— 148,63	— 16,49	— 149,37	— 16,52	— 149,23	+ 3	9	— 14	196	—
Lorsch	— 35,01	— 184,45	— 34,95	— 183,58	— 35,00	— 184,37	— 35,10	— 184,33	+ 10	100	— 4	16	—
Mannheim 1	— 26,07	— 210,52	— 25,84	— 209,42	— 26,06	— 210,43	— 25,95	— 210,28	— 11	121	— 15	225	—
Walldorf 1	+ 3,02	— 207,50	+ 3,00	— 206,42	+ 3,02	— 207,41	+ 3,01	— 207,27	+ 1	1	— 14	196	—
Karlsdorf	— 10,31	— 217,81	— 10,27	— 216,69	— 10,30	— 217,71	— 10,31	— 217,58	+ 1	1	— 13	169	—
Durlach	+ 1,36	— 216,45	+ 1,35	— 215,34	+ 1,36	— 216,35	+ 1,36	— 216,22	0	0	— 13	169	—
Palmbach	— 21,66	— 238,11	— 21,54	— 236,88	— 21,65	— 238,00	— 21,63	— 237,85	— 2	4	— 15	225	—
Pforzheim 1	— 19,90	— 258,01	— 20,07	— 256,95	— 19,89	— 257,89	— 20,15	— 258,00	+ 26	676	+ 11	121	—
Eutingen	+ 11,90	— 246,11	+ 11,91	— 245,04	+ 11,89	— 246,00	+ 11,96	— 246,04	— 7	49	+ 4	16	—
Heimsheim 1	— 69,61	— 315,72	— 69,39	— 314,43	— 69,59	— 315,59	— 69,68	— 315,72	+ 9	81	+ 13	169	—
Stuttgart	— 18,76	— 334,48	— 18,54	— 332,97	— 18,76	— 334,35	— 18,63	— 334,35	— 13	169	0	0	—
Summe	— 334,48	— 334,48	— 332,97	— 332,97	— 334,35	— 334,35	— 334,35	— 334,35	— 1828	1828	—	2861	—
													$f' = \pm \sqrt{\frac{2861}{46}}$
													$= \pm 0,080 \text{ mgl}$
													$f = \pm \sqrt{\frac{1828}{46}}$
													$= \pm 0,063 \text{ mgl}$

Tabelle 2

Ort	gemessene Werte				reduzierte Werte				Abweichung 5-7		Abweichung 6-8	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	Δg mgl	Δg ab H.	Δg mgl	Δg ab H.	Δg mgl	Δg ab H.	Δg mgl	Δg ab H.	d $\cdot 10^{-2}$	dd $\cdot 10^{-4}$	D $\cdot 10^{-2}$	DD $\cdot 10^{-4}$
	Seismos Worden		AFB Gs 9		Seismos Worden		AFB Gs 9					
Harzburg AP	0	0	0	0	0	0	0	0	-	-	-	-
Seesen	+ 28,54	+ 28,54	+ 28,50	+ 28,50	+ 28,54	+ 28,54	+ 28,52	+ 28,52	+ 2	+ 4	+ 2	+ 4
Northeim 1	- 9,23	- 19,31	- 9,20	- 19,30	- 9,23	- 19,31	- 9,21	- 19,31	- 2	- 4	- 0	- 0
Göttingen	- 23,58	- 4,27	- 23,54	- 4,24	- 23,58	- 4,27	- 23,56	- 4,25	- 2	- 4	- 2	- 4
Hedemünden	- 10,08	- 14,35	- 10,12	- 14,36	- 10,08	- 14,35	- 10,13	- 14,38	+ 5	+ 5	+ 3	+ 9
Kassel-H.	- 5,16	- 19,51	- 5,02	- 19,38	- 5,16	- 19,51	- 5,02	- 19,40	- 14	- 14	- 11	- 121
Melsungen	- 45,66	- 65,17	- 45,59	- 64,97	- 45,67	- 65,18	- 45,62	- 65,02	- 5	- 25	- 16	- 256
Aua	- 14,83	- 80,00	- 14,98	- 79,95	- 14,83	- 80,01	- 14,99	- 80,01	+ 16	+ 256	- 0	- 0
Alsfeld	- 6,30	- 86,30	- 6,17	- 85,12	- 6,30	- 86,31	- 6,17	- 86,18	- 13	- 169	- 13	- 169
Atzenhain	- 12,92	- 99,22	- 12,97	- 99,09	- 12,92	- 99,23	- 12,98	- 99,16	+ 6	+ 36	- 7	- 49
Obernörlan	+ 1,52	- 97,70	+ 1,57	- 97,52	+ 1,52	- 97,71	+ 1,57	- 97,59	- 5	- 25	- 12	- 144
Homburg 2	- 19,96	- 117,66	- 19,89	- 117,41	- 19,96	- 117,67	- 19,90	- 117,49	- 6	- 36	- 18	- 324
Langen	- 15,16	- 132,82	- 15,13	- 132,54	- 15,16	- 132,83	- 15,14	- 132,63	- 2	- 4	- 20	- 400
Darmstadt 2	- 16,74	- 149,56	- 16,71	- 149,25	- 16,74	- 149,57	- 16,72	- 149,35	- 2	- 4	- 22	- 484
Heidelberg	- 53,22	- 202,78	- 53,32	- 202,57	- 53,23	- 202,80	- 53,36	- 202,71	+ 13	+ 169	- 9	- 81
Walldorf	+ 1,35	- 201,45	+ 1,40	- 201,17	+ 1,33	- 201,47	+ 1,40	- 201,31	- 7	- 49	- 16	- 256
Bruchsal	- 16,59	- 218,04	- 16,56	- 217,73	- 16,59	- 218,06	- 16,57	- 217,88	- 2	- 4	- 18	- 324
Langensteinbach	- 21,50	- 239,54	- 21,53	- 239,26	- 21,50	- 239,56	- 21,54	- 239,42	+ 4	+ 16	- 14	- 196
Pforzheim 2	- 20,12	- 259,66	- 20,17	- 259,43	- 20,12	- 259,68	- 20,18	- 259,60	+ 6	+ 36	- 8	- 64
Heimsheim 2	- 56,31	- 315,99	- 56,34	- 315,74	- 56,34	- 316,02	- 56,35	- 315,95	+ 1	+ 1	- 7	- 49
Stuttgart 2	- 18,33	- 334,32	- 18,38	- 334,12	- 18,33	- 334,35	- 18,40	- 334,35	+ 7	+ 49	- 0	- 0
Summe	- 334,32	- 334,32	- 334,12	- 334,12	- 334,35	- 334,35	- 334,35	- 334,35	1112	1112	2934	2934
									$f = \pm \sqrt{\frac{1112}{40}}$		$f' = \pm \sqrt{\frac{2934}{38}}$	
									$= \pm 0,053 \text{ mgl}$		$= \pm 0,087 \text{ mgl}$	

