

Die
Bedeutung moderner Gradmessungen.

V o r t r a g

in der

öffentlichen Sitzung der k. Akademie der Wissenschaften

am 25. Juli 1866

zur Vorfeier des Geburts- und Namensfestes Sr. Majestät des Königs

gehalten von

Dr. Carl Maximilian Bauernfeind,

Baurath und Professor, a. o. Mitglied der mathematisch-physikalischen Classe.

München 1866.

Im Verlage der königl. Akademie.

LIBRARY OF THE
RESEARCH
AND ANALYSIS

Mathematisch-physikalische Gegenstände sind zu Vorträgen bei festlichen Gelegenheiten nur wenig geeignet; denn, was sie auch betreffen mögen, stets liegen sie, als Theile der Naturwissenschaft, dem menschlichen Interesse und Gefühle ferner als jene Gebiete des Wissens, welche sich mit den Aeusserungen des Menschegeistes selbst und den von ihm geschaffenen Ordnungen befassen. Wenn ich es gleichwohl unternehme, an dem heutigen Tage und an dieser Stelle über die Gestalt und Grösse der Erde zu sprechen, so bestimmt mich hiezu hauptsächlich die besondere Richtung meiner Studien, welche mir dieses Thema vorzugsweise nahe legt, und weiter noch die Hoffnung, dass die Theilnahme der gelehrten Welt an einer Frage, die schon das classische Alterthum beschäftigt hat und die noch lange ein Gegenstand exacter Forschung bleiben wird, gegenwärtig nicht geringer seyn werde, als sie es in den letzt verflossenen Jahrhunderten war. Dabei kann es selbstverständlich meine Absicht nicht seyn, in Einzelheiten der Messungen und Berechnungen, durch welche man zur Kenntniss der Erdfigur gelangt, einzugehen; aber der Verpflichtung, die Ideen und Principien, welche jenen Messungen und Berechnungen zu Grunde liegen, ohne Beeinträchtigung ihres mathematischen Charakters darzustellen und den vielseitigen Zusammenhang der Erdmessung mit einigen Beobachtungs- und Erfahrungswissenschaften zu zeigen, darf und will ich mich nicht entziehen.

Von einer Bestimmung der Grösse der Erde konnte so lange keine Rede seyn, als man nicht eine annähernd richtige Vorstellung von ihrer Gestalt hatte, da das geometrische Verfahren zur Auffindung der Grösse eines Körpers von dessen Form abhängt. Die richtige Auffassung der allgemeinen Erdgestalt war aber durch

das mächtige Zeugniß der Sinne, das ihr entgegenstand, ausserordentlich erschwert. Dass die Erde nicht auf festem Grunde ruhe, sondern frei im Weltenraume schwebe; dass die Meeresfläche nicht eben, sondern gekrümmt sey; dass der ganze Erdkörper diese Krümmung theile und trotz der hohen Gebirge eine kugelförmige Gestalt besitze; dass die Richtung des Fallens der Körper gegen den Mittelpunkt dieser Kugel die Begriffe von Oben und Unten bedinge, und demgemäss nicht selten das, was scheinbar unten, in Wirklichkeit oben ist: alles dieses zum ersten Male zu denken, zu begründen, zu lehren, war nur überlegenen Geistern möglich.

Darum finden wir auch bis auf Pythagoras keine nur einigermaßen richtige Ansicht über die geometrische Beschaffenheit der Erde, und selbst dieser Philosoph oder seine Schule lehrte die Kugelgestalt der Erde weniger aus mathematischer Ueberzeugung, als in dem guten Glauben, dass die Erde die vollkommenste Körperform besitzen müsse, wofür allgemein die Kugel galt. Erst Aristoteles suchte die Lehre der Pythagoräer von der Figur der Erde durch theoretische Betrachtungen und aus den Erscheinungen am Sternenhimmel zu begründen. Nachdem er nämlich in einer langen, vielfach durch „majestätisches Dunkel“ ausgezeichneten Erörterung¹ gezeigt zu haben glaubt, dass sich die Erde im Mittelpunkte des Weltalls und in Ruhe befinde, behauptet er, dass deren Form nur die einer Kugel seyn könne, weil sich jedes Theilchen der als ein Potenzielles vorliegenden Mischung der Erdmasse vermöge seiner Schwere gegen den Mittelpunkt hin bewege, wodurch allseitig Gleiches zugelegt werde und die äussersten Massentheile gleiche Abstände von diesem Mittelpunkte erhielten. Diese Beweisführung, welche im Grunde die Erdmasse als flüssig und den zu beweisenden Mittelpunkt als gegeben voraussetzt, unterstützt Aristoteles durch die Folgerungen, welche aus Sinneswahrnehmungen entspringen: die Mondsfinsternisse zeigten hohle und erhabene Ausschnitte in diesem Gestirne. weil die Erde kugelförmig sey; ebendesshalb wechselten auch die Sterne über unserem Scheitel, wenn wir nur wenig nach Norden oder Süden weiter schritten; so wie auch nur wegen der Kugelgestalt der Erde in den nördlichen Gegenden² einige Sterne während ihres ganzen täglichen Umlaufs über dem Horizont blieben, im Süden aber alle auf- und untergingen.

Diesen Aristotelischen Beweisen für die Kugelgestalt der Erde, welche, mit Ausnahme des mechanischen, heute noch in unseren Schulen gelehrt werden, fügte Archi-

medes noch einen auf hydrostatischen Gründen beruhenden Nachweis³ über die kugelförmige Krümmung der Meeresoberfläche bei, und Claudius Ptolemaeus, der alexandrinische Astronom und Geograph, hat zuerst die bekannte Erscheinung, dass vom Meere aus die Küsten und vom Lande aus die Schiffe nur nach und nach von oben nach unten sichtbar werden, mit der Krümmung des Meeresspiegels in Verbindung gebracht und bewiesen, dass die Erde weder hohl noch eben, weder vielflächig noch walzenförmig seyn kann⁴.

Seit Aristoteles galt es für die mathematisch Gebildeten des Alterthums, und nur für diese⁵, als eine ausgemachte Sache, dass die Erde eine in der Mitte des Weltalls schwebende ruhende Kugel sey, und auf dieser Grundlage beruhen die ersten Versuche, die Grösse des Erdumfangs zu messen, worüber wir bestimmte Nachrichten besitzen. Zwar findet sich schon bei Aristoteles die Bemerkung, dass die Mathematiker den Umfang der Erde zu 400000 Stadien angeben, und Archimedes nimmt an, dass dieser Umfang nicht mehr als 300000 Stadien betrage; aber Aristoteles nennt die Mathematiker nicht, denen er seine Angabe verdankt, und Archimedes kam es nur auf eine runde Zahl an, in welcher der Erdumfang jedenfalls enthalten ist: beide Werthe sind daher bloss als die Ergebnisse beiläufiger Schätzungen zu betrachten.

Wenn die Oberfläche der Erde eine Kugelfläche ist, so genügt es für die Berechnung ihres Umfangs, die Länge des Bogens zu kennen, durch welchen der Grad eines grössten Kreises der Kugel gemessen wird, da der Umfang 360 Graden entspricht. Wie gelangt man aber zur Kenntniss dieses Bogens, oder nach welchen Principien ist bei der Messung eines Erdgrads zu verfahren?

Offenbar sind bei einer solchen Gradmessung drei Bedingungen zu erfüllen: die Messung muss erstens auf einem grössten Kreise vor sich gehen; dieser Kreis muss ferner gestatten, die Anzahl Grade zu bestimmen, welche der zu messende Bogen umfasst; und endlich muss sich die in einem bestimmten Masse ausgedrückte Länge dieses Bogens finden lassen.

Wäre die erste Bedingung von der zweiten unabhängig, so würde zur Gradmessung jeder Kreis sich eignen, dessen Ebene durch zwei Lothe geht, die man an

sehr entfernten Punkten der Erdoberfläche errichtet hat; denn beide Lothe schneiden sich im Mittelpunkte der Erde und liegen folglich in der Ebene eines grössten Kreises. Wegen der zweiten Bedingung empfiehlt es sich aber, einen grössten Kreis zu wählen, der in der Richtung der Mittagslinie liegt. Diese zweite Bedingung verlangt die Kenntniss der Krümmung des zu messenden Meridianbogens oder des Winkels, den die durch die Endpunkte dieses Bogens gehenden Lothe mit einander bilden. Hierüber erlangen wir nur durch astronomische Beobachtungen Aufschluss, und diese setzen eine in der Meridianebene befindliche unendlich weit entfernte Marke voraus, welche von beiden Endpunkten des Bogens aus gesehen werden kann. Eine solche Marke gewährt aber jeder Fixstern, der in der Mittagsebene steht: die von den Bogeneudpunkten aus auf diesen Stern gerichteten Absehlilien sind unter sich parallel, und daher ist der Unterschied der Winkel dieser Absehlilien mit den gedachten Lothen dem gesuchten Krümmungswinkel gleich. Von der Richtigkeit dieses Verfahrens erhält man sofort eine geometrische Anschauung, wenn man sich an der scheinbaren Himmelskugel von den Scheitelpunkten der Lothlinien aus Kreisbögen nach dem als Marke dienenden Fixstern gezogen denkt: der Unterschied beider Kreisstücke ist der Bogen zwischen diesen Lothen und folglich das Masz des Mittelpunktwinkels, um den es sich handelt. Dieser Winkel erscheint demnach auch als die Verrückung des Zeniths oder des Horizonts, welche von einem Bogenende zum anderen stattfindet. Die dritte Bedingung endlich, die Länge des Erdbogens zu messen, hängt in keiner Weise von astronomischen Bestimmungen ab. Als einfachstes Mittel für diesen Zweck bietet sich die direkte Längenmessung mit Maszstäben dar, als genauestes aber eine Kette von grossen Dreiecken, welche zwischen den beiden Endpunkten des zu messenden Meridianbogens ausgespannt wird. Diese mittelbare Längenmessung war im Alterthume gänzlich unbekannt, und weder Archimedes, der sich mit der Theorie der Erdmessung beschäftigte, noch Euklid, sein Zeitgenosse, der ein unvergängliches System der Geometrie des Maszes aufstellte, hatten eine Ahnung davon. Der Ruhm, dieses Messungsverfahren erfunden und damit die Geodäsie geschaffen zu haben, gebührt der neueren Zeit.

Der erste Versuch, die Grösse der Erde nach wissenschaftlichen Grundsätzen zu bestimmen, gieng von der um die Förderung der Mathematik und Astronomie hochverdienten alexandrinischen Akademie aus und fand vor etwa 2100 Jahren statt.

Der kühne Unternehmer dieses Versuchs war Eratosthenes aus Kyrene, von Ptolemaeus Evergetes als Bibliothekar nach Alexandrien berufen und durch vielseitige Gelehrsamkeit ausgezeichnet. Von seinen Schriften sind nur Bruchstücke erhalten, und über seine Erdmessung fehlt jede eigene Aufzeichnung. Was wir von dieser wissen, verdanken wir dem Berichte eines gewissen Cleomedes, der im Anfang unserer Zeitrechnung gelebt haben mag und von dem Delambre, ein genauer Kenner der alten Astronomie und ihrer Literatur, sagt, dass er kein Geometer sondern ein Compiler war, der die Werke Anderer stark benutzte, ohne sie immer selbst recht zu verstehen⁶. Seine Mittheilungen verdienen daher nur wenig Vertrauen.

Nach Cleomedes nun nahm Eratosthenes an⁷, dass die beiden Städte Alexandrien und Syene (das heutige Assuan) unter einerlei Meridian liegen und 5000 Stadien von einander entfernt sind. Die Krümmung des durch die genannten Städte begrenzten Erdbogens bestimmte er mit einer sonnenuhrähnlichen Vorrichtung, die aus einer grossen halbkugelförmigen Schale (der Skaphe) und aus einem in deren Mitte befestigten bis zum Mittelpunkte der Kugelfläche reichenden Stifte (dem Gnomon) bestand. War diese Vorrichtung im Freien und wagrecht aufgestellt, so erzeugte der lothrechte Stift auf der eingetheilten hohlen Kugel einen Schattenbogen, welcher die Sonnenhöhe oder den Winkel masz, um den die Sonne vom Scheitelpunkte des Stifts abstand. Zur Zeit der Sommer-Sonnenwende und während des Mittags ergab sich auf diese Weise in Alexandrien ein Schattenbogen von $7\frac{1}{2}$ Grad, während in Syene der Zeiger des Instruments gar keinen Schatten warf. Also musste der Meridianbogen zwischen Siene und Alexandrien dem fünfzigsten Theile des Erdumfangs und dieser selbst 250000 Stadien gleich seyn. Die Länge eines Gradbogens hätte hiernach $694\frac{2}{3}$ Stadien betragen; diese Grösse soll aber Hipparch, der Begründer der wissenschaftlichen Astronomie der Alten, des unquemen Bruches wegen auf 700 erhöht haben, wodurch der Erdumfang auf 252000 Stadien stieg.

