Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Klasse

der

K. B. Akademie der Wissenschaften

zu München.

Band XXXIII. Jahrgang 1903.

München.
Verlag der K. Akademie.
1904.

In Kommission des G. Franz'schen Verlags (J. Roth).

Bemerkungen zur Analogie zwischen Aufgaben der Ausgleichungsrechnung und solchen der Statik.

Von **Sebastian Finsterwalder.**

(*Eingelaufen 5. Dezember.*)

Bei photogrammetrischen Untersuchungen[1]) traten einige Aufgaben der Ausgleichungsrechnung auf, deren Lösung in der Sprache der Statik starrer Systeme einen anschaulichen Ausdruck fand. Ich erwähne die drei folgenden:

1. Zwei Haufen von je n, einander zugeordneten Punkten ohne Änderung ihrer Form und Grösse durch Verschiebung und Drehung so gegeneinander zu legen, dass die Summe der Quadrate der Entfernungen entsprechender Punkte ein Minimum wird.

2. Einen Haufen von n Punkten und ein Bündel von n, den Punkten zugeordneten Strahlen ohne Änderung ihrer Form und Grösse durch Verschiebung und Drehung so gegeneinander zu legen, dass die Summe der Quadrate der kürzesten Abstände der Punkte von den entsprechenden Strahlen ein Minimum wird.

3. Zwei Bündel von je n, einander zugeordneten Strahlen, deren Mittelpunkte eine gegebene Entfernung haben, ohne Änderung ihrer Form durch Drehung so gegeneinander zu legen, dass die Summe der Quadrate der kürzesten Abstände entsprechender Strahlen ein Minimum wird.

---

[1]) S. Finsterwalder: Eine Grundaufgabe der Photogrammetrie und ihre Anwendung auf Ballonaufnahmen. Abhdlgn. der K. B. Akad. der Wiss., II. Kl., Bd. XXII, Abt. II, S. 240 und 247.

S. Finsterwalder und W. Scheufele: Das Rückwärtseinschneiden im Raum. Diese Ber. Bd. XXXIII, 1903, S. 602, Anmerkung.

In allen drei Fällen bilden die Strecken, deren Quadratsumme ein Minimum gibt, als Kräfte aufgefasst, ein Gleichgewichtssystem.

Als gemeinsamer Grund hiefür lässt sich der bekannte nach Castigliano benannte Satz vom Minimum der Formänderungsarbeit beim Gleichgewicht elastischer Systeme anführen. Wir denken uns nämlich die beiden Gebilde (Punkthaufen oder Strahlenbündel), welche zusammengekoppelt werden sollen, als starre Systeme, die durch elastische Fäden an entsprechenden Elementen (Punkte oder Strahlen) mit einander verknüpft sind. Dabei schreiben wir den Fäden folgende Eigenschaften zu: 1. Ihre Länge ist im ungespannten Zustande verschwindend. 2. Wirkt eine Kraft P dehnend auf sie ein, so wächst ihre Länge proportional jener Kraft und zwar bei jedem Faden im gleichen Verhältnis. 3. An den Punkten der Haufen seien die Fäden mit dem einen Ende einfach befestigt. 4. Die Enden der Fäden jedoch, welche an einem Strahl angreifen, tragen einen Ring von verschwindenden Abmessungen, der auf dem (als dünnen starren Stab gedachten) Strahl reibungslos gleitet. Bei der dritten Aufgabe sollen ausserdem die beiden Bündel an ihren Mittelpunkten durch eine starre Stange gelenkig verbunden sein. Auf diese Weise werden die zwischen den Elementen der zusammengekoppelten Gebilde gespannten Fäden jene Strecken bilden, deren Quadratsumme beim Ausgleichungsproblem ein Minimum wird. Die Formänderungsarbeit eines Fadens von der Länge l, d. h. jene Arbeit, die nötig ist um den Faden von der anfänglichen Länge Null bis zur Länge l zu dehnen, ist $\frac{1}{2} k l^2$, wenn $k l$ die Kraft bezeichnet, die den Faden auf die Länge l spannt. Die genannte Formänderungsarbeit, die in irgend einer Lage der beiden elastisch gekoppelten Gebilde aufgespeichert ist, wird daher durch den Ausdruck $\frac{1}{2} k \Sigma l^2$ gegeben. In der Gleichgewichtslage der gekoppelten Gebilde ist nach dem Castiglianoschen Satze die Formänderungsarbeit ein Minimum und daher auch die Ausgleichsbedingung: $\Sigma l^2 =$ Minimo erfüllt. Dabei sind die an jedem der beiden gekoppelten starren Gebilde wirkenden Kräfte nach

Länge und Richtung durch die Verbindungsfäden dargestellt und es müssen demnach diese Verbindungsstrecken, so wie die Kräfte selbst, ein Gleichgewichtssystem bilden.

Die mechanische Analogie zu den Ausgleichungsaufgaben hat natürlich für die Praxis nur den Wert eines Orientierungs- und Kontrolmittels und vereinfacht die Rechenarbeit der Ausgleichung keineswegs. Dagegen zeigt sie uns, dass die Giltigkeit der Sätze nicht wie jene der Ausgleichungsrechnung auf solche Gebilde beschränkt ist, die sich bis auf kleine Grössen zusammenpassen lassen.

Im Anschluss an die betrachtete mechanische Analogie soll noch eine Ergänzung und Berichtigung der Formeln, die früher bei der Ausgleichung der 3. Aufgabe gegeben wurden, Erwähnung finden. Damals war vorausgesetzt, dass die beiden Strahlenbündel sich bereits in solcher Stellung zu einander befinden, bei welcher die kürzesten Abstände entsprechender Strahlen sehr klein sind. Die für die günstigste Zusammenstellung entwickelten Formeln beabsichtigten die Quadratsumme der kürzesten Abstände zu einem Minimum zu machen. Dabei wurde aber auf die Wanderung der Fusspunkte der kürzesten Abstände längs der Strahlen bei Veränderung der gegenseitigen Lage des Bündels keine Rücksicht genommen. Die Formeln geben demnach, um bei der mechanischen Analogie zu bleiben, diejenige Gleichgewichtslage der beiden Bündel, bei welcher entsprechende Strahlen an den Endpunkten ihrer kürzesten Abstände in der Ausgangslage durch elastische Fäden verknüpft sind. Sie verringern natürlich die Quadratsumme der kürzesten Abstände, aber diese Abstände hören dann auf, kürzeste zu sein. Die Quadratsumme der wahren kürzesten Abstände in der so bestimmten Gleichgewichtslage ist sicherlich noch geringer, erreicht aber im allgemeinen nicht das mögliche Minimum, welcher der Koppelung beider Bündel durch Fäden, deren Enden auf den Strahlen gleiten, entspricht. Indessen gestatten die früher angewandten Methoden auch die Erledigung dieses etwas verwickelten Falles der Ausgleichung, wie noch kurz gezeigt werden soll.

Die Entfernung der beiden Bündelmittelpunkte, vom ersten zum zweiten gerechnet, sei durch den Vektor $\mathfrak{C}$ gegeben. Zwei entsprechende Strahlen seien durch die in ihnen liegenden Einheitsvektoren $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$ festgelegt. Die Länge $|\mathfrak{K}|$ ihres kürzesten Abstandes erhält man, indem man den Vektor $\mathfrak{C}$ auf die Richtung des kürzesten Abstandes orthogonal projiziert. Die Richtung des kürzesten Abstandes ist aber jene des Vektorproduktes von $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$, das wir mit $\mathfrak{a}\times\mathfrak{b}$ bezeichnen. Die Projektion von $\mathfrak{C}$ auf die Richtung von $\mathfrak{a}\times\mathfrak{b}$ ist durch das skalare Produkt $\mathfrak{C}\cdot\mathfrak{a}\times\mathfrak{b}$, welches wir noch durch die Länge $|\mathfrak{a}\times\mathfrak{b}|$ des Vektors $\mathfrak{a}\times\mathfrak{b}$ zu dividieren haben, bestimmt. Es ist somit die Länge $|\mathfrak{K}|$ des kürzesten Abstandes der Strahlen durch folgende Formel ausgedrückt:[1])

$$|\mathfrak{K}| = \frac{\mathfrak{C}\cdot\mathfrak{a}\times\mathfrak{b}}{|\mathfrak{a}\times\mathfrak{b}|}. \qquad 1)$$

Erteilen wir den Vektoren $\mathfrak{a}$, bezw. $\mathfrak{b}$ kleine Drehungen, welche der Grösse und Axenrichtung nach durch die Vektoren $\mathfrak{U}$, bezw. $\mathfrak{V}$ bestimmt sind, so gehen sie in $\mathfrak{a}+\mathfrak{a}\times\mathfrak{U}$, bezw. $\mathfrak{b}+\mathfrak{b}\times\mathfrak{V}$ über und für die Länge $|\mathfrak{K}^*|$ ihres kürzesten Abstandes nach der Drehung folgt:

$$|\mathfrak{K}^*| = \frac{\mathfrak{C}\cdot[\mathfrak{a}+\mathfrak{a}\times\mathfrak{U}]\times[\mathfrak{b}+\mathfrak{b}\times\mathfrak{V}]}{|[\mathfrak{a}+\mathfrak{a}\times\mathfrak{U}]\times[\mathfrak{b}+\mathfrak{b}\times\mathfrak{V}]|}. \qquad 2)$$

Mit Rücksicht auf die Kleinheit der Vektoren $\mathfrak{U}$ und $\mathfrak{V}$ gelten genähert folgende Entwickelungen, bei welchen die Glieder 2. Ordnung in $\mathfrak{U}$ und $\mathfrak{V}$ vernachlässigt sind.

$$[\mathfrak{a}+\mathfrak{a}\times\mathfrak{U}]\times[\mathfrak{b}+\mathfrak{b}\times\mathfrak{V}] = \mathfrak{a}\times\mathfrak{b}+[\mathfrak{a}\times\mathfrak{U}]\times\mathfrak{b}+\mathfrak{a}\times[\mathfrak{b}\times\mathfrak{V}]$$

$$|[\mathfrak{a}+\mathfrak{a}\times\mathfrak{U}]\times[\mathfrak{b}+\mathfrak{b}\times\mathfrak{V}]|^{-1} = ((\mathfrak{a}\times\mathfrak{b}+[\mathfrak{a}\times\mathfrak{U}]\times\mathfrak{b}+\mathfrak{a}\times[\mathfrak{b}\times\mathfrak{V}])^2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{|\mathfrak{a}\times\mathfrak{b}|}\left(1-\frac{(\mathfrak{a}\times\mathfrak{b})\cdot([\mathfrak{a}\times\mathfrak{U}]\times\mathfrak{b}+\mathfrak{a}\times[\mathfrak{b}\times\mathfrak{V}])}{|\mathfrak{a}\times\mathfrak{b}|^2}\right).$$

---

[1]) Auch die Längen A bezw. B der Strahlen vom Büschelmittelpunkte bis zum Fusspunkte des kürzesten Abstandes lassen sich einfach durch Vektoren ausdrücken:

$$A = \frac{(\mathfrak{a}\times\mathfrak{b})\cdot(\mathfrak{b}\times\mathfrak{C})}{|\mathfrak{a}\times\mathfrak{b}|^2}, \qquad B = \frac{(\mathfrak{a}\times\mathfrak{b})\cdot(\mathfrak{a}\times\mathfrak{C})}{|\mathfrak{a}\times\mathfrak{b}|^2}.$$

Der Einheitsvektor in Richtung des kürzesten Abstandes nach erfolgter Drehung wird daher:

$$\frac{\mathfrak{a}\times\mathfrak{b}}{|\mathfrak{a}\times\mathfrak{b}|}+\frac{[\mathfrak{a}\times\mathfrak{U}]\times\mathfrak{b}+\mathfrak{a}\times[\mathfrak{b}\times\mathfrak{V}]}{|\mathfrak{a}\times\mathfrak{b}|}-\mathfrak{a}\times\mathfrak{b}\frac{(\mathfrak{a}\times\mathfrak{b})\cdot([\mathfrak{a}\times\mathfrak{U}]\times\mathfrak{b}+\mathfrak{a}\times[\mathfrak{b}\times\mathfrak{V}])}{|\mathfrak{a}\times\mathfrak{b}|^2}.$$

Wird derselbe mit $\mathfrak{C}$ skalar multipliziert, so fällt der dritte Summand fort, da er ausser den kleinen Grössen $\mathfrak{U}$ und $\mathfrak{V}$ auch noch das Produkt $\mathfrak{C}\cdot\mathfrak{a}\times\mathfrak{b}$ als Faktor enthält, welches infolge des Umstandes, dass $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$ nahezu in einer Ebene liegen, selbst klein ist. Somit ergibt sich:

$$|\mathfrak{K}^*|=|\mathfrak{K}|+\frac{\mathfrak{C}\cdot([\mathfrak{a}\times\mathfrak{U}]\times\mathfrak{b}+\mathfrak{a}\times[\mathfrak{b}\times\mathfrak{V}])}{|\mathfrak{a}\times\mathfrak{b}|}. \qquad 3)$$

Verwandelt man die Vektorprodukte in skalare, so erhält man:

$$|\mathfrak{K}^*|=|\mathfrak{K}|+\frac{\mathfrak{C}\cdot(\mathfrak{U}-\mathfrak{V})\quad\mathfrak{a}\cdot\mathfrak{b}+\mathfrak{a}\cdot\mathfrak{V}\quad\mathfrak{b}\cdot\mathfrak{C}-\mathfrak{b}\cdot\mathfrak{U}\quad\mathfrak{a}\cdot\mathfrak{C}}{|\mathfrak{a}\times\mathfrak{b}|}. \qquad 4)$$

Geht man zu den Koordinaten über und setzt man:

$$\mathfrak{U}=U_1\,\mathfrak{i}+U_2\,\mathfrak{j}+U_3\,\mathfrak{k},\quad \mathfrak{V}=V_1\,\mathfrak{i}+V_2\,\mathfrak{j}+V_3\,\mathfrak{k},$$
$$\mathfrak{a}=\alpha\,\mathfrak{i}+\beta\,\mathfrak{j}+\gamma\,\mathfrak{k},\quad \mathfrak{b}=\lambda\,\mathfrak{i}+\mu\,\mathfrak{j}+\nu\,\mathfrak{k},$$
$$\mathfrak{C}=\mathfrak{j}\ \text{und}\ |\mathfrak{a}\times\mathfrak{b}|=\sin\varphi,$$

wo φ den Winkel zwischen $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{b}$ bedeutet, so lautet die Formel 4):

$$|\mathfrak{K}^*|=\frac{\lambda\gamma-\alpha\nu}{\sin\varphi}+$$
$$+\frac{-\beta\lambda U_1-\beta\nu U_3+\alpha\mu V_1+\gamma\mu V_3+(\alpha\lambda+\gamma\nu)(U_2-V_2)}{\sin\varphi} \qquad 5)$$

Sie stellt eine Fehlergleichung im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate dar.

Man erhält ebensoviele Fehlergleichungen, als entsprechende Strahlenpaare in beiden Büscheln vorhanden sind und aus ihnen wird man im Falle der Praxis in der üblichen Weise

die Normalgleichungen für die fünf unbekannten Drehungen U_1, V_1, $U_2 - V_2$, U_3, V_3 bilden.

Hier soll noch gezeigt werden, wie aus den Bedingungen der Ausgleichung rein rechnerisch der Satz vom Gleichgewicht der kürzesten Abstände der Strahlen nach der Ausgleichung folgt. Die Ausgleichung fordert, dass $\sum^i |\mathfrak{K}_i^*|^2$ ein Minimum werde. Um die notwendigen Bedingungen hiefür zu finden, lässt man $\mathfrak{U}$ um $d\mathfrak{U}$ und $\mathfrak{V}$ um $d\mathfrak{V}$ wachsen und setzt die zugehörigen Änderungen der Summe gleich Null. Gehen wir von der Gleichung 3) aus, so erhalten wir:

$$\sum^i |\mathfrak{K}_i^*| \frac{\mathfrak{C}\cdot[\mathfrak{a}_i \times d\mathfrak{U}]\times\mathfrak{b}_i}{|\mathfrak{a}_i \times \mathfrak{b}_i|} = 0, \quad \sum^i |\mathfrak{K}_i^*| \frac{\mathfrak{C}\cdot\mathfrak{a}_i \times [\mathfrak{b}_i \times d\mathfrak{V}]}{|\mathfrak{a}_i \times \mathfrak{b}_i|} = 0. \quad 6)$$

Daraus ergibt sich durch Umstellung der Produkte:

$$d\mathfrak{U}\cdot\sum^i |\mathfrak{K}_i^*| \frac{[\mathfrak{b}_i \times \mathfrak{C}]\times\mathfrak{a}_i}{|\mathfrak{a}_i \times \mathfrak{b}_i|} = 0, \quad d\mathfrak{V}\cdot\sum^i |\mathfrak{K}_i^*| \frac{\mathfrak{b}_i \times [\mathfrak{a}_i \times \mathfrak{C}]}{|\mathfrak{a}_i \times \mathfrak{b}_i|} = 0. \quad 7)$$

Da diese Gleichungen für alle $d\mathfrak{U}$ und $d\mathfrak{V}$ gelten müssen, ziehen sie das Verschwinden der Summen, mit welchen $d\mathfrak{U}$ und $d\mathfrak{V}$ skalar multipliziert sind, nach sich. In diesen Summen stellt der Bruch bis auf Grössen höherer Ordnung einen Vektor dar, dessen Länge gleich jener des Strahles vom Büschelmittelpunkt bis zum Fusspunkt des kürzesten Abstandes ist, während seine Richtung senkrecht auf dem Strahl in der durch ihn und den Vektor $\mathfrak{C}$ gehenden Ebene steht. Dieser Vektor steht somit auch senkrecht auf der Ebene durch den Strahl und den kürzesten Abstand und gibt in Verbindung mit dem Faktor $|\mathfrak{K}_i^*|$ das vektorielle Drehmoment des kürzesten Abstandes in Bezug auf den Büschelmittelpunkt. Das Verschwinden der beiden Summen sagt somit aus, dass die Summe der vektoriellen Drehmomente der kürzesten Abstände in Bezug auf beide Büschelmittelpunkte verschwindet und dass somit diese Abstände, als Kräfte aufgefasst, ein Gleichgewichtssystem bilden.

