

BAYERISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

SITZUNGSBERICHTE

JAHRGANG

1957

MÜNCHEN 1958

VERLAG DER BAYERISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

In Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

Eine himmelsmechanische Charakteristik des Systems der periodischen Kometen des Sonnensystems

Von Alexander Wilkens in München

Vorgelegt am 5. Juli 1957

Mit einer Figur

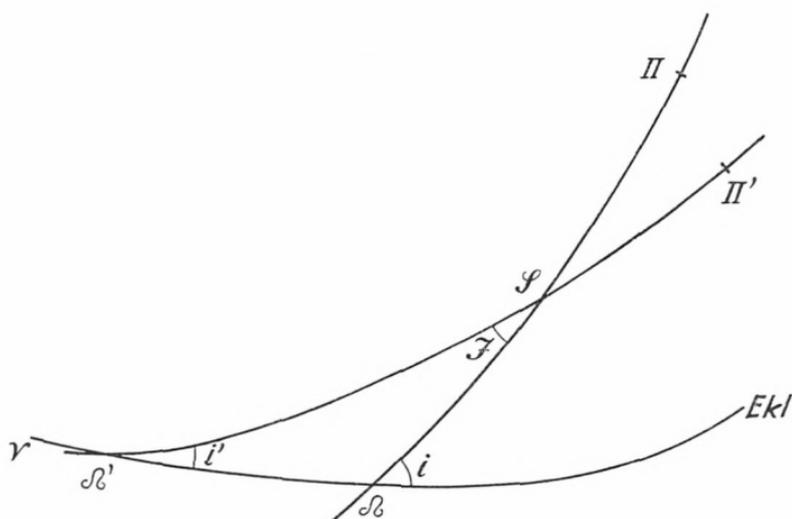
F. Tisserand hat im Jahre 1896 in seinem *Traité de Mécanique Céleste*, Bd. 4, Kap. 12, pag. 205–206 einige allgemeine Betrachtungen über die damals vorhandenen periodischen Kometen des Sonnensystems angestellt, speziell in bezug auf die der Jupiter-Gruppe, d. h. bei 23 Kometen, von denen damals 13 Kometen mehrfach und 10 nur in einer Erscheinung beobachtet waren. Zur hier vorliegenden, rund 60 Jahre nach Tisserands Untersuchungen erscheinenden Diskussion liegen bereits 74 periodische Kometen vor, von denen 28 in nur einer Erscheinung, aber 46 Kometen in mehrfachen Erscheinungen haben beobachtet werden können, so daß neue Erkenntnisse möglich erscheinen. Die von Tisserand untersuchten periodischen Kometen zeigten die folgenden Eigenschaften. Erstens laufen alle Kometen der Jupitergruppe, so genannt, weil sie im Aphel dem großen Planeten Jupiter sehr nahe kommen können, wie die Planeten in derselben Richtung um die Sonne und auch nur in wenig zur Ekliptik geneigten Bahnen, im Gegensatz zu den viel häufigeren parabolischen Kometenbahnen, deren Bahnneigungen über den ganzen Himmel verteilt sind. Zweitens durchlaufen 18 von den 23 damals von Tisserand untersuchten Kometen ihre Bahn mit einem sehr kleinen Perihelabstand vom aufsteigenden Knoten der Bahn, d. h. kleinem $\bar{\omega} - \Omega$, wo $\bar{\omega}$ die Perihellänge und Ω den aufsteigenden Knoten fixiert, wobei die genannte Differenz aber auch nahe 180° betragen kann, wenn auch größere Abweichungen bei einigen Kometen möglich sind.

Die folgenden Untersuchungen beschäftigen sich in Erweiterung der soeben fixierten Tisserandschen Kriterien vor allem mit

