Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Classe

der

k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

Band XI. Jahrgang 1881.

München.

Akademische Buchdruckerei von F. Straub.

1881.

In Commission bei G. Franz.

Herr v. Jolly theilt mit und bespricht eine Abhandlung von Herrn E. Lommel:

„Theorie der Drehung der Polarisationsebene".

In den folgenden Zeilen gedenke ich zu zeigen, dass die Lichttheorie, welche ich in mehreren früheren Abhandlungen[1]) aufgestellt habe, die Drehung der Polarisationsebene, und zwar sowohl die magnetische als die natürliche, in sehr einfacher Weise erklärt. Jener Theorie liegen folgende Vorstellungen zu Grunde: 1) der zwischen den Körpermolekülen enthaltene Aether ist von derselben Beschaffenheit wie der freie Aether; insbesondere ist derselbe unzusammendrückbar; 2) zwischen Aether- und Körpertheilchen findet eine der Reibung analoge Wechselwirkung statt, welche ihrer relativen Geschwindigkeit proportional ist; 3) auf jedes Körpertheilchen wirken die ihm eigenthümlichen elastischen Kräfte, und 4) ein seiner Geschwindigkeit proportionaler Widerstand.

Dieser Widerstand, welchen man etwa durch die dem Molekül als integrirender Bestandtheil zugehörige Aetherhülle hervorgebracht denken kann, ist für ein Molekül von gewöhnlicher Beschaffenheit nach allen Richtungen hin der nämliche. Kreist aber um das Molekül ein elektrischer Strom, oder ist dasselbe schraubenförmig gebaut, so muss dieser Widerstand nach verschiedenen Richtungen ver-

1) Wied. Ann. 3. p. 251 u. 339. 1878; 4. p. 55. 1878.

schieden, und zwar für Bewegungen rechts herum ein anderer sein als für Bewegungen links herum.

Um die Gesetze der Wellenbewegung in Körpern von von solcher Beschaffenheit darzustellen, ist es daher nur erforderlich, in den Bewegungsgleichungen der Moleküle das auf den molekularen Widerstand bezügliche Glied derart zu vervollständigen, dass es jene Verschiedenheit hinsichtlich rechts- und linksherum gehender Bewegungen zum Ausdruck bringt, während die Gleichungen für die Bewegung des Aethers ungeändert bleiben.

I. Die magnetische Drehung der Polarisationsebene.

Bezeichnen x, y, z die rechtwinkligen Coordinaten der gemeinschaftlichen Gleichgewichtslage der in demselben Volumenelemente enthaltenen Körpermasse m und Aethermasse μ, und x', y', z', ξ', η', ζ' ihre resp. Coordinaten nach eingetretener gegenseitiger Verschiebung, so gilt in einem isotropen, von magnetischen Kräften nicht beeinflussten Mittel für die Bewegung der Körpermasse m parallel der x-Axe die Gleichung:

$$m\frac{d^2(x'-x)}{dt^2} = -2\,Km\frac{d(x'-x)}{dt} - mp^2(x'-x) - 2m\nu\left(\frac{d\xi'}{dt} - \frac{dx'}{dt}\right)$$

und für die Bewegung des Aethers nach derselben Richtung die Gleichung:

$$\mu\frac{d^2(x-\xi')}{dt^2} = \omega^2\left(\frac{d^2(x-\xi')}{dx^2} + \frac{d^2(x-\xi')}{dy^2} + \frac{d^2(x-\xi')}{dz^2}\right) + 2m\nu\left(\frac{d\xi'}{dt} - \frac{dx'}{dt}\right),$$

in welchen das mit der Constanten ν multiplicirte Glied die Wechselwirkung zwischen Aether und Körpertheilchen, das mit k behaftete Glied den molekularen Widerstand ausdrückt. Analoge Gleichungen entsprechen den Bewegungen parallel der y- und z-Axe. Zu diesen sechs Gleichungen kommt noch hinzu die Bedingung für die Unzusammendrückbarkeit des Aethers:

$$\frac{d(x-\xi')}{dx}+\frac{d(y-\eta')}{dy}+\frac{d(z-\zeta')}{dz}=o,$$

welche fordert, dass die Aetherschwingungen in der Wellenebene oder transversal erfolgen.