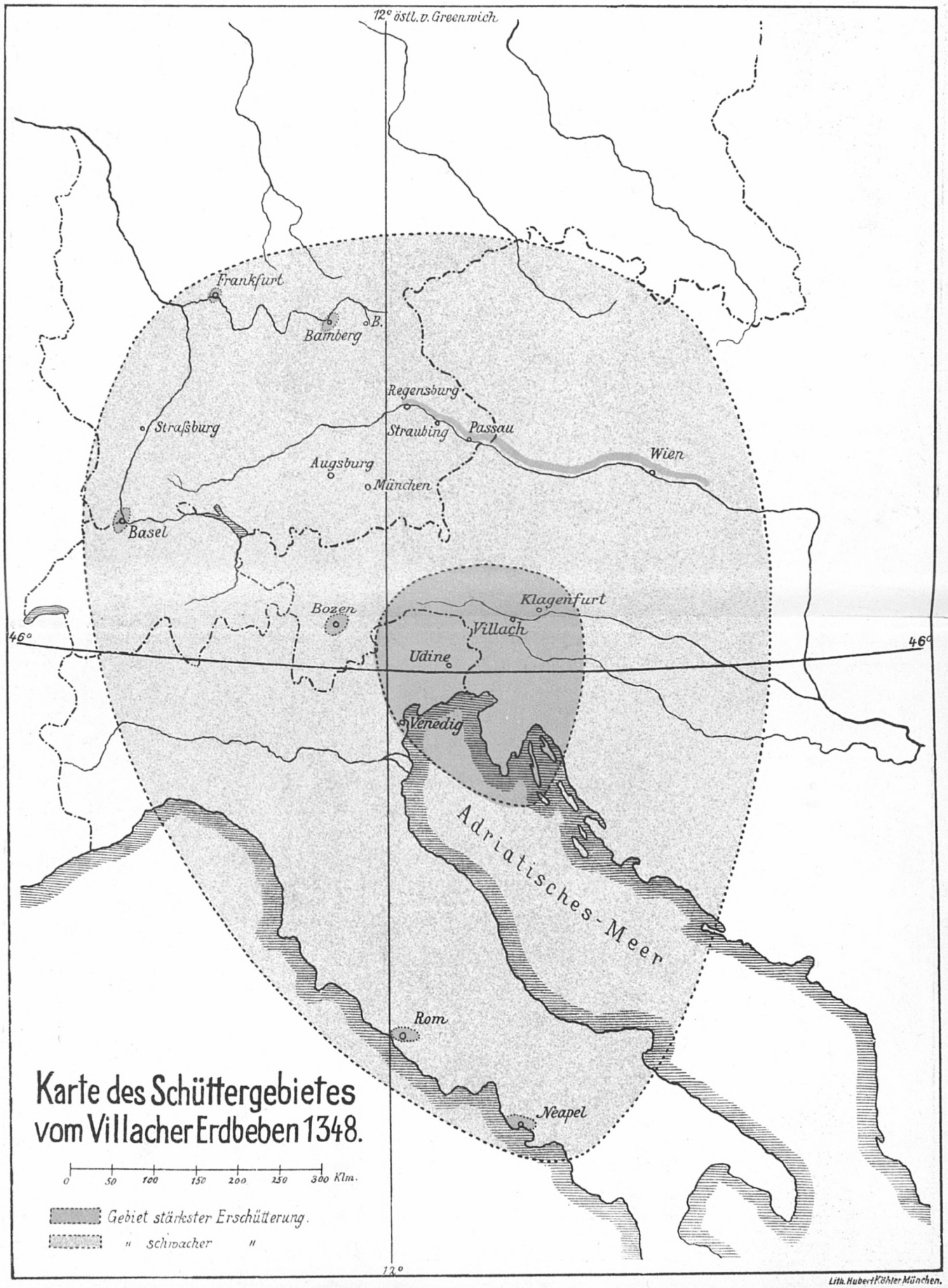
Die Gleichungen 7) treten an Stelle der Gleichungen 10) auf Seite 238 in der Abhandlung über eine Grundaufgabe der

Photogrammetrie.[1]) Geht man von den Vektoren wieder zu den Koordinaten über, indem man die gleichen Einführungen wie in Gleichung 4) macht, so erhält man aus jeder der beiden Vektorgleichungen drei skalare, von welchen jedoch die beiden auf die j-Richtung bezüglichen dieselben sind. Sie vertreten die aus den Bedingungsgleichungen 5) abzuleitenden Normalgleichungen. Von ihrer ausführlichen Wiedergabe sei der Kürze halber abgesehen.

Anhangsweise erwähne ich noch, dass der erste Teil der von W. Scheufele und mir behandelten Aufgabe über das Rückwärtseinschneiden im Raum[1]) bereits von J. A. Grunert im 1. Bande (1841) seines Archivs unter dem Titel „Das Pothenotsche Problem in erweiterter Gestalt; nebst Bemerkungen über seine Anwendung in der Geodäsie" S. 238 eine Bearbeitung mit Zurückführung auf eine Gleichung 4. Grades erfahren hat. Vom gleichen Autor rührt auch die erste Bearbeitung des Pothenotschen Problems auf der Kugel (Archiv für Math. u. Phys., 7. Bd., S. 104) her, welches Problem ich in der Abhandlung über eine Grundaufgabe der Photogrammetrie somit irrtümlich als bislang ungelöst bezeichnet habe. Den Hinweis auf beide Arbeiten Grunerts verdanke ich Herrn Kollegen S. Günther.

---

[1]) Zitiert S. 683 Anmerkung.



Lith. Hubert Köhler München.

Über die Abhängigkeit des Verhältnisses $\frac{c_p}{c_v}$ der spezifischen Wärmen des Stickstoffs vom Druck bei der Temperatur der flüssigen Luft.

Von **Siegfried Valentiner.**

(Mit Taf. III.)

(*Eingelaufen 5. Dezember.*)

Einleitung.

Abgesehen davon, dass es wünschenswert ist, die spezifischen Wärmen der Gase bei konstantem Druck c_p und bei konstantem Volumen c_v als physikalisch wichtige Grössen an sich kennen zu lernen und ihr Verhalten bei Druck- und Temperaturänderungen genau zu bestimmen, — wodurch auch die mit der Bestimmung dieser Grössen eng verbundene praktische Frage nach der Grösse der Schallgeschwindigkeit in Gasen Erledigung finden würde, — wird der Untersuchung der Grössen c_p, c_v und $k = \frac{c_p}{c_v}$ unter verschiedenen Drucken und Temperaturen vor allem in Hinsicht auf die nahe Beziehung dieser Grössen zu zwei grossen Klassen physikalischer Erscheinungen allseitiges Interesse entgegengebracht. Die vollkommene Übereinstimmung, die man bei einatomigen Gasen zwischen dem beobachteten und von der kinetischen Gastheorie geforderten Wert des Verhältnisses der spezifischen Wärmen bisher erhalten

hat,[1]) bietet ein erfreuliches Kriterium für die Richtigkeit der Vorstellung, die man sich über Atom- und Molekular-Energie gemacht hat, und ermutigt zu dem Versuch, diese Vorstellungen, die bezüglich der mehratomigen Gase noch weniger scharf präzisiert werden konnten, mit Benutzung der aus der Erfahrung zu gewinnenden Kenntnis der Grössen c_p, c_v und $\frac{c_p}{c_v}$ mit Erfolg weiterzubilden. Andrerseits werden in der Thermodynamik Gleichungen abgeleitet, welche Beziehungen herstellen zwischen den genannten Grössen und ihren Veränderungen mit Druck und Temperatur und den verschiedenen Zustandsgrössen des Gases, so dass man durch experimentelle Bestimmung aller dieser Grössen eine Prüfung der Theorie an der Erfahrung vornehmen kann, oder auch mit Voraussetzung der Richtigkeit der Theorie aus der Bestimmung eines Teiles dieser Grössen, die anderen durch Rechnung abzuleiten vermag. Infolge des Interesses, welches daher die genauere Kenntnis des Verhaltens von c_p, c_v und $\frac{c_p}{c_v}$ auch in der Tat verdient, liegen über den Gegenstand eine sehr grosse Reihe von Arbeiten vor, die indessen noch lange nicht genügen, um ein vollständiges Bild über das Verhalten dieser Grössen geben zu können. Die grundlegenden Versuche verdanken wir Regnault, der für Luft, Wasserstoff, Kohlensäure und mehrere andere Gase und Dämpfe zunächst die spezifische Wärme bei konstantem Druck in Temperaturgrenzen bis zu 200°, dann auch unter Anwendung von Drucken bis zu 12 Atmosphären bestimmte. Er schloss aus seinen Beobachtungen, dass die spezifische Wärme bei konstantem Druck der sog. permanenten Gase merklich unabhängig von Druck and Temperatur sei, während die leichter kompressibeln Gase einen Unterschied in dieser Beziehung bemerken liessen. Diese Resultate sind in guter Übereinstimmung mit den aus der Thermodynamik folgenden für alle homogenen Körper geltenden Gleichungen:

[1]) Für Quecksilber: Kundt u. Warburg, Pogg. Ann. Bd. 157, p. 368 1876. — Für Argon: Ramsay, Philos. Trans. (1895), Bd. 186 A, p. 186, Proc. Roy. Soc., Bd. 59 (1896) und 67 (1900); Niemeyer, Diss., Halle 1902.

1) $$c_p - c_v = \vartheta \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_v \left(\frac{\partial v}{\partial \vartheta}\right)_p$$

und

2) $$\left(\frac{\partial c_p}{\partial p}\right)_\vartheta = -\vartheta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \vartheta^2}\right)_p$$

— worin ϑ die absolute Temperatur, p den Druck, v das spezifische Volumen und die Indices die bei der Differentiation konstant gehaltenen Grössen bedeuten. — Für ideale Gase fordert die Thermodynamik c_p und c_v als konstante Grössen, andrerseits sagen diese Gleichungen aus, dass eine Abhängigkeit der Grössen c_p und c_v von Druck und Temperatur hervortreten wird bei solchen Gasen, deren Zustandsgleichung nicht mehr die einfache Form des Boyle-Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetzes, sondern etwa die der van der Waals'schen Gleichung hat. Die Tatsachen lehren, dass im allgemeinen sehr stark veränderte Bedingungen zu Grunde gelegt werden müssen, um mit Sicherheit Abhängigkeiten der Grössen c_p und c_v von Druck und Temperatur bei permanenten Gasen konstatieren zu können. Die damit verknüpften Schwierigkeiten sind der Grund, dass auch erst in dem letzten Jahrzehnt des vorigen Jahrhunderts wesentliche Fortschritte in der Bestimmung der Abhängigkeit der genannten Grössen von Druck und Temperatur gemacht wurden. Linde[1]) bestätigte 1896 zunächst das Thomson-Joule'sche Gesetz, dass $\Delta \vartheta = \frac{a}{\vartheta^2} \Delta p$ sei, worin a eine dem betreffenden Gas zukommende Konstante ist, in weiten Grenzen von Temperatur und Druck, und wies nach, dass c_p mit wachsendem p zunehmen müsse. Wenig früher war J. Joly[2]) schon durch beachtenswerte Versuche zu dem Resultat gekommen, dass c_v für Luft und Kohlensäure (besonders für letztere) mit der Dichte zunimmt, für Wasserstoff dagegen abnimmt. Amagat[3])

[1]) Linde, Wied. Ann., Bd. 57, p. 328 (1896).

[2]) Joly, Proc. Roy. Soc., Bd. 41, p. 352 (1886); Philos. Trans. 182 A. p. 73 (1892); 185, p. 943 (1894).

[3]) Amagat, C. R. 121, p. 863—866, 122, p. 66—70, Journ. d. Phys. (3) 5, p. 114 - 123 (1896).

Dichte und die Abhängigkeit derselben vom Druck des Stickstoffs bei der Temperatur der flüssigen Luft" in Form der empirischen Gleichung darstellen lässt:

$$3) \qquad p\,v = h_1\,\vartheta + (h_2 + h_3\,\vartheta)\,p$$

(worin h_1, h_2, h_3 konstante Grössen sind).

Unabhängig von jeder Zustandsgleichung gilt nun die Beziehung:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_Q = k \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_\vartheta.$$

Wir haben also aus (3) $\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_\vartheta$ zu bilden und dies in $\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_Q$ einzusetzen, woraus sich die Schallgeschwindigkeit ergibt:

$$4) \qquad u^2 = k\,\frac{p^2\,v^2}{h_1\,\vartheta} = k\,p\,v\,\frac{v}{v - (h_2 + h_3\,\vartheta)}.$$

Ausserdem ist aber $u = 2\,\lambda\,n$, wenn λ die halbe Wellenlänge im Gase, n die Schwingungszahl des benutzten Tones bedeutet. Für das Kontrollrohr gilt daher:

$$5) \qquad n_1^2 = \frac{k_1\,p_1\,v_1}{4\,\lambda_1^2}$$

und für das Untersuchungsrohr:

$$6) \qquad n^2 = \frac{k^2\,p^2\,v^2}{4\,\lambda^2\,h_1\,\vartheta}.$$

Nun ist $p_1\,v_1 = 76\,(1 + \alpha\,t)$, indem wir den Druck auf cm Quecksilber, das Volumen auf das des Stickstoffs bei 0^0 und 76 cm Quecksilber beziehen, da die in der genannten Arbeit berechneten Konstanten $h_1\,h_2\,h_3$ der Gleichung (3) ebenfalls auf diese Einheiten bezogen sind; α bedeutet den Ausdehnungskoeffizienten des Stickstoffs zwischen 0^0 und 100^0 und t die von 0^0 an gezählte Temperatur des Gases im Kontrollrohr. Da die Schallwellen im Kontroll- und Untersuchungsrohr von einem und demselben Ton herrühren, d. h. $n = n_1$ ist, so folgt:

$$7) \qquad \frac{k}{k_1} = \left(\frac{\lambda}{\lambda_1}\right)^2 76 \cdot (1 + a\,t) \frac{h_1\,\vartheta}{p^2\,v^2}.$$

Diese Formel ist der Berechnung der Beobachtungen zu Grunde gelegt.

Beschreibung des Apparates.

Für die vorliegende Untersuchung konnte ich mich eines im Institut zum grössten Teil schon vorhandenen Apparates bedienen; derselbe war nach den Angaben von Herrn Geheimrat Röntgen für Messungen der Grösse $\frac{c_p}{c_v}$ in Gasen bei verschiedenen Temperaturen und Drucken hergestellt worden und folgendermassen eingerichtet.

Der tongebende Stab — ein Glasrohr von ca. 1 m Länge und 16 mm Durchmesser, an dessen beiden Enden zur besseren Übertragung der Schwingungen an das Gas pufferähnliche, aus der Figur 1 ersichtliche Erweiterungen von ca. 25 mm Durchmesser angeblasen waren — war in den beiden seinen zweiten Oberton bestimmenden Knotenpunkten auf der rechten vertikalen Planke eines vertikal aufgehängten Holzrahmens befestigt, dessen Dimensionen 100 cm : 90 cm mit einer Plankenbreite von 12 cm waren. Zum Zwecke der Befestigung dienten Messinghülsen von der aus Figur 2 ersichtlichen Form; der Durchmesser der Öffnung *a* war wenig grösser als der Durchmesser des tönenden Rohres, sodass die Hülsen vor dem Anblasen der Erweiterungen an den Enden des Rohres darüber geschoben und später an den Knotenpunkten mit Siegellack angekittet werden konnten. Der Teil *b* hatte eine solche Weite, dass das Ende des Schallrohres, welches über das tönende Rohr geschoben wurde, mit geringem Spielraum hineinpasste und entweder ebenfalls mit Siegellack eingekittet werden konnte, wie es bei dem Untersuchungsrohr geschah, oder durch Gummiverschluss mit der Hülse luftdicht verbunden war, wie es bei dem Kontrollrohr angewandt wurde, um einen für die Untersuchung unter Umständen sehr nachteiligen Bruch

eines Glasteiles eher vermeiden zu können. Es war darauf geachtet worden, dass die Messinghülsen möglichst genau in den Knotenpunkten des tönenden Rohres festgekittet wurden,[1]) sodass eine Übertragung der schwingenden Bewegung an das festgekittete Untersuchungsrohr nicht stattfand. Kundt selbst wies schon auf den darin begründeten Nachteil einer starren Verbindung zwischen tönendem und Untersuchungsrohr hin und benutzte daher stets Gummiverbindungen. Um eine Verunreinigung des Stickstoffs durch dauernde Berührung mit Gummi zu vermeiden, wurde soviel wie möglich von Gummiverbindungen in vorliegender Untersuchung Abstand genommen, auch war es für die Versuche, bei denen im Untersuchungsrohr nicht Atmosphärendruck herrschte, von vornherein geraten, dieselben bei der Verbindung von tönendem Rohr und Untersuchungsrohr auszuschliessen. Zum Einleiten des Stickstoffs in die Schallröhren waren die Messinghülsen mit konisch gut geschliffenen, nur mit dampffreiem Fett gedichteten Hähnen versehen. Die Messinghülsen wurden an wagerecht aus dem Rahmen heraustretenden kräftigen Holzstützen mit Schraubzwingen festgeklemmt (in der Figur 1 fortgelassen).

Von dem oberen Querstück des Rahmens wurde das den Dimensionen desselben entsprechend zweimal rechtwinklig gebogene Kontrollrohr getragen, dessen beide von der Biegung etwa 30 cm lange Enden an den vertikalen Planken des Rahmens herunterhingen, sodass das rechte über den tönenden Stab bis in die Messinghülse an dem einen Knotenpunkt desselben geschoben war. Es hatte von Biegung zu Biegung eine Länge von 79 cm und eine innere Weite von 3.3 cm. Den Verschluss des linken Rohrendes bildete eine mit wenig Spielraum über dasselbe passende, auf dieses mit Siegellack festgekittete Messingkappe, durch deren Mitte der die Reflexion des Schalles bewirkende Puffer eingeführt war mittels einer

---

[1]) Die Knotenpunkte waren in der Weise gut zu bestimmen, dass eine erheblich grössere Belastung der als Knotenpunkte erkannten Stellen die Intensität des Tones nicht veränderte.