Etwa 200 Jahre nach Eratosthenes begegnen wir einem zweiten und letzten Versuche des classischen Alterthums, die Grösse der Erde zu bestimmen, und wiederum ist es Cleomedes, der uns den Versuch beschreibt⁸. Posidonius nämlich, ein alexandrinischer Philosoph, benutzte die durch das Meer getrennten Städte Alexandrien und Rhodus für seinen Zweck. Auch er setzte voraus, dass beide

unter einerlei Meridian liegen und 5000 Stadien von einander entfernt sind. Die Krümmung des Bogens fand er aus zwei Beobachtungen des Sterns Canopus, der bei seinem Durchgange den Horizont von Rhodus streifte und sich $7\frac{1}{2}$ Grad über den von Alexandrien erhob. So viel Grade betrug also auch die Aenderung des Horizonts zwischen Rhodus und Alexandrien; es entsprach folglich deren Abstand dem achtundvierzigsten Theile des Erdumfangs, und dieser selbst betrug 240000 Stadien. Als später Posidonius erfuhr, dass die Entfernung beider Städte nur 4000 Stadien betrage, setzte er den Umfang der Erde auf 180000 Stadien und damit die Grادلänge auf 500 Stadien herab, eine Grösse, welche auch Claudius Ptolemaeus in sein bekanntes geographisches Werk aufnahm.

Hiernach schwankten in der Zeit von Aristoteles bis Ptolemaeus die Angaben über die Grösse der Erde zwischen 400 und 180 Tausend Stadien. Eine genaue Vergleichung der auf uns gekommenen Zahlenwerthe ist nicht möglich, weil alle näheren Angaben über die Grösse der Stadien fehlen und deren Längen gewiss eben so verschieden waren, als es unsere Fussmasze noch sind. Wenn man aber annimmt, dass alle Stadien olympische gewesen seyen, von denen nahezu 40 auf eine deutsche Meile gehen⁹, so wird die Grösse der Erde von Eratosthenes um den sechsten Theil ihres Umfangs zu hoch und von Posidonius um eben so viel zu nieder geschätzt worden seyn.

Ich sage geschätzt, weil beide Versuche, die Grösse der Erde zu bestimmen, in ihrem praktischen Theile misslungen sind und daher den Namen von Messungen nicht verdienen. Denn abgesehen davon, dass Eratosthenes und Posidonius sich über die Meridiane von Syene, Alexandrien und Rhodus täuschten und nichts thaten, um die Richtigkeit ihrer Annahmen zu prüfen, haben sie auch die Längen der Erdbögen nicht wirklich gemessen, sondern sich auf die Angaben einerseits der Karawanen, andererseits der Schiffer verlassen, und schliesslich hat Eratosthenes bei seiner astronomischen Beobachtung den Halbschatten der Sonne vernachlässigt¹⁰, während Posidonius die Höhe des Canopus über Alexandrien um mehr als zwei Grad zu gross angegeben hat.

In Bezug auf die Gestalt und Grösse der Erde bestand, wie dieser kurze Ueberblick aller Leistungen lehrt, die Errungenschaft des classischen Alterthums

nur in der Ueberzeugung, dass die kugelförmige Erde ruhend im Mittelpunkte des Weltalls schwebe und einen Umfang von 4500 bis 6300 deutschen Meilen habe; ein im Vergleich zu unserem jetzigen Wissen zwar kleiner, aber in Rücksicht auf die Schwierigkeit seiner Erwerbung und Erhaltung äusserst werthvoller geistiger Besitz. Und selbst dieses bescheidenen Besitzes sollten sich die abendländischen Völker, für die er bestimmt war, erst nach einem Zeitraume von mehr als tausend Jahren erfreuen!

In der Geschichte der Wissenschaften hat es bekanntlich eine Nacht gegeben, welche mit dem Erlöschen der von der griechischen und römischen Heidenwelt ausgestrahlten Bildung begann und erst mit der durch vielfältige und heftige Kämpfe nach allen Seiten hin gesicherten Herrschaft der christlichen Kirche in Europa wieder verschwand. In dieser fast das ganze Mittelalter umfassenden Periode des Verfalls der Wissenschaften beschränkte sich im Abendlande alle Gelehrsamkeit auf den geistlichen Stand, und dieser war mit kirchlichen Angelegenheiten zu sehr beschäftigt, als dass er sich mit wissenschaftlichen Untersuchungen hätte befassen können. Dazu kam, dass die frühesten und hervorragendsten Schriftsteller der Kirche in ihrem frommen Eifer alle Wissenschaft für eitel und nichtig hielten und sogar die Vernachlässigung derselben, namentlich des Studiums der Naturwissenschaften, als etwas Verdienstliches und Gottgefälliges priesen.

Der gelehrte Lactantius, wegen seines Styls der christliche Cicero genannt, war der Meinung¹¹, dass Fragen wie diese: ob die Sonne so gross ist als sie uns orscheint; ob die Sterne am Himmel fest stehen oder frei in der Luft schweben; woraus der Himmel besteht, und ob er in Ruhe oder Bewegung ist; wie gross die Erde seyn mag, und wie sie aufgehängt ist oder im Gleichgewicht erhalten wird: dass dergleichen Fragen gar nie entschieden werden können; und der arme Mann befand sich wirklich in Verlegenheit, diejenigen Menschen zu benennen, welche so albern sind zu glauben, dass auf der Gegenseite der Erde das Getreide und die Bäume mit ihren Spitzen abwärts hängen und die Menschen ihre Füsse höher haben als ihren Kopf, und dieses Alles desswegen, weil die schweren Körper gegen den Mittelpunkt der Erde streben, wie die Speichen eines Rades gegen die Nabe. Dergleichen Ansichten, von berühmten Kirchenschriftstellern ausgesprochen, konnten ihre Wirkung um so weniger verfehlen, je mehr sie von der natürlichen Neigung

der meisten Menschen, ihr Denkvermögen zu schonen, unterstützt wurden. In der That gieng auch die mühsam gewonnene Ansicht von der Kugelgestalt der Erde fast überall wieder verloren, und die Vorstellungen des früheren Mittelalters über den Bau der Welt standen weit unter denen der jonischen Schule. Denn während diese der Erde die Gestalt einer vom Ocean umflossenen Scheibe gab, über welcher bewegliche krystallene Schalen die Sterne wie goldene Nägel tragen, liessen die alexandrinischen Mystiker¹² die Erde aus einer viereckigen, ebenfalls von Wasser umflutheten Tenne glockenförmig emporwachsen und von Engeln die Gestirne bewegen, sowie den Wechsel von Tag und Nacht besorgen.

War in Europa die Wissenschaft fast bis auf die Erinnerung verschwunden, so hatten glücklicherweise die Araber noch einen Rest derselben bewahrt, welcher ausreichend war, wieder anregend auf das spätere Mittelalter zu wirken. Die Araber waren während eines beinahe tausendjährigen Zeitraums die treuen Verwalter der griechischen Erbschaft, und sie haben dieselbe sogar, was Geometrie und Astronomie betrifft, theilweise vermehrt dem Abendlande überliefert. Der Chalif Mamun, selbst ein Gelehrter und ein Freund der Gelehrten, erwarb sich um die Astronomie ein grosses Verdienst dadurch, dass er die mathematische Syntax des Claudius Ptolemaeus, welche die gesammte griechische astronomische Wissenschaft darstellt, ins Arabische übersetzen liess, woher sie den Titel „Almagest“ trägt¹³. Mit diesem Werke gieng die Lehre von der Kugelgestalt der Erde und deren ruhender Lage im Mittelpunkte des Alls auf die Araber über, welche sie wie einen Glaubenssatz hinnahmen und weiter verbreiteten. Derselbe Herrscher veranstaltete auch zwei Gradmessungen: die eine in der Ebene von Tadmor, die andere in der Ebene von Sindschar. Zwei Gesellschaften von Mathematikern maszen von einem angenommenen Standpunkte aus in der Richtung der Mittagslinie nördlich und südlich mit Stäben so lange fort, bis jede Abtheilung die Höhe des Nordpols um einen Grad verschieden fand von der Höhe, welche dem Ausgangspunkte entsprach. Die eine Messung ergab 57, die andere $56\frac{1}{4}$ arabische Meilen für die Länge eines Grads; hiernach nahm man das arithmetische Mittel von $56\frac{2}{3}$ arabische Meilen als Grادلänge an. Womit die Polhöhen gemessen wurden, weiss man nicht; jedenfalls war aber die Messung des Erdbogens gut angeordnet, und diesem Umstande ist es wohl zuzuschreiben, dass das Ergebniss dieser arabischen Messungen der Wahrheit weit näher kam, als das der griechischen Versuche: die

gefundene Gradlänge weicht nämlich, die gewöhnliche Annahme über die Grösse der arabischen Meile als richtig vorausgesetzt, nur mehr um sechs bis sieben Procent von der wahren mittleren Länge eines Grades ab.

Bei dem Wiederaufleben der Wissenschaften in Europa musste man fast überall da anknüpfen, wo die Griechen stehen geblieben waren. Dass man dieses aber konnte und nicht gezwungen war, alle durch ein Jahrtausend errungenen Kenntnisse neu zu erwerben, ist eben das Verdienst der Araber und jener Klostermönche, welche theils die Werke der Alten abschrieben und vor dem Untergange bewahrten, theils aber auch (wiewohl höchst selten und erst nach den Kreuzzügen) das hellenische Wissen verbreiteten und durch Selbstdenken vermehrten.

An der Schwelle der neuen, vom Drucke der Finsterniss sich mehr und mehr befreienden Zeit begrüßen wir vor allen das unsterbliche Werk des scharfsinnigen Thorner Kanonikus Nicolaus Köppernik über die Bewegung der Himmelskörper¹⁴; ein Buch, das viermal neun Jahre zurückgehalten wurde, ehe es erschien, und dessen erstes Exemplar sein Verfasser nur auf dem Sterhebette noch sah. In seinem Schreiben an Papst Paul III., dem dieses Werk gewidmet ist, sagt Copernicus, dass er in den Schriften der Alten Nachrichten gefunden, wonach die Pythagoräer eine Bewegung der Erde um ihre Axe gelehrt hätten, und dass er hiedurch und wegen seiner Unzufriedenheit mit dem Mangel an Symmetrie des alten Systems zum eigenen Nachdenken über die Bewegung der Erde veranlasst worden sey, was er für erlaubt hielt, da es früher Jedermann gestattet gewesen wäre, die Kreise nach Gutdünken auszuwählen, wodurch er die himmlischen Bewegungen erklären wollte.

Die Grundzüge des copernicanischen Systems: tägliche Drehung der Erde um ihre Axe und jährliche kreisförmige Bewegung derselben um die Sonne, sind allgemein bekannt. Aus diesen wirklichen Bewegungen erklären sich sofort die scheinbaren der Sonne und des Fixsternhimmels, sowie grösstentheils die eigenthümlichen, aber ebenfalls nur scheinbaren Rückläufe und Stillstände der Planeten, welche den griechischen Mathematiker und Astronomen Apollonius von Perga zur Aufstellung der Lehre von der Excentricität und den Epicykeln der Planetenbahnen veranlassten. Ganz konnte Copernicus sein System von dem epicyklischen Apparate

der Alten nicht befreien, da ihm die ungleichförmige Bewegung der Planeten um die Sonne noch unbekannt war. Den Rest des schwerfälligen Gerüstes, womit Hipparch und Ptolemaeus ihren Himmel gestützt hatten, vermochte nur ein Kepler abzurechnen, der, als er zwischen den von seinem grossen Vorgänger Tycho de Brahe beobachteten und von ihm berechneten scheinbaren Orten des Mars noch Unterschiede von acht Raumminuten fand, in der Ueberzeugung, dass sich Tycho um so viel nicht irren könne, kühn voraussagte: „Aus diesen acht Minuten werde ich eine neue Theorie aufbauen, welche die Bewegungen aller Planeten erklären wird.“ Jedermann weiss, wie Kepler Wort hielt: er hat die kreisförmigen Planetenbahnen zu Ellipsen gestaltet und den Wandelsternen für alle Zeiten die Gesetze ihrer Bewegung vorgeschrieben.

Wenige Jahre nach Tycho's Tode wurde in Holland das Fernrohr erfunden und damit für den Menschen gleichsam ein neues Organ der Sinnes-Wahrnehmung geschaffen: die raumdurchdringende Kraft dieses wichtigsten Hilfsmittels aller geometrischen und astronomischen Beobachtungen ward dem Auge zugelegt und führte sogleich zu den folgenreichsten Entdeckungen. Denn schon nach einem Jahre fand Galilei die vier Monde des Jupiter¹⁵ und bald darauf die wechselnde Lichtgestalt der Venus, welche Copernicus als eine Folge seiner Theorie, nämlich der Beleuchtung der Planeten durch die Sonne, vorausverkündet hatte.

Fehlte es bisher an schlagenden sinnlichen Beweisen für das neue Planeten- und Sonnensystem, so konnte nunmehr Jeder, der sich mit dem Fernrohr bewaffnete, in der Jupiterswelt ein Modell der copernicanischen Mechanik vor sich arbeiten sehen¹⁶. Damit hörte aber die neue Lehre auf, eine Hypothese zu seyn, als welche sie ihr Schöpfer dargestellt hatte, und bald darauf, am 5. März 1616, erfolgte ihr Verbot durch die Index-Congregation. Bekannt ist, was Galilei, der grosse Verfechter dieses Systems, siebenzehn Jahre später von der Inquisition zu erdulden hatte.

In die Zeit der Erfindung des Fernrohrs und der Galilei'schen astronomischen Entdeckungen fällt auch die Ausführung der ersten durchaus auf wissenschaftliche Principien gestützten Gradmessung in Europa. Es war der holländische Mathematiker und Physiker Willebrord Snellius, welcher den Reigen der modernen Grad-

messungen mit der Erfindung der Triangulation eröffnete, derselbe gelehrte Forscher, welcher auch schon das wichtigste Gesetz der Lichtbrechung entdeckt und die Geodäsie begründet hatte¹⁷, als ihn im 35. Lebensjahre der Tod ereilte. Snellius nahm seine Gradmessung im Jahre 1615 zwischen den Städten Alkmaar, Leyden und Bergen-op-Zoom vor, und hat sie unter dem Titel „Eratosthenes Batavus“ ausführlich beschrieben¹⁸.