Wählen wir die Normale der Wellenebene als z-Axe, so ist $z-\zeta'=o$; die auf die z-Axe bezüglichen Bewegungsgleichungen sind alsdann von selbst erfüllt, und die noch übrigen den beiden andern Axen entsprechenden Gleichungen dienen zur Bestimmung der Verschiebungen als Functionen von z und t.

Werden nun durch eine zur Wellennormale (z-Axe) parallele magnetisirende Kraft-Molekularströme inducirt (wie bei diamagnetischen Körpern), oder vorhandene Molekularströme gerichtet (wie bei magnetischen Körpern), so bewirken diese kleinen Stromkreise, deren Ebenen zur Wellenebene parallel sind, dass der nach der x-Axe gerichtete molekulare Widerstand nicht blos von der x-Componente, sondern auch von der y-Componente der Geschwindigkeit abhängig wird, und sonach die Form

$$-2\,Km\frac{d(x'-x)}{dt}-2\,\delta m\frac{d(y'-y)}{dt}$$

annimmt, wo 2δ ein von der Stärke der Molekularströme abhängiger Coefficient ist; dasselbe gilt von dem nach der y-Axe gerichteten Widerstand, welcher, weil diese Kräfte durch eine beliebige Drehung um die z-Axe ungeändert bleiben, sich nothwendig in der Form

$$-2\,Km\frac{d(y'-y)}{dt}+2\,\delta m\frac{d(x'-x)}{dt}$$

darstellt.

Bildet die Richtung der magnetisirenden Kraft mit der Fortpflanzungsrichtung der Welle, und sonach auch die Ebene der Molekularströme mit der Wellenebene einen Winkel α, so kommt von jedem Strömchen nur die in die Wellenebene fallende Componente zur Wirkung, und man hat $2\delta\cos\alpha$ statt 2δ zu setzen. Dabei denken wir uns die Normale der Stromebene stets nach der Seite errichtet, von welcher aus gesehen der Strom in der Richtung des Uhrzeigers kreist.

Die Bewegungsgleichungen der Körpertheilchen (1) und des Aethers (2) ergeben sich daher wie folgt:

$$(1)\left\{\begin{aligned} m\frac{d^2(x'-x)}{dt^2} &= -2Km\frac{d(x'-x)}{dt} - 2\delta\cos\alpha . m\frac{d(y'-y)}{dt} \\ &\quad - mp^2(x'-x) - 2m\nu\left(\frac{d\xi'}{dt}-\frac{dx'}{dt}\right), \\ m\frac{d^2(y'-y)}{dt^2} &= 2\delta\cos\alpha . m\frac{d(x'-x)}{dt} - 2Km\frac{d(y'-y)}{dt} \\ &\quad - mp^2(y'-y) - 2m\nu\left(\frac{d\eta'}{dt}-\frac{dy'}{dt}\right), \end{aligned}\right.$$

$$(2)\left\{\begin{aligned} \mu\frac{d^2(x-\xi')}{dt^2} &= \omega^2 . \frac{d^2(x-\xi')}{dz^2} + 2m\nu\left(\frac{d\xi'}{dt}-\frac{dx'}{dt}\right), \\ \mu\frac{d^2(y-\eta')}{dt^2} &= \omega^2 . \frac{d^2(y-\eta')}{dz^2} + 2m\nu\left(\frac{d\eta'}{dt}-\frac{dy'}{dt}\right). \end{aligned}\right.$$

Man genügt diesen Gleichungen, indem man

$$(3)\left\{\begin{aligned} x-\xi' &= Al, \quad y-\eta' = Bl, \\ x'-x &= Ll, \quad y'-y = Ml, \\ l &= e^{-(K+\frac{q}{c}i)z+qit} \end{aligned}\right.$$

in sie einsetzt, und die Constanten A, B, L, M, ferner das Absorptionsvermögen K und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c in geeigneter Weise bestimmt. Die Grösse 9, d. i. die mit 2π multiplicirte Schwingungszahl der fortgepflanzten Welle, ist als gegeben anzusehen.