Stahlschraube, die es ermöglichte, denselben in einen Knotenpunkt der Schallbewegung einzustellen. Der Puffer war gebildet aus einer Glasröhre von etwa 10 cm Länge, die am Ende eine von einer angeschliffenen Ebene begrenzte Erweiterung hatte; die Glasröhre war in eine Messingröhre von ungefähr gleicher Länge gekittet, und diese über das Ende der durch die Messingkappe führenden Stahlschraube mit 5 cm langem Gewinde von geringer Ganghöhe. Um den Durchgang der Schraube durch die Messingkappe gegen aussen hin luftdicht zu verschliessen, war die Schraube durch eine in Figur 3 ersichtliche Verschraubung geführt, welche in die Messingkappe eingeschraubt wurde und durch die dazwischenliegende Lederdichtung einen vollkommenen Abschluss bewirkte. Auch dieser Verschluss war mit einem gut eingeschliffenen Hahn versehen. — An dem entsprechenden Ende des Untersuchungsrohres war eine ebenso eingerichtete Messingkappe angebracht. — Um das Kontrollrohr längere Zeit auf konstanter Temperatur erhalten und auch Siedetemperatur des Wassers anwenden zu können, war dasselbe nicht direkt auf dem Holz des Rahmens befestigt, sondern sass in einem doppelwandigen mit Filz umwickelten Gefäss aus verzinntem Kupfer, deren obere Wandungen durch gut schliessende Deckel aus gleichem Material mit Glimmerfenster für Thermometerbeobachtungen ersetzt waren (vergl. Figur 1). Durch die Öffnung *a* war es möglich, den Dampf von kochendem Wasser aus einem daneben stehenden Kessel in den innersten Raum des Gefässes, durch welchen sich das Kontrollrohr zog, einzuleiten; derselbe trat aus dem entgegengesetzten Ende des Gefässes bei *b* in den von der Doppelwandung umschlossenen Raum und nahe bei dem Zuleitungsrohr des Dampfes in den Aussenraum bei *c* zurück. Der innerste Raum des Gefässes war an den Durchführungsstellen des Kontrollrohres, welches von oben eingesetzt werden konnte, durch Gummi luftdicht gegen aussen abgeschlossen. Durch zwei hölzerne in der Höhe regulierbare Halter wurde das Gefäss von dem Rahmen getragen. Bei den im folgenden beschriebenen Versuchen, bei denen sich das Untersuchungsrohr in

flüssiger Luft befand, wurde das Kontrollrohr auf Zimmertemperatur gehalten. Zur Bestimmung der Temperatur wurde auf das Rohr mehrere Stunden vor Ausführung des Versuches, nachdem am Apparat selbst alle Vorbereitungen zu einem solchen getroffen waren, ein in fünftel Grade geteiltes Thermometer in horizontaler Lage festgebunden und Kontrollrohr und Thermometer mit Putzwolle bis auf einen kleinen zur Ablesung des Thermometers freibleibenden Teil bedeckt.

Das ebenfalls zweimal rechtwinklig gebogene Untersuchungsrohr wurde von unten über das tönende Rohr geschoben und dadurch gehalten, dass es am einen Ende in die Messinghülse eingekittet und mit der anderen an eine auf der linken vertikalen Planke des Holzrahmens sitzende Holzstütze festgeklemmt war. Zur Sicherheit wurde das Rohr etwa 10 cm unterhalb der Kittung in die Messinghülse noch von einer zweiten Holzstütze gefasst. Zu Untersuchungsröhren dienten nacheinander drei verschiedene Röhren von ähnlichen Dimensionen, indem das erste mit einer inneren Weite von 1.83 cm nach wenigen Versuchen in flüssiger Luft zersprang; das zweite Rohr mit einer inneren Weite von 1.75 cm diente zu den meisten der im folgenden beschriebenen Versuche, ein drittes Rohr mit einer inneren Weite von 1.98 cm wurde noch zur Untersuchung herangezogen, da zwischen den aus den Vorversuchen mittels des Rohres 1 gewonnenen Resultaten und den aus Rohr 2 abgeleiteten eine nicht ganz aufgeklärte Differenz bestand, worüber im Anhang berichtet wird; die mit Rohr 3 erhaltenen Resultate stimmen indessen mit den unter Verwendung des zweiten Rohres gewonnenen gut überein. Der horizontale Teil des Untersuchungsrohres von Biegung zu Biegung war ca. 75 cm lang. Auf der rechten Seite erweiterte sich das Rohr von der Biegungsstelle an zu einer inneren Weite von ca. 3 cm, um bequem über die Erweiterung am Ende des tönenden Rohres geschoben werden zu können. Es war darauf geachtet worden, dass der Übergang zu der Erweiterung ein möglichst gleichmässiger war, wie auch die Biegungen beider Röhren möglichst regelmässige Krümmung besassen, um nicht

durch eventuelle schärfere Ecken und Kanten Anlass zu unerwünschten Reflexionen des Schalles zu geben.[1])

Zur Herstellung der tiefen Temperatur, bei welcher die Wellen im Untersuchungsrohr hervorgerufen werden sollten, konnte von unten her gegen dasselbe ein Blechgefäss, in welchem sich die flüssige Luft befand, herangebracht werden, sodass der horizontale Teil des Untersuchungsrohres sich ganz in flüssiger Luft befand und etwa 2 cm von derselben überdeckt wurde. Das Gefäss bestand, wie in dem Vertikalschnitt in Figur 1 a zu sehen ist, aus drei ineinander gesetzten Wannen von verzinntem Eisenblech, von denen die innerste 89 cm lang, ca. 10 cm hoch, 5.3 cm breit war; die drei Wannen waren von einander durch Flanelllagen vollkommen getrennt. Während des Versuches wurde, um das Verdampfen der flüssigen Luft nach Möglichkeit zu verringern, das Gefäss mit dicken Lagen von Putzwolle zugedeckt. Das Gefäss bewährte sich für diese Zwecke befriedigend; nach beendetem Eingiessen der Luft verdampfte bei ruhigem Stehen in $^1/_2$ Stunde eine Schicht von etwa 2 bis $2^1/_2$ cm flüssige Luft. Beim Eingiessen der flüssigen Luft in das Gefäss und vor allem beim Eintauchen des Untersuchungsrohres und des noch näher zu beschreibenden Widerstandsthermometers, welches um nicht Gefahr laufen zu müssen, die letzteren durch die plötzlich angelegte Kälte zu zertrümmern, sehr langsam geschehen musste, ging dagegen sehr viel flüssige Luft durch Verdampfen verloren. Um einen Versuch ausführen zu können, bedurfte es eines Vorrates von 5 bis 6 Liter flüssiger Luft, von denen ich allerdings durch Zurückgiessen der am Ende eines Versuches noch vorhandenen flüssigen Luft in ein Weinhold'sches Gefäss ungefähr 1 bis $1^1/_2$ Liter für den nächsten Versuch retten konnte. Das Untersuchungsrohr befand sich 25—30 Minuten lang in flüssiger Luft, bevor

[1]) Es scheinen derartige Reflexionen die Veranlassung gewesen zu sein, dass es bei einem Untersuchungsrohr von ähnlichen Dimensionen als die später von mir verwandten, aber unregelmässiger Übergangsstelle, welches ich bei den Vorversuchen verwenden wollte, nicht möglich war, gleichmässige Figuren zu erzielen.

die Schallwellen erregt wurden. Die Temperatur derselben wurde mit Hilfe eines neben dem Schallrohr in der flüssigen Luft liegenden Platinwiderstandsthermometers gemessen (s. u.).

Die Röhren wurden vor der Verwendung zunächst mechanisch gereinigt und mit Salzsäure und Messingfeilspänen geschüttelt, um die zum Teil sehr fest an der Glaswand haftenden Kieselsäurereste von den Vorversuchen loszureissen, dann mit Ätzkali, Salpetersäure, gewöhnlichem Wasser, destilliertem Wasser durchgespült, danach mittels Durchsaugen trockener Luft unter Erwärmen der Wandung getrocknet; nachdem jede sichtbare Feuchtigkeit verschwunden war, wurde noch mehrere Stunden lang trockene warme Luft durchgesaugt, da es eine Vorbedingung zum Gelingen der Versuche ist, jede Spur von Feuchtigkeit aus den Schallröhren entfernt zu haben.

Die zur Bildung der Staubfiguren verwandte amorphe Kieselsäure — die allerdings gegen das häufig gebrauchte Lycopodium den Nachteil hat, dass sie viel schwerer ist, und wie schon Kundt nachwies, einen stärkeren Einfluss auf die Schallgeschwindigkeit in Röhren zeigt, dagegen aber den grossen Vorteil aufweist, durch Ausglühen von fremden Gasen und Stoffen befreit werden zu können, — wurde mehrere Stunden lang in einem kleinen Tongefäss mittels Bunsenflamme ausgeglüht und in noch ziemlich heissem Zustand durch ein feinmaschiges, vorher durch die Flamme gezogenes Drahtnetz in die getrockneten Röhren hineingesiebt. Im Kontrollrohr und im ersten Untersuchungsrohr wurde die Menge nicht bestimmt, im zweiten und dritten Untersuchungsrohr ungefähr 0.1 g Kieselsäure verwendet. Nach dem darauf erfolgten Verkitten des Apparates wurden die Röhren noch mehrmals unter Erwärmen luftleer gepumpt und mit trockener Luft resp. mit dem zur Untersuchung dienenden Stickstoff gefüllt.

Um die horizontalen Teile der Röhren behufs gleichmässiger Verteilung des Pulvers trotz ihrer festen Verbindung mit dem Rahmen gegen die Horizontale neigen zu können, war der ganze Rahmen auf der Tischplatte eines grossen Tisches um einen unter dem Kontrollrohr gelegenen Punkt drehbar befestigt;

der Tisch war mit zwei Füssen gegen die Wand gelehnt, sodass seine Platte vertikal auf dem Zimmerboden stand. Um den Drehpunkt konnte der Rahmen weit genug gedreht werden, um das Pulver in den Röhren durch Klopfen mit einem Holzstöckchen verteilen zu können; während des Versuches selbst war der Rahmen mit einer Schraubzwinge an die Tischplatte festgeklemmt. Um die Tischkante wurde der Tisch mit dem ganzen Apparat geneigt, um das in gleichmässig enger Linie an der tiefsten Stelle der Röhre liegende Pulver durch Klopfen heben zu können. Beim Anstreichen des tönenden Rohres blieb das Pulver nur an den Knotenpunkten der Schallwellen liegen, die zur Messung der halben Wellenlänge dienten.

Für die Ablesung der Wellenlängen war folgende Einrichtung getroffen. Nach Beendigung des Versuches wurde ein Messingmassstab mit Silberteilung mittels zweier Messingklammern an den Schallröhren befestigt; der Massstab lief merklich parallel in etwa 0.2 cm Abstand von der Wandfläche des Rohres, welches keine merklichen Abweichungen von einer geraden Linie zeigte. Ein 6 cm breites Messingblech, welches der Krümmung des Rohres entsprechend gebogen war, konnte längs der unteren Seite des Rohres verschoben werden, sodass es mit einem Index auf dem Massstab ruhte. Dieses Messingblech war geschwärzt und in der Mitte mit einem weissen Strich versehen, welcher auf die Knotenpunkte der Wellen eingestellt wurde, während am Index abgelesen wurde. Durch Spiegelung des weissen Striches an der Glaswand konnte vollkommen parallaxenfrei eingestellt werden.

Bevor ich zur Beschreibung der Hilfsapparate übergehe, ist noch ein Wort über die Einstellung der die Reflexion des Schalles bewirkenden Puffer in den Schallröhren auf gute Resonanz zu sagen. Sowohl die Enden des tönenden Rohres, wie auch die Enden der reflektierenden Puffer waren von der Mittellinie des horizontalen Teiles der Schallröhren 4—5 cm entfernt und wurden während der Versuche mit einem und demselben Untersuchungsrohr, von Vorversuchen natürlich abgesehen, nicht verändert. Es mag auf den ersten Blick ver-

wundern, dass dieselbe Einstellung trotz der verschiedenen Bedingungen, die sehr verschieden lange Wellen entstehen liessen, immer beibehalten werden konnte, während man gewöhnlich durch Wiederholung der Versuche unter Veränderung der Lage der reflektierenden Ebene die günstigste Einstellung aufsucht. Dem ist folgendes zu erwidern. Die Wiederholung eines Versuches unter vollständig gleichen Bedingungen war höchstens durch Zufall zu erreichen, indem die Temperatur der benutzten flüssigen Luft sehr verschieden sein konnte und vor allem das Stück, welches sich zwischen dem auf die Temperatur der flüssigen Luft abgekühlten Teil des Stickstoffs und den erregenden resp. reflektierenden Ebenen befand, je nach der nie ganz genau abmessbaren, verschiedenen Höhe der flüssigen Luft in dem Blechgefäss eine unkontrollierbar verschiedene Temperatur haben konnte. Eine möglichst gute Einstellung der reflektierenden Ebenen durch Wiederholung des Versuches aufsuchen zu wollen, war daher schlechterdings unmöglich. Da ich nun bei der einmal gewählten Einstellung gleichmässig ausgebildete Wellen längs des ganzen Schallrohres bekommen hatte, ein Zeichen, dass eine eventuell noch vorhandene Bewegungsübertragung des tönenden Rohres nicht störenden Einfluss hatte, so liess ich bei allen Versuchen die gleiche Einstellung. Die Unmöglichkeit, die Einstellung mit Hoffnung auf Erfolg für jeden einzelnen Versuch verändern zu können, brachte natürlich den Nachteil mit sich, nicht bei allen Versuchen gleich gut ausgebildete Wellen zu erhalten. Die Kostspieligkeit und Umständlichkeit eines jeden Versuches machte es indessen notwendig, auch noch Wellen von geringerer Schärfe abzulesen und auch solche Versuche mit zur Berechnung des Gesamtresultates heranzuziehen. Im allgemeinen entstehen die Wellen bei tiefen Temperaturen glücklicherweise wegen der grösseren Dichte, wie zu erwarten ist, leichter und besser als bei gewöhnlicher Temperatur.

Der bei der Untersuchung verwandte chemische Stickstoff wurde dargestellt durch gelindes Erwärmen einer Lösung von 10 Gewichtsteilen Natriumnitrit, 10 Gewichtsteilen Ammonium-

nitrat, 10 Gewichtsteilen Kaliumdichromat in 90 Gewichtsteilen Wasser. Er wurde gereinigt, indem er durch Waschflaschen mit 1) 6% Kaliumpermanganatlösung, 2) 33% Eisensulfatlösung, 3) Kalilauge und 4) konzentrierter Schwefelsäure hindurchgeleitet wurde. Um die verbrauchte Lösung im Entwicklungsapparat durch neue ersetzen zu können, ohne Luft von aussen in das Gefäss eintreten zu lassen, war in dasselbe ein fast bis auf den Boden reichendes, mit Hahn versehenes Rohr eingeführt; durch den Druck des Gases nach Abschliessen des zwischen den Waschflaschen und dem Entwicklungsgefäss befindlichen Hahnes wurde die Lösung herausgedrückt. Die Waschflaschen waren untereinander und mit dem Untersuchungsapparat durch Siegellackkittungen und Verblasungsstellen verbunden, Gummi war von der Waschflasche mit Kaliumpermanganatlösung an vermieden mit Ausnahme eines kleinen gleich zu erwähnenden Stückes. Die Zuleitung des gereinigten Stickstoffs in die Schallröhren geschah durch eine Kundt'sche Glasfeder, die in ein T-Stück endete, dessen symmetrische Enden zu den Hähnen in den auf dem tönenden Rohr aufsitzenden Messinghülsen führten. Hier war eine starre Verbindung nicht gut zu machen, da sie beim Anstreichen zu leicht einen Bruch zur Folge gehabt hätte; es wurden daher die beiden Hähne mit den bis dicht an sie anliegenden Glasrohrenden mit Druckschlauchstücken verbunden und diese mit Wachs-Kolophoniumkitt überstrichen. Vor jedem neuen Versuch musste, um das Pulver durch Neigen des Apparates gleichmässig verteilen zu können, die Verbindung mit dem Stickstoffapparat gelöst werden; es geschah dies an einer Kittungsstelle zwischen dem T-Stück und der Kundt'schen Feder; um dabei ein Eindringen von atmosphärischer Luft zu vermeiden, wurden die Hähne an den Schallrohren geschlossen gehalten und nach Beendigung der Operation durch einen zwischen Kundt'scher Feder und Schwefelsäure angebrachten Dreiweghahn, dessen eine Öffnung mit einer Pumpe in Verbindung stand, das ganze Verbindungsstück mindestens zweimal ausgepumpt und mit reinem Stickstoff gefüllt. Zum Schutz gegen Feuchtigkeit war zwischen

der jedesmal zu öffnenden Kittungsstelle und dem **T**-Stück an letzteres ein Chlorcalciumrohr angeblasen. Zum Messen des Druckes im Untersuchungsrohr diente ein **U**-förmig gebogenes Quecksilbermanometer, dessen einer Schenkel unter Atmosphärendruck stand; es war mittels Dreiweghahnes in die Kundt'sche Feder eingeschlossen. Zur Herstellung des bei der Untersuchung verwendeten Überdruckes wurde die lebhafte Gasentwicklung selbst benutzt, indem das nach aussen führende Rohr des Entwicklungsgefässes abgeschlossen wurde. Der ganze Apparat war zu dem Ende vorher auf zwei Atmosphären Überdruck geprüft worden. Zur Kontrolle über den normalen Gang der Gasentwicklung war direkt hinter dem Entwicklungsgefäss ein zweites Quecksilbermanometer eingeschaltet.

Vor Beginn der Untersuchung wurden die Schallröhren mehrmals luftleer gepumpt und mit reinem Stickstoff gefüllt, und danach noch eine reichliche Menge Stickstoff durchgeleitet.

Die Temperaturmessung mittels Platinwiderstandsthermometers wurde in folgender Weise vorgenommen. Das Thermometer bestand aus zwei gleichen hintereinander geschalteten Widerständen, die gebildet waren aus je einem etwa 2 m langen, 0.05 mm dicken Platindraht,[1]) der auf ein etwa 10 cm langes, 0.6 cm dickes Glasrohr mit eingeätztem Gewinde gewickelt war und mit den Enden an etwa 2 cm lange, auf die Enden des Glasrohres gekittete Messinghülsen gelötet. Die Widerstände wurden untereinander durch ein ungefähr 15 cm langes Messingstück, welches in die in der Längsrichtung ein Gewinde tragenden Messinghülsen eingeschraubt wurde und mit den 1.45 mm² starken Zuleitungsdrähten durch Verschraubung an den entgegengesetzten Enden der Messinghülsen verbunden. Das Widerstandsthermometer stützte sich mittels der Zuleitungsdrähte auf die Befestigungen des Untersuchungsrohres am Rahmen und hatte bei den Versuchen in der flüssigen Luft eine zu dem Schallrohr parallele Lage. Da es aus zwei hintereinander geschalteten Teilen bestand, wurde durch die Widerstandsänderung

[1]) Von Heräus (Hanau) als „chemisch rein" bezogen.

die mittlere Temperatur von zwei entfernt gelegenen Strecken des Bades gemessen, wie ja auch für die Berechnung der Wellenlängen die mittlere Temperatur des ganzen Schallrohres in Betracht kommt. Die von Holborn angegebene Vorsichtsmassregel des Ausglühens vor und nach der Wickelung des Platindrahtes kam in Anwendung.