Das neue Princip, welches hier zur Anwendung kam und seitdem die Grundlage aller Gradmessungen war und künftig immer seyn wird, besteht darin: die Länge des Meridianbogens zwischen den Parallelen der Endpunkte der Messung durch eine Kette von Dreiecken zu bestimmen, welche sich zwischen diesen Punkten hinzieht, und worin nur eine einzige Seite, die Grund- oder Standlinie, ausserdem aber jeder Winkel gemessen wird. Die Eckpunkte der Dreiecke sind meilenweit von einander entfernt und werden durch dauerhafte Signale bezeichnet; die Seiten dieser Dreiecke bestehen aber aus denjenigen flachen Bögen, welche sich ergeben, wenn die geometrische Erdoberfläche von Vertikalebene geschnitten wird, die von einer Signalaxe zur anderen reichen.

Aus den mit den feinsten Instrumenten und unter Anwendung jeder möglichen Controle auf's Sorgfältigste gemessenen Grössen, der Grundlinie und allen Winkeln, werden die Längen aller Dreiecksseiten nach den Lehrsätzen der Trigonometrie berechnet. Von dem Gange dieser Rechnung kann man sich eine richtige Anschauung verschaffen, wenn man zunächst nur eines der zwei an der Standlinie gelegenen Dreiecke in's Auge fasst. In diesem Dreiecke sind vier Stücke gegeben, eine Seite und drei Winkel. Zur Berechnung der beiden unbekanntenen Seiten braucht man zwar nur eine Seite und zwei Winkel; es werden aber alle drei Winkel gemessen, um die Genauigkeit der Winkelmessung prüfen zu können. Wenn nämlich die Summe der drei gemessenen Winkel gerade so viel oder heinahe so viel beträgt, als die Theorie fordert, so ist die Messung gut, ausserdem nicht; der verschwindend kleine Unterschied zwischen der theoretisch berechneten und praktisch gefundenen Winkelsumme wird nach bestimmten Regeln ausgeglichen, so dass die Summe der drei Winkel des Dreiecks wirklich die wird, welche sie seyn muss. Nach dieser Ausgleichung ergeben sich leicht die Längen der beiden anderen Seiten des Dreiecks, und damit ist die Lage des dritten Eckpunkts gegen die beiden ersten, welche die

Endpunkte der Grundlinie sind, bestimmt. Jede der eben gefundenen Seiten wird die Grundlinie eines neuen Dreiecks, wovon jedes genau so behandelt wird wie das erste. An diese Dreiecke schliessen sich fort und fort neue an, bis die Berechnung an dem einen Endpunkte der Messung angelangt ist, und in gleicher Weise knüpft man an das zweite Dreieck, von dem die Standlinie eine Seite ist, die Dreiecke an, welche bis zum zweiten Endpunkte der Messung reichen.

Die Kenntniss der gegenseitigen Lage der Dreieckspunkte genügt aber noch nicht; man muss ferner wissen, welche Winkel die Dreiecksseiten mit der Mittagslinie bilden, damit man deren Länge zwischen den Endpunkten der Messung oder, richtiger, zwischen den durch diese Endpunkte gezogenen Parallelkreisen berechnen kann. Diese Horizontalwinkel, die Azimuthe der Dreiecksseiten genannt, lassen sich alle berechnen, wenn nur ein einziger derselben wirklich gemessen ist. Diese Messung ist eine astronomische Aufgabe und fällt der Sternwarte des Landes zu; sie setzt eine genaue Bestimmung des Meridians dieses Beobachtungsorts, der wo möglich als ein Dreieckspunkt in das Netz aufzunehmen ist, voraus und wird in gleicher Weise wie eine andere Winkelmessung vollzogen.

Alle die Dreiecke, von denen bis jetzt die Rede war, hat man sich auf einer Kugelfläche liegend zu denken, insoferne die Erde eine Kugel ist, und auf einer sphäroidischen Fläche, insoferne die Erde als Sphäroid angesehen wird. Die Dreiecksseiten sind in dem ersten Falle Stücke von grössten Kreisen und in dem zweiten geodätische Linien, das Netz selbst besteht also entweder aus sphärischen oder sphäroidischen Dreiecken.

Durch die berechneten Längen und Azimuthe der Dreiecksseiten ist das trigonometrische Netz wohl gegen die Mittagslinie der Sternwarte festgelegt, aber längs dieser könnte es immer noch südlich oder nördlich verschoben werden, ohne mit den ausgeführten Messungen in Widerspruch zu gerathen. Damit aber seine Lage auf der Erdoberfläche eine ganz bestimmte werde, ist es noch in Bezug auf den Aequator, von dem aus die geographischen Breiten gezählt werden, und gegen einen bestimmten Meridian, der als Anfang der geographischen Längen gilt, zu orientiren. Diese letzte Lagenbestimmung des Netzes bedingt, dass man die geographische Länge und Breite der Sternwarte genau kennt; denn mit diesen Daten, für welche

abermals der Astronom zu sorgen hat, lässt sich die Länge und Breite jedes Netzpunktes aus den Dreiecksmessungen berechnen. Die also gefundenen Längen und Breiten heissen die geodätischen, zum Unterschiede von den astronomischen, welche auf einzelnen, besonders dazu geeigneten Dreieckspunkten durch unmittelbare Beobachtungen von Sternen bestimmt werden.

Snellius zweifelte so wenig, wie irgend einer seiner Zeitgenossen, an der vollkommenen Kugelgestalt der Erde, obgleich es dafür niemals einen strengen Beweis gab, noch geben konnte. Seine Dreiecke waren demnach sphärische, der Meridian zwischen den Parallelen von Alkmaar und Bergen-op-Zoom ein Kreisbogen. Wenn aber Snellius diese Dreiecke gleichwohl wie ebene berechnet hat, so war er dazu befugt, weil die Seiten verhältnissmässig klein und seine Winkelmessinstrumente noch so unvollkommen waren, dass sie einen Unterschied zwischen den Winkelsummen eines ebenen und sphärischen Dreiecks, den sogenannten sphärischen Excess, welcher in der Regel nur einige Secunden beträgt, nicht anzuzeigen vermochten. Die Messung der Horizontalwinkel geschah nämlich mit einem kupfernen Quadranten von zwei Fuss Halbmesser, der unmittelbar von drei zu drei Minuten getheilt und mit Transversalen versehen war, welche die Winkel bis auf eine Minute zu schätzen gestatteten. Zu den astronomischen Beobachtungen hatte Snellius einen Quadranten von fünf Fuss Radius, der aber wie der kleinere nicht mit Fernröhren, sondern nur mit Dioptern versehen war. Die Messung der in der Nähe von Leyden angenommenen Standlinie des Dreiecksnetzes geschah bloss mit der Messkette und ohne Rücksicht auf deren Längenänderung infolge von Temperaturunterschieden; aber Snellius hat sich auch hier als ein Mann bewährt, der genau weiss, was er will: er gieng mit dem guten Beispiele genauer Maszvergleichung voran und zeigte praktisch, wie man von einer kleinen Grundlinie auf immer grössere Dreiecke übergehen kann¹⁹; ein Verfahren, welches auf Professor Schward's Anregung in unserer Zeit vielfach geprüft und von den meisten Geodäten als sehr zweckmässig anerkannt wurde.

Die Snell'sche Gradmessung war freilich im Vergleich mit späteren Arbeiten dieser Art nicht besonders genau, indem sie den Grad und folglich auch den Erdumfang um etwa den achtundzwanzigsten Theil seiner eigenen Grösse zu klein ergab²⁰. Snellius fühlte das selbst, und er nahm daher im Jahre 1622 eine

Wiederholung der Messung vor; aber seine Kränklichkeit und der bald darauf gefolgte Tod verhinderten ihn, die Berechnung zu beendigen²¹, welche damals sehr mühsam war, indem es für die eben durch Neper erfundenen Logarithmen noch keine Tafeln gab.

Besseren Erfolg als Snellius hatte der französische Astronom Picard, welcher im Auftrage der kurz vorher gegründeten Pariser Akademie der Wissenschaften in den Jahren 1669 und 1670 eine Gradmessung zwischen Paris und Amiens ausführte²². Er wandte dabei die Methoden von Snellius an, versäumte aber nicht, seine Messinstrumente wesentlich zu verbessern. Nicht nur gab er den Quadranten und Sektoren grössere Halbmesser und feinere Theilungen, sondern er versah sie auch mit Fernröhren, für welche Gascoigne bereits das Fadenkreuz erfunden hatte²³, eine unscheinbare aber höchst wichtige Vorrichtung im Oculare, die das Fernrohr erst zum Messen geeignet macht. Neben diesen instrumentalen Hilfsmitteln bot sich Picard der weitere Vortheil dar, dass er zu seinen Rechnungen Logarithmentafeln benutzen konnte, und schliesslich begünstigte ihn auch noch das Glück insoferne, als nicht unbedeutende geodätische und astronomische Messungsfehler sich merkwürdigerweise fast ganz aufhoben, wie spätere Nachmessungen bewiesen²⁴. So kam es, dass Picard fast genau dieselbe Grادلänge fand, welche nach den neuesten Bestimmungen von Bessel und Airy für die mittlere Breite zwischen Paris und Amiens gilt²⁵.

Aus dieser Gradmessung folgte der Halbmesser der kugelförmigen Erde zu 859 geographischen Meilen, und diese der Wahrheit sehr nahe kommende Grösse erlangte sofort eine hohe Bedeutung, indem sie der grössten wissenschaftlichen Entdeckung, welche jemals gemacht wurde, der Entdeckung des allgemeinen Gravitationsgesetzes durch Newton, als Grundlage, oder, wenn man lieber will, als entscheidendes Prüfungsmittel diente.

Schon vor dem Jahre 1666 hatte sich Newton mit jener geheimnissvollen Eigenschaft der Materie beschäftigt, welche wir Schwerkraft nennen, und deren Wirkung darin besteht, dass jedes Körpertheilchen jedes andere anzieht und zu einer Bewegung gegen sich antreibt. Diese Anziehung der Materie war schon von den Philosophen des Alterthums bemerkt worden; worin aber ihr Wesen besteht:

woher der Zug jedes Theils zu jedem Theil rührt und wie er vermittelt wird, ist heute noch ein Geheimniss und wird es wohl immer bleiben. Mit Untersuchungen dieser Art beschäftigte sich Newton nicht; sein Nachdenken war nur auf das Gesetz gerichtet, dem die einmal vorhandene Massenanziehung unterworfen ist, und es gelang ihm dasselbe zu finden. Durch ihn erfuhren wir, dass jeder Körper den anderen mit einer Kraft anzieht, die der Masse des anziehenden Körpers direkt und dem Quadrate der Entfernung beider Körper umgekehrt proportional ist. Hiernach wird also die Erde den Mond im Verhältniss ihrer Masse und der Mond die Erde im Verhältniss seiner Masse anziehen; und wenn die Anziehung der Erde auf einen an ihrer Oberfläche befindlichen, also um die Länge eines Erdhalbmessers vom Mittelpunkte entfernten Körper so stark ist, dass sie diesen, wenn er frei fallen kann, antreibt, in der Sekunde einen Weg von 16 Fuss gegen ihren Mittelpunkt zurückzulegen, so wird dieselbe Anziehungskraft den Mond, dessen Mitte 60 Erdhalbmesser von der Erde absteht, lediglich zu einer im Verhältnisse der Quadrate von 1 und 60 oder der Zahlen 1 und 3600 verkleinerten Bewegung gegen die Erde, nämlich zu Zweidrittel Linien in der Sekunde, anzutreiben vermögen.

Zur Zeit, als Picard seine Gradmessung vollendete, war das allgemeine Gravitationsgesetz noch Hypothese; denn es hatte vier Jahre vorher die entscheidende Prüfung, welche Newton in der Uebereinstimmung des berechneten und beobachteten Fallraums des Mondes gegen die Erde erkannte, nicht bestanden: dieser von der Grösse der Erde abhängige Raum stellte sich nämlich um etwa den sechsten Theil grösser dar als jener, welcher aus der beobachteten Umlaufsbewegung des Mondes folgte, und eine nur $\frac{1}{6}$ Linie für die Sekunde betragende Differenz war für Newton hinreichend, seine Untersuchungen über die allgemeine Schwere einstweilen zurückzulegen. Als ihm aber 1680 das Ergebniss der Picard'schen Gradmessung bekannt wurde, nahm er seine Rechnung wieder auf, und dieses Mal stimmte dieselbe vollständig mit der Erfahrung überein, weil ihr die richtige Erdgrösse zu Grunde lag. Diese Uebereinstimmung soll den unsterblichen Entdecker des Gravitationsgesetzes in eine solche nervöse Aufregung versetzt haben, dass er nicht im Stande war, seine Rechnung selbst zu wiederholen, und hiefür Freundeshilfe in Anspruch nehmen musste¹⁶.