der prinzipiellen Frage nach der Existenz einer anderen als der doch willkürlichen Ebene der Ekliptik gegenüber einer mechanisch begründeten Ebene, zur Erklärung der systematischen Erscheinungen charakteristischer Eigenschaften der periodischen Kometen-Bahnen. Eine Beziehung zu dem großen Planeten Jupiter und seiner Bahnebene folgt schon aus dem schon oben fixierten, an vielen Kometen beobachteten Ergebnis bezüglich der Bahndimensionen. Da auch die Bahnneigungen der neueren periodischen Kometen allgemein klein bleiben, so daß sie zum Sonnensystem der Planeten in besonders enger Beziehung zu stehen scheinen, stellt sich die Frage, an welche Grundebene die periodischen Kometen sich am engsten anschließen. Die Bahn des an Masse größten Planeten des Sonnensystems, des Jupiter, dessen störender Kraft die Kometen in erster Linie unterliegen und ihre allgemein große Exzentrizität verdanken, scheint deshalb zunächst eine vom mechanischen Standpunkt aus geeignetere Grundebene als die Erdbahnebene zu sein. Es soll also zuerst festgestellt werden, ob sich die Bahnlagen der periodischen Kometen enger an die Jupiterbahn, resp. an die von Saturn oder Neptun anschließen, sobald wir die Kometen fixieren, die über die Jupiterbahn hinausreichen. Dann aber haben wir in Anbetracht der Tatsache, daß die beiden größten Planeten des Sonnensystems, Jupiter und Saturn, als die beiden größten Massen im Sonnensystem die Anziehungsverhältnisse in diesem System allgemein beherrschen, insbesondere zu untersuchen, ob deshalb nicht die dem genannten Umstände entsprechende, mechanisch charakteristische Ebene, die Unveränderliche Laplace'sche Ebene, die Ebene des maximalen Flächenmomentes, sich als die natürliche und deshalb zweckmäßige Grundebene auch für die periodischen Kometen herausstellt, was zu beweisen ist.

Um die nötigen Kriterien für unsere Untersuchung zu entwickeln, müssen wir von einer sphärischen Betrachtung auf der Einheitskugel (s. Figur) um die Sonne ausgehen. Es fixiere \mathcal{V} den Frühlingspunkt auf der Ekliptik $\mathcal{V}E$ auf der Einheitskugel, ΩII die Bahn eines periodischen Kometen mit Ω als aufsteigendem Knoten, wobei II die Lage des Perihels, ferner $\Omega'S$ die Bahn eines großen Planeten (Jupiter, Saturn usw.) resp. auch die Laplace'sche Unveränderliche Ebene, wobei S den Schnittpunkt

der Bahn des Kometen mit der Bahn des Jupiter usw. bedeutet. Weiter fixieren die Winkel $E \Omega II = i$ die Bahnneigung des Kometen, $\Omega \Omega' S = i'$ die Bahnneigung des großen Planeten usw., Ω und Ω' die entsprechenden Knotenlängen, vom Frühlingspunkt Υ ab gezählt. Das sphärische Dreieck $\Omega' \Omega S$ liefert dann



auf Grund der 3 bekannten Größen i' , $\Omega' \Omega = \Omega - \Omega'$ und $\Omega' \Omega S = 180 - i$ die gesuchten Unbekannten: $\Omega S = \sigma$ und den Winkel $II S II' = \Omega' S \Omega = J$, d. h. die gegenseitige Bahnneigung von Planet und Komet als wichtigstes Kriterium in bezug auf die Bahnzugehörigkeit des Kometen zu den genannten Ebenen der Ekliptik, Jupiterbahn usw. Setzen wir noch: $\Upsilon \Omega + \Omega S = \tau$, wo τ die Länge des Schnittpunktes S der Planetenbahn mit der Kometenbahn, gezählt bis zum Knoten Ω auf der Ekliptik, dann weiter auf der Kometenbahn bis zum Punkte S , so ergibt sich auf Grund des sphärischen Dreiecks $\Omega' \Omega S$ zur Bestimmung der Größen J und $\tau - \Omega$ das folgende Dreier-System von Gleichungen:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin J \sin (\tau - \Omega) = \sin i' \sin (\Omega - \Omega') \\ \sin J \cos (\tau - \Omega) = \cos i' \sin i - \sin i' \cos i \cos (\Omega - \Omega') \\ \cos J = \cos i \cos i' + \sin i \sin i' \cos (\Omega - \Omega') \end{array} \right\}$$