Zur Bestimmung des Widerstandes wurde die Wheatstone'sche Brückenmethode benutzt. Als Brücke diente ein ungefähr 12 m langer, 0.75 mm dicker Manganindraht, dessen mittlerer Meter über eine gewöhnliche mit Millimeterskala versehene Wheatstone'sche Brücke gespannt war; die beiderseits übrigbleibenden Stücke waren aufgewickelt und unter der Brücke befestigt. In den vierten Zweig der Brückenschaltung wurde ein Rheostat von Edelmann eingeschaltet. Als Galvanometer diente ein von Siemens und Halske bezogenes Deprez d'Arsonvalgalvanometer mit magnetischem Nebenschluss, mit Vertikalaufstellung und objektiver Ablesung unter Benutzung eines Vorschaltwiderstandes von 10000 Ω, wobei dasselbe eine Empfindlichkeit von $1^{sc} = 0.6 \cdot 10^{-9} A$ hatte. Die Stromquelle bildete ein Akkumulator.

Hilfsuntersuchungen und Korrektionen.

Die Vergleichung des für die Messung der Wellenlängen dienenden Massstabes mit dem Normalmassstab des Institutes ergab bei 14°0 C. eine genügende Übereinstimmung, indem die Abweichungen auf Strecken von je 10 cm in den Ablesungsfehlern ($\pm$ 0.01 mm) lagen, abgesehen von der Strecke 0 – 10 cm, welche um 0.08 mm länger ist als 10 cm des Normalmassstabes und von dem zwischen 46.7 und 46.8 cm liegenden Millimeter, welcher durch einen bewussten Teilungsfehler bei der Anfertigung um 0.1 mm zu lang ist. Wegen des letzteren Fehlers wurde von den an dem Massstab über 46.7 abgelesenen Werten 0.1 mm abgezogen (die Zahlen, bei welchen diese Korrektion angebracht wurde, sind in den unten folgenden Tabellen mit * gekennzeichnet). Von Anbringen der erstgenannten Korrektion

wurde Abstand genommen, da es zweifelhaft erscheinen kann, ob man berechtigt ist, den Fehler gleichmässig auf die 10 cm zu verteilen; in diesem Fall käme die Korrektion nur in ganz seltenen Fällen in Betracht, indem nur ausnahmsweise unter der Zahl 4 des Massstabes noch eine Ablesung gemacht wurde. Muss man aber annehmen, dass bei einer ganz bestimmten nicht aufgefundenen Stelle ein Fehler vorliegt, so ist eine Korrektion wegen der Unsicherheit der Lage anzubringen nicht möglich.

Die bei der Temperatur $(14^{\circ}0 + t)$ abgelesene mittlere Wellenlänge λ[1]) wurde wegen der Massstabausdehnung um $0.000019 \cdot t \cdot \lambda$ vergrössert.

Ausserdem wurde die abgelesene mittlere Wellenlänge λ wegen der erfolgten Glasrohrausdehnung, wenn der Unterschied zwischen der Temperatur beim Entstehen und der beim Ablesen der Wellen t^0 betrug, um $0.0000085 \cdot t \cdot \lambda$ verkleinert.[2])

Der schon von Kundt beobachtete Einfluss der Wärmeleitung und Reibung des Gases im Rohr auf die Schallgeschwindigkeit, den teilweise Helmholtz[3]) und vollständig Kirchhoff[4]) mit Hilfe theoretischer Erwägungen zu bestimmen suchte, wurde so gut als möglich bei Berechnung des Resultates berücksichtigt. Wenn man für sehr enge Röhren auch einige durch die Erfahrung begründete Zweifel bezüglich der Richtigkeit der Kirchhoff'schen Formel für diesen Einfluss hegen

---

[1]) Dieselbe ist aus den Mittelwerten dreimaliger Ablesung der Wellen mit Ausnahme der ersten und letzten im Rohr mit Hilfe der Methode kleinster Quadrate berechnet.

[2]) Bei tiefen Temperaturen ist (vergl. Travers, Senter, Jaquerod: Proc. Roy. Soc., Bd. 70, p. 484, 1902) der Ausdehnungskoeffizient des Glases etwas kleiner; doch haben 15 % Abweichung von obigem Wert auf das Endresultat noch keinen merklichen Einfluss; wegen der Unsicherheit des Koeffizienten und der Verschiedenheit desselben bei verschiedenen Glassorten wurde daher davon Abstand genommen, bei den tieferen Temperaturen einen anderen Ausdehnungskoeffizienten in Rechnung zu ziehen.

[3]) Helmholtz, Wiss. Abh., I, p. 383. [4]) Kirchhoff, Pogg. Ann., Bd. 134, p. 177.

muss, so scheint sie sich bisher für weitere Röhren und hohe Töne recht gut bewährt zu haben. Bei Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mit Hilfe der Kundt'schen Methode der Staubfiguren muss man nun noch aus dem Grunde darauf bedacht sein, dieselbe an möglichst weiten Röhren vorzunehmen, da nach Kundts Beobachtungen[1]) — auch die von Müller[2]) weisen darauf hin, — der Einfluss des Pulvers, der ebenfalls verkürzend auf die Wellenlänge einwirkt, bei engeren Röhren wesentlich grösser ist, als bei weiteren. Diese Erfahrungen beachtend wandte ich für die vorliegende Untersuchung möglichst weite Schallröhren an. Eine gewisse praktische Grenze in dieser Beziehung ist durch die Tatsache gegeben, dass regelmässige Figuren bei Anwendung hoher Töne (d. h. im Verhältnis zur Rohrweite kurzer Wellen) in weiten Röhren nur schwer zu erzeugen sind. Es wurde daher als Kontrollrohr ein Rohr von 3.3 cm innerer Weite benutzt, als Untersuchungsrohr Röhren zwischen 1.75 und 2.0 cm, den halben Wellenlängen von ca. 3.4 resp. 1.8 cm entsprechend. Mit Berücksichtigung des Umstandes, dass die Reibung und Wärmeleitung bei der für die Wellen im Untersuchungsrohr angewandten tiefen Temperaturen etwa den dritten Teil ihres Wertes bei Zimmertemperatur annehmen, durfte ich auch von vornherein das Untersuchungsrohr enger wählen als das Kontrollrohr, um beiderseits eine Korrektion von gleicher Grössenordnung zu erhalten. Bezüglich der angewandten Menge Kieselsäure liess ich wenigstens die Vorsicht walten, dieselbe während der Untersuchung an einem und demselben Rohr nicht mit Willen zu verändern. Ob allerdings das bei den Versuchen immer stärkere Verstreutwerden des Pulvers im Glasrohr nicht eine Verminderung der die Wellenlänge beeinflussenden Pulvermenge bedeutete, war kaum zu sagen; denn andrerseits wird dadurch die Glaswand wesentlich rauher, und wie nachgewiesen[3]) wirkt

---

[1]) Kundt, Berl. Ak. Ber., 1867 und Pogg. Ann. 135.
[2]) Müller, Ann. d. Physik (4), 11, 1903.
[3]) Vergl. Kundt, l. c. und Müller, l. c.

auch dieser Umstand verzögernd auf die Schallgeschwindigkeit. In jedem Fall darf man indessen nach den Beobachtungen von Kundt annehmen, dass ein durch die Kieselsäure entstehender Fehler, zumal er sich im Kontroll- und Untersuchungsrohr bemerkbar machen muss, in Anbetracht der grossen Rohrweite auf das Resultat nur geringen Einfluss hat.

Die Kirchhoff'sche Korrektionsformel lautet:

$$8)\quad \begin{aligned} \Lambda &= \lambda\left(1 + \frac{\gamma}{2\,r\sqrt{\pi\,n}}\right), \\ \gamma &= \sqrt{\frac{1}{\varrho}}\left\{\sqrt{\eta} + \left(\sqrt{k} - \sqrt{\frac{1}{k}}\right)\sqrt{\frac{\varepsilon}{c_v}}\right\}, \end{aligned}$$

worin Λ die Wellenlänge des benutzten Tones mit der Schwingungszahl n im freien Raum, λ die im Schallrohr mit dem Radius r cm, ϱ die Dichte, η der Reibungs-, ε der Wärmeleitungskoeffizient des Gases bedeuten. ε ersetzen wir durch $1.60 \cdot \eta \cdot c_v$ [1]) und schreiben:

$$\gamma = \sqrt{\frac{\eta}{\varrho}}\left\{1 + \left(\sqrt{k} - \sqrt{\frac{1}{k}}\right)\sqrt{1.6}\right\} = \sqrt{\frac{\eta}{\varrho}}\,1.43$$

mit Benutzung des Wertes $k = 1.405$. (Die Verwendung des von Schwarze [2]) in naher Übereinstimmung mit Winkelmann und Müller für die Wärmeleitung der Luft gefundenen Wertes $\varepsilon = 0.00005690\ (1 + 0.00253\ t)$ würde in: $\varepsilon = \text{const} \cdot \eta \cdot c_v$ statt des gewählten const $= 1.60$ einen etwas höheren Wert ergeben, sodass $\gamma = \sqrt{\frac{\eta}{\varrho}}\,1.47$ würde; diese Differenz hat natürlich auf das Resultat keinen Einfluss). Als Reibungskoeffizienten des Stickstoffs verwende ich den Wert von Meyer: [3])

$$\eta_0 = 167.10^{-6}$$

und zur Berechnung von η_ϑ daraus die Sutherland'sche Formel:

---

[1]) O. E. Meyer, Theorie der Gase, 2. Aufl., p. 283.

[2]) Diss., Halle, 1902. [3]) O. E. Meyer, l. c. p. 192.

$$\frac{\eta_\vartheta}{\eta_0} = \left(\frac{\vartheta}{\vartheta_0}\right)^{1/2} \frac{1 + \frac{C}{\vartheta_0}}{1 + \frac{C}{\vartheta}}$$

(worin ϑ_0 die absolute Temperatur des schmelzenden Eises bedeutet), mit der von Bestelmeyer[1]) bestimmten Konstante $C = 110.6$. Bezüglich der Dichte des Stickstoffs wurde gesetzt:

$$\varrho = 0.0012508\ ^{2)} \left(\frac{1}{1 + a\,t}\right) \frac{p}{76}, \quad a = 0.003675\ ^{3)}$$

bei Zimmertemperaturen. Die Dichte bei der Temperatur der flüssigen Luft wurde aus der von Bestelmeyer und mir abgeleiteten Gleichung:

$$\frac{p}{\varrho} \cdot 0.0012508 = 0.27774\,\vartheta - (0.03202 - 0.000253\,\vartheta) \cdot p$$

bestimmt. Für die Schwingungszahl des benutzten Longitudinaltones wurde angenommen:

$$n = 5080.$$

Aus diesen Angaben berechnet sich:

$\frac{\gamma}{2\,r\sqrt{\pi n}}$ bei der mittleren Versuchstemperatur von 20° und dem mittleren Barometerstand 72 cm für das Kontrollrohr ($2\,r = 3.3$ cm)

$$= 0.00137,$$

bei der mittleren Versuchstemperatur von — 191° bei einem Druck von 15 cm für das Untersuchungsrohr II ($2\,r = 1.75$ cm) resp. III ($2\,r = 1.98$ cm)

$$= 0.00166 \qquad \text{resp.} = 0.00147,$$

bei einem Druck von 107 cm

$$= 0.00061 \qquad \text{resp.} = 0.00054.$$

---

1) Diss., München, 1903.
2) Kohlrausch, Lehrb. d. pr. Physik, p. 572.
3) „ „ „ „ p. 151.

Diese Zahlen zeigen den geringen Einfluss der Rohrweite in vorliegender Untersuchung. Die Korrektion wurde nachträglich an dem Resultat angebracht, indem der ohne die Korrektion nach Formel (7) berechnete Wert des Verhältnisses $\frac{k}{k_1}$, wie aus Formel (7) und (8) zu ersehen ist, mit $\left(\frac{1+\alpha_1}{1+\alpha_2}\right)^2$ zu multiplizieren war, wenn α_1 die Korrektion $\frac{\gamma}{2r\sqrt{\pi n}}$ für das benutzte Untersuchungsrohr, α_2 die für das Kontrollrohr unter den angewandten Drucken und Temperaturen bedeutet. Auf den in der Weise korrigierten Wert $\frac{k}{k_1}$ bezieht sich die Spalte „$\frac{k}{k_1}$ korr." in der Tabelle II.

Das die Temperatur des Kontrollrohres bestimmende Thermometer wurde mit einem von der Reichsanstalt geprüften verglichen, es war in dem in Betracht kommenden Intervall von 15° bis 22° zu der abgelesenen Temperatur + 0°05 zu addieren. Als Ausdehnungskoeffizient des Stickstoffs bei Zimmertemperatur und Atmosphärendruck wurde angenommen

$$\alpha = 0.003675 \text{ (abs. Nullp. } 272°1).$$

Bezüglich der elektrischen Temperaturbestimmung ist folgendes zu sagen.

Der zur Abgleichung dienende Edelmann'sche Rheostat im vierten Brückenzweig wurde mit einem von der Reichsanstalt geprüften, von Siemens und Halske bezogenen Rheostaten, verglichen; er befand sich mit diesem in guter Übereinstimmung, sodass eine Korrektion nicht angebracht werden musste; ausserdem wurden bei sämtlichen im folgenden beschriebenen Messungen stets dieselben Rheostatenspulen benutzt, sodass eine derartige Korrektion gar keinen Einfluss gehabt hätte. Der Widerstand der Zuleitung im Rheostatenzweig betrug 0.012 Ω, der der Zuleitung zum Platinthermometer 0.078 Ω, sodass für den Widerstand des Platins gilt

$$x = \frac{(r + 0.012) \cdot a}{b} - 0.078,$$

wenn r den Nennwert des Rheostaten, a und b die Abschnitte der Brücke bezeichnen.

Die Brücke wurde mit dem von der Reichsanstalt geprüften Rheostaten geeicht, der Mittelpunkt der Brücke lag bei 45.17 cm, die Eichung ergab:

$\frac{a}{b}$	Brückenabl. (Mittel)	$\frac{a}{b}$	Brückenabl.
0.900	76.350	1.010	42.210
910	73.060	020	39.255
920	69.805	030	36.425
930	66.695	040	33.615
940	63.485	050	30.835
950	60.280	060	28.045
960	57.135	070	25.270
970	54.160	080	22.565
980	51.065	090	19.925
990	48.115	100	17.285
1.000	45.170	110	14.610

Zur Bestimmung der Temperatur aus dem gemessenen Widerstand hatte ich das Thermometer mit dem von Bestelmeyer in der genannten Arbeit über die innere Reibung des Stickstoffs beschriebenen Thermometer II in einem Bad von flüssiger Luft verglichen, und zwar vor und nach Ausführung meiner Versuche über $\frac{c_p}{c_v}$. Zum Zweck der Vergleichung nahm ich das Mittelstück aus Messing zwischen den beiden Teilen meines Thermometers heraus und verband sie leitend durch einen mit Klemmschrauben befestigten dicken Kupferbügel, sodass die beiden Teile parallel und dicht nebeneinander zu liegen kamen. Zusammen mit dem Thermometer II wurden sie in gleicher Höhe und möglichst nahe bei diesem in ein Weinhold'sches Gefäss mit flüssiger Luft gebracht, die Zuleitungen waren mit Watte umwickelt, das Gefäss mit Watte zugestopft. Sowohl in der Schaltung meines Thermometers wie in der von Bestelmeyer beschriebenen seines Thermometers war nichts geändert worden. Die Beobachtung des Widerstandes wurde abwechselnd vorgenommen und für die Berechnung Mittelwerte benutzt aus den Ablesungen, die gemacht wurden, nachdem

sich ein übereinstimmender Gang beider Thermometer eingestellt hatte. Die in folgender Tabelle angegebenen Temperaturen sind aus dem Widerstand von Thermometer II berechnet. Aus den Messungen am 11. 7. 03 ergab sich:

Für die Temp.	beob. Widerst.	ber. Widerst.	Diff. in der letzten Stelle
	Ω	Ω	
— 188°00	—	23.051	—
— 188.35	22.886	22.896	+ 10
— 190.09	22.124	22.123	+ 19
— 190.40	21.976	21.985	+ 9
— 191.07	21.753	21.688	— 65
— 191.50	21.460	21.497	+ 36
— 192.56	21.015	21.026	+ 11

Die in Spalte „ber." eingetragenen Werte sind aus den Beobachtungen mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt worden. Es entspricht hiernach 0.001 Ω : 0°00225, der grössten Differenz — 0.065 Ω entspricht ein Fehler von — 0°15; man darf also annehmen, dass die berechneten Werte die Temperatur auf $\pm$ 0°03 genau angeben. Eine Vergleichung am 2. 9. 03, zu welcher auch das in der genannten Untersuchung von Bestelmeyer mit I bezeichnete Thermometer, auf welches Thermometer II bezogen war, mit herangezogen wurde, ergab für die Temperatur der benutzten flüssigen Luft — die drei Thermometer befanden sich in gleicher mittlerer Höhe und sehr nahe bei einander in derselben — nach:

Thermometer I:	— 190°43
Thermometer II:	— 190°45
Thermometer d. Verf.:	— 190°42

in vollkommen befriedigender Übereinstimmung.

Zur Bestimmung der Dichte des Stickstoffs bei der Temperatur der flüssigen Luft und verschiedenen Drucken, wurde die schon oben genannte empirisch gefundene Gleichung benutzt:

$$p\,v = 0.27774\,\vartheta - (0.03202 - 0.000253\,\vartheta)\,p,$$

worin ϑ die von — 273°04 als absoluten Nullpunkt gezählte Temperatur bedeutet, der Druck p in cm Quecksilber angegeben ist und das spezifische Volumen v auf das des Stickstoffs bei

0° und 76 cm Quecksilberdruck als Einheit zu beziehen ist. Zur Bestimmung des Wertes $\frac{k}{k_1}$ ist die Kenntnis der Temperatur nicht notwendig, wenn die Dichte des Gases im Augenblick des Versuches bekannt ist. Da nun die Dichte des Stickstoffs in der genannten Arbeit unter Beziehung auf Thermometer I bestimmt wurde, und mein Thermometer auf die Angaben des Thermometers I bezogen ist, so ist die vorliegende Untersuchung frei von den möglichen Fehlern in der absoluten Temperaturbestimmung, unabhängig von den speziellen Angaben meines Thermometers.

Beobachtungen zur Bestimmung der Grösse $\frac{k}{k_1}$.

