

# Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Classe

der

k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

---

1883. Heft III.

---

München.

Akademische Buchdruckerei von F. Straub.

1884.

In Commission bei G. Franz.

Herr Wilhelm von Bezold macht eine vorläufige Mittheilung:

„Versuche über die Brechung von Strom- und Kraftlinien an der Grenze verschiedener Mittel.“

Schon im Jahre 1845 wies Kirchhoff<sup>1)</sup> durch theoretische Betrachtungen nach, dass galvanische Ströme beim Durchschneiden einer Grenzfläche verschiedener Leiter, soferne dies nicht senkrecht auf die Trennungsfläche erfolgt, eine Brechung erfahren müssen.

Für diese Brechung gilt das Gesetz

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{K_1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{K_2},$$

wenn man unter  $\alpha_1$  den Einfallswinkel und unter  $\alpha_2$  den Brechungswinkel einer Stromlinie versteht und wenn  $K_1$  und  $K_2$  die Leitungsfähigkeiten der beiden Substanzen bezeichnen.

Einen experimentellen Beweis dieses Satzes, an dessen Richtigkeit man bei der Einfachheit der theoretischen Grundlage und nachdem Kirchhoff selbst wenigstens für den Fall eines Metalles die Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch nachgewiesen hatte, ohnehin nicht zweifeln konnte, lieferte Quincke<sup>2)</sup> im Jahre 1856 durch Untersuchung

1) Poggendorff. Annalen. LXIV. 497 ff.

2) Ib. XC VII. S. 382—396.

der Potentiallinien auf einer aus Blei und Kupfer zusammengesetzten Kreisscheibe, wobei er jedoch die Brechung als solche nicht besonders hervorhob.

Ein speziell zum Beweise dieser Brechung angestellter Versuch wurde vor zwei Jahren von Tribe beschrieben.<sup>1)</sup> Derselbe ist jedoch sehr complicirt und lange nicht so einwurfsfrei als der oben genannte von Quincke herrührende, dessen Wiederholung aber immer eine mühsame und schwierige Sache ist, so dass es wohl nicht unerwünscht ist, eine einfachere Methode kennen zu lernen, die sich sogar zu Vorlesungszwecken benutzen lässt.

Eine solche bietet sich in einer Modification des alten von Arago herrührenden und von Seebeck weiter verfolgten Versuches über das Anhängen und über die Anordnung von Eisenfeile an Leitern, welche vom Strome durchflossen werden.

Führt man nämlich einen kräftigen Strom — ich benutzte den Strom einer Dynamomaschine von ungefähr 12 Ampère — durch Blechplatten von nicht zu grosser Breite, so erhält man beim Bestäuben mit ganz feinem Eisenpulver (*limatura martis*) sehr schöne Potentiallinien.

Die Breite der Platten darf nicht zu erheblich sein, da sonst die Stromesdichtigkeit, die hier nicht gleichgültig ist, an einzelnen Stellen eine zu geringe wird. Auch die Beschaffenheit des Eisenpulvers ist für das Gelingen des Versuches von Bedeutung, dasselbe soll ein wenig magnetisch sein, aber ja nicht zu stark, weil es sich sonst nicht gleichförmig aufstreuen lässt und unabhängig vom Strome Zusammenballungen zeigt. Desgleichen ist die Oberflächenbeschaffenheit der Platten nicht ohne Einfluss; weder ganz blank polirte noch schmutzige Oberflächen sind geeignet, dagegen gelingen mir die Figuren sehr gut, wenn ich sie

---

1) Proc. Roy. Soc. XXX. 1881. S. 435 ff.

zuerst auf ganz blanker Fläche herstelle, alsdann die zuerst erhaltenen undeutlichen auf ein mit Kautschucklösung bestrichenes Papier abdrucke und dann nach flüchtiger Reinigung mit Weingeist die Platte abermals zu dem Versuche benutze. Es scheint, dass bei diesem Verfahren gerade noch eine Spur eines klebrigen Ueberzuges zurückbleibt, der alsdann das Gelingen des Versuches ausserordentlich begünstigt.