woraus sich die Größen J und $\tau - \Omega$ in bekannter Weise und Kontrolle für die numerischen Zwecke ergeben. Mit Hilfe des weiteren Bahnelementes der Länge des Perihels $\bar{\omega}$, in der Zeichnung durch den Punkt II fixiert, so daß $\bar{\omega} = \nu \Omega + \Omega II$, folgt weiter $\Omega II = \omega = \bar{\omega} - \Omega$ und weiter für den Abstand des Perihels vom Schnittpunkt S der beiden Bahnen: $II S = \bar{\omega} - \tau = \omega - \sigma$, wo $\sigma = \Omega S$. Unsere erste Hauptfrage bezieht sich auf die Differenz der Neigungen $i - J$, d. h. auf die Differenz der ekliptikalischen Kometenbahn-Neigung gegen die Neigung zur Planetenbahn. Im Falle kleiner Dimensionen des Dreiecks $\Omega' \Omega S$ folgt immer $J < i_0$, während in allen anderen Fällen die Rechnung verbleibt, wonach die Ungleichung $J < i_0$ die Zugehörigkeit des Kometen zum Planeten fixiert. Außer diesem Kriterium könnte man noch ein Eventual-Kriterium aufstellen, um die Zugehörigkeit eines Kometen zur einen oder anderen Grundebene zu fixieren. Ist $II S$ (s. die Figur), der Abstand des Perihels vom Schnittpunkt S der Bahnen, positiv, oder, falls II zwischen S und Ω gelegen ist, negativ, aber so, daß alsdann $|II S| < \frac{1}{2} \Omega S$, d. h. $|II S| < \frac{1}{2} (\tau - \Omega)$, so könnte man den Kometen hiernach als zur Jupiterbahn gehörig betrachten. Vergleicht man aber dieses Kriterium bei der Anwendung mit dem obigen ersten Kriterium $J < i_0$, das vom 2. Kriterium ganz unabhängig ist, so kommt es vor, daß nach dem 2. Kriterium $J > i_0$ wird, da das 2. Kriterium von der Lage von II abhängig ist, nicht aber das 1. Kriterium, das nur auf der Basis des Winkelbetrages zwischen der Kometenbahn und der einen oder anderen Planetenbahn beruht.

Nach Tisserand wissen wir schon, daß in vielen Fällen die Differenz $\bar{\omega} - \Omega$ nahe um 0° resp. 180° gelegen ist, so daß dieses Kriterium in jedem Falle an dem erweiterten Material zu prüfen bleibt, da aus ihm folgt, daß die Perihelien nahe mit dem auf- resp. absteigenden Knoten der Bahn zusammenfallen. Eine solche Untersuchung hat sich erfolgreich gezeigt.

Schließlich zeigt sich als neue überraschende Tatsache, daß eine Häufung der Perihelie der periodischen Kometen um das Perihel und in schwächerem Maße um das Aphel des Planeten Jupiter stattfindet, was um so interessanter ist, als eine solche Häufung bei den Planetoiden längst bekannt ist.

Zur Ausführung des obigen Programms soll nun zuerst das Material in der entsprechenden Form zusammengestellt werden, und zwar auf der Basis des neuesten Generalkataloges für die Kometen, dem „Catalogue Général des orbites de comètes de l'an - 466 a 1952“ von F. Baldet et M^{lle} G. de Obaldia als Veröffentlichung des Observatoire de Paris, Section d'astrophysique de Meudon, 1952. Unseren oben fixierten Zielen entsprechend enthält nun die folgende Tabelle 1 die folgenden Angaben. Die 1. Kolumne enthält die laufende Nr. der mehrfach beobachteten Kometen, die 2. Kol. die dem Pariser Katalog entsprechende Katalog-Nummer und den Namen des Kometen, die 3. Kol. die Periodenlänge des Kometen in Jahren, die 4. Kol. die große Halbachse a der Bahn, die 5. Kol. die numerische Exzentrizität e der Bahn, die 6. Kol. die ekliptikale Bahnneigung i , die 7. Kol. die Länge des Perihels $\bar{\omega}$, die 8. Kol. die Länge des Knotens Ω .

Die Tabelle 2 bringt die entsprechenden Daten der nur einmal, d. h. in einer Erscheinung beobachteten periodischen Kometen.