Nach gleichmässiger Verteilung des Pulvers in den Schallröhren und dem darauf erfolgten, oben geschilderten Ausspülen des Apparates mit Stickstoff, wurde das zur Temperaturbestimmung des Kontrollrohres dienende Thermometer auf demselben befestigt, und der Apparat zur Temperaturausgleichung mehrere Stunden sich selbst überlassen. Dann wurde unter gleichzeitigem Stickstoffentwickeln das Untersuchungsrohr und das daneben befestigte Platinthermometer langsam mit flüssiger Luft umgeben, es wurde stets noch soviel Luft in die Wanne gegossen, dass 25 Minuten nach Beendigung der Stickstoffentwicklung in das Untersuchungsrohr, die je nach den Versuchsbedingungen bezw. des Druckes weniger oder mehr Zeit in Anspruch nahm, jedenfalls noch eine etwa 0.5 cm hohe Schicht das Untersuchungsrohr bedeckte. Etwa 20 Minuten nach Beendigung der Stickstoffentwicklung wurde eine vorläufige Einstellung auf der Brücke zur Widerstandsbestimmung gemacht, inzwischen auch Druck am Manometer und Barometer abgelesen. Dann wurde 5 bis 7 Minuten lang von Minute zu Minute Brückeneinstellungen vorgenommen, um aus dem Gang die Temperatur zur Zeit der Erzeugung der Schallwellen zu bestimmen; dieselbe wurde innerhalb der Zeit dieser 5 bis 7 Minuten vorgenommen unter eventueller Auslassung der Brückeneinstellung; gleich nach dem Anreiben des tönenden

Rohres wurde das Manometer und das Thermometer des Kontrollrohres abgelesen. Einige Zeit nach Entfernen der flüssigen Luft vom Untersuchungsrohr wurden die Wellenlängen dreimal in abwechselnder Richtung abgelesen und die Temperatur, die von einem gewöhnlichen in Grade geteilten Thermometer angegeben wurde, dessen Quecksilbergefäss Massstab und Glasrohr berührte, vorher und nachher bestimmt und der Mittelwert zur Bestimmung der Korrektion wegen Glas- und Massstabausdehnung notiert.

In der Tabelle I sind die mit Hilfe der Methode kleinster Quadrate aus den abgelesenen Wellenlängen abgeleiteten Werte, nach Berücksichtigung der Korrektion wegen Glas- und Massstabausdehnung eingetragen, zugleich mit den benutzten Drucken und Temperaturen in chronologischer Ordnung der Versuche. Die Tabellen III geben die Beobachtungen selbst wieder.

Tabelle I.

Nr.	Barometer	½ Wellenlänge	Druck (inkl. Bar.)	Temp. abs.[1])	½ Wellenlänge	Temp. in Celsius
		im Untersuchungsrohr			im Kontrollrohr	
	cm	mm	cm		mm	
1	71.52	17.620	28.20	81°64	33.901	21°25
2	71.93	17.538	71.93	82.68	33.772	19.55
3	71.73	17.441	70.22	81.78	33.750	20.35
4	71.67	17.504	31.67	80.77	33.728	21.26
5	71.68	17.844	21.38	83.32	33.773	21.05
6	71.77	17.765	44.77	83.59	33.818	20.45
7	71.24	17.349	95.74	82.25	33.526	17.45
8	71.80	17.317	98.00	82.15	33.434	16.15
9	71.53	17.177	104.03	81.30	33.562	17.45
10	71.45	17.164	107.95	81.25	33.662	18.45
11	71.56	17.294	111.66	82.49	33.761	18.65
12	71.76	17.626	18.66	81.18	33.673	18.45
13	71.73	17.353	84.33	82.00	33.746	19.45
14	71.75	17.709	16.25	82.88	33.705	19.35
15	71.98	17.673	56.58	83.31	33.812	19.35
16	72.35	17.682	33.95	82.43	33.646	18.55
17	72.17	17.339	121.37	83.41	33.697	18.35

Nr. 1—15 wurde mit Untersuchungsrohr II, 16 und 17 mit Untersuchungsrohr III ausgeführt.

[1]) Gezählt von — 273°04 C.

Genauigkeit der Messungen.

Versuche, bei denen die abgelesenen Wellenlängen sich um mehr als 1 mm unserschieden, wurden ausgeschlossen, abgesehen von solchen, bei welchen nur ein etwas zu grosser Wert zwischen zwei verhältnismässig zu kleinen oder umgekehrt vorkam. Der wahrscheinliche Fehler des mit Hilfe der Methode kleinster Quadrate abgeleiteten Mittelwertes ist je nach der Güte der Uebereinstimmung der abgelesenen Wellenlänge etwas verschieden; indessen ist die Verschiedenheit nur gering im vorliegenden Falle wegen Ausschlusses solcher Versuche mit grösseren Abweichungen, und da sowohl im Kontrollrohr wie auch im Untersuchungsrohr bei allen Versuchen nahezu die gleiche Anzahl von Wellenlängen abgelesen wurde. Bezeichnet n die Anzahl der Messungen, ε den mittleren Fehler der einzelnen Beobachtung, so wurde der mittlere Fehler des Resultates bestimmt zu $E = \frac{\varepsilon}{\sqrt{P}}$, wo $P = \frac{n(n^2-1)}{12}$ das Gewicht des Resultates bedeutet. Als wahrscheinlichen Fehler $= \pm \frac{2}{3} E$ ergab sich sowohl für das Kontrollrohr, wie auch für das Untersuchungsrohr eine Grösse bis zu $\pm 0.7\,^0/_{00}$ des Wertes der Wellenlänge. Der Einfluss dieses Fehlers auf das Resultat $\frac{k}{k_1}$ der Untersuchung kann im ungünstigen Fall bis zu $2.8\,^0/_{00}$ betragen.

Eine weitere Fehlerquelle bildet die Temperaturmessung, besonders die für das Kontrollrohr. Davon, für das Kontrollrohr Siedetemperatur des Wassers zu benutzen, eine Massregel, die eine recht bedeutende Verbesserung der angewandten Methode bedeutet hätte, musste Abstand genommen werden wegen dadurch eintretender zu grosser Kompliziertheit der Versuchsanordnung. Ohne diese Vorsichtsmassregel eines konstanten Temperaturbades für Kontrollrohr und Thermometer, war zu erwarten, dass das Thermometer nur sehr angenähert richtig die Temperatur des Kontrollrohres angeben würde, indem viel eher das Thermometer den Temperatureinflüssen der umgeben-

den Luft folgen muss als die im Kontrollrohr befindliche Gasmasse. So habe ich mehrere Male bemerkt, dass trotz des angewandten Wärmeschutzes durch meine Nähe und die Notwendigkeit der Beleuchtung beim Eingiessen der flüssigen Luft in das Temperaturbad des Untersuchungsrohres und bei den anderen für den Versuch notwendigen Manipulationen am Apparat in der halben Stunde vor Erregung der Tonwellen, die Temperatur des Thermometers um mehr als 0°5 stieg. Trotz der Massregel des mehrere Stunden langen unberührten Stehens des Apparates zum Temperaturausgleich zwischen Kontrollrohr, Thermometer und äusserer Luft darf man ferner doch kaum annehmen, dass ein völliger Ausgleich stattgefunden hat, da die Zimmertemperatur eines viel betretenen Raumes nicht konstant ist. Ich nehme aus diesen Gründen eine mögliche Differenz von 1°0 zwischen beobachteter und wahrer Temperatur des Gases im Kontrollrohr an, der ein wahrscheinlicher Fehler von $\pm$ 0°7 entspricht. Die Temperatur beeinflusst nun das Resultat proportional ihrem absoluten Wert, danach kann diese Fehlerquelle das Resultat um $\pm$ 2.3 ‰ fehlerhaft machen.

Bezüglich der Temperaturmessung des Untersuchungsrohres ist folgendes zu sagen. Würde die Temperatur der flüssigen Luft während der Dauer des Versuches konstant bleiben, so dürfte man annehmen, dass in 25 Minuten das Gas im Untersuchungsrohr die Temperatur der flüssigen Luft merklich angenommen habe. Infolge der Sauerstoffanreicherung steigt aber die Temperatur, und in dem vorliegenden Fall, wie die Beobachtung zeigt, pro Minute um 0°03. Hinter dieser Temperaturzunahme wird die der Gasmasse im Untersuchungsrohr zurückbleiben. Indessen wird sich in allen Versuchen nach Ablauf von 25 Minuten die gleiche Differenz zwischen wahrer und beobachteter Temperatur eingestellt haben. Wie eine leicht auszuführende Rechnung unter Zugrundelegung der Wärmeleitungsgleichung zeigt, beträgt diese Differenz weniger als 0°01, darf also unberücksichtigt bleiben. Da ferner darauf geachtet wurde, dass das Platinthermometer und das Untersuchungsrohr in gleicher Höhe in flüssiger Luft sich befanden, so darf angenommen werden,

dass in der Temperaturbestimmung des Gases im Untersuchungsrohr nur kleine Fehler vorliegen. Um übersehen zu können, in welcher Weise ein Fehler in dieser Temperaturbestimmung das Resultat beeinflusst, schreiben wir Gleichung (7) mit Benutzung von Gleichung (3) in der Form:

$$\frac{k}{k_1} = \left(\frac{\lambda}{\lambda_1}\right)^2 \cdot 76 \cdot (1 + \alpha t) \frac{h_1 \vartheta}{(h_1 \vartheta + (h_2 + h_3 \vartheta) p)^2}$$

$$= \left(\frac{\lambda}{\lambda_1}\right)^2 \cdot 76 \cdot (1 + \alpha t) \frac{1}{h_1 \vartheta + 2 (h_2 + h_3 \vartheta) p + \frac{(h_2 + h_3 \vartheta)^2 p^2}{h_1 \vartheta}}$$

d. h. $\frac{k}{k_1}$ ist in erster Annäherung der absoluten Temperatur umgekehrt proportional. Nehmen wir als möglichen Fehler der Temperaturbestimmung 0°1 an, so entspricht demselben im Resultat $+ 0.8\,^0/_{00}$ wahrscheinlicher Fehler.

Endlich sind die benutzten Mittelwerte für die Dichte nach den Angaben der genannten Arbeit auf etwa $1\,^0/_{00}$ ungenau, diese Unsicherheit geht natürlich auch in die absoluten Werte des Resultates ein, während sie die relativen Werte der einzelnen Beobachtungen nicht beeinflussen kann.

Aus dem Gesagten ergibt sich ein möglicher Fehler von $\pm 5.9\,^0/_{00}$ in den beobachteten Grössen $\frac{k}{k_1}$ unter den verschiedenen Bedingungen gegen die aus ihnen folgenden Mittelwerte.

Tatsächlich wird von 3 beobachteten Werten die mögliche Fehlergrenze $\pm 5.9\,^0/_{00}$ nahezu oder vollständig erreicht. Das lässt vermuten, dass noch eine andere, nicht berücksichtigte Fehlerquelle besteht. Diese liegt ohne Zweifel in dem schwer in Rechnung zu setzenden Einfluss der Intensität des Tones. Experimentell hat sich bisher ein solcher nicht feststellen lassen, welches in der Schwierigkeit der Untersuchung begründet liegt. Wüllner glaubte durch messbare Intensitätsveränderungen der Schallquelle der Antwort auf die Frage näher zu kommen und leitete aus seinen Versuchen das Resultat ab, dass ein Einfluss nicht bestehe, so lange es sich wenigstens nicht um explosionsartige

Erregung handle, auf welche sich allerdings der von Regnault beobachtete Intensitätseinfluss bezieht. Indessen erscheint es fraglich, ob auf diese einfache Weise die Entscheidung herbeigeführt werden kann, indem mit einem möglichen Einfluss der Intensität aufs engste der Einfluss mehr oder weniger guter Resonanz im Schallrohr verknüpft ist. Es ist also wohl möglich, dass ein wenn auch kleiner Teil der Abweichung der beobachteten Grösse von dem Mittelwert darauf zurückzuführen ist, dass, wie oben bemerkt wurde, man nicht in der Lage war, systematisch für jeden Versuch eine besonders gute Einstellung zu suchen.[1])

Resultat.

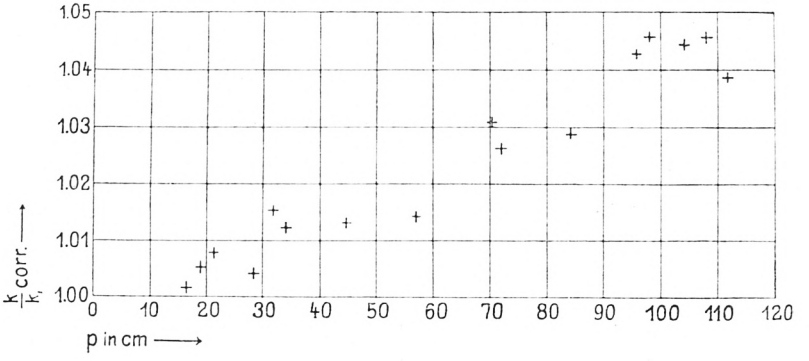
Nach Gleichung (7) wurden aus den in Tabelle I gegebenen Beobachtungen die Werte $\frac{k}{k_1}$ für die betreffenden Drucke und Temperaturen berechnet. Das Ergebnis ist in der folgenden Tabelle II wiedergegeben. In einer Spalte der Tabelle befindet sich ausserdem das Verhältnis $\frac{p}{s}$ des im Untersuchungsrohr angewandten Druckes p zu dem bei der benutzten Temperatur notwendigen Sättigungsdruck s, welcher aus den Beobachtungen von Baly[2]) entnommen ist. Denn es war zu erwarten, dass falls

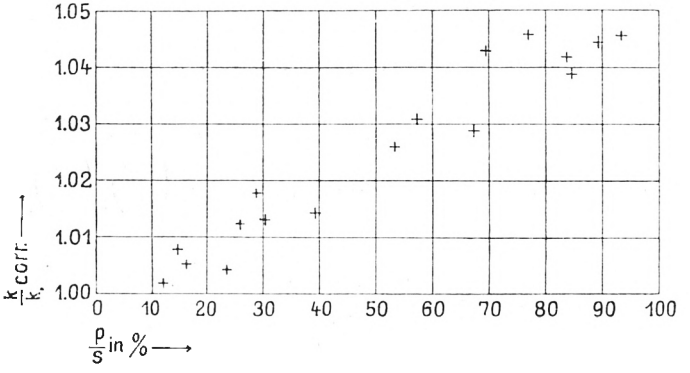
---

[1]) Berechnet man aus den Wellenlängen im Kontrollrohr und der entsprechenden Temperatur die Höhe des in dem betreffenden Versuch benutzten Tones, so bemerkt man ziemlich grosse Abweichungen zwischen den Tonhöhen der verschiedenen Versuche (bis zu 6 ‰). Nimmt man das Mittel derselben aus allen 17 Versuchen und nimmt an, wie es wahrscheinlich ist, da die Unterstützung der Knotenpunkte des Ton gebenden Rohres nicht verändert worden ist, dass die Tonhöhe merklich konstant geblieben ist, und berechnet mit Benutzung dieses Mittelwertes die Grösse $\frac{k}{k_1}$ aus den Beobachtungen mit dem Untersuchungsrohr, so ergeben sich wesentlich geringere Abweichungen zwischen den beobachteten Werten $\frac{k}{k_1}$ und den mittleren Werten. Hiernach scheint es also, als ob vor allem die Bestimmung der Wellenlänge im Kontrollrohr die Unsicherheit in das Resultat gebracht hat.

[2]) Baly, Philos. Mag. (5) Bd. 49, 1900, p. 527.

eine Abhängigkeit der Grösse $\frac{k}{k_1}$ vom Druck vorliegt, wie es die Beobachtung tatsächlich zeigt, welche wegen der Nähe des Kondensationspunktes eine Abhängigkeit von der Temperatur nach sich ziehen muss, die Grösse $\frac{k}{k_1}$ sich leichter wird darstellen lassen in der Abhängigkeit von dem Verhältnis $\frac{p}{s}$ als von p allein, da die Abhängigkeit von der Temperatur getrennt in den engen Grenzen, die zur Anwendung kommen konnten, nicht aus der Beobachtung abgeleitet werden konnte. Aus diesem Grunde wurde auch ausser der graphischen Darstellung der Abhängigkeit vom Druck noch die der Abhängigkeit von dem Verhältnis $\frac{p}{s}$ gewählt.





Mit untrüglicher Sicherheit geht aus den Beobachtungen hervor, dass die Grösse $k = \frac{c_p}{c_v}$ des Stickstoffs mit dem Druck bei der Temperatur der flüssigen Luft wächst, und zwar in den möglichen Druckgrenzen von nahezu 2 Atmosphären um etwa 5 %. Aus der graphischen Darstellung geht hervor, dass sich das Resultat besser folgendermassen ausdrücken lässt:

Das Verhältnis der spezifischen Wärmen $\frac{c_p}{c_v}$ des Stickstoffs bei der Temperatur der flüssigen Luft nimmt in erster Annäherung zu proportional dem Verhältnis des angewandten Druckes p zum Sättigungsdruck s der benutzten Temperatur und zwar um fast 5 %, wenn p von 0 bis s wächst.

Ferner darf man mit sehr grosser Wahrscheinlichkeit aus den Beobachtungen schliessen, dass auch bei der Temperatur der flüssigen Luft das Verhältnis der spezifischen Wärmen des Stickstoffs für genügend niedrige Drucke den Wert behält, den es unter Atmosphärendruck bei Zimmertemperatur besitzt.

Mittels der graphischen Darstellung kann man (mit einigem Vorbehalt bezüglich der Sicherheit) für die Abhängigkeit des Verhältnisses $\frac{k}{k_1}$ von $\frac{p}{s}$ die empirische Gleichung aufstellen:

$$\frac{k}{k_1} = 0.99625 + 0.0556 \frac{p}{s},$$

(auf welche sich in Tabelle II „$\frac{k}{k_1}$ ber.“ bezieht), oder wenn man für k_1 den Wert 1.405 einsetzt:

a) $$k = \frac{c_p}{c_v} = 1.3997 + 0.07812 \frac{p}{s}.$$

Ferner kann man aus der Formel für die Dichte des Stickstoffs den Wert $c_p - c_v$ aus der Gleichung $c_p - c_v = \vartheta \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_v \left(\frac{\partial v}{\partial \vartheta}\right)_p$ berechnen; es ergibt sich:

$$c_p - c_v = \frac{(h_1 + h_3 p)^2}{h_1}$$

also mit Beziehung auf absolutes Mass, resp. Zimmertemperaturkalorien:

$$\text{b)} \qquad c_p - c_v = \frac{(h_1 + h_3 p)^2}{h_1} \frac{13.596}{42700} \frac{1}{0.0012508}.$$

Nach Einsetzen der Zahlenwerte für h_1 und h_3 und bei Vernachlässigung von höheren Potenzen von p ergibt sich aus den Gleichungen (a) und (b):

$$c_v = 0.1769 + 0.000322\, p - \frac{0.0346}{s} p$$

$$c_p = 0.2476 + 0.000451\, p - \frac{0.0346}{s} p.$$

Tabelle II.