Die Gleichungen (2) nehmen nach Substitution jener Werthe die folgende Gestalt an:

$$\mu q^2 + \omega^2 \left(K + \frac{q}{c} i\right)^2 - 2m\nu q i \left(1 + \frac{L}{A}\right) = o,$$

$$\mu q^2 + \omega^2 \left(K + \frac{q}{c} i\right)^2 - 2m\nu q i \left(1 + \frac{M}{B}\right) = o;$$

sie können gleichzeitig nur bestehen, wenn

$$(4) \qquad \frac{L}{A} = \frac{M}{B} = \varrho$$

gesetzt wird, und ziehen sich alsdann auf die einzige:

$$(5) \quad \mu q^2 + \omega^2 \left(K + \frac{q}{c} i\right)^2 - 2m\nu q i (1 + \varrho) = o$$

zurück.

Aus den Gleichungen (1) dagegen erhält man nach Einsetzung der Werthe (3) die folgenden zwei Bedingungen:

$$(6) \quad \begin{cases} \left(p^2 - q^2 + 2(k - \nu) q i\right) L = -2\delta \cos\alpha . q i\, M + 2\nu q i\, A, \\ \left(p^2 - q^2 + 2(k - \nu) q i\right) M = 2\delta \cos\alpha . 9 i\, L + 2\nu q i\, B. \end{cases}$$

Multiplicirt man die erste derselben mit B, die zweite mit A, und zieht sie von einander ab unter Beachtung der Relation (4), so ergibt sich

$$2\delta \cos\alpha . q i\, (AL + BM) = o,$$

oder

$$(7) \qquad AL + BM = o.$$

Addirt man aber die Gleichungen (6), nachdem man die erste mit A, die zweite mit B multiplicirt hat, so erhält man mit Rücksicht auf (4) und (7):

$$(8) \qquad A^2 + B^2 = o,$$

woraus:

$$\text{(8a)} \qquad B = \pm Ai,$$

und alsdann vermöge (7):

$$\text{(7a)} \qquad M = \pm Li$$

folgt. Nach Einführung dieser Werthe liefert jede der Gleichungen (6):

$$\text{(9)} \quad \frac{L}{A} = \varrho = \frac{2\nu qi}{p^2 - q^2 + 2(k-\nu)qi \pm 2\delta\cos\alpha . q},$$

folglich, wenn man

$$\text{(10)} \qquad \varrho = \sigma + \tau i$$

setzt:

$$\text{(11)} \quad \begin{cases} \sigma = \dfrac{4\nu(k-\nu)q^2}{(p^2 - q^2 \pm 2\delta\cos\alpha . q)^2 + 4(k-\nu)^2 q^2}, \\[2ex] \tau = \dfrac{2\nu q(p^2 - q^2 \pm 2\delta\cos\alpha . q)}{(p^2 - q^2 \pm 2\delta\cos\alpha . q)^2 + 4(k-\nu)^2 q^2}. \end{cases}$$

Substituirt man nun $\varrho = \sigma + \tau i$ in die Gleichung (5), so zerfällt dieselbe durch Scheidung des Reellen vom Imaginären in die zwei Gleichungen:

$$\text{(12)} \qquad \frac{1}{C^2} - \frac{K^2}{9^2} = \frac{\mu}{\omega^2}\left(1 + \frac{2m\nu\tau}{\mu q}\right),$$

$$\text{(13)} \qquad 2 \cdot \frac{K}{q} \cdot \frac{1}{c} = \frac{\mu}{\omega^2} \cdot \frac{2m\nu}{\mu q}(1 + \sigma),$$

aus welchen sich, wenn man der Kürze wegen

$$1 + \frac{2m\nu\tau}{\mu q} = P \quad \text{und} \quad \frac{2m\nu}{\mu q}(1 + \sigma) = Q$$

setzt, und $\dfrac{\omega}{\sqrt{\mu}}$ (die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts im freien Aether) $= 1$ annimmt, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c und der Absorptionscoefficient K wie folgt ergeben:

$$(14) \qquad \frac{1}{c^2} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{P^2 + Q^2} + P\right),$$

$$(15) \qquad \frac{K^2}{9^2} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{P^2 + Q^2} - P\right),$$

worin

$$(16) \quad P = 1 + \frac{4m\nu^2}{\mu} \cdot \frac{p^2 - q^2 \pm 2\,\delta\cos\alpha.q}{(p^2 - q^2 \pm 2\,\delta\cos\alpha.q)^2 + 4\,(k - \nu)^2 q^2},$$

$$(17) \quad Q = \frac{2m\nu}{\mu 9} \cdot \frac{(p^2 - q^2 \pm 2\,\delta\cos\alpha.q)^2 + 4\,k\,(k - \nu)\;q^2}{(p^2 - q^2 \pm 2\,\delta\cos\alpha.q)^2 + 4\;\;(k - \nu)^2 q^2}$$

ist Man erhält also, entsprechend dem doppelten Vorzeichen des mit δ behafteten Gliedes, zwei Werthe c' und c'' für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, und zwei zugehörige Werthe K' und K'' für das Absorptionsvermögen.