Endlich muss man auch darauf acht haben, dass die Platten nur lose auf einer Unterlage aufliegen, also etwa auf losen Papierbäuschchen oder auf Stücken von Kautschuckschläuchen, damit sie sich leicht in ganz leise Erzitterungen versetzen lassen.

Bestreut man nun die Platten, während der Strom hindurchgeht, in der bekannten Weise sehr fein mit Eisenpulver und führt man alsdann mit einem leichten Holzklötzchen kurze Schläge gegen dieselben, am Besten gegen die Klemmschrauben, welche den Strom zuführen, so ordnen sich die Eisentheilchen zu feinen Streifen an, die nach dem Oerstedt'schen Gesetze senkrecht auf den Stromlinien stehen und mithin Linien gleichen Potentials sind.

Stellt man nun solche Platten her, die aus verschiedenen Metallen zusammengesetzt sind, so erleiden diese Linien an der Grenzlinie beider Metalle eine Brechung, die man alsdann mit einem Blicke übersehen kann.

Ich habe mir zu dem Zwecke Platten verfertigen lassen, die aus Kupfer und Zink, beziehungsweise aus Kupfer und Neusilber zusammengesetzt sind. Die Platten bilden Rechtecke von 12 cm Länge und 4 cm Breite. Dabei ging bei zweien die Trennungslinie beider Metalle schief durch die Mitte, so dass die Seitenkanten unter  $45^{\circ}$  geschnitten wurden, bei den übrigen Platten waren Kreise von 3 cm Durchmesser aus der Mitte herausgedreht und dafür solche von dem anderen Metalle durch Erwärmen des umschliessenden genau eingepasst.

In allen Fällen erfolgte die Brechung der Potentiallinien in der von der Theorie geforderten Weise und ist besonders der Versuch mit der Neusilber-Kupferplatte mit schiefer Trennungslinie ausserordentlich schlagend.

Bei jenen Platten, in deren Mitte sich der Kreis aus dem schlechten leitenden Metalle befindet, also Zink oder Neusilber in Kupfer, kommen die Potentiallinien auf diesen Kreisen nicht sehr deutlich zu Stande, da eben der grösste Theil des Stromes durch das umschliessende Kupfer geht, und deshalb die Stromesdichtigkeit auf den eingeschlossenen Platten eine zu geringe wird, um noch kräftig auf die Eisenheilchen wirken zu können.

Selbstverständlich müssen auch bei einem stationären Wärmestrome die Stromlinien eine ähnliche Brechung erleiden und hoffe ich auch, dies nach Art des Senarmont'schen Versuches anschaulich machen zu können. Die hierauf bezüglichen Experimente sind jedoch noch nicht weit genug gediehen, um ihrer jetzt schon weiter Erwähnung zu thun.

Für galvanische Ströme ist der experimentelle Beweis der von der Theorie geforderten Brechung, wie bemerkt, bereits durch andere geliefert worden und können die hier mitgetheilten Versuche höchstens wegen ihrer grösseren Einfachheit und Anschaulichkeit Interesse beanspruchen. Für Wärmeströme ergibt sich die Brechung als unmittelbare Folgerung einer in ihren Grundlagen durchaus festbegründeten Theorie, so dass ein experimenteller Beweis kaum nothwendig erscheint.

Ganz anders verhält sich dies mit der Brechung der elektrischen Kraftlinien an der Grenzfläche zweier Dielektrica.

Da insbesondere nach den Untersuchungen Maxwell's jeder Vertheilung von galvanischen oder Wärmeströmen auch eine solche elektrischer Kraftlinien entspricht, und da die Formeln, welche diese Vertheilungen darstellen, genau die

nämlichen sind, sofern man nur anstatt der Constanten, welche das galvanische Leitungsvermögen oder die Wärmeleistungsfähigkeit ausdrücken, die Dielektricitätsconstanten einsetzt, so ergibt sich von selbst, dass auch die elektrischen Kraftlinien an der Grenzfläche zweier Dielektrica eine Brechung erleiden müssen.