Nr.	abs. Temp.	Druck p	Druck / Sättig.-Druck in %	$\frac{k}{k_1}$	$\frac{k}{k_1}$ corr.	$\frac{k}{k_1}$ ber.
		cm				
1	81°64	28.20	23.4	1.004	1.004	1.009
2	82.68	71.93	53.5	1.026	1.026	1.026
3	81.78	70.22	57.3	1.031	1.030	1.027
4	80.77	31.67	28.8	1.018	1.018	1.012
5	83.32	21.38	14.8	1.008	1.008	1.004
6	83.59	44.77	30.3	1.013	1.013	1.013
7	82.25	95.74	74.5	1.044	1.043	1.037
8	82.15	98.00	77 0	1.046	1.045	1.039
9	81.30	104.03	89.5	1.045	1.044	1.046
10	81.25	107.95	93.3	1.046	1.045	1.048
11	82.49	111.66	84.8	1.040	1.039	1.043
12	81.18	18.66	16.2	1.005	1.005	1.005
13	82.00	84.33	67.3	1.029	1.029	1.033
14	82.88	16.25	11.9	1.002	1.001	1.003
15	83.31	56.58	39.4	1.015	1.014	1.018
16	82.43	33.95	25.9	1.012	1.012	1.010
17	83.41	121.37	83.8	1.043	1.042	1.043

Anhang.

Zum Schluss gebe ich hier noch die Resultate, die ich mit Benutzung des Untersuchungsrohres 1 erhalten habe. Auch diese Beobachtungen weisen auf die gleiche Abhängigkeit der Grösse $k = \frac{c_p}{c_v}$ vom Verhältnis des Druckes zum Sättigungsdruck hin, doch weichen die mittleren Werte, die man aus diesen Versuchen erhält, von denen der geschilderten Versuche um etwa 0.5 % ab. Ein Grund zu der Abweichung liegt in der Verwendung einer grösseren Menge Kieselsäure im Kontrollrohr während der Benutzung des Untersuchungsrohres 1. Ob dies indessen der einzige Grund ist, lässt sich nachträglich, da das Rohr zerbrach nicht mehr untersuchen. Jedenfalls dürfen die Versuche gegen die oben beschriebenen nicht in Betracht gezogen werden, da man sie immerhin noch als Vorversuche betrachten kann, bei welchen nicht die in den späteren Versuchen angewandte ausführliche Vorbereitung besonders bezüglich des Temperaturausgleiches getroffen wurde.

Nr.	Temp.	halbe Wellenl.	Temp.	halbe Wellenl.	Druck	Druck / Sättig.-Druck in %	$\frac{k}{k_1}$	$\frac{k}{k_1}$ corr.
	im Kontrollrohr		im Untersuchungsrohr					
		mm		mm	cm			
1	19°.95	33.724	81°.30	17.433	72.0	62.0	1.043	1.042
2	19.75	33.740	83.08	17.804	27.8	19.8	1.013	1.013
3	18.35	33.613	81.63	17.461	71.5	59.3	1.041	1.041
4	17.75	33.542	81.91	17.710	17.9	14.4	1.012	1.013
5	21.93	33.923	82.92	17.706	49.5	35.9	1.022	1.022
6	17.35	33.625	83.05	17.885	18.7	13.4	1.012	1.012

Tabelle III.

Versuch Nr. 1. 10. 8. 03.

Untersuchungsrohr.

In flüssiger Luft: $2^h\,45^m$
Temperatur der flüssigen Luft:

Zeit	Brückeneinstellung
$3^h\,11^m$	51.70
12	45
13	20
15	50.80
16	60
17	38

Wellenerregung: $3^h\,16^m\,30^s$
Druck gemessen: $3^h\,17^m$: $p = 28.2$ cm

Ablesung der Wellen bei 22^0

			Mittel [1]	Diff. in mm
54.99	55.00	54.99	54.98*	17.5
53.23	53.26	53.23	53.23*	7
51.46	51.49	51.40	51.46*	6
49.71	49.71	49.71	49.70*	18.2
47.90	47.86	47.91	47.88*	17.5
46.12	46.16	46.10	46.13	2
44.40	44.41	44.42	44.41	5
42.66	42.64	42.67	42.66	7
40.90	40.88	40.90	40.89	9
39.09	39.11	39.10	39.10	5
37.38	37.30	37.38	37.35	7
35.59	35.57	35.58	35.58	6
33.83	33.82	33.82	33.82	8
32.06	32.06	32.03	32.04	5
30.30	30.29	30.29	30.29	9
28.50	28.50	28.51	28.50	3
26.77	26.76	26.77	26.77	7
25.00	25.00	25.00	25.00	7
23.21	23.23	23.24	23.23	9
21.42	21.45	21.45	21.44	5
19.67	19.70	19.71	19.69	7
17.91	17.93	17.93	17.92	5
16.14	16.17	16.19	16.17	8
14.39	14.39	14.40	14.39	7
12.61	12.62	12.62	12.62	4
10.88	10.87	10.88	10.88	9
9.10	9.09	9.09	9.09	7
7.32	7.31	7.32	7.32	

Kontrollrohr.

Temp.: $21^0\!.2$. Barom.: 71.52 cm

Ablesung der Wellen bei 23^0

			Mittel	Diff. in mm
49.88	49.97	49.94	49.92*	33.3
46.57	46.57	46.63	46.59	34.8
43.09	43.13	43.10	43.11	33.8
39.72	39.73	39.75	39.73	33.8
38.38	36.37	36.30	36.35	34.5
32.90	32.90	32.91	32.90	33.8
29.51	29.56	29.49	29.52	33.6
26.14	26.24	26.10	26.16	33.5
22.80	22.83	22.81	22.81	33.9
19.40	19.42	19.44	19.42	33.9
16.05	16.09	16.02	16.03	34.3
12.61	12.60	12.60	12.60	33.6
9.22	9.26	9.25	9.24	33.7
5.86	5.85	5.88	5.87	

[1]) An die mit * versehenen Zahlen wurde die Massstabkorrektion angebracht (vergl. oben).

Versuch Nr. 2. 11. 8. 03.

Untersuchungsrohr.

In flüssiger Luft und Ende der Gasentwicklung $9^h\,35^m$

Temperatur der flüssigen Luft:

Zeit	Brückeneinstellung
$10^h\,15^m$	44.91
16	65
17	42
18	18

Wellenerregung: $10^h\,17^m\,30^s$

Druck: $p = 71.93$ cm

Ablesung der Wellen bei 20°3

			Mittel	Diff. in mm
53.15	53.14	53.11	53.12*	17.7
51.37	51.35	51.37	51.35*	4
49.63	49.60	49.62	49.61*	5
47.89	47.85	47.88	47.86*	4
46.14	46.10	46.12	46.12	4
44.37	44.37	44.39	44.38	9
42.60	42.57	42.60	42.59	1
40.87	40.87	40.89	40.88	5
39.15	39.10	39.15	39.13	18.1
37.32	37.31	37.33	37.32	17.5
35.60	35.54	35.57	35.57	9
33.80	33.77	33.78	33.78	0
32.09	32.07	32.09	32.08	7
30.30	30.30	30.33	30.31	4
28.57	28.57	28.58	28.57	7
26.80	26.80	26.80	26.80	5
25.05	25.04	25.06	25.05	6
23.30	23.29	23.29	23.29	5
21.54	21.53	21.54	21.54	9
19.78	19.74	19.74	19.75	4
18.02	18.00	18.00	18.01	9
16.24	16.22	16.20	16.22	2
14.50	14.50	14.50	14.50	8
12.72	12.72	12.71	12.72	4
10.99	10.98	10.98	10.98	8
9.20	9.20	9.20	9.20	4
7.45	7.46	7.47	7.46	5
5.70	5.70	5.72	5.71	

Kontrollrohr.

Temp.: 19°5. Barom.: 71.93 cm

Ablesung der Wellen bei 21°3

			Mittel	Diff. in mm
49.89	50.00	49.98	49.95*	34.0
46.53	46.56	46.57	46.55	33.4
43.19	43.20	43.23	43.21	34.2
39.77	39.80	39.80	39.79	33.5
36.40	36.48	36.44	36.44	33.9
33.03	33.08	33.05	33.05	33.2
29.72	29.75	29.73	29.73	34.3
26.28	26.34	26.28	26.30	33.7
22.92	22 96	22.92	22.93	33.2
19.60	19.62	19.60	19.61	34.0
16.20	16.22	16.22	16.21	34.1
12.80	12.80	12.80	12.80	34.0
9.39	9.42	9.39	9.40	33.8
6.02	6.04	6.00	6.02	

Versuch Nr. 3. 12. 8. 03.

Untersuchungsrohr.

In flüssiger Luft und Ende der Gasentwicklung: $10^h\ 5^m$

Temperatur der flüssigen Luft:

Zeit	Brückeneinstellung
$10^h\ 28^m$	49.82
29	60
30	42
31	24
32	05

Wellenerregung: $10^h\ 30^m\ 30^s$

Druck gemessen: $10^h\ 31^m$: $p = 70.22$ cm

Ablesung der Wellen bei 21°7

			Mittel	Diff. in mm
52.30	52.29	52.32	52.29*	17.1
50.59	50.59	50.59	50.58*	5
48.85	48.84	48.83	48.83*	2
47.14	47.12	47.10	47.11*	3
45.39	45.38	45.38	45.38	7
43.63	43.59	43.60	43.61	2
41.88	41.89	41.91	41.89	5
40.15	40.15	40.11	40.14	4
38.41	38.39	38.39	38.40	8
36.64	36 60	36.61	36.62	4
34.89	34.89	34.85	34.88	2
33.18	33.15	33.14	33.16	6
31.40	31.40	31.39	31.40	4
29.66	29.65	29.66	29.66	8
27.88	27.88	27.89	27.88	3
26.16	26.14	26.14	26.15	3
24.46	24.39	24.41	24.42	6
22.67	22.66	22.66	22.66	6
20.90	20.89	20.90	20.90	8
19.13	19.12	19.12	19.12	3
17.38	17.40	17.39	17.39	4
15.65	15.65	15.66	15.65	5
13.90	13.90	13.90	13.90	2
12.18	12.19	12.18	12.18	7
10.41	10.40	10.42	10.41	4
8.67	8.64	8.69	8.67	6
6.92	6.91	6.91	6.91	3
5.19	5.17	5.19	5.18	

Kontrollrohr.

Temp.: 20°3. Barom.: 71.73 cm

Ablesung der Wellen bei 22°2

			Mittel	Diff. in mm
53.32	53.37	53.34	53.33*	33.6
50.00	49.98	49.97	49.97*	6
46.64	46.59	46.59	46.61	6
43.24	43.26	43.26	43.25	5
39.90	39.90	39.89	39.90	3
36.56	36.59	36.56	36.57	34.2
33.14	33.15	33.15	33.15	33.7
29.79	29.79	29.76	29.78	7
26.41	26.42	26.39	26.41	8
23.04	23.03	23.01	23.03	8
19.66	19.66	19.64	19.65	7
16.29	16.29	16.27	16.28	34.3
12.83	12.88	12.85	12.85	33.8
9.45	9.49	9.47	9.47	7
6.10	6.10	6.10	6.10	

Versuch Nr. 4. 12. 8. 03.

Untersuchungsrohr.

In flüssiger Luft: $2^h\,55^m$

Temperatur der flüssigen Luft:

Zeit	Brückeneinstellung
$3^h\,21^m$	56.05
22	55.90
23	75
24	60

Wellenerregung: $3^h\,23^m\,30^s$

Druck gemessen: $3^h\,24^m$: $p = 31.67$ cm

Ablesung der Wellen bei 22°9

			Mittel	Diff. in mm
55.71	55.72	55.72	55.71*	17.8
53.93	53.95	53.93	53.93*	8
52.15	52.19	52.14	52.15*	5
50.42	50.41	50.41	50.40*	4
48.66	48.68	48.68	48.66*	5
46.90	46.92	46.94	46.91*	0
45.21	45.21	45.22	45.21	7
43.43	43.45	43.44	43.44	9
41.66	41.66	41.62	41.65	4
39.92	39.92	39.89	39.91	8
38.13	38.13	38.14	38.13	3
36.40	36.40	36.40	36.40	8
34.61	34.63	34.62	34.62	4
32.86	32.90	32.88	32.88	3
31.18	31.14	31.13	31.15	4
29.40	29.43	29.41	29.41	9
27.61	27.64	27.60	27.62	4
25.87	25.88	25.88	25.88	3
24.13	24.16	24.17	24.15	5
22.40	22.41	22.40	22.40	9
20.61	20.61	20.60	20.61	3
18.86	18.90	18.89	18.88	9
17.10	17.11	17.07	17.09	3
15.37	15.37	15.35	15.36	6
13.60	13.60	13.60	13.60	4
11.85	11.88	11.86	11.86	7
10.08	10.10	10.09	10.09	8
8.31	8.32	8.31	8.31	3
6.58	6.59	6.58	6.58	

Kontrollrohr.

Temp.: 21°5. Barom.: 71.67 cm

Ablesung der Wellen bei 22°4

			Mittel	Diff. in mm
53.05	53.05	53.05	53.04*	33.8
49.69	49.68	49.65	49.66*	2
46.36	46.32	46.33	46.34	34.1
42.94	42.92	42.92	42.93	33.9
39.55	39.52	39.56	39.54	9
36.16	36.18	36.12	36.15	8
32.75	32.78	32.77	32.77	5
29.40	29.45	29.40	29.42	6
26.03	26.09	26.05	26.06	5
22.68	22.76	22.70	22.71	34.1
19.29	19.32	19.29	19.30	33.4
15.98	15.95	15.96	15.96	8
12.58	12.60	12.55	12.58	6
9.20	9.21	9.24	9.22	34.1
5.80	5.80	5.83	5.81	

Versuch Nr. 5. 12. 8. 03.

Untersuchungsrohr.

In flüssiger Luft: $7^h\ 30^m$,
ausgepumpt: $7^h\ 38^m$

Temperatur der flüssigen Luft:

Zeit	Brückeneinstellung
$8^h\ 0^m$	41.10
1	40.80
2	55
3	—
4	00

Wellenerregung: $8^h\ 2^m\ 30^s$

Druck gemessen: $8^h\ 3^m$: $p = 21.38$ cm

Ablesung der Wellen bei 22°8

			Mittel	Diff. in mm
54.26	54.25	54.27	54.25*	17.9
52.48	52.48	52.46	52.46*	8
50.70	50.69	50.69	50.68*	7
48.94	48.91	48.92	48.91*	8
47.14	47.14	47.13	47.13*	8
45.35	45.34	45.35	45.35	9
43.58	43.57	43.53	43.56	5
41.81	41.80	41.81	41.81	18.2
40.00	39.99	39.99	39.99	17.8
38.21	38.21	38.21	38.21	18.3
36.40	36.38	36.35	36.38	17.7
34.61	34.61	34.61	34.61	18.0
32.81	32.80	32.82	32.81	17.9
31.03	31.02	31.02	31.02	7
29.28	29.25	29.22	29.25	9
27.48	27.45	27.44	27.46	6
25.69	25.70	25.70	25.70	9
23.92	23.91	23.91	23.91	18.0
22.11	22.11	22.11	22.11	17.9
20.31	20.32	20.32	20.32	18.1
18.51	18.52	18.51	18.51	17.7
16.74	16.74	16.73	16.74	18.0
14.95	14.93	14.94	14.94	17.8
13.15	13.15	13.18	13.16	18.1
11.35	11.35	11.36	11.35	17.9
9.56	9.56	9.57	9.56	6
7.78	7.81	7.80	7.80	

Kontrollrohr.

Temp.: 21°0. Barom.: 71.68 cm

Ablesung der Wellen bei 22°5

			Mittel	Diff. in mm
49.89	49.94	49.92	49.91*	33.3
46.52	46.60	46.61	46.58	34.1
43.15	43.13	43.24	43.17	33.8
—	—	—	[39.79]	8
36.40	36.44	36.40	36.41	6
33.05	33.05	33.05	33.05	6
29.67	29.72	29.68	29.69	8
26.28	26.33	26.33	26.31	34.2
22.85	22.92	22.91	22.89	33.5
19.50	19.58	19.55	19.54	5
16.16	16.22	16.20	16.19	34.0
12.76	12.81	12.79	12.79	33.6
9.43	9.42	9.44	9.43	34.4
5.99	5.99	5.99	5.99	

Versuch Nr. 6. 13. 8. 03.

Untersuchungsrohr.

In flüssiger Luft: $9^h\ 40^m$,
ausgepumpt: $9^h\ 45^m$

Temperatur der flüssigen Luft:

Zeit	Brückeneinstellung
$10^h\ 7^m\ 45^s$	39.60
8	53
9	28
10	00
11	38.70
12	40

Wellenerregung: $10^h\ 10^m\ 30^s$

Druck gemessen: $10^h\ 11^m$: p=44.77 cm

Ablesung der Wellen bei 22°1

			Mittel	Diff. in mm
53.72	53.73	53.73	53.72*	17.8
51.94	51.95	51.96	51.94*	6
50.19	50.19	50.20	50.18*	5
48.44	48.45	48.42	48.43*	6
46.66	46.67	46.67	46.67	18.0
44.88	44.85	44.88	44.87	17.7
43.09	43.10	43.10	43.10	6
41.35	41.32	41.34	41.34	18.0
39.54	39.53	39.56	39.54	17.8
37.75	37.76	37.78	37.76	18.0
35.96	35.96	35.96	35.96	17.9
34.18	34.17	34.16	34.17	6
32.42	32.40	32.40	32.41	7
30.64	30.65	30.64	30.64	7
28.86	28.86	28.88	28.87	9
27.08	27.08	27.08	27.08	8
25.30	25.30	25.30	25.30	6
23.53	23.54	23.54	23.54	18.1
21.73	21.73	21.74	21.73	17.9
19.94	19.94	19.93	19.94	9
18.16	18.14	18.14	18.15	6
16.40	16.39	16.38	16.39	9
14.60	14.60	14.60	14.60	9
12.81	12.81	12.81	12.81	8
11.03	11.03	11.02	11.03	6
9.27	9.26	9.27	9.27	7
7.50	7.50	7.49	7.50	7
5.73	5.73	5.72	5.73	

Kontrollrohr.