Die gleichzeitigen Bewegungen der Aether- und der Körpertheilchen werden nun durch die reellen Theile der Ausdrücke (3) dargestellt. Bezeichnen wir zur Abkürzung die Verschiebungen der ersteren mit ξ_1 und η_1, die der letzteren mit x_1 und y_1, so erhalten wir für die Körpertheilchen, da $L = A\varrho$ ist:

$$(18') \quad \left\{ \begin{aligned} x'_1 &= AR'e^{-K'z}\cos\left(qt - \frac{q}{c'}z + \psi'\right), \\ y'_1 &= AR'e^{-K'z}\sin\left(qt - \frac{q}{c'}z + \psi'\right), \\ &\text{wo} \\ R' &= \frac{2\nu q}{\sqrt{(p^2 - q^2 + 2\,\delta\cos\alpha.q)^2 + 4(k-\nu)^2 q^2}}, \\ \operatorname{cotg}\psi' &= \frac{2\,(k - \nu)\,q}{p^2 - q^2 + 2\,\delta\cos\alpha.q} \end{aligned} \right.$$

ist, und

$$(18'')\left\{\begin{aligned} x_1'' &= AR''e^{-K''z}\cos\left(qt-\frac{q}{c''}z+\psi''\right),\\ y_1'' &= -AR''e^{-K''z}\sin\left(qt-\frac{q}{c''}z+\psi''\right),\\ &\text{mit}\\ R'' &= \frac{2\nu q}{\sqrt{(p^2-q^2-2\,\delta\cos\alpha.q)^2+4(k-\nu)^2q^2}},\\ \operatorname{cotg}\psi'' &= \frac{2\,(k-\nu)\,q}{p^2-q^2-2\,\delta\cos\alpha.q}.\end{aligned}\right.$$

Die Bewegungen der Aethertheilchen dagegen werden ausgedrückt durch die beiden Paare von Gleichungen:

$$(19)\left\{\begin{aligned} \xi_1' &= Ae^{-K'z}\cos\left(qt-\frac{q}{c'}z\right),\\ \eta_1' &= Ae^{-K'z}\sin\left(qt-\frac{q}{c'}z\right);\\ \xi_1'' &= Ae^{-K''z}\cos\left(qt-\frac{q}{c''}z\right),\\ \eta_1'' &= -Ae^{-K''z}\sin\left(qt-\frac{q}{c''}.z\right),\end{aligned}\right.$$

welche ersichtlich zwei entgegengesetzt kreisförmig polarisirte Strahlen darstellen, die sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten fortpflanzen, und infolge verschiedener Absorption ungleiche Amplituden haben.

Nehmen wir an, die Absorption sei so gering, dass $K = o$ gesetzt werden darf, so vereinfachen sich vorstehende Gleichungen zu:

$$(20)\left\{\begin{aligned} \xi_1' &= A\cos\left(qt-\frac{q}{c'}z\right), & \eta_1' &= A\sin\left(qt-\frac{q}{c''}z\right),\\ \xi_1'' &= A\cos\left(qt-\frac{q}{c''}z\right), & \eta_1'' &= -A\sin\left(qt-\frac{q}{c''}z\right),\end{aligned}\right.$$

und die Componenten der geradlinigen Schwingung, zu welchen sich die beiden kreisförmigen Bewegungen nach Durchlaufung des Weges z zusammensetzen, sind:

$$(21)\quad \begin{cases} \xi_1' + \xi_1'' = 2\,A\cos\left(\frac{q}{c''} - \frac{q}{c'}\right)\frac{z}{2} \\ \qquad .\cos\left(qt - \left(\frac{q}{c'} + \frac{q}{c''}\right)\frac{z}{2}\right), \\ \eta_1' + \eta_1'' = 2\,A\sin\left(\frac{q}{c''} - \frac{q}{c'}\right)\frac{z}{2} \\ \qquad .\cos\left(qt - \left(\frac{q}{c'} + \frac{q}{c''}\right)\frac{z}{2}\right). \end{cases}$$