Was ohne die Picard'sche Gradmessung aus dem Gesetz der allgemeinen Schwere geworden wäre, wissen wir nicht, und nutzlos würde es seyn, sich in

Vermuthungen hierüber zu ergehen; aber das steht fest, dass sie sofort in die nächste Verbindung mit der Mechanik des Himmels trat und hierdurch die wahre Lösung der Frage über die Gestalt der Erde anbahnte. Die weitere Entwicklung wurde durch eine kurz vorher von Jean Richer gemachte wichtige Entdeckung wesentlich gefördert. Dieser Gelehrte, den die Pariser Akademie nach Cayenne gesandt hatte, um verschiedene astronomische Beobachtungen anzustellen, fand nämlich, dass seine nach mittlerer Pariser Zeit gerichtete Pendeluhr täglich um zwei Minuten zurückblieb, und dass in Cayenne das Pendel, welches Sekunden schlägt, um Fünftel Linien kürzer ist als in Paris. Aus dieser Beobachtung zog Richer den Schluss, dass die Erde am Aequator angeschwollen sey, und Huyghens, der grosse holländische Physiker, sowie Newton erklärten die Verkürzung des Secundenpendels als eine Folge der durch die Axendrehung der Erde erzeugten Schwungkraft, welche der Schwere entgegenwirke und diese um so stärker vermindere, je mehr man sich dem Aequator nähert. Auf Grund dieser Theorie bewies Newton in seinem bereits 1687 erschienenen Meisterwerke „*Philosophiae naturalis principia mathematica*“, dass die Erde keine Kugel, sondern ein an den Polen abgeplattetes Sphäroid oder ein Körper ist, dessen geometrische Oberfläche erzeugt wird, wenn sich eine Ellipse um ihre kleine Axe dreht. Zu diesem allgemeinen Resultate gelangte drei Jahre später auch Huyghens, und beide Ergebnisse wichen nur in den für die Abplattung der Erde oder das Verhältniss der Verkürzung der Erdaxe zum Aequatorialdurchmesser gefundenen Zahlenwerthen ab.

Der Glaube an die Reinheit der Kugelform der Erde war nunmehr stark erschüttert; aber es würde ein grosser Irrthum seyn, anzunehmen, dass das Newton'sche Gravitationsgesetz und die daraus fliessenden logischen Folgerungen sofort Anerkennung gefunden haben; im Gegentheile, es entwickelte sich in Folge der neuen Lehre ein sehr heftiger Streit zwischen allen Mathematikern von Rang, ein Gelehrten-Kampf, der an Umfang und Interesse zunahm, als Dominicus Cassini die Behauptung aufstellte: die Erde sey zwar keine Kugel, aber auch nicht an den Polen abgeplattet, sondern eiförmig gestaltet, d. h. die Erdaxe grösser als der Durchmesser des Aequators. Zu dieser Behauptung gab zunächst die von Cassini und Lahire in den Jahren 1680—1683 ausgeführte Erweiterung der Picard'schen Gradmessung Veranlassung, weil man dabei eine Zunahme der Grادلängen von Norden gegen Süden gefunden haben wollte. Später vertrat Jacob Cassini, des

Vorigen Sohn, die verlängerte Erdgestalt, nachdem er mit dem jüngeren Lahire und mit Maraldi die französische Gradmessung nördlich bis Dünkirchen und südlich bis Collioure fortgesetzt und ebenfalls die südlichen Grade grösser als die nördlichen, den mittleren Grad aber eben so gross wie Picard gefunden hatte.

Um die Frage: ob die Erde an den Polen oder am Aequator abgeplattet sey, stritten die bedeutendsten Forscher diesseits und jenseits des Canals fast fünfzig Jahre lang, bis endlich die französische Regierung auf Antrag der Akademie sich entschloss, zwei neue Gradmessungen in sehr entlegenen Gegenden, die eine am Aequator, die andere in der Nähe des nördlichen Polarkreises, ausführen zu lassen, um den sonst nimmer endenden Streit zu schlichten. Die erste dieser so berühmt gewordenen wissenschaftlichen Expeditionen, bestehend aus den Akademikern Bouguer, Lacondamine und Godin, verliess im Mai 1735 Europa und masz innerhalb 9 Jahren einen südlich vom Aequator gelegenen Bogen von etwa 45 Meilen. Das Resultat dieser peruanischen Gradmessung war die Länge eines Grades zu 56753 Toisen²⁷. Die zweite Forschungsreise wurde von Maupertuis, Clairaut, Camus, Lemonnier, Outhier und dem schwedischen Astronomen Celsius unternommen. Diese gelehrte Gesellschaft kam im Juli 1736 nach Lappland und masz zwischen Tornea und Kittis einen Bogen von nur 57 $\frac{1}{2}$ Minuten, woraus sich die Länge eines Breitengrades unter dem Polarkreise zu 57438 Toisen ergab²⁸.

Dieses letztere Resultat verkündigte Maupertuis der Pariser Akademie bereits am 13. November 1737, und als das Ergebniss der Arbeiten von Bouguer und Lacondamine bekannt wurde, welches ebenfalls auf Abnahme der Gradlängen gegen Süden lautete, war der langjährige wissenschaftliche Kampf zu Gunsten der polaren Abplattung der Erde entschieden. Französische Gradmessungen mussten demnach abermals dazu dienen, die unvergleichlichen Entdeckungen und Entwicklungen des grossen Briten zu bestätigen. Die hohe Bedeutung solcher Unternehmungen für die allgemeine Physik liegt hier offen vor; umgekehrt zeigt sich aber auch, dass nunmehr die Gradmessungen von mathematisch-physikalischen Problemen abhängig werden und ihren bisherigen Charakter ändern müssen; denn jetzt handelt es sich nicht mehr um die Grösse der Erde allein, sondern vorzugsweise um deren Gestalt, d. h. um die Abplattung an den Polen. Die Bestimmung dieser Verdrückung bildet den wissenschaftlichen Schwerpunkt jener Messungen, und darum wird es erlaubt seyn, mit wenigen Worten darzulegen, wie man sich die Abplattung entstanden denkt.

Die Erklärung der Abplattung der Erde kann nur auf einer Hypothese über den ehemaligen Zustand der Erdmasse beruhen; am einfachsten aber und durch mehrere geologische Erscheinungen empfohlen ist die Voraussetzung einer tropfbarflüssigen Beschaffenheit der Erde, was nicht ausschliesst, dass dieselbe in noch früherer Zeit auch gasförmig gewesen seyn kann, da der Uebergang eines Gases in den festen Aggregatzustand niemals unmittelbar, sondern nur nach dessen Liquidwerden erfolgt. Diese flüssige Masse kann eine gleichförmige oder ungleichförmige Dichtigkeit besessen haben, und in dem letzteren Falle war sie nach einem bestimmten Gesetze vertheilt oder nicht. Da uns jede Erfahrung über die Vertheilung der Dichtigkeit abgeht, so muss wegen dieses Punktes zu einer zweiten Hypothese gegriffen werden: Newton nahm nun an, die Dichtigkeit der flüssigen Erdmasse sey nach allen Richtungen gleich, während sie Huyghens in dem Mittelpunkte der Masse concentrirt seyn liess.. Bleiben wir bei der Newton'schen Annahme und stellen die gleichförmig dichte liquide Erdmasse mit Schwerkraft aus, so gestaltet sich diese Masse im Zustande der Ruhe kugelförmig; sobald sich aber die flüssige Kugel um einen ihrer Durchmesser dreht, entsteht ein Bestreben der Massentheilchen, in Richtungen, welche auf der Umdrehungsaxe senkrecht stehen, zu entweichen, und dieses mit dem Namen Schwungkraft bezeichnete Bestreben ist um so stärker, je schneller die Körpertheilchen bewegt werden. Bei einer sich drehenden Kugel haben aber die im Aequator liegenden Theile die grösste, die in der Nähe des Pols liegenden die kleinste Geschwindigkeit; also wird auch die Schwungkraft der Erde am Aequator viel grösser seyn, als in der Nähe des Pols, und sie wird sich zwischen beiden Gegenden mit der Umdrehungsgeschwindigkeit ändern²⁹. So ist die Geschwindigkeit, mit der sich ein Punkt des Aequators bewegt, ungefähr fünfzigmal so gross als die eines gewöhnlichen Eisenbahnzugs; auf dem sechzigsten Parallel sinkt diese Geschwindigkeit und damit auch die Schwungkraft auf die Hälfte von der herab, welche am Aequator stattfindet. An jedem äusseren Punkte der sich drehenden flüssigen Erdkugel wirken also zwei Kräfte: die Schwerkraft gegen den Mittelpunkt hin und die Schwungkraft gegen die Oberfläche und in senkrechter Richtung von der Drehaxe abgewendet. Für die letztere kann man zwei andere Kräfte setzen, welche zusammen die gleiche Wirkung hervorbringen: eine lothrechte, mit der Schwerkraft zusammenfallende, und eine wagrechte, welche der Kugeloberfläche parallel ist. Die lothrechte Seitenkraft wird die Schwere vom Pol gegen den Aequator hin fortwährend stärker vermindern, weil sie in dieser Richtung

immer grösser wird, während die wagrechte Seitenkraft in der entgegengesetzten Richtung wächst und daher die flüssige Masse antreibt, vom Pole weg gegen den Aequator zu fliessen, die Erde also bei jenem abzuplatten und bei diesem anzuschwellen. Dieses Bewegen zum Aequator hört nur daan auf, wenn die wagrechte Seitenkraft null ist, oder wenn sich die Oberfläche der Flüssigkeit so gestaltet hat, dass sie überall die Richtung, nach welcher Schwer- und Schwungkraft vereinigt wirken, senkrecht durchschneidet. Da nun diese Richtung im Allgemeinen nicht mehr durch den ursprünglichen Mittelpunkt geht, so kann auch die neugebildete Flüssigkeitsoberfläche keine Kugelfläche seyn. Jedenfalls ist aber diese Fläche gegen die Umdrehungsaxe und den Aequator symmetrisch und concav, und da nothwendig die Umdrehungsaxe kleiner als der Durchmesser des Aequators ist, so muss der neugebildete Körper ein an den Polen abgeplattetes Sphäroid seyn.

Diese aus der Hypothese von einem ehemaligen flüssigen Zustande der Erdmasse abgeleitete logische Folgerung wird durch die Gradmessungen bestätigt, also muss auch umgekehrt die Voraussetzung, worauf der Schluss beruht, richtig seyn. Jene Messungen belehren uns somit über die älteste geologische Begebenheit, nämlich darüber, dass die Erdmasse einst flüssig war; sie haben folglich auch eine Bedeutung für die Geologie. Es ist aber der Nachweis einer polaren Erdabplattung nicht der einzige Zusammenhang der Geodäsie und Geologie; es gibt noch einen zweiten, und dieser liegt in der Grösse der Abplattung. Newton, von der Annahme einer gleichförmigen Dichtigkeit der Erdmasse ausgehend, berechnete diese Abplattung zu 1 : 230, und Huyghens, der alle Anziehungskraft in den Mittelpunkt der Erde verlegte, was der Annahme eines unendlich dichten Erdkerns gleichkommt, erhielt dafür nur 1 : 579, während die Gradmessungen eine Abplattung von 1 : 299 nachweisen, eine Grösse, welche zwischen den von Newton und Huyghens berechneten Werthen liegt. Da die auf den Hypothesen über die Vertheilung der Dichtigkeit im Erdinnern beruhenden Rechnungsergebnisse mit der Wirklichkeit nicht übereinstimmen, so sind auch die von den genannten Forschern gemachten Annahmen nicht richtig; sie bezeichnen nur die Grenzen, innerhalb deren die Dichtigkeitsverhältnisse der Erdmassen sich bewegen müssen, und es kann also die Erdmasse weder überall gleichförmig, noch im Mittelpunkte unendlich dicht seyn. Da nun physikalische und geognostische Beobachtungen lehren, dass die Dichtigkeit der an der Erdoberfläche verbreiteten Massen weit unter der mittleren Dichtigkeit

der Erde liegt, so ist zu schliessen, dass die Dichtigkeit der Erdschichten gegen den Mittelpunkt zunehmen oder vom Mittelpunkte gegen die Oberfläche abnehmen muss, in der Weise etwa, wie an der Erdrinde fester Boden, Meer und Atmosphäre, also immer leichtere Schichten, aufeinander folgen.

Bei den Gradmessungen, welche zur Kenntniss der Abplattung unseres Planeten führen, spielt die Richtung der anziehenden Kraft der Erdmasse die Hauptrolle. Indem wir nämlich diese Richtung an zwei Punkten eines Meridians bestimmen und mit der gemessenen Entfernung dieser Punkte arithmetisch verbinden, gelangen wir zum Masse des Bogens, der einem Grade entspricht, und wenn wir hierauf zwei unter verschiedenen Breiten gemessene Grادلängen rechnend vergleichen, finden wir die gesuchte Abplattung. Es gibt aber noch einen anderen Weg der Messung, auf dem sich diese Abplattung finden lässt und wobei nicht die Richtung, sondern die Grösse der Schwerkraft massgebend wirkt: dieser zweite Weg entwickelt sich auf physikalischem Boden und beruht auf Pendelbeobachtungen.