Der erste, der auf diese Folgerung aufmerksam gemacht hat, war meines Wissens Mascart, in dessen mit Joubert herausgegebenem Werke<sup>1)</sup> ich diesen Satz übrigens erst bemerkte, nachdem ich ihn ebenfalls selbständig aus Maxwell's Formeln abgeleitet hatte.

Das Brechungsgesetz muss dasselbe sein, wie bei den Stromlinien so zwar, dass beim Uebergange von Luft in ein anderes Dielectricum die Brechung vom Einfallslothe weg stattfinden muss.

Bei dem Dunkel, welches noch immer über dem Wesen der Dielektrica schwebt, schien mir ein experimenteller Beweis dieses Satzes besondere Bedeutung zu besitzen.

Ich bediente mich zu dem Zwecke eines Hilfsmittels, das ich schon vor Jahren angewendet habe, um mir über den Verlauf elektrischer Kraftlinien durch den Versuch Aufschluss zu verschaffen:

Eine kleine Schellacknadel von 4 cm Länge trägt an beiden Enden ein Kügelchen aus Hollundermark. Sie hängt an einem Coconfaden und wird durch einen in der Mitte angesetzten senkrecht herabhängenden Flügel aus Schellack in horizontaler Lage erhalten. Der Flügel taucht in ein Gefäss mit Flüssigkeit und dient dadurch als Dämpfer.

Wird nun die eine Hollundermarkkugel positiv, die andere negativ geladen, so muss sich das System ebenso in die Richtung der Horizontalcomponente der elektrischen Ge-

---

1) Mascart et Joubert *Leçons sur l'Électricité et le Magnetisme.* Tome I. p. 115.

sammtkraft stellen, wie eine Magnetnadel in jene der magnetischen. Diese Richtung kann man durch Einvisiren annäherungsweise bestimmen.

Um nun mit Hilfe dieses Instrumentchens die Brechung nachzuweisen, verfuhr ich folgendermassen:

Auf die Bodenfläche eines Holzkistchens von 22,5 cm Länge, 7 cm Breite und 10 cm Höhe im Lichten wurde eine Spiegelglasplatte gelegt. Hierauf wurde eine Messingkugel von 2 cm Durchmesser, die sich am Ende einer verticalen Messingstange befand, mit Hilfe eines Statives von oben her in das Kistchen hineingehalten. Hierbei war der Mittelpunkt der Kugel von der Glasfläche 5 cm entfernt und befand sich gerade oberhalb des Mittelpunktes dieser Fläche.

Nachdem alles so vorbereitet war, wurde die Form mit Paraffin ausgegossen und auf diese Weise ein parallelepipedischer Klotz erhalten, in dessen Innerem sich die Messingkugel befand.

Dieser Klotz wurde nun auf passende Stützen so aufgelegt, dass die von der Spiegelplatte abgenommene ebene Fläche vertical stand, während die Messingstange in horizontaler Richtung hervorragte und auch die langen Kanten des Parallelepipedons sich in horizontaler Lage befanden.

Der verticalen Fläche gegenüber und in gleicher Höhe mit der Kugel wurde nun das Schellacknadelchen angebracht und hierauf die Kugel mittelst der hervorragenden Messingstange geladen.

Die Theorie verlangt nun, dass die Kraftlinien in der durch den Mittelpunkt der Kugel gehenden Ebene Gerade seien, die nach einem hinter der Kugel gelegenen Punkte convergiren. Dies gilt jedoch nur strenge, wenn die brechende Ebene unendlich gross ist, bei der hier getroffenen Anordnung nur mit einer gewissen Annäherung. Dabei musste in dem eben angenommenen idealen Falle der Punkt, nach welchem die Kraftlinien in der Luft convergiren von

der brechenden Fläche um  $K \cdot d$  absteigen, wenn  $d$  die Entfernung des Mittelpunktes der Messingkugel von dieser Fläche und  $K$  die Dielektricitätsconstante des Paraffins ist. Nimmt man diese rund zu 2,3 an, so müsste demnach das Schellacknadelchen stets nach einem Punkte hinweisen, der um 11,5 cm von der vorderen Fläche entfernt ist.