Ob nun 1 periodischer Komet oder die ganze Gruppe dieser Körper als zu dem einen oder anderen großen Planeten zugehörig zu betrachten ist, ist insbesondere als von der gegenseitigen Bahnneigung J von Komet und Planet abhängig zu betrachten, wenn sich diese gegenüber anderen Planeten kleiner herausstellen sollte, im Grenzfall mit $J = 0$, wo die Bahnen beider Körper zusammenfallen. Die folgende Tabelle 3 gibt eine Zusammenstellung bezüglich der 46 mehrfach beobachteten periodischen Kometen, und zwar in der 1. Kol. in bezug auf die Bahnneigung i_0 zur Ekliptik, in der 2. Kol.: J_1 zur Jupiter-Bahn, in der 3. Kol. die Bahnneigung J_2 derselben Kometen gegen die Bahn der Laplaceschen „Unveränderlichen Ebene“, in der 4. Kol. auch J_3 gegen die Bahn des großen Planeten Saturn, hier aber nur für die allein wohl in Betracht kommenden Kometen Nr. 31–38, da nur die letzteren in Saturnnähe und darüber hinaus geraten, schließlich in der 5. Kol. die in bezug auf Neptun in Betracht kommenden Kometen. Die 4. Tabelle gibt die entsprechenden Neigungen J in bezug auf die nur in einer Erscheinung beobachteten Kometen. Zu beachten ist, daß, wenn $i_0, J_1, J_2 > 90^\circ$ sind, und

Tabelle 1

Lfd. Nr.	Pariser Kat.Nr. - Name	P in Jahren	a	e	i	$\bar{\omega}$	Ω
1	750 Encke	3 ^a 30	2.2	0.85	12 ^o .4	160 ^o .0	334 ^o .8
2	761 Grigg-Skellerup	4.90	2.9	0.70	17.6	211.8	215.4
3	755 Tempel II	6.18	3.0	0.54	12.4	310.4	119.4
4	593 Neujmin II	5.43	3.1	0.57	10.6	161.7	328.0
5	336 Brorsen	5.48	3.1	0.81	29.4	116.4	101.2
6	676 Du Toit-Neujmin	5.54	3.1	0.58	3.3	299.0	229.6
7	751 Tuttle-Giacobini	5.49	3.1	0.64	13.8	203.6	165.6
8	502 Tempel-Swift	5.68	3.2	0.64	5.4	44.0	290.3
9	437 De Vico-Swift	5.86	3.2	0.57	3.0	345.4	48.8
10	733 Honda-Mrkos-Paj- dusakowa	5.00	2.9	0.81	13.9	56.8	233.0
11	357 Tempel I	5.98	3.3	0.46	9.8	238.3	78.8
12	754 Kopff	6.18	3.4	0.56	7.2	284.8	253.4
13	753 Pons-Winnecke	6.12	3.3	0.65	21.7	264.8	94.3
14	729 Forbes	6.42	3.5	0.55	4.6	285.2	25.4
15	506 Perrine	6.45	3.5	0.66	15.7	49.2	242.3
16	728 Schwabmann-Wachmann	6.53	3.5	0.38	3.7	124.1	126.0
17	707 Giacobini-Zinner	6.59	3.5	0.72	30.7	8.0	196.2
18	255 Biela	6.62	3.5	0.76	12.6	109.1	245.8
19	742 D'Arrest	6.70	3.6	0.61	18.0	318.4	143.6
20	745 Daniel	7.69	3.5	0.59	19.7	77.0	69.7
21	590 Finlay	6.84	3.6	0.71	3.4	5.9	45.3
22	491 Holmes	6.86	3.6	0.41	20.8	346.0	331.7
23	625 Borelly	6.87	3.6	0.62	30.5	69.6	77.1
24	706 Brooks 2	6.96	3.6	0.48	5.5	13.3	177.7
25	721 Wirtanen	7.25	3.7	0.56	13.5	70.3	86.3
26	717 Faye	7.44	3.8	0.56	10.5	46.8	206.3
27	727 Whipple	7.4	3.8	0.36	10.2	18.7	188.6
28	744 Reinmuth	7.9	3.9	0.48	8.4	136.5	123.6
29	743 Otherma	7.9	4.0	0.14	4.0	149.8	155.1
30	760 Schaumasse	8.2	4.1	0.71	12.3	138.2	86.4
31	746 Wolf	8.4	4.1	0.40	27.3	5.0	203.9
32	763 Comas-Solá	8.6	4.2	0.58	13.5	102.9	62.9
33	739 Vaisälä	10.5	4.8	0.64	11.3	179.8	135.5
34	752 Neujmin 3	10.9	4.9	0.59	3.8	301.0	156.2
35	655 Gale	11.0	4.9	0.76	11.7	276.4	67.2
36	665 Tuttle	13.6	5.7	0.82	54.6	116.8	269.8
37	675 Schwabmann-Wach-	16.5	6.4	0.14	9.5	318.2	322.0
38	734 Neujmin 1	17.9	6.9	0.77	15.0	333.8	347.2
39	605 Crommelin	27.9	9.2	0.92	28.9	86.0	250.1
40	686 Coggia-Stéphan	39.0	11.5	0.86	17.9	76.8	78.5
41	530 Westphal	61.7	15.6	0.92	40.9	43.8	346.8
42	555 Brorsen-Metcalf	69.1	16.8	0.97	19.2	80.3	310.8
43	379 Pons-Brooks	71.6	17.2	0.95	74.0	93.3	254.1
44	400 Olbers	72.4	17.4	0.93	44.6	150.7	85.4
45	509 Halley	76.0	17.9	0.97	162.2	170.0	57.3
46	661 Herschel-Rigollet	156.0	29.0	0.97	64.2	24.4	355.1