Dass diese mit der Figur der Erde in einem gewissen Zusammenhang stehen, geht aus den bereits gepflogenen Erörterungen über die Schwungkraft der Erde hervor, welche wir als die vornehmste Ursache der Abplattung erkannt haben. Indem jene Kraft vom Pol gegen den Aequator hin einen immer grösseren Theil der Schwere aufhebt, muss diese nothwendig in der gleichen Richtung fortwährend kleiner und in der entgegengesetzten grösser werden. Kann man nun die Zu- oder Abnahme der Schwere messen, so lässt sich hieraus deren Ursache, die Schwungkraft, und hiermit die Abplattung der Erde ihrer Grösse nach berechnen. Diese Berechnung wäre freilich, wenn sie unter irgend einer Voraussetzung über die Dichtigkeit der Erdmassen geführt werden müsste, in dem Grade wie diese Hypothese unsicher; glücklicherweise hat aber der ausgezeichnete Mathematiker Clairaut, welcher bei der lappländischen Gradmessung betheilig war, nachgewiesen, dass, wie auch die Massen im Innern der Erde vertheilt seyn mögen, doch stets die Summe der Abplattung und des Zuwachses der Schwere vom Aequator bis zu den Polen dritthalbmal so gross seyn muss als die Schwungkraft unter dem Aequator. Dieser ‚Clairaut'sche Satz‘, welcher die Entwicklung der Abplattung aus Schwere-messungen von jeder willkürlichen Annahme über die Lage und Dichtigkeit der Erdschichten befreit, ist eine der schönsten mathematischen Entdeckungen, welche

jemals gemacht wurden, und steht an Wichtigkeit der nicht nach, welche das zeitmessende Pendel in eines der feinsten geodätischen Messinstrumente verwandelt hat.

Mit dem Pendel lässt sich die Intensität der Schwere an verschiedenen Orten der Erde auf zweierlei Weise finden: entweder dadurch, dass man überall die Länge des Sekundenpendels bestimmt, oder indem man an jedem Orte die Schwingungen zählt, welche ein gegebenes Pendel in ein und derselben Zeit (nämlich in einem Sterntage) macht. In dem ersteren Falle verhalten sich die Schwerkkräfte wie die Pendellängen, in dem zweiten aber wie die Quadrate der Schwingungszahlen. Ausgezeichnete Physiker haben es möglich gemacht, jene Längen und Zahlen aufs Genaueste zu beobachten, und aus solchen Beobachtungen hat man gefunden, dass sich die Schwerkraft am Aequator zu der am Pol wie 179 : 180 verhält, oder dass die Schwerezunahme zwischen diesen zwei Gegenden der Erde den hundertundachtzigsten Theil der Schwere am Pole beträgt. Mit demselben Maszstabe gemessen, wird die Schwerkraft unter dem Aequator 1 : 277 und daher nach dem Clairaut'schen Satze die Abplattung der Erde, welche allen Pendelbeobachtungen am besten entspricht, 1 : 289. Hienach begreift sich, wie das Pendel zu einem geodätischen Instrument wird.

Ausser den Gradmessungen und Pendelbeobachtungen gibt es noch einen dritten Weg, welcher zur Kenntniss der Abplattung der Erde führt. Er ist der steilste von allen und führt, vielfach verschlungen, durch das Gebiet der Astronomie. Verfolgen wir ihn wenigstens so weit als nöthig ist, das Ziel von ferne zu schauen.

Seit Newton wissen wir, dass sich je zwei Himmelskörper im geraden Verhältnisse ihrer Massen und im umgekehrten des Quadrats der Entfernung anziehen, und dass die Anziehung einer Kugel auf Körper an oder ausserhalb ihrer Oberfläche etwas verschieden ist von der eines gleich grossen und schweren, nahezu kugelförmigen Ellipsoids. Es ist ferner bekannt, dass die Bewegung des Monde hauptsächlich durch die Anziehung der Erde geregelt wird, und es folgt aus der Verbindung dieser Thatsachen, dass die Mondbahn eine etwas andere Beschaffenheit hätte, wenn die Erde eine vollkommene Kugel wäre, als sie wegen der elliptischen Gestalt unseres Planeten, und bloss dieser wegen, wirklich hat. Die wirkliche Mondbahn können die Astronomen genau messen, die der Kugelform der Erde

entsprechende aber noch genauer berechnen; der zwischen beiden Bahnen bestehende Unterschied rührt nur von der Ellipticität der Erdgestalt her, und es muss sich folglich die Abplattung finden lassen, welche allen Beobachtungen der Mondbahn möglichst gut entspricht. In der That hat Laplace diese schwierige mathematische Aufgabe mit der ihm eigenen Meisterschaft gelöst und die Erdabplattung fast genau so gefunden (1 : 305), wie sie aus der französischen und peruanischen Gradmessung folgt (1 : 304). Dieses Ergebniss ist ein eben so glänzender Beweis für die Richtigkeit der Newton'schen Theorie der allgemeinen Anziehung, als für die bewundernswürdige Kraft der mathematischen Analyse, und lässt erkennen, was Laplace im Sinne hatte, als er sich dahin aussprach, dass ein Astronom, ohne seine Sternwarte zu verlassen, durch den blossen Vergleich seiner Beobachtungen mit den Resultaten der Rechnung, die Gestalt der Erde bestimmen kann³⁰. Ist nun, umgekehrt, diese Gestalt durch geodätische Messungen genau gefunden, so kann dieselbe auch zu einer strengen Prüfung der Theorie der Mondbewegung dienen, und hierin tritt abermals ein Theil der wissenschaftlichen Bedeutung moderner Gradmessungen zu Tage.

Kehren wir von diesem kurzen Ausfluge in benachbarte Gebiete wieder zu den Gradmessungen selbst zurück und überspringen den Zeitraum von den berühmten Unternehmungen in Peru und Lappland bis zur französischen Revolution, einen Zeitraum, in dem sich zwar ein reges Streben nach Erforschung der wahren Erdgestalt kundgab, und worin auch in verschiedenen Ländern acht Gradmessungen ausgeführt wurden³¹, während dessen aber die Methoden der Messung und Rechnung unverändert blieben und die gewonnenen Ergebnisse nur unbedeutend waren.

Zur Zeit der französischen Revolution fand aber wieder eine grosse Gradmessung statt, welche einen wesentlichen Fortschritt in der Anordnung sowohl als in der Durchführung kundgibt. Scheinbar nur in der Absicht unternommen, eine neue von der Erdgrösse entlehnte Längeneinheit, ein sogenanntes Naturmasz, aufzusuchen, fand sie in Wahrheit statt, um die Widersprüche der vorhandenen Gradmessungen zu lösen und die Figur und Grösse der Erde mit einer den neuesten Fortschritten der Wissenschaft und Technik entsprechenden Genauigkeit zu bestimmen. Der Nationalconvent der französischen Republik wollte ein unveränderliches Masz haben, bei dessen Bestimmung nichts Willkürliches oder den Verhältnissen irgend eines

Volks besonders Angepasstes zu Grunde läge. Als ein solches Masz sah die aus mehreren Akademikern ersten Rangs gebildete Commission, an deren Spitze Laplace und Borda standen, den zehnmillionsten Theil des Meridianquadranten der Erde an, und auf das Gutachten dieser Commission beschloss die Nationalversammlung, dass die bezeichnete Länge unter dem Namen Meter als neue Maszeinheit in Frankreich einzuführen sey.

Die Ausführung dieses Beschlusses war von einer genauen Kenntniss der Länge des Meridianquadranten abhängig, und da diese Grösse nicht zweifellos feststand, so wurde eine neue Gradmessung für nothwendig erachtet und angeordnet. Die oberste Leitung derselben erhielt Borda, ihre Ausführung übertrug man den Akademikern Méchain und Delambre. Der schon zweimal gemessene Pariser Meridian wurde zum dritten Male benutzt und zum zweiten Male verlängert. Seine ganze Ausdehnung sollte $12\frac{1}{2}$ Grad umfassen und von Dünkirchen bis Formentera sich erstrecken. Während der Revolution konnten aber nur Dreiviertel dieses Bogens, von Dünkirchen bis Barcelona reichend, gemessen werden; den Rest vollendeten erst Biot und Arago unter dem Kaiserreich.

Die Fortschritte, welche sich bei diesem grossartigen Unternehmen herausstellten, waren theils technischer, theils wissenschaftlicher Natur. In letzterer Beziehung ist an die neuen Sätze von Legendre und Delambre über die Zurückführung der sphärischen Dreiecke auf ebene, in ersterer aber an die vielfachen Verbesserungen der Messinstrumente durch Borda zu erinnern. Man masz die Winkel nicht mehr mit Quadranten und Sektoren; sondern mit Vollkreisen, welche den Einfluss der Excentricitäts- und Theilungsfehler auf das kleinste Masz zu beschränken gestatteten. Die bei Tag nicht gut sichtbaren Signale wurden mit Hohlspiegeln beleuchtet, und die Winkel bei Nacht gemessen. Die Basisapparate, aufs Sinnreichste construirt, hat man sorgfältigst mit der in Peru gebrauchten Toise (toise du Pérou) verglichen. Die astronomischen Beobachtungen hatten durch die wichtigen Bradley'schen Entdeckungen³² der Abirrung des Lichts (Aberration) und des Wankens der Erdaxe (Nutation), sowie durch eine bessere Kenntniss der atmosphärischen Strahlenbrechung³³ an Schärfe ausserordentlich gewonnen. Kurz, es war damals Alles vereinigt, was eine weit genauere Bestimmung der Gestalt und Grösse der Erde, als je zuvor möglich war, verbürgen konnte.

Ueber dieses zweite grosse französische Unternehmen berichtet Delambre in seinem lehrreichen Werke: ‚Base du Système métrique‘. Wir lernen aus demselben aber nicht bloss alle Instrumente, Mess- und Rechnungsmethoden, sondern auch die aus den politischen Verhältnissen entsprungenen Schwierigkeiten kennen, welche sich den geodätischen Arbeiten entgegenstellten. Das maszlos aufgeregte Volk hielt z. B. die Lichtsignale, welche zur Winkelmessung dienten, für geheime Zeichen der Reaction und wollte sie nicht dulden, sowie es auch der Errichtung von Tagsignalen bald ernsten, bald drolligen Widerstand leistete. Immer aber musste die Erlaubniss zur Vornahme der Messungen von einer Volksversammlung des Bezirks, der eben in das Bereich des Dreiecknetzes trat, erholt werden, und in der Regel sah sich Delambre genöthigt, diesem wissbegierigen Publicum eine Vorlesung über Geodäsie zu halten. Trotzdem wurden er und sein akademischer College Méchain, der in Spanien noch ernstere Kämpfe zu bestehen hatte, zwei Jahre lang von der Commission der neuen Masze und Gewichte ausgeschlossen, weil Beider politische Gesinnungen den damaligen Gewalthabern zu gemässigt waren.

Die Hast, mit der man das neue Längenmasz einzuführen trachtete, gestattete nicht, die Messung des ganzen Bogens abzuwarten; man begnügte sich mit der zwischen Dünkirchen und Barcelona vollendeten Strecke, welche in Verbindung mit dem peruanischen und lappländischen Bogen eine Abplattung der Erde von 1:334 und eine mittlere Gradlänge von 57008,2 Toisen ergab. Der Meridianquadrant war folglich 5130740 Toisen lang, und hiernach wurde das Meter zu 0,513074 Toisen oder 443,296 Pariser Linien festgesetzt und durch einen Platinastab dargestellt, dessen Endflächen um die gesetzliche Maszeinheit dann von einander abstehen, wenn der ganze Stab die Temperatur des schmelzenden Eises besitzt. Die Länge dieses Platinastabs hat man zur Zeit seiner Anfertigung wirklich als den zehnmillionsten Theil des Erdmeridianquadranten angesehen; jetzt wissen wir³⁴, dass dieser Quadrant um 855 Meter länger und folglich die französische Maszeinheit um nahezu $\frac{1}{11}$ Millimeter kürzer ist, als sie ihrer Definition nach seyn sollte. Der Vorzug, welchen man dem neuen Masze zuschrieb: dass sich sein Verhältniss zum Meridian-Quadranten durch Ueberlieferung bis in die fernsten Zeiten erhalten würde, wodurch seine wahre Länge, wenn sie verloren gieng, jederzeit wieder aufgefunden werden könnte, besteht demnach nicht; denn das Verhältniss 1:10000855 ist eben so schwer zu merken als dasjenige, welches die Beziehung irgend zweier verschiedener

Längen zu einander ausdrückt. Das Meter ist aus diesem Grunde kein Naturmasz, und es gibt überhaupt kein solches Masz, sowie es auch keine Messung gibt, welche nicht durch jede genau dargestellte Maszeinheit vollzogen werden könnte. Es hätte vollständig genügt, wenn man in Frankreich die Toise oder den sechsten Theil derselben, den Pariser Fuss, als gesetzliche Maszeinheit erklärt hätte, zumal da diese Einheit materiell so genau dargestellt und bereits zu den wichtigsten Erdmessungen verwendet worden war. Gleichwohl hat das metrische Maszsystem grosse Vorzüge; diese bestehen aber ganz allein in der dezimalen Theilung und Zusammensetzung der Einheit. Aus diesem Grunde, und da es schon eine grosse Verbreitung gefunden, ist es wünschenswerth, dass das metrische System mit allen seinen strengen Folgen auch in Deutschland eingeführt werde.

Der Werth der grossen und mit Recht berühmten letzten französischen Gradmessung lag also nicht in der Erfindung des Meters, sondern in der genaueren Kenntniss der Erdgestalt, welche daraus hervorgieng, und in der Aneiferung zu ähnlichen Unternehmungen, welche sie hervorrief. In der That finden wir seit dem Beginne des 19. Jahrhunderts fast überall Gradmessungen im Gange, oder, wo dieser Zweck nicht gegeben war, Landesvermessungen, welche nach den Principien jener angeordnet und durchgeführt wurden ³⁵.