Auf der anderen Seite haben die Vergleichsmessungen gezeigt, daß von seiten der Beobachter noch mehr Sorgfalt in bezug auf die Durchführung der Messungen verwendet werden muß. Die wichtigste Voraussetzung ist, daß alle Geräte auf derselben Eichstrecke vor oder nach der Vergleichsmessung geeicht werden und daß stets auf identischen Punkten aufgestellt wird unter Beachtung gleicher Aufstellungshöhen. Bei den vorliegenden Messungen haben nicht einmal in der Basis Harzburg alle Beobachter dieselben Punkte benutzt. Die Meßwerte wurden zwar nachträglich durch Anschlußmessungen auf eine gemeinsame Basis bezogen, aber dadurch können wieder zusätzliche kleine Fehler auftreten. Wichtig ist ferner, daß jedes Gerät mit einer durchgeeeichten Meßspindel arbeitet und nicht mit einem Durchschnittswert für die Eichkonstante. Wenn ein Gravimeter für eine Spindelumdrehung einen Eichwert von 20 mgl oder größer besitzt, ist schon die Einstellung auf 0,01 mgl nicht völlig gesichert. Auch die besten Meßspindeln haben Fehler von der Größenordnung 0,5 bis 1 Mikron = 1 bis 2 Promille einer Umdrehung.

Die besprochene Vergleichsmessung Harzburg-Stuttgart läßt keinen sicheren Schluß zu, was unter optimalen Voraussetzungen an Genauigkeit hätte erreicht werden können. Daher ist es auch nicht möglich, ein Urteil über die einzelnen Geräte unter sich abzugeben. Der positive Wert der Messungen liegt darin, daß sie zeigten, wie künftig auf den in Vorbereitung befindlichen internationalen Lang-Eichstrecken (in Deutschland Flensburg-Kufstein) gearbeitet werden muß.

Sicher ist auch, daß der mittlere Fehler F_m , auf den es bei geodätischen Messungen hauptsächlich ankommt, bei sorgfältigster Durchführung der Messungen kleiner gehalten werden kann, als er in diesem Falle gefunden wurde, also kleiner als $\pm 0,08$ mgl bei einer Gesamtschweredifferenz von 334 mgl. Dieses Ergebnis ist sehr beruhigend; denn eine höhere Genauigkeit ist für geodätische Zwecke nie erforderlich. Nur bei manchen geologischen und bergmännischen Aufgaben benötigt man das Hundertstel Milligal. Dort kann es auch erreicht werden, weil nur kleine Schweredifferenzen und kurze Punktabstände vorliegen. Auch dies geht aus obigen Messungen als Positivum hervor.