Bezeichnen wir mit $\varDelta$ den Winkel, welchen diese Schwingung mit der ursprünglichen Schwingungsrichtung (bei $z = o$) bildet, so ist

$$\operatorname{tg}\varDelta = \frac{\eta_1' + \eta_1''}{\xi_1' + \xi_1''} = \operatorname{tg}\left(\frac{q}{c''} - \frac{q}{c'}\right)\frac{z}{2}.$$

Es hat demnach eine Drehung der Schwingungsebene stattgefunden im Betrage von

$$(22)\qquad \varDelta = \left(\frac{q}{c''} - \frac{q}{c'}\right)\frac{z}{2}.$$

Ist aber die Absorption so unbedeutend, dass K als verschwindend angesehen werden kann, so gilt dasselbe auch von Q, und man hat

$$\frac{1}{c^2} = P$$

Entwickelt man nun $\frac{1}{c'}$ und $\frac{1}{c''}$ nach Potenzen der kleinen Grösse $2\,\delta\cos\alpha . q$, und die Coefficienten der Entwickelung wiederum nach Potenzen von q^2, so findet man:

$$(23)\quad \begin{cases} \dfrac{1}{c''} = \Big(A + Bq^2 + Cq^4 + \cdots\Big) \\ \qquad + \delta\cos\alpha.q \quad \Big(A' + B'q^2 + C'q^4 + \cdots\Big) \\ \qquad + \delta^2\cos^2\alpha.q^2\Big(A'' + \cdots\Big) + \cdots, \\ \dfrac{1}{c'} = \Big(A + Bq^2 + Cq^4 + \cdots\Big) \\ \qquad - \delta\cos\alpha.q \quad \Big(A' + B'q^2 + C'q^4 + \cdots\Big) \\ \qquad + \delta^2\cos^2\alpha.q^2\Big(A'' + \cdots\Big) - \cdots, \end{cases}$$

folglich, wenn man die Glieder mit der dritten und höheren Potenzen von δ ausser Acht lässt:

$$\frac{q}{c''} - \frac{q}{c'} = 2\,\delta\cos\alpha\Big(A'q^2 + B'q^4 + C'q^6 + \cdots\Big)$$

oder, da $q = \dfrac{2\pi V}{\lambda}$ ist, wenn V die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und λ die Wellenlänge im freien Aether bezeichnet:

$$\frac{q}{c''} - \frac{q}{c'} = 2\,\delta\cos\alpha\left(\frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4} + \frac{c}{\lambda^6} + \cdots\right)$$

Die Drehung der Schwingungsebene wird also durch den Ausdruck

$$(24)\qquad \varDelta = z\,\delta\cos\alpha\left(\frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4} + \frac{c}{\lambda^6} + \cdots\right)$$

dargestellt, welcher übereinstimmend mit der Erfahrung aussagt, dass die Drehung 1) der Dicke der vom Lichtstrahl durchlaufenen Schicht, 2) der Grösse der magnetisirenden Kraft, 3) dem Cosinus der Neigung dieser Kraft gegen die Fortpflanzungsrichtung des Strahls proportional ist, und dass sie endlich 4) mit abnehmender Wellenlänge wächst.

Aus der vorstehenden Entwickelung erhellt, dass die vier Constanten, welche in den Ausdrücken P und Q ausser der Grösse δ noch vorkommen, auch in der Formel für den Drehungswinkel auftreten müssen, und dass daher zur genauen Darstellung der Rotationsdispersion vier Glieder dieser Formel erforderlich sein würden. Behufs einer angenäherten Prüfung mag es jedoch genügen, die Formel mit nur zwei Constanten in der Gestalt

$$\Delta = \frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4} \tag{25}$$

mit den Beobachtungsresultaten zu vergleichen. Wir benutzen hiezu die Beobachtungen Verdets[1]) am Schwefelkohlenstoff und Kreosot, indem wir mit Verdet die Drehungen für die Fraunhofer'sche Linie E gleich 1 setzen.

Tabelle I.

Schwefelkohlenstoff.

log a = 9,31005 — 10. log b = 8,30892 — 10.