So in England, welches aus dem vorigen Jahrhundert nichts als eine Dreiecksverbindung zwischen Dünkirchen und Greenwich aufzuweisen hat. Zwischen 1800 und 1802 führte Mudge eine zwar kleine aber sehr genaue Gradmessung zwischen Dunnose auf der Insel Wight und Clifton bei Doncaster aus, welche das auffallende Resultat lieferte, dass von den drei Graden, welche sie umfasste, jeder nördlicher gelegene etwas grösser als sein südlicher Nachbar sich darstellte. Auf dieser Strecke muss irgend eine örtliche Ursache die regelmässige Krümmung des Meridians stören, welche sich aus der neuesten von Colby und James über ganz Grossbritannien ausgedehnten Gradmessung ergibt.

In Schweden wiederholte der Astronom Svanberg die von Maupertuis ausgeführte lappländische Gradmessung, welche nach Auffindung einiger Fehler wenig Vertrauen mehr genoss. Die von ihm erlangten Resultate stimmten mit den von Bessel aus allen vorhandenen Gradmessungen berechneten Zahlenwerthen gut überein.

In Ostindien wurden von Lambton, Everest und James zwei grosse Gradmessungen ausgeführt, welche zu den beszten gehören, die es giebt. Die Messungen geschahen zwischen dem 8. und 30. Breitengrade und schliessen einen Winkel von $21\frac{1}{2}$ Grad ein.

In Deutschland war im vorigen Jahrhundert nichts Nennenswerthes für die Bestimmung der Figur und Grösse der Erde geschehen, da der in Oesterreich unter der Regierung Maria Theresia's von dem Jesuiten P. Liesganig unternommene Versuch, aus Messungen des Wiener Meridians die Grösse eines Erdgrads abzuleiten, als misslungen zu betrachten ist, wie Zach u. A. nachgewiesen haben. Unvollendet blieb aber der vor 60 Jahren begonnene erste preussische Versuch einer Gradmessung, von dem General Baeyer erzählt³⁶. An der Spitze des Unternehmens stand Baron v. Zach, Direktor der Sternwarte auf dem Seeberge bei Gotha. Die Arbeiten begannen 1802 mit der Messung einer Grundlinie, welche im Meridian der Sternwarte lag und deren weit entfernte Endpunkte durch eingemauerte und mit Messingcylindern ausgegossene eiserne Kanonen bezeichnet wurden. Die Messung dieser Grundlinie geschah mit der grössten Sorgfalt; den Dreiecksmessungen machte aber der Krieg von 1806 ein Ende. Gotha war damals neutral. Nach der Schlacht von Jena fürchtete man, dass Napoleon diese Neutralität nicht so leicht anerkennen möchte als Preussen. Um dem französischen Imperator jeden Vorwand, als ob Gotha nicht völlig neutral gewesen sey, zu benehmen, liess das Geheimraths-Collegium aus Furcht, dass die auf dem Seeberge eingemauerten alten Kanonen als verborgenes Kriegsmaterial angesehen werden könnten, wieder herausreissen. Und so ward durch ängstliche Diplomaten eine den beszten Erfolg verheissende wissenschaftliche Arbeit für immer vernichtet.

Unterdessen begann die Landesvermessung in Bayern mit einer nach wissenschaftlichen Principien von Soldner und Schiegg ausgeführten Triangulation, während Reichenbach und Fraunhofer die vorzüglichsten geodätischen und astronomischen Instrumente bauten, die es jemals gegeben hat. In Hannover leitete Gauss eine Gradmessung³⁷ und bereicherte sofort die Literatur mit wichtigen mathematischen Arbeiten über die krummen Oberflächen und die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf geodätische Messungen, sowie er auch durch die Erfindung des Heliotrops, womit die allerfernsten Dreieckspunkte durch zurückgestrahltes Sonnen-

licht deutlich sichtbar gemacht werden können, die Genauigkeit der Winkelmessung bedeutend erhöhte. Gleichzeitig unternahm Schumacher in Altona eine Gradmessung in Holstein und Lauenburg, und später führten Bessel und Baeyer eine solche Messung in Ostpreussen aus, wobei der Basisapparat wiederholt eine verbesserte Einrichtung erhielt und alle Messungs- und Rechnungsmethoden aufs Aeusserste verschärft wurden²⁵.

Obwohl von geringem Umfang, sind doch diese drei deutschen Gradmessungen wegen der hohen Vollendung aller wissenschaftlichen und technischen Operationen Muster für alle künftigen Unternehmungen dieser Art geworden, und es kann ihnen, was inneren Werth betrifft, nur die von W. Struve und General Tenner 40 Jahre hindurch geleitete russisch-scandinavische Gradmessung gleichgestellt werden. Hinsichtlich der Ausdehnung jedoch ist diese zwar abgeschlossene, aber noch nicht vollständig veröffentlichte Gradmessung die grösste von allen, welche bisher ausgeführt wurden, da sie sich von den Donaumündungen bis auf die Kval-Insel im Eismeere erstreckt und $25\frac{1}{2}$ Breitengrade umfasst.

Russland kann sich indessen nicht bloss der grössten Breitengradmessung rühmen, es hat auch die grösste Längengradmessung zu Stande gebracht. An dieser ebenfalls von W. Struve entworfenen und geleiteten Messung sind aber auch noch Preussen, Belgien und England mit beziehlich 12, 5 und 13 Längengraden betheilig, während auf Russland 39 solcher Grade treffen. Die Dreiecksketten auf diesen Linien sind vollendet und verbunden, aber die geographischen Längenunterschiede scheinen noch nicht alle ermittelt zu seyn, wesshalb auch die Rechnungen nicht abgeschlossen werden können.

Es bedarf wohl kaum der Erinnerung, dass der geodätische Theil der Längengradmessungen sich nicht von dem einer Breitengradmessung unterscheidet; aber die astronomischen Bestimmungen sind hier theilweise ganz anderer Art, indem es darauf ankommt, den Winkel der zwei Meridianebenen, welche durch die Endpunkte des zu messenden Parallelbogens gehen, oder den geographischen Längenunterschied jener zwei Punkte durch Beobachtungen am Himmel aufzufinden.

Vor Anfang des achtzehnten Jahrhunderts konnte kaum eine Längengradmessung ausgeführt werden, da es an Mitteln fehlte, den Längenunterschied zweier Orte mit

nur einiger Genauigkeit zu bestimmen. Es dachte damals auch wohl Niemand an ein solches Unternehmen. Nachdem aber der britische Reichsastronom Flamsteed ein neues Princip in die astronomische Beobachtungskunst eingeführt hatte, nämlich die Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde als Winkelmasz zu benutzen, war es möglich, die vorliegende Aufgabe zu lösen.

Es ist eine über jeden Zweifel erhabene Thatsache, dass sich die Erde mit vollster Gleichförmigkeit um ihre Axe dreht, woraus folgt, dass sich der Sternenhimmel mit derselben Gleichförmigkeit um die in's Endlose verlängert gedachte Erdaxe zu drehen scheint. Die Zeit, welche eine ganze Umdrehung erfordert, der Sterntag, hat sich seit 2000 Jahren nicht um den fünfzigsten Theil einer Sekunde verändert. Diese Zeiteinheit nun wird durch Uhren in bekannter Weise in Stunden, Minuten und Sekunden abgetheilt, so dass jedem Zeittheile ein bestimmter Drehungswinkel, oder da alle Winkel durch Bögen gemessen werden, ein bestimmter Bogen entspricht, z. B. einer Zeitsecunde fünfzehn Bogensekunden u. s. w. In diesem Sinne ist die Uhr ein Messinstrument der Sternwarten geworden; sie kann aber für sich allein keinen Winkel angeben, sondern muss mit einem anderen astronomischen Instrumente in Verbindung stehen, nämlich mit dem Mittagsfernrohre, welches den Augenblick bezeichnet, wo ein bestimmter Stern durch den Meridian der Sternwarte geht. Bemerkt man auf zwei Sternwarten genau die Zeiten, welche beim Durchgange eines und desselben Sterns stattfinden, so gibt der Zeitunterschied sofort den Winkel an, den die Meridianebenen dieser Sternwarten mit einander bilden, und dieser Winkel ist auch deren Längenunterschied. Hat man astronomisch den Winkel und geodätisch den Bogen bestimmt, so ergibt sich aus beiden sehr einfach die Grösse eines Parallelgrads, womit die Längenmessung vollendet ist.

Jede andere Methode der Messung eines Parallelgrads ist nur eine veränderte Art, den Längenunterschied zu bestimmen: das Element der Zeit kann aus keinem Verfahren verbannt werden, und darum hängt die Längenbestimmung der Orte unter allen Umständen von der Genauigkeit der Uhren und von der physischen Fähigkeit der Beobachter, die Eindrücke des Schalls und des Lichts in einem und demselben Augenblicke zu empfinden, ab. Eine Zehntel-Secunde Fehler in der Zeit ist schon anderthalb Sekunden Fehler im Winkel, und dieser entspricht am

Aequator einem Bogen von 24 Toisen Länge. Erfahrungsgemäss gibt es selten zwei Beobachter, welche die genannten Eindrücke ganz gleichzeitig empfinden, und diese Wahrnehmung veranlasste die Einführung der ‚persönlichen Gleichung‘ in die Resultate astronomischer Beobachtungen, d. h. die Verbesserung der letzteren um den Zeitunterschied, welcher in den Angaben zweier Beobachter stattfindet³⁹. Diese persönliche Gleichung tritt auch dann ein, wenn man an zwei Orten ein und dasselbe plötzlich gegebene Zeichen, z. B. einen Pulverblitz, beobachtet, um daraus den Längenunterschied dieser Orte zu finden. Durch den Wechsel der Beobachter auf zwei Stationen lässt sich aber der Einfluss der genannten Gleichung aus den Messungsergebnissen grösstentheils wegschaffen. In neuester Zeit werden die Längenunterschiede mittels galvanischer Signale gemessen, welche unmittelbar auf die Uhren wirken und so die Beobachtungen selbst registriren. Hierdurch ist man im Stande, die Längendifferenzen bis auf den hundertsten Theil einer Zeitsecunde richtig zu bestimmen.

Die Längengradmessungen des vorigen Jahrhunderts können, als erste Versuche, keinen Anspruch auf Zuverlässigkeit machen. Erst als die französische Breitengradmessung zwischen Dünkirchen und Formentera beendigt war, wurde eine Längengradmessung von wissenschaftlicher Bedeutung ausgeführt, welche sich zwischen dem 45. und 46. Parallel von der Mündung der Giroude über Frankreich, Ober-Italien und Oesterreich erstreckt und zwischen Marennes und Padua einen Längenbogen von 13 Grad umfasst. An dieser Messung waren französische, österreichische und sardinische Astronomen und Geodäten, darunter Brousseau, Nicollet, Plana und Carlini, betheiligte und es wurde der österreichisch-sardinische und der französische Antheil, jeder in einem besonderen Werke⁴⁰, beschrieben. Das Hauptergebniss war, dass einzelne Parallelgrade, welche der Theorie nach alle gleich seyn sollten, nicht unbedeutend vom Mittel abwichen; dass ferner auf den sieben astronomischen Stationen sich mehr oder weniger auffallende Unterschiede zwischen den gemessenen und berechneten Azimuthen zeigten; und dass endlich der astronomisch bestimmte Längenunterschied zwischen den Sternwarten von Turin und Mailand um eine halbe Minute kleiner war als der, welcher aus den geodätischen Messungen folgte. Ein Theil dieser Abweichungen erklärt sich wohl daraus, dass den Berechnungen eine etwas zu kleine Abplattung der Erde ($\frac{1}{308}$) zu Grunde lag; ein anderer dadurch, dass damals der Einfluss der Personalgleichung, den erst Bessel kennen lehrte, noch

unbekannt war; aber der grössere Theil der hervorgetretenen Unterschiede zwischen Rechnung und Beobachtung muss örtlichen Störungen der Erdkrümmung zugeschrieben werden, worüber indessen nur spätere Messungen endgültig entscheiden können.

Vor etwa fünfzig Jahren wurde in Frankreich ein zweiter Parallelbogen zu messen angefangen, der von Brest über Paris nach Strassburg gieng. Das theilweise verfehltete Unternehmen ruhte nach dem Jahre 1825 längere Zeit, bis es neuerdings wieder aufgenommen und über Deutschland bis Wien ausgedehnt wurde. Bei der Bestimmung der Längenunterschiede kamen anfangs Pulverblitze, später galvanische Signale zur Anwendung; ein Abschluss der Arbeiten scheint aber noch nicht stattgefunden zu haben. In Deutschland unternahm es zuerst General v. Müffling, aus den vorhandenen geodätischen und astronomischen Messungen die Grösse eines Parallelgrads zu bestimmen, indem er ein grosses Dreieck zwischen Seeberg, Mannheim und Dünkirchen herstellte und hieraus die Grادلänge und Abplattung berechnete. In neuester Zeit wurden die längs des 52. Parallels sich hinziehenden deutschen Dreiecksketten einerseits mit den russischen, andererseits mit den belgischen und englischen zu der grossen von Struve angeregten und bereits erwähnten Längengradmessung verbunden, deren Ergebnissen ebenfalls noch entgegen zu sehen ist.