Temp.: 20°4. Barom.: 71.77 cm

Ablesung der Wellen bei 22°5

			Mittel	Diff. in mm
46.59	46.55	46.55	46.56	33.0
43.29	43.24	43.24	43.26	34.2
39.83	39.85	39.83	39.84	33.6
36.49	36.48	36.48	36.48	7
33.11	33.11	33.11	33.11	34.1
29.71	29.70	29.69	29.70	1
26.30	26.27	26.30	26.29	33.5
22.93	22.93	22.95	22.94	34.0
19.55	19.55	19.52	19.54	33.4
16.21	16.20	16.18	16.20	9
12.81	12.81	12.80	12.81	34.1
9.43	9.38	9.40	9.40	33.8
6.02	6.02	6.02	6.02	

Versuch Nr. 7. 18. 8. 03.

Untersuchungsrohr.

In flüssiger Luft: $4^h\ 30^m$;
Ende der Gasentwicklung: $4^h\ 37^m$
Temperatur der flüssigen Luft:

Zeit	Brückeneinstellung
$4^h\ 56^m$	47.40
57	17
58	46.93
60	47

Wellenerregung: $4^h\ 58^m\ 30^s$
Druck gemessen: $4^h\ 59^m$: $p = 95.74$ cm

Ablesung der Wellen bei 19°9

			Mittel	Diff. in mm
57.32	57.32	57.31	57.31*	17.1
55.62	55.61	55.61	55.60*	5
53.85	53.87	53.86	53.85*	6
52.10	52.10	52.10	52.09*	4
50.36	50.36	50.35	50.35*	3
48.64	48.63	48.63	48.62*	2
46.92	46.91	46.90	46.90*	5
45.16	45.14	45.15	45.15	5
43.40	43.40	43.40	43.40	5
41.64	41.65	41.67	41.65	1
39.94	39.94	39.94	39.94	2
38.22	38.22	38.22	38.22	2
36.50	36.49	36.50	36.50	9
34.72	34.72	34.70	34.71	2
33.00	32.97	32.99	32.99	4
31.23	31.25	31.24	31.25	4
29.52	29.51	29.51	29.51	3
27.78	27.79	27.78	27.78	2
26.08	26.06	26.05	26.06	6
24.31	24.28	24.31	24.30	3
22.55	22.58	22.58	22.57	5
20.81	20.83	20.83	20.82	2
19.11	19.09	19.10	19.10	7
17.34	17.34	17.31	17.33	3
15.60	15.60	15.60	15.60	3
13.87	13.86	13.87	13.87	2
12.15	12.15	12.16	12.15	5
10.40	10.40	10.39	10.40	5
8.65	8.66	8.65	8.65	5
6.89	6.90	6.91	6.90	1
5.19	5.19	5.18	5.19	5
3.45	3.45	3.41	3.44	

Kontrollrohr.

Temp.: 17°4. Barom.: 71.24 cm

Ablesung der Wellen bei 19°5

			Mittel	Diff. in mm
50.02	50.02	50.00	50.00*	33.9
46.55	46.63	46.65	46.61	8
43.20	43.26	43.24	43.23	32.9
39.94	39.94	39.94	39.94	33.4
36.60	36.60	36.60	36.60	7
33.20	33.26	33.22	33.23	3
29.90	29.90	29.90	29.90	3
26.56	26.60	26.56	26.57	7
23.20	23.21	23.19	23.20	8
19.83	19.82	19.80	19.82	3
16.49	16.49	16.49	16.49	9
13.10	13.10	13.09	13.10	5
9.75	9.75	9.75	9.75	8
6.37	6.37	6.37	6.37	

Versuch Nr. 8. 20. 8. 03.

Untersuchungsrohr.

In flüssiger Luft und Ende der Gasentwicklung: $10^h\ 20^m$

Temperatur der flüssigen Luft:

Zeit	Brückeneinstellung
$10^h\ 45^m$	47.92
46	72
47	50
48	30
49	10

Wellenerregung: $10^h\ 47^m\ 30^s$

Druck gemessen: $10^h\ 48^m$: $p = 98.00$ cm

Ablesung der Wellen bei 15°4

			Mittel	Diff. in mm
56.30	56.26	56.28	56.27*	17.4
54.54	54.52	54.55	54.53*	8
52.76	52.76	52.77	52.75*	0
51.09	51.04	51.04	51.05*	4
49.34	49.30	49.33	49.31*	5
47.57	47.56	47.57	47.56*	3
45.83	45.82	45.84	45.83	2
44.12	44.10	44.10	44.11	16.9
42.43	42.40	42.43	42.42	17.3
40.70	40.70	40.68	40.69	9
38.91	38.90	38.90	38.90	5
37.18	37.13	37.15	37.15	5
35.40	35.40	35.40	35.40	16.8
33.73	33.74	33.70	33.72	17.2
32.00	32.00	32.00	32.00	17.8
30.23	30.21	30.23	30.22	2
28.50	28.49	28.52	28.50	2
26.79	26.75	26.79	26.78	6
25.00	25.02	25.05	25.02	3
23.28	23.30	23.30	23.29	2
21.57	21.57	21.57	21.57	6
19.83	19.81	19.80	19.81	7
18.05	18.05	18.02	18.04	3
16.34	16.29	16.31	16.31	16.8
14.66	14.55	14.68	14.63	17.6
12.87	12.85	12.90	12.87	0
11.20	11.15	11.16	11.17	3
9.42	9.42	9.49	9.44	7
7.68	7.65	7.69	7.67	16.9
5.98	5.98	5.98	5.98	

Kontrollrohr.

Temp.: 16°1. Barom.: 71.80 cm

Ablesung der Wellen bei 17°7

			Mittel	Diff. in mm
53.43	53.43	53.43	53.42*	33.2
50.12	50.10	50.12	50.10*	34.0
46.70	46.70	46.70	46.70	33.0
43.39	43.40	43.40	43.40	5
40.10	40.05	40.00	40.05	5
36.75	36.70	36.64	36.70	5
33.40	33.32	33.33	33.35	32.8
30.12	30.05	30.03	30.07	33.7
26.73	26.70	26.67	26.70	0
23.44	23.38	23.38	23.40	8
20.02	20.02	20.02	20.02	9
16.64	16.61	16.65	16.63	7
13.22	13.31	13.24	13.26	1
9.94	9.96	9.94	9.95	

Versuch Nr. 9. 21. 8. 03.

Untersuchungsrohr.

In flüssiger Luft: $11^h\ 30^m$,
Ende der Gasentwicklung: $11^h\ 45^m$
Temperatur der flüssigen Luft:

Zeit	Brückeneinstellung
$12^h\ 5^m$	53.01
6	52.81
7	52.62
8	52.42

Wellenerregung: $12^h\ 7^m\ 30^s$
Druck gemessen: $12^h\ 7^m\ 45^s$:
$p = 104.03$ cm

Ablesung der Wellen bei 19°5

			Mittel	Diff. in mm
55.72	55.73	55.72	55.71*	16.4
54.08	54.09	54.08	54.07*	17.6
52.32	52.33	52.32	52.31*	1
50.61	50.61	50.61	50.60*	4
48.86	48.87	48.87	48.86*	0
47.17	47.17	47.17	47.16*	6
45.41	45.41	45.38	45.40	16.7
43.75	43.73	43.70	43.73	17.2
42.02	42.02	41.99	42.01	3
40.28	40.27	40.28	40.28	16.8
38.62	38.59	38.59	38.60	17.5
36.86	36.84	36.84	36.85	1
35.14	35.13	35.14	35.14	4
33.40	33.40	33.40	33.40	0
31.69	31.69	31.71	31.70	7
29.94	29.94	29.92	29.93	16.7
28.26	28.24	28.28	28.26	17.6
26.51	26.49	26.49	26.50	0
24.80	24.79	24.81	24.80	4
23.07	23.07	23.05	23.06	2
21.39	21.31	21.33	21.34	4
19.63	19.59	19.58	19.60	0
17.92	17.89	17.88	17.90	5
16.15	16.13	16.18	16.15	0
14.49	14.41	14.45	14.45	5
12.71	12.71	12.69	12.70	16.5
11.06	11.08	11.02	11.05	17.5
9.30	9.29	9.30	9.30	0
7.59	7.61	7.60	7.60	3
5.89	5.84	5.89	5.87	1
4.16	4.16	4.16	4.16	

Kontrollrohr.

Temp.: 17°4. Barom.: 71.53 cm

Ablesung der Wellen bei 20°6

			Mittel	Diff. in mm
53.35	53.40	53.35	53.36*	33.2
50.02	50.08	50.04	50.04*	9
46.63	46.68	46.64	46.65	3
43.28	43.34	43.34	43.32	6
39.90	40.00	39.98	39.96	3
36.60	36.64	36.66	36.63	8
33.22	33.32	33.22	33.25	6
29.89	29.90	29.88	29.89	5
26.53	26.56	26.53	26.54	6
23.15	23.20	23.20	23.18	5
19.80	19.85	19.83	19.83	5
16.48	16.47	16.50	16.48	8
13.08	13.10	13.12	13.10	5
9.74	9.78	9.73	9.75	6
6.40	6.38	6.38	6.39	

Versuch Nr. 10. 21. 8. 03.

Untersuchungsrohr.

In flüssiger Luft und Ende der Gasentwicklung: $3^h\ 4^m$

Temperatur der flüsigen Luft:

Zeit	Brückeneinstellung
$3^h\ 27^m$	53.33
28	13
29	52.93
30	75

Wellenerregung: $3^h\ 29^m\ 30^s$

Druck gemessen: $3^h\ 29^m\ 45^s$:
$p = 107.95$ cm

Ablesung der Wellen bei 20°0

			Mittel	Diff. in mm
57.21	57.22	57.20	57.20*	17.3
55.50	55.48	55.46	55.47*	16.9
53.79	53.79	53.78	53.78*	17.5
52.08	52.01	52.04	52.03*	16.9
50.37	50.36	50.33	50.34*	17.3
48.63	48.60	48.64	48.61*	16.9
46.94	46.91	46.94	46.92*	17.2
45.20	45.20	45.20	45.20	2
43.49	43.46	43.49	43.48	2
41.78	41.74	41.75	41.76	3
40.06	40.00	40.03	40.03	16.8
38.34	38.34	38.36	38.35	17.5
36.60	36.60	36.60	36.60	0
34.91	34.89	34.90	34.90	4
33.15	33.15	33.17	33.16	0
31.47	31.44	31.46	31.46	6
29.71	29.68	29.70	29.70	0
28.00	28.00	28.00	28.00	2
26.30	26.28	26.27	26.28	2
24.58	24.56	24.55	24.56	3
22.86	22.83	22.81	22.83	0
21.13	21.12	21.13	21.13	4
19.40	19.40	19.38	19.39	16.9
17.70	17.70	17.70	17.70	17.6
15.95	15.95	15.93	15.94	16.9
14.26	14.25	14.25	14.25	17.5
12.49	12.50	12.50	12.50	0
10.80	10.80	10.80	10.80	4
9.08	9.07	9.04	9.06	0
7.35	7.36	7.38	7.36	3
5.64	5.61	5.65	5.63	

Kontrollrohr.

Temp.: 18°4. Barom.: 71.45 cm

Ablesung der Wellen bei 20°4

			Mittel	Diff. in mm
50.11	50.10	50.10	50.09*	33.9
46.70	46.70	46.70	46.70	5
43.33	43.37	43.35	43.35	7
39.95	40.00	40.00	39.98	32.9
36.69	36.70	36.67	36.69	34.0
33.31	33.29	33.28	33.29	33.7
29.91	29.94	29.92	29.92	8
26.55	26.55	26.53	26.54	7
23.20	23.20	23.12	23.17	2
19.88	19.88	19.80	19.85	6
16.53	16.45	16.48	16.49	34.3
13.07	13.07	13.05	13.06	33.9
9.67	9.67	9.67	9.67	6
6.30	6.33	6.30	6.31	

Versuch Nr. 11. 21. 8. 03.

Untersuchungsrohr.

In flüssiger Luft: $9^h\ 50^m$—$10^h\ 0^m$,
Ende der Gasentwicklung: $10^h\ 3^m$

Temperatur der flüssigen Luft:

Zeit	Brückeneinstellung
$10^h\ 30^m$	46.00
31	45.80
32	68
33	—
34	05

Wellenerregung: $10^h\ 33^m$

Druck gemessen: $10^h\ 34^m$:
$p = 111.66$ cm

Ablesung der Wellen bei 19°3

			Mittel	Diff. in mm
57.22	57.22	57.20	57.20*	17.2
55.50	55.49	55.49	55.48*	5
53.75	53.73	53.73	53.73*	4
52.00	52.00	52.00	51.99*	5
50.23	50.23	50.23	50.24*	1
48.55	48.53	48.54	48.53*	2
46.82	46.82	46.82	46.81*	3
45.10	45.06	45.08	45.08	6
43.33	43.32	43.31	43.32	1
41.62	41.60	41.62	41.61	0
39.92	39.90	39.91	39.91	6
38.16	38.13	38.15	38.15	3
36.42	36.42	36.43	36.42	5
34.69	34.65	34.67	34.67	1
32.98	32.96	32.95	32.96	6
31.20	31.19	31.20	31.20	2
29.48	29.48	29.48	29.48	6
27.72	27.71	27.74	27.72	1
26.02	26.00	26.00	26.01	2
24.29	24.29	24.28	24.29	2
22.59	22.58	22.54	22.57	6
20.80	20.81	20.81	20.81	2
19.10	19.10	19.08	19.09	8
17.34	17.30	17.30	17.31	0
15.62	15.60	15.62	15.61	4
13.88	13.87	13.86	13.87	1
12.18	12.17	12.14	12.16	5
10.42	10.41	10.40	10.41	0
8.72	8.70	8.72	8.71	3
7.00	6.95	7.00	6.98	4
5.24	5.24	5.23	5.24	

Kontrollrohr.

Temp.: 18°6. Barom.: 71.56 cm

Ablesung der Wellen bei 19°6

			Mittel	Diff. in mm
50.03	50.07	50.01	50.03*	33.5
46.70	46.67	46.68	46.68	34.0
43.30	43.29	43.25	43.28	33.9
39.90	39.87	39.90	39.89	9
36.50	36.50	36.50	36.50	4
33.18	33.15	33.16	33.16	34.1
29.78	29.73	29.75	29.75	0
26.37	26.35	26.34	26.35	33.8
22.97	22.96	22.99	22.97	7
19.60	19.60	19.61	19.60	2
16.27	16.28	16.30	16.28	6
12.93	12.91	12.91	12.92	8
9.52	9.55	9.54	9.54	9
6.15	6.14	6.16	6.15	

Versuch Nr. 12. 23. 8. 03.

Untersuchungsrohr.

In flüssiger Luft: $2^h\ 10^m$ und ausgepumpt

Temperatur der flüssigen Luft:

Zeit	Brückeneinstellung
$2^h\ 35^m$	53.87
36	70
37	50
38	25
39	08

Wellenerregung: $2^h\ 37^m\ 30^s$

Druck gemessen: $2^h\ 37^m\ 45^s$:
$p = 18.66$ cm

Ablesung der Wellen bei 21°0

			Mittel	Diff. in mm
57.00	57.10	57.07	57.05*	17.4
55.31	55.32	55.32	55.31*	9
53.51	53.54	53.54	53.52*	4
51.78	51.80	51.80	51.78*	6
50.00	50.02	50.06	50.02*	3
48.29	48.30	48.31	48.29*	9
46.50	46.48	46.51	46.50	8
44.70	44.75	44.72	44.72	5
42.99	42.94	42.98	42.97	1
41.24	41.25	41.30	41.26	6
39.50	39.51	39.50	39.50	9
37.70	37.71	37.71	37.71	18.1
35.90	35.90	35.89	35.90	17.9
34.11	34.11	34.10	34.11	2
32.39	32.40	32.38	32.39	6
30.65	30.62	30.62	30.63	18.2
28.83	28.81	28.80	28.81	17.6
27.06	27.03	27.06	27.05	3
25.35	25.30	25.30	25.32	7
23.55	23.56	23.54	23.55	6
21.81	21.78	21.79	21.79	9
20.01	19.98	20.00	20.00	18.0
18.20	18.20	18.20	18.20	17.5
16.44	16.43	16.48	16.45	2
14.71	14.73	14.76	14.73	8
12.95	12.92	12.97	12.95	6
11.18	11.18	11.20	11.19	

Kontrollrohr.

Temp.: 18°4. Barom.: 71.76 cm

Ablesung der Wellen bei 21°7

			Mittel	Diff. in mm
49.81	49.80	49.80	49.79*	33.2
46.49	46.47	46.45	46.47	1
43.16	43.16	43.15	43.16	9
39.76	39.79	39.76	39.77	5
36.41	36.42	36.44	36.42	6
33.06	33.05	33.07	33.06	8
29.68	29.70	29.65	29.68	9
26.29	26.30	26.27	26.29	34.0
22.90	22.90	22.88	22.89	33.4
19.54	19.54	19.56	19.55	7
16.20	16.18	16.15	16.18	8
12.82	12.80	12.78	12.80	4
9.45	9.46	9.47	9.46	8
6.07	6.07	6.10	6.08	

Versuch Nr. 13. 24. 8. 03.

Untersuchungsrohr.

In flüssiger Luft: $12^h\ 45^m$;
Ende der Gasentwicklung: $12^h\ 50^m$
Temperatur der flüssigen Luft:

Zeit	Brückeneinstellung
$1^h\ 15^m$	48.80
16	60
17	38
18	10
19	47.85

Wellenerregung: $1^h\ 17^m\ 30^s$
Druck gemessen: $1^h\ 17^m\ 45^s$:
$p = 84.33$ cm

Ablesung der Wellen bei 20°5

			Mittel	Diff. in mm
56.80	56.81	56.81	56.80*	17.0
55.11	55.11	55.12	55.10*	7
53.36	53.34	53.32	53.33*	5
51.59	51.60	51.59	51.58*	3
49.86	49.86	49.86	49.85*	1
48.16	48.14	48.14	48.14*	4
46.41	46.38	46.40	46.40	6
44.65	44.61	44.65	44.64	5
42.90	42.88	42.90	42.89	1
41.18	41.19	41.18	41.18	1
39.48	39.44	39.49	39.47	4
37.74	37.70	37.75	37.73	4
35.99	35.99	35.99	35.99	8
34.20	34.20	34.22	34.21	3
32.49	32.46	32.50	32.48	3
30.77	30.74	30.74	30.75	0
29.04	29.04	29.06	29.05	8
27.27	27.25	27.28	27.27	4
25.54	25.52	25.54	25.53	4
23.79	23.79	23.80	23.79	2
22.06	22.07	22.09	22.07	5
20.33	20.30	20.34	20.32	3
18.58	18.59	18.59	18.59	8
16.80	16.82	16.81	16.81	2
15.08	15.10	15.10	15.09	3
13.34	13.35	13.38	13.36	1
11.65	11.63	11.68	11.65	8
9.87	9.86	9.87	9.87	3
8.12	8.14	8.15	8.14	4
6.40	6.40	6.40	6.40	

Kontrollrohr.