Fraunhofer'sche Linien	Drehung beobachtet	Drehung berechnet nach Formel					
		(25)	Diff.	(M)	Diff.	(N)	Diff.
C	0,592	0,585	+ 7	0,589	+ 3	0,943	— 351
D	0,768	0,759	+ 9	0,760	+ 8	0,967	— 199
E	1,000	1,000	0	1,000	0	1,000	0
F	1,234	1,230	+ 4	1,234	0	1,034	+ 200
G	1,704	1,692	+ 12	1,713	— 9	1,091	+ 613

1) Ann. de chim. et de phys. (3). t. 69. p. 471. 1863.

Tabelle II.

Kreosot.

$\log a = 9{,}28409 - 10. \qquad \log b = 8{,}37358 - 10.$

Fraun-hofer'sche Linien	Drehung beobachtet	Drehung berechnet nach Formel					
		(25)	Diff.	(M)	Diff.	(N)	Diff.
C	0,573	0,575	— 2	0,617	— 44	0,976	—403
D	0,758	0,752	+ 6	0,780	— 22	0,993	— 235
E	1,000	1,000	0	1,000	0	1,000	0
F	1,241	1,238	+ 3	1,210	+ 31	1,017	+ 224
G	1,723	1,723	0	1,603	+ 120	1,041	+ 682

Zur Vergleichung mit anderen Theorien sind in den Columnen (M) und (N) die Zahlenwerthe beigefügt, welche von Verdet nach den Formeln berechnet sind, die sich beziehungsweise aus den Theorien von Maxwell[1]) und Neumann[2]) ergeben. Obgleich sich die Maxwell'sche Formel beim Schwefelkohlenstoff den Beobachtungen etwas besser anschliesst als die unsrige, so weicht sie andrerseits beim Kreosot so beträchtlich davon ab, dass sie als unbrauchbar angesehen werden muss. Unsere Formel (25) dagegen gibt in beiden Fällen eine ziemlich befriedigende Uebereinstimmung, und der unregelmässige Gang der Differenzen spricht ebenfalls zu ihren Gunsten.

1) Treatise on Elektricity and Magnetism; Vol. II. p. 413. Oxford 1873.

2) Die magnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes. Halle 1863.

II. Die natürliche Drehung der Polarisationsebene.

Sind die Moleküle eines Körpers schraubenförmig gebaut, und sonach rechts herum anders beschaffen als links herum, so müssen, wenn die Axen der Schrauben unter sich parallel und senkrecht zur fortgepflanzten Wellenebene stehen, ganz in derselben Weise wie im vorigen Fall in den für die x- und y-Richtung geltenden Bewegungsgleichungen der Körpertheilchen beziehungsweise Glieder von der Form

$$-2\,\delta m \frac{d(y'-y)}{dt}$$

und

$$+2\,\delta m \frac{d(x'-x)}{dt}$$

auftreten. Bildet die Schraubenaxe mit der Wellennormale einen Winkel α, so werden in der Wellenebene nur noch Bruchtheile dieser Glieder zur Geltung kommen, welche Null sind, wenn der Winkel α ein rechter ist, und ungeändert bleiben, wenn man der Schraubenaxe die entgegengesetzte Lage gibt. Um dieser Eigenthümlichkeit des schraubenförmigen Baues Rechnung zu tragen, nehmen wir an, dass diese Bruchtheile durch

$$-2\,\delta\cos^2\alpha\,.\,m \frac{d(y'-y)}{dt}$$

und

$$+2\,\delta\cos^2\alpha\,.\,m \frac{d(x'-x)}{dt}$$

ausgedrückt werden.

Sind die Schraubenaxen der Moleküle zu je einem Dritttheil nach drei zu einander senkrechten Richtungen geordnet, welche mit der Wellenormale resp. die Winkel α, β, γ bilden, so liefern die drei Molekülreihen zur x-Componente die Beiträge

$$-2\,\delta\cos^2\alpha\ \mathrm{m}\,\frac{\mathrm{d}(\mathrm{y}'-\mathrm{y})}{\mathrm{dt}}, \qquad -2\,\delta\cos^2\beta.\,\mathrm{m}\,\frac{\mathrm{d}(\mathrm{y}'-\mathrm{y})}{\mathrm{dt}},$$