Nach diesem Ueberblicke treffen auf Europa zwei grosse und drei kleine Breitengradmessungen nebst drei grossen Längengradmessungen, von denen die ersteren über 52 Breiten-, die letzteren nahezu 103 Längengrade umfassen. Könnte man alle gemessenen Meridian- und Parallelbögen aneinander reihen, so würde der Gesamtbogen fast 2000 geographische Meilen, also nahezu zwei Fünftel des Erdumfangs betragen; eine riesige Arbeit, welche den daran betheiligten Staaten gewiss zur hohen Ehre gereicht.

Was ist nun das Ergebniss aller Anstrengungen, welche seit 200 Jahren gemacht wurden, die Gestalt und Grösse der Erde zu bestimmen?

Das aus diesen mühevollen und kostspieligen Arbeiten hervorgegangene Endresultat ist, dass die geometrische Erdoberfläche, oder diejenige Fläche, welche wie

das Weltmeer die Richtung der Schwere überall senkrecht durchschneidet, kein regelmässiges Umdrehungsellipsoid, sondern eine Fläche ist, welche von diesem Ellipsoid bald in stärkeren oder schwächeren, bald in längeren oder kürzeren wellenförmigen Erhöhungen und Vertiefungen abweicht; eine Fläche, welche sich, nach Bessel's Ausdruck, zum regelmässigen elliptischen Sphäroid wie die Oberfläche eines bewegten Wassers zu der eines ruhigen verhält. Die beobachteten Unregelmässigkeiten der Erdfigur sind indessen keineswegs so bedeutend, dass man nicht ein Umdrehungsellipsoid als Grundform beibehalten könnte; denn die Winkel, welche die wirkliche und die ideale Krümmung eines Parallel- oder Meridianbogens bestimmen, weichen in der Regel nur wenige Secunden von einander ab, und wenn diese Abweichungen an einer Stelle positiv sind, so werden sie in geringer Entfernung davon schon wieder negativ, so dass sich das gedachte Umdrehungsellipsoid fortwährend über und unter den kleinen Vertiefungen und Erhöhungen der wirklichen geometrischen Erdoberfläche hinzieht. Dieses die Grundform der Erde bildende Ellipsoid hat nach Bessel's und Airy's Bestimmungen eine Abplattung von 1 : 299 und einen Aequatorialdurchmesser von 3272100 Toisen.

Ausser diesem in Bezug auf die Erdfigur erlangten Hauptresultate giengen aber noch viele andere werthvolle Ergebnisse aus den Gradmessungen hervor; Resultate, welche sich theils auf die Erweiterung des mathematischen, physicalischen und astronomischen Wissens, theils auf die Entwicklung der höheren mechanischen Technik beziehen und wovon einzelne das Hauptresultat an wissenschaftlicher Wichtigkeit übertreffen.

Mit diesen Ergebnissen, so bedeutend sie auch sind, ist indessen die Frage nach der Gestalt und Grösse der Erde noch keineswegs abgeschlossen; im Gegentheile haben dieselben sehr viele neue Fragen angeregt, welche nur durch fortgesetzte Erdmessungen gelöst werden können.

An vielen Punkten kommen Abweichungen zwischen den geodätischen und astronomischen Längen und Breiten vor, welche in der Regel nur wenige Sekunden, manchmal aber mehr, jenseits der Alpen und im Kaukasus sogar 20 bis 54 Sekunden, betragen. Die Ursache dieser Abweichungen hat man anfänglich nur in der durch grosse Bergmassen ausgeübten Anziehung und der dadurch bewirkten Ablenkung

des Bleiloths gesucht; nachdem man jedoch am Fusse des Himálaya, wo die grösste Abweichung zu erwarten gewesen wäre, eine solche gar nicht aufgefunden⁴¹. dafür aber in der ebenen Gegend bei Moskau an einer Stelle, wo eine geognostische Formation plötzlich abbricht, 12 Sekunden Unterschied zwischen der astronomischen und geodätischen Breite beobachtet hat: so musste man für solche Fälle die Ursache der Abweichungen anderswo suchen, und man vermuthet sie in besonderen Lagerungs- oder Dichtigkeitsverhältnissen der die Erdkruste bildenden Mineralmassen. In wie weit diese Vermuthungen begründet sind, ob sie nebeneinander bestehen können oder sich ausschliessen, oder welcher anderen besseren Erklärung sie etwa weichen müssen, wissen wir noch nicht.

Bis jetzt hat man die Abweichung des Bleiloths an astronomischen Stationen nur in der Richtung von Süd nach Nord bestimmt. Damit kennt man aber die Störung der Schwererichtung noch nicht ganz. Diese ergiebt sich nur dann vollständig, wenn man auch die Abweichung in der ostwestlichen Richtung misst⁴². Geschieht dieses, so wird manche heute noch auffallende Differenz zwischen berechneten und beobachteten Azimuthen von Dreiecksseiten ihre natürliche Erklärung finden.

Eine strenge Theorie der atmosphärischen Strahlenbrechung weist die Ungleichheit der Verbesserungen der scheinbaren Höhenwinkel, wenn diese an zwei correspondirenden Punkten gleichzeitig genommen werden, nach⁴³. Hat man diese Verschiedenheit bisher nicht immer beobachtet, so wird manchmal ihre Geringfügigkeit, manchmal die Unvollkommenheit der Höhenkreise, häufiger aber der Umstand daran Schuld gewesen seyn, dass eine Lothabweichung jene Ungleichheit verdeckte. Ist aber das letztere der Fall, so lässt sich erwarten, dass die Strahlenbrechung ein Mittel werden wird, örtliche Störungen in der Richtung des Loths aufzufinden⁴⁴.

Unter den allgemeinen Ergebnissen der Gradmessungen ist auch das auffallend, dass England eine etwas grössere Abplattung als der Continent hat; es fragt sich, ob ähnlich gelegene Länder nicht ebenfalls ihre besondern Abplattungen haben, und wie sich diese zu denen der angrenzenden Meere verhalten.

Die Pendelbeobachtungen geben durchschnittlich eine etwas grössere Abplattung (1 : 289) als die Gradmessungen (1 : 299): liegt der Grund dieser Abweichungen

in den Messungsmethoden, oder in den Instrumenten, oder endlich darin, dass immer noch zu wenig Längen- und Breiten-Gradmessungen angestellt worden sind? Und da es nur eine einzige mittlere Abplattung der Erde geben kann, so verlangen wir ganz genau zu wissen, wie gross dieselbe ist.

Die Angaben von Berghöhen weichen in der Regel sehr weit von einander ab, je nachdem sie trigonometrisch oder barometrisch, von diesem oder jenem Beobachter, Morgens, Mittags oder Abends erlangt worden sind. Rühren diese auffallenden Unterschiede von der Unvollkommenheit der Instrumente, oder von der Ungeschicklichkeit der Beobachter, oder von unzureichender Kenntniss des Einflusses der Strahlenbrechung und der Temperatur auf jene Messungen her, oder finden dieselben zum Theil in örtlichen Störungen der Erdanziehung und den hiedurch bewirkten Aenderungen des Loths und des Barometerstands ihre Begründung?

Diese und noch einige andere Fragen harren der Lösung, und es bietet sich demnach ein um so grösseres Feld von wissenschaftlichen Untersuchungen dar, je weniger der Natur gegenüber zu zweifeln ist, dass die scheinbaren Unregelmässigkeiten der geometrischen Erdfigur in einem strengen Zusammenhange mit den in der Erde wirksamen Kräften stehen. Aber der Gesichtspunkt der jetzigen und künftigen Gradmessungen muss von dem zuletzt festgehaltenen verschieden seyn. Gieng man nämlich seit hundert Jahren nur von dem Bestehen einer regelmässigen elliptischen Gestalt der Erde aus und handelte es sich lediglich darum, deren Abmessungen zu finden, so ist von nun an die Unregelmässigkeit der geometrischen Erdfigur als Ausgangspunkt zu nehmen, und es sind die Abweichungen dieser Figur in Bezug auf eine ideale Grundform zu bestimmen, welche das allen Messungen am besten entsprechende Umdrehungsellipsoid ist. Während bei früheren Gradmessungen alle Gegenden vermieden wurden, wo Abweichungen von der regelmässigen Erdgestalt zu befürchten waren, müssen gerade diese Gegenden bei den jetzigen und künftigen Erdmessungen aufgesucht und in Bezug auf Richtung, Grösse und Ursache jener Abweichungen von der regelmässigen Form besonders durchforscht werden.

Was von diesem neuen Gesichtspunkte aus zu thun ist, hat Gauss, dessen Namen alle Mathematiker mit Ehrfurcht nennen, schon vor nahezu 40 Jahren

folgendermassen ausgesprochen⁴⁵: „Wäre es möglich, die ganze Erde mit Einem trigonometrischen Netze gleichsam zu umspinnen und die gegenseitige Lage aller Punkte dadurch zu berechnen, so würde das idealische Revolutionssphäroid dasjenige seyn, auf welchem berechnet die Richtungen der Vertikalen die möglich beszte Uebereinstimmung mit den astronomischen Beobachtungen gäben. Wenn man gleich von diesem unerreichbaren Ideale immer weit entfernt bleiben wird, so leidet es doch keinen Zweifel, dass die künftigen Jahrhunderte die mathematische Kenntniss der Erdfigur sehr viel werden weiter bringen können. Die Vervielfältigung der Gradmessungen ist aber eigentlich nur der Anfang dazu, woraus nur einzelne Resultate für eine kleine Anzahl in isolirten Linien liegender Punkte hervorgehen: wie viel ergiebiger wird aber die Ausbeute seyn, wenn diejenigen trigonometrischen Operationen, welche mit ausgesuchten Hilfsmitteln in verschiedenen Ländern ausgeführt sind, in Verknüpfung kommen und sich zu Einem grossen System abrunden. Vielleicht ist die Aussicht nicht chimärisch, dass einst alle Sternwarten von Europa trigonometrisch unter einander verbunden seyn werden, da schon jetzt solche Verbindungen von Schottland bis zum adriatischen Meere und von Formentera bis Fühnen vorhanden, wenn gleich bisher nur theilweise öffentlich bekannt gemacht sind. Möchte nur dieser letzte Umstand mehr als bisher geschehen, beachtet und kostbare Materialien, die der wissenschaftlichen Welt angehören sollten, dieser nicht entzogen oder gar der Gefahr des Untergangs preisgegeben werden!“

Der hier von Gauss ausgesprochenen Idee künftiger Gradmessungen, welche auch Bessel vertrat, hat in neuester Zeit General Baeyer eine concrete Gestaltung gegeben, indem er in seiner Denkschrift zur Begründung einer mitteleuropäischen Gradmessung³⁶ hervorhob, dass in Europa nur zwei an der westlichen und östlichen Grenze ausgeführte grosse Breitengradmessungen (die französisch-englische und die russisch-scandinavische) vorhanden sind und eine durch die Mitte von Europa sich hinziehende, von Palermo bis Christiania sich erstreckende, die Alpen und die norddeutschen Ebenen durchschneidende, mehr als dreissig Sternwarten berührende Gradmessung noch vermisst wird, welche zu den mannigfaltigsten wissenschaftlichen Untersuchungen die beszte Gelegenheit böte und verhältnissmässig leicht auszuführen wäre, da ein grosser Theil von geodätischen und astronomischen Arbeiten in den verschiedenen, von diesem Unternehmen betroffenen Staaten bereits vorhanden

sey und nur mehr der kritischen Ordnung und Verbindung unter sich und mit den Dreiecknetzen der schon vollendeten Gradmessungen bedürfe.

Die Befürchtung Baeyer's, dass nicht alle von dem bezeichneten Meridian und seiner Umgebung berührten Staaten geneigt seyn möchten, zur Durchführung eines einheitlichen Plans der Gradmessung mitzuwirken, war glücklicherweise unbegründet; denn schon kurze Zeit nach dem an sie gelangten Vorschlage hatten alle beteiligten Regierungen Europas ihre Theilnahme an dem grossen Unternehmen zugesagt und mehrere sofort ausgezeichnete wissenschaftliche Kräfte und die erforderlichen Geldmittel zur Verfügung der obersten Behörde der mitteleuropäischen Gradmessung gestellt. Auch unsere hohe Staatsregierung erkannte es als eine Ehrensache Bayerns, sich an einem Werke zu betheiligen, das so reiche Ausbeute für die Wissenschaft verspricht und das schon allein durch die Entfaltung einer grossen mathematisch-physikalischen Thätigkeit von bedeutender Rückwirkung auf die Bildung unserer Zeit seyn muss.

So arbeiteten denn seit drei Jahren die gelehrten Bevollmächtigten fast aller Staaten Mitteleuropas gemeinsam an jener grossen wissenschaftlichen Aufgabe, die nicht in der Studirstube oder im Laboratorium, auch nicht in einem einzelnen Lande oder von einem einzigen Manne mehr gelöst werden kann, sondern die unbedingt das einheitliche Zusammenwirken vieler geistiger Kräfte und ausreichende materielle Mittel fordert; sie arbeiteten, ohne zu ahnen, dass ihr stilles, nur idealen Zielen gewidmetes Beginnen sobald durch die Schrecken eines grossen Kriegs zwischen denselben Regierungen, die sie zu diesem Friedenswerke ausgesandt hatten, unterbrochen werden würde. Hoffen und wünschen wir, dass diese Unterbrechung nicht zugleich die Vernichtung eines in seiner Art einzig dastehenden Unternehmens bedeute!

Anmerkungen.