Die Versuche entsprachen im Allgemeinen diesen Voraussetzungen; wie weit sich die Genauigkeit derselben treiben lässt und ob es etwa möglich sein wird, hieraus die Dielektricitätsconstanten einigermaßen sicher zu bestimmen, dies muss sich erst bei weiterer Verfolgung derselben zeigen.

Jedenfalls darf die Brechung der elektrischen Kraftlinien an der Grenzfläche von Luft und Paraffin wenigstens qualitativ als bewiesen betrachtet werden.

Mascart beschreibt in seinem älteren Werke *Traité d'Électricité statique*<sup>1)</sup> einen Versuch, den man auch als hieher gehörig betrachten kann. Er nennt ihn *réfraction de l'étincelle*. Ich hatte ihn mit kleinen Modificationen ebenfalls bereits angestellt, bin jedoch dabei zu einem anderen Resultate gelangt als Mascart.

Es handelt sich bei diesem Versuche um das Ueberspringen eines Funkens zwischen zwei Kugeln, von denen sich die eine in der Luft, die andere in einem Gemische von Olivenöl und Terpentinöl befindet und die so gestellt werden, dass die Verbindungslinie beider Kugelcentren die Oberfläche des Oeles nicht senkrecht schneidet.

Herr Mascart giebt an, dass bei dieser Anordnung der Funke von der unteren Kugel fast senkrecht nach der Oberfläche hin strebe, dort eine Knickung erfahre und dann beinahe horizontal der oberen Kugel sich zuwende. Er fügt hinzu, dieser Vorgang erinnert an die Brechung des Lichtes.

---

1) p. 112.

Würde es sich jedoch thatsächlich immer so verhalten, wie hier angegeben, so würde der Versuch in directem Widerspruche stehen mit der von der Theorie geforderten Brechung der Kraftlinien an der Grenze von Luft und Oel. Diese Brechung muss nämlich im Oel von dem Einfallslothe hinweg erfolgen, der Funke muss sich demnach in der Luft der Verticalen mehr nähern als im Oele, vorausgesetzt, dass der Funke den Kraftlinien folgt, eine Voraussetzung, die gewiss nur mit Beschränkung zulässig ist.

Thatsächlich bin ich auch zu einem anderen Resultate gekommen, glaube jedoch, dass der Widerspruch nur ein scheinbarer ist und einfach zu lösen.

Dabei bediente ich mich jedoch eines etwas anderen Apparates als Herr Mascart, wodurch der Versuch etwas reiner werden dürfte.

Von einer weiten Flasche wurde der Boden abgesprengt, der Tubulus mit einem durchbohrten Korke verschlossen und durch die Bohrung eine Messingstange hindurchgesteckt, die an der einen Seite in eine Messingkugel endigte.

Der Apparat wurde nun mit dem Tubulus nach abwärts auf einen Dreifuss gestellt, so dass das Ganze aussah, wie ein eigenthümlich geformter Trichter, in den von unten eine Messingstange hineinragte, die an ihrem oberen Ende eine Kugel trug.

Nun wurde Olivenöl eingegossen, so dass die Kugel mit ihrem obersten Punkte etwa 1 bis 2 cm unter der Oberfläche des Oeles (dem kein Terpentinöl beigemischt war) lag. Oberhalb der Fläche, aber etwas seitlich von der verticalen Mittellinie befand sich die andere Kugel. Die beiden Kugeln wurden nun mit den Zuleitern eines Rühmkorff'schen Inductionsapparates verbunden, dessen Unterbrecher ich jedoch nicht selbständig arbeiten liess, sondern nur mit der Hand in Bewegung setzte, um einzelne Funken hervorbringen zu können.