Tabelle 2

Lfd. Nr.	Pariser Kat. Nr. - Name	P in Jahren	a	e	i	$\bar{\omega}$	Ω
1	120 1766 II Helfenzrieder	3.9	2.5	0.83	7°8	345.1	71.6
2	179 Blaupain-Pons	5.1	3.0	0.70	9.1	67.6	77.4
3	83 De Vico-Swift	5.4	3.1	0.63	2.9	322.8	163.3
4	614 Schwaßmann-Wach-	5.4	3.1	0.67	17.4	269.1	76.8
5	380 Barnard [mann	5.4	3.1	0.58	5.5	306.2	5.1
6	104 Grischow-Frantz	5.4	3.1	0.72	1.9	93.3	86.9
7	122 Messier-Lexell	5.6	3.2	0.79	1.6	356.3	132.0
8	390 Brooks	5.6	3.2	0.58	12.7	230.3	53.5
9	663 Kulin	5.6	3.2	0.45	4.8	70.4	137.6
10	133 Pigott-Méchain	5.9	3.3	0.55	45.1	50.3	55.7
11	604 Giacobini	6.4	3.4	0.71	1.4	181.9	196.8
12	418 Spitaler	6.4	3.4	0.47	12.8	58.4	45.1
13	428 Barnard	6.6	3.5	0.59	31.3	16.3	206.4
14	550 Schorr	6.7	3.6	0.47	5.6	36.6	118.0
15	541 Taylor	6.4	3.4	0.55	15.5	108.7	113.9
16	439 Swift	7.2	3.7	0.65	3.0	338.1	170.3
17	343 Denning	7.4	3.8	0.70	5.5	130.6	84.4
18	494 Metcalf	7.8	3.9	0.58	14.6	34.6	194.6
19	647 Jackson-Neujmin	8.5	4.2	0.65	13.3	1.6	164.2
20	370 Denning-Brooks	8.7	4.2	0.83	6.9	18.5	65.9
21	411 Swift	8.9	4.3	0.68	10.3	40.2	330.4
22	694 Du Toit	14.9	6.0	0.79	18.8	279.4	22.4
23	543 Perrine	16.3	6.4	0.93	103.0	319.0	224.0
24	310 Temple-Tuttle	10.3	9.1	0.91	162.7	42.4	231.4
25	337 Crommelin	28.0	9.2	0.91	28.8	86.0	249.8
26	619 Z. Shen, I. Imai	356.4	50.2	0.98	42.3	151.3	191.3
27	198 Pons-Gambart	63.9	16.0	0.95	136.4	337.0	317.7
28	378 D. Ross	64.6	16.1	0.98	114.7	41.9	264.3

dabei $J_2 > J_1$ ist, alsdann die Neigung J_2 doch einer kleineren Neigung gegen die Grundebene zuzurechnen ist, wenn auch die Bewegung rückläufig ist, wie bei den Kometen Nr. 24 und 25, wo $J_1 = J_2$ und $J_2 < i_0$ anzusehen ist, während bei Nr. 28: $J_1 < i_0$ und $J_2 < J_1$ zu betrachten ist, analog bei Nr. 29; $J_1 < i_0$ und $J_2 > J_1$.