1. Aristoteles, De coelo, lib. II. cap. 14. Prantl: Aristoteles Werke, griechisch und deutsch. Band II, S. 173—183.
2. Nördlich und südlich beziehen sich hier selbstverständlich auf die Lage von Griechenland.
3. Archimedes, de iis quae in humido ferm. Lib. I, prop. 2. Dieser Beweis war noch nicht geliefert, da Aristoteles dem Tropfbarflüssigen keine selbständige Gestalt zuschrieb. (Prantl a. a. O. S. 299, Anm. 20 und S. 405, Anm. 7.)
4. Delambre, Histoire de l'Astronomie ancienne, Vol. II, p. 69.
5. Plinius, Hist. nat. lib. II, cap. 65. Auch Tacitus (Germ. cap. 45) huldigte noch der homerischen Anschauung, wonach die Erde scheibenförmig und vom Ocean umflossen war, aus dem die Sonne aufgieng und in den sie wieder hinab sank.
6. Delambre, Hist. de l'Astr. anc. Vol. I, p. 219. 226. 232.
7. Cleomedes, Theoria cyclica. Basil. 1547. Lib. I, cap. 10.
8. Cleomedes, ebendasselbst. Delambre, Astr. anc. I, p. 220.
9. Boeckh, Metrologie, S. 216—218. Ein Aequatorgrad beträgt $601\frac{3}{4}$ olympische Stadien, also eine geographische Meile 40,01 Stadien.
10. Was den Halbschatten der Sonne betrifft, so hat es damit folgende Bewandniss. Denkt man sich die Spitze des Gnomons mit dem Mittelpunkt der Sonne und deren oberen Rand durch gerade Linien verbunden, so entsteht dadurch ein Winkelraum von 15 Minuten Ausdehnung, welcher auf der Skaphe nicht ganz, sondern nur theilweise im Schatten ist, weil er von der oberen Sonnenhälfte noch beleuchtet wird, von der unteren aber nicht. Jeder Schattenbogen wird folglich um 15 Minuten kleiner als der Scheitelabstand der Sonne, wenn man den Halbschatten nicht berücksichtigt. Hätte Eratosthenes auch in Syene wie in Alexandrien einen solchen Bogen gemessen, so würde sich in der Differenz beider Bögen der Halbschatten gehoben haben und der Krümmungswinkel wäre von dessen Einfluss frei gewesen. Da er aber annahm, dass in Syene zur Zeit seiner Messung in Alexandrien der Schattenbogen null sey, so ist der genannte Winkel um 15 Minuten fehlerhaft.

11. Whewell, *History of the inductive Sciences from the earliest to the present times*, Vol. I, Part. IV, Chapt. 4, Nr. 6; Uebersetzung von Littrow. S. 226; Lactantius, *Divinae institutiones*, lib. III.
12. Whewell, a. a. O. Nr. 7; Littrow. S. 228; Peschel, *Geschichte der Erdkunde*, S. 88.
13. Eine französische Bearbeitung der mathematischen Syntaxis des Ptolemaeus findet man in Delambre, *Hist. de l'Astr. ancienne*, Vol. II. p. 67—410.
14. Der vollständige Titel dieses Werks ist: *Nicolai Copernici Taurinensis de revolutionibus orbium coelestium libri VI*, Norimbergae, apud J. Petreium. 1543.
15. Humboldt, *Kosmos*, Bd. II, S. 357. Vor Galilei, der sie am 7. Januar 1610 fand, soll Simon Meyer (Marius) aus Gunzenhausen, Mathematiker in Ansbach, die Monde des Jupiter aufgefunden haben, und zwar am 29. December 1609.
16. Peschel, *Geschichte der Erdkunde*, S. 346, und Humboldt, *Kosmos*, Bd. II, S. 357.
17. Delambre, *Hist. de l'Astr. moderne*, vol. II, p. 93—110.
18. Der vollständige Titel lautet: *Eratosthenes Batavus, de Terrae ambitus vera quantitate*, a Willebrordo Snellio suscitatus. Lugduni Batavorum, 1617.
19. Als Normalmasz bediente sich Snellius der reinländischen Ruthe zu 12 Fuss, welche er indessen nach dem Decimalsystem in 10 Fuss oder 100 Zoll abtheilte. Seine Basis war nur 326,4 rheinl. Ruthen lang.
20. Von dem Gesamtfehler fiel der fünfte Theil den geodätischen und vier Fünftel den astronomischen Bestimmungen zur Last.
21. Hundert Jahre nach Snellius wiederholte Musschenbroek, der berühmte holländische Physiker, die Messungen und Berechnungen seines Landmannes, wonach sich nahezu die Picard'sche Grundlänge ergab. Siehe Musschenbroek: *Dissertatio de magnitudine terrae*, in *diss. phys. Lugd. Bat.* 1729.
22. Einen völlig werthlosen Versuch, die Grösse der Erde zu messen, wobei die Länge des Bogens aus der Zahl von Umdrehungen eines Wagenrades hervorgehen sollte, hatte 150 Jahre vor Picard der französische Arzt und Mathematiker Fernelius zwischen Paris und Amiens ausgeführt. Vergleiche Delambre, *Hist. de l'Astr. mod.* II. p. 96.
23. Gascoigne erfand das Fadenkreuz bereits im Jahre 1640; Picard, den man lange Zeit für den Erfinder hielt, wendete es bloss an. S. Humboldt, *Kosmos*, Bd. III, S. 60 und 106.
24. Die Picard'sche Standlinie war auf 5663 Toisen um $5\frac{1}{3}$ Toisen zu lang, wesshalb der ganze Meridianbogen zwischen Dünkirchen und Collioure um 820 Toisen kürzer werden musste. Dagegen war der Krümmungswinkel in Dünkirchen um 19 Secunden und in Collioure um 33 Secunden, im Ganzen also um 52 Secunden zu gross gefunden worden, was genau den geodätischen Fehler deckte. Hinter diesen eigenthümlichen Zufall kam man erst durch die wiederholte Messung des Picard'schen Erdbogens, welche Cassini de Thury und Lacaille im Jahre 1739 vornahmen. Man vergleiche: *Cassini de Thury, la Méridienne de l'Observatoire de Paris*, Supplement zu *Hist. et Mém. de l'Acad. de Sciences*. Année 1740. Paris 1745.
25. *Mésure de la terre par M. Picard*. Paris. 1671; ferner: De la Hire, *Traité du Ni-*

vement par M. Picard. Paris, 1684. Picard fand die Grادلänge = 57060 Toisen, nach Bessel und Airy beträgt sie für die Gegend zwischen Paris und Amiens 57055 Toisen.

26. Nach einer Angabe von Arago. Siehe dessen sämtliche Werke, Bd. XIV, S. 11.
27. La figure de la terre déterminée par les observations de MM. Bouguer et Lacandamine, Paris 1749; Mém. de l'Acad. de Sciences, Année 1751, p. 678.
28. La figure de la terre déterminée par les observations de M. M. Maupertuis, Clairaut etc. faites par ordre du Roi au cercle polaire. Amsterdam, 1738, p. 144.
29. Huyghens war der erste, welcher in seiner 1673 erschienenen Schrift de horologio oscillatorio richtige Ansichten über die Natur und Grösse der Schwingkraft (Centrifugalkraft) aufstellte. Nach seinen Entwicklungen ist die Grösse der Schwingkraft allgemein der Masse und dem Quadrat der Geschwindigkeit direkt, dem Halbmesser des Schwingkreises aber umgekehrt proportional. In dem vorliegenden Fall nimmt jedoch die Umdrehungsgeschwindigkeit in demselben Verhältnisse wie der genannte Halbmesser ab, und daher ändert sich auch die Centrifugalkraft an der Erdoberfläche einfach mit der Umdrehungsgeschwindigkeit.
30. Laplace, Exposition du Système du Monde, p. 230.
31. Näheres über diese Unternehmungen findet man in Dr. Posch, Geschichte und System der Breitengradmessungen, 1860, S. 52—55.
32. Die Abirrung des Lichts (aberratio luminis) entsteht aus der Bewegung der Erde und der Geschwindigkeit des Lichts, und gibt sich dadurch zu erkennen, dass ein Fixstern um seine mittlere Richtung eine Ellipse zu beschreiben scheint, deren grosse Axe einem Schinkel von nahezu 40 Secunden entspricht. Diese Ellipse ist im Pol der Ekliptik kreisförmig und verlängert sich um so mehr, je weiter der Stern von diesem Pole absteht. Sie wird im Laufe eines ganzen Jahres beschrieben. Wenn man nun auf diese Abirrung des Lichts keine Rücksicht nimmt, also voraussetzt, der betreffende Stern erscheine uns stets an demselben Orte, so kann ein Fehler von 20 Secunden in den zu messenden Höhenwinkel dieses Sterns und folglich auch in den Krümmungswinkel eines Erdbogens kommen. Aus diesem Grunde ist die Entdeckung der Aberration so wichtig für die Gradmessungen. Die klarste gemeinverständliche Theorie der Abirrung des Lichts enthält Arago's Astronomie populaire, tome IV, p. 403. Deutsche Uebersetzung von Hankel: Bd. IV, S. 326—332. Das Wanken der Erdaxe (nutatio) rührt von der Anziehung der Sonne und des Mondes auf die sphäroidische Erde her und besteht darin, dass die Erdaxe ihre Richtung gegen den Pol des Himmels während ihrer jährlichen Bewegung um die Sonne nicht ganz genau beibehält, sondern in langen Perioden etwas ändert, d. h. um ihre mittlere Richtung etwas schwankt. Den grössten Theil der Nutation bringt der Mond, den kleinsten die Sonne zu Stande. Ohne Rücksicht hierauf können Höhenwinkel der Gestirne und folglich auch Krümmungswinkel von Erdbögen um 9 Secunden fehlerhaft werden. Arago, a. a. O. S. 79 u. ff.
33. Die Strahlenbrechung der Luft entsteht dadurch, dass jeder Lichtstrahl der von oben nach unten die Atmosphäre durchdringt, fortwährend in dichtere Luftschichten gelangt und wegen der Verschiedenheit der Dichtigkeiten stetig gebrochen wird,

so dass er statt einer geraden Linie eine sehr flache Curve bildet, welche der Erdoberfläche ihre hohle Seite zuwendet und bewirkt, dass wir jeden Gegenstand höher sehen als er wirklich ist. Diese atmosphärische Strahlenbrechung richtet sich nach der scheinbaren Höhe des Gegenstandes und nach der Dichtigkeit der Luft, d. h. nach der Temperatur und dem Barometerstand. In der Richtung des Horizonts sehen wir einen Stern um etwa 35 Minuten höher, unter 45° um etwa 1 Minute höher als er ist; im Scheitel verschwindet die Strahlenbrechung ganz, und daher ist es räthlich, bei Gradmessungen nahe am Zenith stehende Sterne zu beobachten, um die Krümmungswinkel von Erdbögen zu finden. [Da Posidonius (Seite 8) den Stern Canopus ein Mal im Horizont und das andere Mal unter $7\frac{1}{2}$ Grad Höhe beobachtet haben soll, wofür die Strahlenbrechung 7 Minuten beträgt, so würde die gefundene Höhe schon wegen der Refraction um $35 - 7 = 28$ Minuten falsch seyn, wenn auch von allen anderen Fehlern abgesehen werden wollte. Posidonius scheint aber gar keine Beobachtung gemacht zu haben, da Cleomedes nicht sagt, womit die Höhe des Canopus gefunden worden ist].

34. Die genauesten Berechnungen der Grösse der Erde sind von Bessel (Astronomische Nachrichten, Bd. XIV und XIX) und von Airy (Figure of the Earth in „Encyclopaedia Metropolitana“, Vol. V).
35. Mehreres über die nachfolgend erwähnten englischen, schwedischen, ostindischen, deutschen und russisch-skandinavischen Gradmessungen findet man zusammengestellt in Dr. Posch, Geschichte und System der Breitengradmessungen, Freising 1860, S. 59—67.
36. Baejer, Ueber die Grösse und Figur der Erde. Denkschrift zur Begründung einer mitteleuropäischen Gradmessung. Berlin, 1861.
37. Gauss, Bestimmung des Breitenunterschieds zwischen den Sternwarten von Göttingen und Altona. Göttingen, 1828.
38. Bessel und Baejer, Gradmessung in Ostpreussen und ihre Verbindung mit preussischen und russischen Dreiecksketten. Berlin, 1838.
39. Königsberger Beobachtungen, 8. Abtheilung; ferner: Peters, Längenunterschied zwischen Altona und Schwerin. Altona, 1861, S. 252 u. ff.
40. Plana, Opérations géodésiques et astronomiques pour la Mesure d'un arc du Parallèle moyen. Puissant, Nouvelle description géométrique de la France, Paris 1832. (Der erste Theil dieser Beschreibung bildet den VI. Theil des Mémorial du Dépôt général de la Guerre.)
41. Ordonance trigonometric Survey by Col. H. James, London 1858, p. 776.
42. Dieser Vorschlag rührt von General Schubert her: Astronomische Nachrichten N. N. 1245—1247.
43. Bauernfeind, Die atmosphärische Strahlenbrechung auf Grund einer neuen Aufstellung über die physikalische Constitution der Atmosphäre: Astron. Nachr. N. N. 1587—1690, S. 65.
44. Der Verfasser des Vortrags wird diese seine Idee an einem anderen Orte ausführlicher darlegen, als es hier möglich ist.
45. Gauss, Breitenunterschied zwischen Göttingen und Altona, S. 73 und 74.

Verbesserung:

S. 33, Z. 16 lese man „Aequatorial**h**albmesser“ statt „Aequatorial**d**urchmesser“.