Hiebei bemerke ich nun, dass der erste Funke jedesmal eine Brechung in dem von dem Brechungsgesetze geforderten Sinne erfuhr, während ein zweiter oder weitere Funken, die ich gleich nachher überspringen liess, einen anderen Weg einschlugen und zwar den von Herrn Mascart angegebenen. Es kann dies nicht so sehr überraschen, wenn man die gewaltigen Strömungen im Oele betrachtet, die sofort eingeleitet werden, sowie die intensiven Erwärmungen, welche einzelne Theile des Oeles erfahren. Diese Umstände scheinen den nachfolgenden Funken andere Wege zu bahnen.

Bei den späteren Funken bemerkte ich immer, dass sie nahezu senkrecht in der Flüssigkeit emporstiegen, sich dann horizontal über die Oberfläche hinzogen und dann mehr oder weniger geneigt in der oberen Kugel endigten.

Wegen dieser Veränderlichkeit habe ich dem Versuche sehr wenig Werth beigelegt und ihn nicht weiter verfolgt. Ich hätte seiner gar nicht gedacht, wenn nicht Herr Mascart denselben ebenfalls beschrieben hätte, aber in einer Weise, wonach er mit dem aus der Theorie abgeleiteten Brechungsgesetze in directem Widerspruche stehen würde.

Zum Schlusse mag noch eines Punktes Erwähnung gethan werden, der sich unwillkürlich der Betrachtung aufdrängt, sowie man aus der Brechung der Kraftlinien weitere Schlüsse zu ziehen versucht. Man könnte nämlich leicht auf den Gedanken kommen, dass es nach Analogie der Lichtbrechung auch möglich sein müsse, Linsensysteme zu construiren, welche eine Concentration der elektrischen Fernwirkung ermöglichen.

Bei genauerer Ueberlegung überzeugt man sich jedoch leicht davon, dass die Analogie mit der Lichtbrechung keine so vollkommene ist, als man auf den ersten Blick wohl glauben möchte.

Erstens ist das Brechungsgesetz ein anderes als beim Lichte und zweitens sind die elektrischen Kraftlinien nur in

dem einzigen Falle Gerade, wenn man es mit einem einzigen Kraftcentrum, d. h. mit einem geladenen Punkte oder einer geladenen Kugel zu thun hat und wenn die Brechung an einer (unendlich grossen) ebenen Fläche erfolgt. In allen anderen Fällen sind die Kraftlinien im Allgemeinen krumme Linien.

Ueberdies können die elektrischen Kraftlinien niemals in einem Punkte convergiren, der nicht selbst eine elektrische Ladung besitzt.

Die einzige Analogie, welche zwischen dioptrischen Systemen und ähnlich gebauten, aus Dielektriken hergestellten, vorhanden ist, besteht darin, dass in solchen Systemen die elektrische Scheidungskraft, d. h. die Kraft, welche auf die Einheit positiver Electricität, die man sich in dem Punkte concentrirt denkt, ausgeübt wurde, an einzelnen Punkten ein Maximum oder Minimum wird. Bei Strömen hingegen ist es die Stromdichtigkeit, welche in solchen Systemen von Leitern an einzelnen Punkten ein Maximum oder Minimum werden kann.

Eine weitere Verfolgung dieses Gedankens möchte ich jedoch lieber einem Mathematiker von Fach überlassen.

Der Wunsch, über den Verlauf der Kraftlinien nach Brechung an sphärischen oder Cylinderflächen wenigstens im Allgemeinen Vorstellungen zu erhalten, war eben für mich die Veranlassung, die Eingangs beschriebenen Versuche mit den Platten anzustellen, welche im Innern mit Kreisscheiben aus anderem Materiale versehen waren. Die so erhaltenen Stromlinien entsprachen dem in Cylindern durch Brechung auftretenden Strom- oder Kraftlinien.

---