Zusammenfassend ergibt sich dann aus den beiden Tabellen zusammen, daß in bezug auf Jupiter und die Ekliptik unter 74 Kometen 57 % dem Kriterium $J_1 < i_0$ entsprechen, also 43 % zur Erdbahn gehörig erscheinen. Es besteht also ein Übergewicht zugunsten der Jupiterbahn gegenüber der Erdbahn,

Tabelle 3

Nr. Komet	i_0	J_1	J_2	Nr. Komet	i_0	J_1	J_2	J_3
1	12 ^o .4	13 ^o .2	13 ^o .5	24	5 ^o .5	5 ^o .4	5 ^o .2	
2	17.6	18.2	18.2	25	13.5	12.2	12.0	
3	12.4	11.2	10.9	26	10.5	11.0	10.9	
4	10.6	11.5	9.7	27	10.2	10.3	10.1	
5	29.4	28.1	27.8	28	8.4	7.2	6.9	
6	3.3	4.2	4.3	29	4.0	3.4	3.1	
7	13.8	13.7	13.0	30	12.3	11.1	10.8	
8	5.4	6.7	7.0	31	27.3	27.7	27.5	
9	3.0	2.3	2.5	32	13.5	12.4	12.4	
10	13.9	14.1	14.1	33	11.3	10.2	9.9	9 ^o .0
11	9.8	8.6	8.4	34	3.8	3.2	3.0	2.6
12	7.2	8.4	8.6	35	11.7	10.6	10.6	10.1
13	21.7	20.4	23.8	36	54.6	55.9	56.2	56.9
14	4.6	4.4	4.7	37	9.5	9.7	10.9	11.8
15	15.7	16.7	16.8	38	15.0	15.5	15.9	16.6
16	3.7	2.6	2.3	39	28.9	30.0	30.2	30.8
17	30.7	30.9	30.7	40	17.9	16.7	16.5	15.9
18	12.6	14.9	13.8	41	40.9	41.4	41.7	42.4
19	18.0	17.1	16.8	42	19.2	20.3	20.7	21.6
20	19.7	18.6	18.5	43	74.0	75.2	75.4	76.0
21	3.4	2.9	3.2	44	44.6	43.3	43.1	42.4
22	20.8	24.2	22.0	45	162.2	161.2	161.2	160.7
23	30.5	29.3	29.2	46	64.2	64.5	64.8	65.4

Tabelle 4

Nr. Komet	i_0	J_1	J_2	Komet Nr.	i_0	J_1	J_2
1	7 ^o .8	6 ^o .7	6 ^o .6	15	15 ^o .5	14 ^o .3	14 ^o .0
2	9.0	7.9	7.7	16	3.1	2.9	2.7
3	2.9	2.6	2.4	17	5.5	4.3	4.1
4	17.4	16.2	16.1	18	14.6	14.8	14.6
5	5.5	5.7	6.0	19	13.3	12.8	12.5
6	1.9	0.7	0.7	20	6.8	5.8	5.8
7	1.6	0.9	0.6	21	10.3	11.1	11.5
8	12.7	11.8	11.8	22	18.8	18.5	18.7
9	4.8	3.9	3.5	23	103.0	103.7	103.7
10	45.1	44.2	44.2	24	162.7	163.5	163.5
11	1.4	2.1	2.1	25	28.8	29.9	30.1
12	12.8	12.1	12.2	26	42.3	42.3	42.1
13	31.3	31.7	31.6	27	136.4	137.4	137.8
14	5.6	4.4	4.0	28	114.7	115.9	115.1

wenn auch nur mit einem Übergewicht von 14 % über die zur Erdbahn geneigten Bahnen. Stellen wir weiter die analogen Rechnungen in bezug auf die Laplacesche Unveränderliche Ebene an, unter Vergleich mit der Jupiterbahn, so erhalten wir $J_2 < J_1$ in 39 Fällen unter 66, so daß die prozentuale Häufigkeit 60 % zugunsten der Laplaceschen Ebene gegenüber der Jupiterbahn beträgt. Nicht berücksichtigt wurden dabei aber die 7 Fälle, wo $J_2 = J_1$ (einschließlich des Halleyschen Kometen). Nicht berücksichtigt wurde ferner der Komet Nr. 23, weil seine Bahn eine Neigung $i = 103^\circ$ besitzt, also ganz unverträglich mit den übrigen Bahnneigungen gegen die Grundebenen. Die genannten 6 Kometen, bei denen $J_2 = J_1$, also die Bahnneigung mit der Jupiterbahn wie der Laplaceschen Ebene dieselbe ist, würden bei Zurechnung zur Laplaceschen Ebene den Prozentsatz auf 62 % zugunsten der letzteren Ebene erhöhen.