$$-2\,\delta\cos^2\gamma.\,\mathrm{m}\,\frac{\mathrm{d}(\mathrm{y}'-\mathrm{y})}{\mathrm{dt}},$$

welche zusammengefasst wieder

$$-2\,\delta\mathrm{m}\,\frac{\mathrm{d}(\mathrm{y}'-\mathrm{y})}{\mathrm{dt}}$$

geben. Eine solche Anordnung der Schraubenaxen würde stattfinden bei circular polarisirenden Krystallen des regulären Systems. Aber auch die vollkommen regellose Gruppirung der Moleküle in der Lösung eines activen Stoffs kann man durch jene Anordnung ersetzt denken.

In Körpern von der vorausgesetzten Beschaffenheit wird demnach die Fortpflanzung des Lichts durch folgende Gleichungen:

$$(1)\quad \begin{cases} \mathrm{m}\,\dfrac{\mathrm{d}^2(\mathrm{x}'-\mathrm{x})}{\mathrm{dt}^2} = -2\,\mathrm{km}\,\dfrac{\mathrm{d}(\mathrm{x}'-\mathrm{x})}{\mathrm{dt}} - 2\,\delta\mathrm{m}\,\dfrac{\mathrm{d}(\mathrm{y}'-\mathrm{y})}{\mathrm{dt}} \\ \qquad\qquad - \mathrm{mp}^2(\mathrm{x}'-\mathrm{x}) - 2\mathrm{m}\nu\left(\dfrac{\mathrm{d}\xi'}{\mathrm{dt}} - \dfrac{\mathrm{dx}'}{\mathrm{dt}}\right), \\ \mathrm{m}\,\dfrac{\mathrm{d}^2(\mathrm{y}'-\mathrm{y})}{\mathrm{dt}^2} = 2\,\delta\mathrm{m}\,\dfrac{\mathrm{d}(\mathrm{x}'-\mathrm{x})}{\mathrm{dt}} - 2\,\mathrm{km}\,\dfrac{\mathrm{d}(\mathrm{y}'-\mathrm{y})}{\mathrm{dt}} \\ \qquad\qquad - \mathrm{mp}^2(\mathrm{y}'-\mathrm{y}) - 2\mathrm{m}\nu\left(\dfrac{\mathrm{d}\eta'}{\mathrm{dt}} - \dfrac{\mathrm{dy}'}{\mathrm{dt}}\right), \end{cases}$$

$$(2)\quad \begin{cases} \mu\,\dfrac{\mathrm{d}^2(\mathrm{x}-\xi')}{\mathrm{dt}^2} = \omega^2\,\dfrac{\mathrm{d}^2(\mathrm{x}-\xi')}{\mathrm{dz}^2} + 2\mathrm{m}\nu\left(\dfrac{\mathrm{d}\xi'}{\mathrm{dt}} - \dfrac{\mathrm{dx}'}{\mathrm{dt}}\right) \\ \mu\,\dfrac{\mathrm{d}^2(\mathrm{y}-\eta')}{\mathrm{dt}^2} = \omega^2\,\dfrac{\mathrm{d}^2(\mathrm{y}-\eta')}{\mathrm{dz}^2} + 2\mathrm{m}\nu\left(\dfrac{\mathrm{d}\eta'}{\mathrm{dt}} - \dfrac{\mathrm{dy}'}{\mathrm{dt}}\right) \end{cases}$$

dargestellt, deren Integration, genau wie im vorigen Abschnitt durchgeführt, Resultate liefert, welche sich von den dortigen nur dadurch unterscheiden, dass die Drehung

$$\varDelta = \varkappa\delta\left(\frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4} + \frac{c}{\lambda^6} + \cdots\right)$$

sowohl ihrem Betrage als ihrem Sinne nach ungeändert bleibt, nach welcher Richtung auch die Welle sich fortpflanzen mag. Da von Boltzmann [1]) bereits nachgewiesen wurde, dass die Formel

$$\varDelta = \frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4},$$

welche in ihrem ersten Gliede das angenähert giltige Biot'sche Gesetz darstellt, die natürliche Rotationsdispersion in sehr befriedigender Weise wiedergibt, so ist eine erneute Prüfung derselben nicht erforderlich.

---

1) Pogg. Ann. Inbelb. p. 128. 1874.