Temp.: 19°4. Barom.: 71.73 cm

Ablesung der Wellen bei 21°4

			Mittel	Diff. in mm
49.83	49.86	49.86	49.84*	33.5
46.50	46.47	46.49	46.49	4
43.14	43.14	43.17	43.15	8
39.74	39.77	39.79	39.77	3
36.40	36.45	36.46	36.44	34.2
33.03	33.03	33.00	33.02	33.9
29.65	29.64	29.61	29.63	4
26.29	26.31	26.27	26.29	5
22.94	22.94	22.93	22.94	34.3
19.48	19.52	19.52	19.51	33.3
16.18	16.17	16.18	16.18	34.0
12.78	12.78	12.78	12.78	4
9.33	9.34	9.34	9.34	33.4
6.03	6.00	6.00	6.00	

Versuch Nr. 14. 25. 8. 03.

Untersuchungsrohr.

In flüssiger Luft: $12^h\ 40^m$; ausgepumpt: $12^h\ 45^m$

Temperatur der flüssigen Luft:

Zeit	Brückeneinstellung
$1^h\ 12^m$	43.70
13	45
14	15
15	42.90
16	65

Wellenerregung: $1^h\ 14^m\ 30^s$

Druck gemessen: $1^h\ 14^m\ 45^s$:
$p = 16.25$ cm

Ablesung der Wellen bei 20°6

			Mittel	Diff. in mm
56.02	56.04	56.02	56.02*	18.0
54.23	54.23	54.22	54.22*	1
52.43	52.43	52.41	52.41*	17.8
50.64	50.64	50.64	50.63*	18.1
48.82	48.83	48.84	48.82*	
—	—	—	—	
—	—	—	—	
36.41	36.42	36.41	36.41	17.7
34.64	34.65	34.63	34.64	18.2
32.83	32.80	32.84	32.82	17.3
31.08	31.08	31.10	31.09	18.1
29.28	29.26	29.29	29.28	17.7
27.50	27.53	27.50	27.51	7
25.74	25.73	25.75	25.74	9
23.96	23.94	23.95	23.95	8
22.17	22.17	22.16	22.17	18.0
20.35	20.37	20.38	20.37	17.8
18.60	18.58	18.60	18.59	

Kontrollrohr.

Temp.: 19°3. Barom.: 71.75 cm

Ablesung der Wellen bei 21°5

			Mittel	Diff. in mm
49.70	49.71	49.73	49.70*	33.3
46.36	46.39	46.36	46.37	7
—	—	—	[43.00]	7
—	—	—	[39.63]	6
36.27	36.26	36.29	36.27	4
32.90	32.94	32.96	32.93	8
29.54	29.54	26.56	29.55	34.0
26.16	26.15	26.15	26.15	33.7
22.79	22.77	22.77	22.78	8
—	—	—	[19.40]	8
—	—	—	[16.02]	7
12.66	12.65	12.64	12.65	5
9.30	9.30	9.30	9.30	7
5.93	5.93	5.93	5.93	

Versuch Nr. 15. 25. 8. 03.

Untersuchungsrohr.

In flüssiger Luft: $10^h\ 20^m$; ausgepumpt: $10^h\ 25^m$

Temperatur der flüssigen Luft:

Zeit	Brückeneinstellung
$10^h\ 53^m$	41.18
54	40.90
55	60
56	30
57	00

Wellenerregung: $10^h\ 55^m\ 30^s$

Druck gemessen: $10^h\ 56^m$:
$p = 56.58$ cm

Ablesung der Wellen bei 20°0

			Mittel	Diff. in mm
57.31	57.29	57.29	57.29*	17.8
56.52	55.53	55.52	55.51*	9
53.72	53.74	53.73	53.72*	5
51.98	51.98	51.98	51.97*	9
50.18	50.20	50.20	50.13*	5
48.44	48.44	48.44	48.43*	5
46.70	46.68	46.67	46.68	8
44.91	44.88	44.90	44.90	6
43.13	43.14	43.16	43.14	4
41.40	41.40	41.41	41.40	18.0
39.60	39.60	39.60	39.60	17.6
37.85	37.84	37.83	37.84	7
36.08	36.06	36.07	36.07	7
34.30	34.29	34.30	34.30	6
32.55	32.54	32.54	32.54	6
30.80	30.78	30.76	30.78	9
29.00	28.99	28.98	28.99	18.0
27.20	27.18	27.20	27.19	17.7
25.42	25.42	25.42	25.42	6
23.67	23.66	23.64	23.66	6
21.88	21.91	21.89	21.90	8
20.13	20.12	20.12	20.12	8
18.35	18.33	18.34	18.34	5
16.60	16.59	16.58	16.59	7
14.80	14.81	14.80	14.80	7
13.02	13.03	13.04	13.03	8
11.24	11.26	11.26	11.25	6
9.48	9.49	9.50	9.49	18.0
7.69	7.68	7.69	7.69	

Kontrollrohr.

Temp.: 19°3 Barom.: 71.98 cm

Ablesung der Wellen bei 21°5

			Mittel	Diff. in mm
49.89	49.80	49.79	49.82*	33.9
46.45	46.41	46.43	46.43	3
43.16	43.13	43.02	43.10	9
39.75	39.80	39.58	39.71	8
36.40	36.31	36.27	36.33	6
32.99	32.96	32.97	32.97	34.0
29.60	29.54	29.58	29.57	3
26.18	26.12	26.13	26.14	33.4
22.81	22.79	22.79	22.80	34.1
19.40	19.41	19.36	19.39	33.6
16.05	16.06	15.98	16.03	34.2
12.64	12.60	12.60	12.61	33.4
9.31	9.25	9.24	9.27	5
5.93	5.94	5.90	5.92	

Versuch Nr. 16. 27. 8. 03.

Untersuchungsrohr.

In flüssiger Luft: $3^h\ 30^m$

Temperatur der flüssigen Luft:

Zeit	Brückeneinstellung
$3^h\ 57^m$	46.30
58	10
59	45.85
60	60
61	35

Wellenerregung: $3^h\ 59^m\ 45^s$

Druck gemessen: $3^h\ 59^m\ 45^s$:

$p = 33.95$ cm

Ablesung der Wellen bei 20°1

			Mittel	Diff. in mm
49.64	49.62	49.63	49.62*	17.7
47.86	47.87	47.85	47.85*	6
46.10	46.08	46.10	46.09	7
44.35	44.32	44.30	44.32	9
42.53	42.53	42.53	42.53	7
40.76	40.76	40.76	40.76	6
39.00	39.00	39.00	39.00	9
37.25	37.20	37.19	37.21	3
35.50	35.45	35.49	35.48	18.3
33.70	33.61	33.65	33.65	17.6
31.88	31.89	31.89	31.89	7
30.09	30.15	30.13	30.12	4
28.38	28.39	28.37	28.38	4
26.64	26.64	26.64	26.64	9
24.85	24.85	24.85	24.85	6
23.09	23.09	23.10	23.09	9
21.31	21.28	21.30	21.30	9
19.51	19.51	19.50	19.51	9
17.73	17.72	17.71	17.72	6
15.95	15.95	15.97	15.96	6
14.21	14.20	14.20	14.20	7
12.44	12.42	12.42	12.43	7
10.67	10.65	10.67	10.66	9
8.88	8.87	8.86	8.87	

Kontrollrohr.

Temp.: 18°5 Barom.: 72.35 cm

Ablesung der Wellen bei 20°5

			Mittel	Diff. in mm
50.09	50.08	50.05	50.06*	33.7
46.69	46.69	46 69	46.69	3
43.36	43.39	43.34	43.36	34.1
39.95	40.01	39.90	39.95	33.7
36.55	36.61	36.58	36.58	3
33.23	33.27	33.25	33.25	5
29.88	29.93	29.90	29.90	7
26.52	26.54	26.52	26.53	7
23.15	23.16	23.18	23.16	5
19.81	19.80	19.82	19.81	7
16.46	16.44	16.43	16.44	9
13.06	13.04	13.05	13.05	6
9.70	9.68	9.68	9.69	9
6.31	6.29	6.30	6.30	

Versuch Nr. 17. 28. 8. 03.

Untersuchungsrohr.

In flüssiger Luft: $9^h\ 30^m$. Ende der Gasentwicklung: $9^h\ 45^m$

Temperatur der flüssigen Luft:

Zeit	Brückeneinstellung
$10^h\ 12^m$	40.50
13	28
14	39.98
15	70
16	40

Wellenerregung: $10^h\ 14^m\ 30^s$

Druck gemessen: $10^h\ 14^m\ 45^s$:
$p = 121.37$ cm

Ablesung der Wellen bei 20°.2

			Mittel	Diff. in mm
53.50	53.52	53.51	53.50*	17.2
51.79	51.81	51.78	51.78*	0
50.10	50.09	50.07	50.08*	4
48.34	48.34	48.36	48.34*	2
46.61	46.63	46.61	46.62	2
44.89	44.92	44.90	44.90	5
43.15	43.16	43.14	43.15	18.0
41.36	41.36	41.34	41.35	16.7
39.67	39.68	39.68	39.68	17.4
37.95	37.89	37.97	37.94	4
36.20	39.19	36.21	36.20	4
34.49	34.45	34.43	34.46	5
32.71	32.71	32.70	32.71	8
30.96	30.90	30.92	30.93	16.8
29.23	29.29	29.22	29.25	17.6
27.50	27.49	27.49	27.49	4
25.73	25.78	25.74	25.75	5
24.00	24.00	24.01	24.00	2
22.26	22.29	22.30	22.28	1
20.56	20.55	20.60	20.57	6
18.80	18.83	18.81	18.81	4
17.07	17.06	17.09	17.07	3
15.34	15.35	15.33	15.34	5
13.59	13.60	13.58	13.59	

Kontrollrohr.

Temp.: 18°.3. Barom.: 72.17 cm

Ablesung der Wellen bei 21°.0

			Mittel	Diff. in mm
49.96	50.00	50.02	49.98*	33.8
46.60	46.60	46.61	46.60	9
43.20	43.21	43.23	43.21	8
39.81	39.85	39.82	39.83	1
36.49	36.55	36.52	36.52	6
33.15	33.18	33.15	33.16	6
29.80	29.79	29.80	29.80	8
26.42	26.40	26.45	26.42	7
23.04	23.06	23.05	23.05	34.0
19.66	19.65	19.65	19.65	33.4
16.30	16.32	16.32	16.31	34.1
12.90	12.90	12.90	12.90	33.8
9.54	9.53	9.50	9.52	6
6.16	6.16	6.15	6.16	

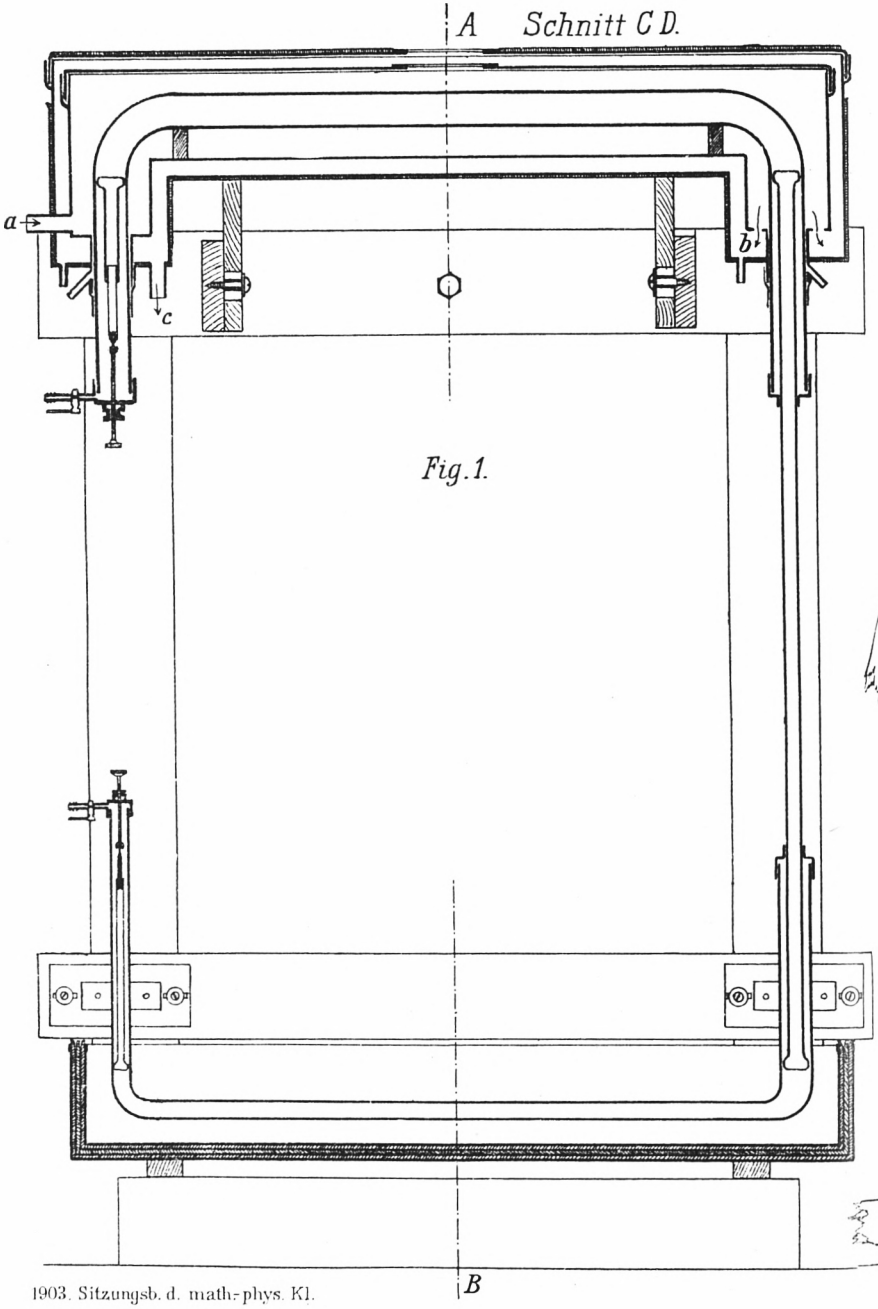


Fig. 1.

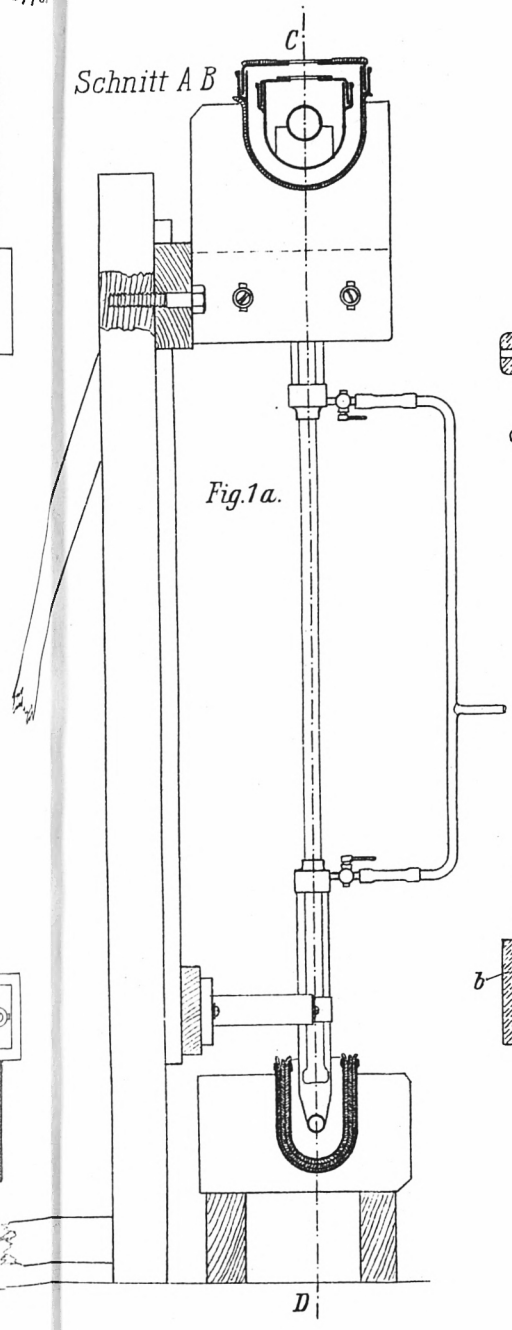


Fig. 1a.

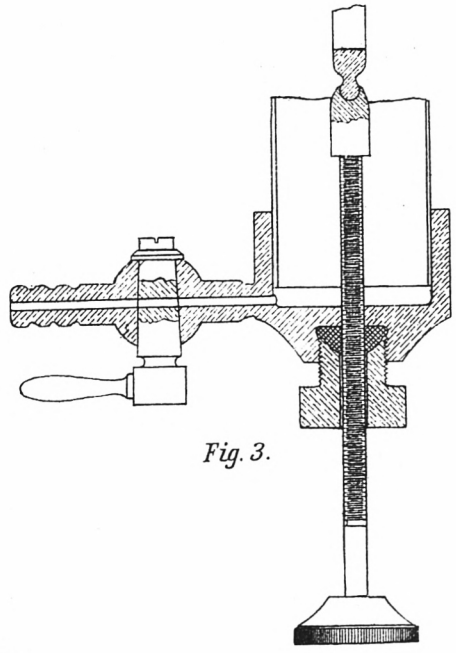


Fig. 3.

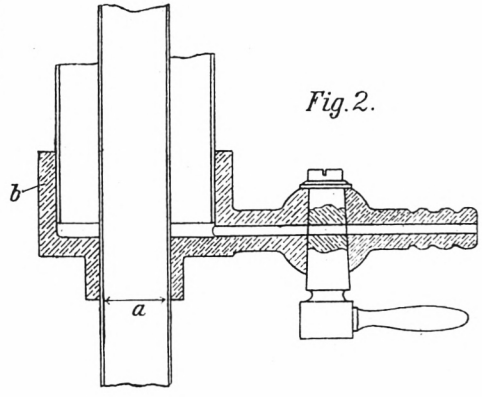


Fig. 2.

Lith. Hub. Köhler, Mchn.