In bezug auf die Verteilung der Bahnneigungen, bezogen auf die Laplacesche Ebene, ergibt sich nach unserer obigen Tabelle, daß 33 Kometen eine Neigung zwischen $J = 0^\circ$ und $J = 20^\circ$, ferner 12 Kometen eine Neigung über 20° hinaus besitzen. Schließlich führt dieselbe Betrachtung uns sogleich unter Mittelung der Einzelwerte der mehrfach beobachteten Kometen, wenn Saturn als Grundlage gewählt wird und zwar in Bezug auf die 14 Kometen, deren Aphelabstand $a(1+e)$ um den mittleren heliozentrischen Abstand a' von Saturn gelegen ist, innerhalb und außerhalb der Saturnbahn, unter Ausschluß derjenigen 4 Kometen, bei denen $J > 40^\circ$ ist, zu folgenden mittleren Resultaten:

$$J_0(\text{Sat.}) = 15^\circ.3 \text{ (Kometen Nr. 32-45)}$$

$$J_0(\text{Jup.}) = 13^\circ.6 \text{ (Kometen Nr. 32-45)}$$

Der Bezug auf Saturn bedeutet also keine Verbesserung, sondern eine, wenn auch geringe Verschlechterung, so daß also in bezug auf J keine Verbesserung eintritt, wenn man von Jupiter auf Saturn übergeht. Zieht man die nur einmal beobachtete Erscheinung der Kometen Nr. 21-24 hinzu, so ergibt sich, noch unter Vernachlässigung von Nr. 24, wo $i = 103^\circ.7$ ist: $J_0(\text{Sat.}) = 14^\circ.5$ und $J_0(\text{Jup.}) = 13^\circ.1$, es tritt also keine Verbesserung gegen vorher ein.

Zur Illustration der Schwierigkeiten überhaupt, die Kometenbahnen einer der genannten Planetenbahn-Ebenen resp. der Laplaceschen Ebene zuzuordnen, mögen die entsprechenden gegenseitigen Bahnebenen fixiert werden. Sind i und i' die Bahnneigungen, Ω und Ω' die zugehörigen Knotenlängen von 2 der genannten Bahnen, so erhält man zunächst die entsprechende gegenseitige Bahnneigung J auf Grund der eingangs fixierten Formeln, unter Reduktion auf den Fall kleiner Bahnneigungen wie in unserem Falle, mittels der leicht abzuleitenden Formel:

$$\sin^2 \frac{1}{2} J = \sin^2 \frac{1}{2} (i' - i) + \sin i \sin i' \sin^2 \frac{1}{2} (\Omega - \Omega')$$

Die numerische Rechnung ergibt, wenn die folgenden Neigungen und Knoten gegen die Ekliptik angenommen werden:

$$\begin{aligned} i(\text{Jup.}) &= 1^\circ 18', & i(\text{Saturn}) &= 2^\circ 29', & i(\text{Lapl.}) &= 1^\circ 35' \\ \Omega(\text{Jup.}) &= 99^\circ 4', & \Omega(\text{Saturn}) &= 113^\circ 13', & \Omega(\text{Lapl.}) &= 107^\circ 47' \end{aligned}$$

so daß die ekliptikalen Neigungen nur zwischen $1^\circ 18'$ und $2^\circ 29'$ gelegen sind, ferner die gegenseitigen Neigungen zwischen Jupiter und Saturn $J = 1^\circ 16'$, zwischen Jupiter- und Laplacescher Ebene $J = 0^\circ 21'$ und zwischen Saturn-Laplacescher Ebene $J = 0^\circ 55'$ betragen, so daß bemerkenswerterweise die Summe der Neigungen zwischen der Jupiter- und Laplace-Ebene und der zwischen der Saturn- und Laplace-Ebene gleich der Neigung zwischen der Jupiter-Saturnebene $= 1^\circ 16'$ ist, was aber nur die bekannte Tatsache fixiert, daß, wenn man im Planetensystem von der geringen Beeinflussung der übrigen Massen des Sonnensystems gegenüber Jupiter und Saturn absieht, die Bahnen von Jupiter und Saturn sich stets in einem Punkte auf der Laplaceschen Unveränderlichen Ebene schneiden, und zwar so, daß der aufsteigende Knoten des einen Planeten mit dem absteigenden Knoten der Bahn des anderen Planeten stets in demselben Punkte der Unveränderlichen Ebene zusammenfällt, so daß die Unveränderliche Ebene stets zwischen den beiden Planeten gelegen ist. Die Folge ist, daß die Bahnneigungen der periodischen Kometen gegen die Ebenen von Jupiter, Saturn und der von Laplace nicht sehr verschieden sein können, und deshalb etwaige systematische

Differenzen in bezug auf eine der genannten Ebenen, wie wir sie suchen, nur bescheiden hervortreten können.

Wie schon oben erwähnt, hat Tisserand auf das statistische Ergebnis aufmerksam gemacht, daß die Winkeldifferenz $\bar{\omega} - \Omega$, der Abstand des Perihels vom Knoten, auch Argument der Breite des Perihels genannt, bei den periodischen Kometen klein sei, wobei auch $\bar{\omega} - (180 + \Omega)$ klein sein kann, indem das Perihel auch in der Nähe des absteigenden Knotens gelegen sein kann, was eine auffallende kosmogonische Bedeutung haben muß, zumal sie durch das vermehrte Material erhärtet wird. Deshalb wurden außer der Größe $\bar{\omega} - \Omega$, dem Abstand des Perihels von der Ekliptik, auch der analoge Abstand des Perihels von der Jupiterbahn, d. h. auch $\bar{\omega} - \tau$ berechnet, d. h. der Abstand des Perihels von der Jupiterbahn und der Unveränderlichen Ebene, weiter auch der Saturn- und Neptunsbahn abgeleitet. Die entsprechenden numerischen Größen sind nun in den folgenden Tabellen 5-6 zuerst in bezug auf die Ekliptik und die Jupiterbahn zusammengestellt, und zwar $\bar{\omega} - \tau$, $\bar{\omega} - \Omega = \omega$, deren Differenz $\tau - \Omega = \sigma$, und für später schon hier auch die Differenz $\bar{\omega} - \bar{\omega}'$, die wir später diskutieren werden. Schon direkt ersieht man, daß die Differenzen $\bar{\omega} - \Omega$ und $\bar{\omega} - \tau$ sich um 0° resp. 180° gruppieren, ebenso deshalb die Differenz $\tau - \Omega$. Die Mittelbildung der Werte um 0 und 180° ergibt dann die folgenden Resultate:

1. um $\bar{\omega} - \Omega = 0^\circ : \bar{\omega} - \Omega = +13^\circ.9 \pm 1^\circ.8$
2. um $\bar{\omega} - \Omega = 180^\circ : \bar{\omega} - \Omega = 179^\circ.9 \pm 1^\circ.5$
3. um $\bar{\omega} - \tau = 0^\circ : \bar{\omega} - \tau = +10^\circ.1 \pm 5^\circ.0$
4. um $\bar{\omega} - \tau = 180^\circ : \bar{\omega} - \tau = 175^\circ.1 \pm 3^\circ.1$

In bezug auf die Laplacesche Unveränderliche Ebene, in bezug auf welche die Tabellen 5-6 ebenfalls die erforderlichen Ausgangsdaten enthalten, ergeben sich die folgenden Resultate:

1. um $\bar{\omega} - \tau = 0^\circ : \bar{\omega} - \tau = +10^\circ.7 \pm 6^\circ.2$
2. um $\bar{\omega} - \tau = 180^\circ : \bar{\omega} - \tau = 173^\circ.8 \pm 6^\circ.5$

d. h. also, es ergeben sich numerische Resultate, die denen in bezug auf Jupiter recht ähnlich sind, auch in bezug auf die Fehler.

Tab. 5. In mehrfachen Erscheinungen beobachtete Kometen

Nr.	Jupiter-Ebene und Ekliptik				Nr.	Laplacesche Ebene und Ekliptik		
	$\bar{\omega} - \tau$	$\bar{\omega} - \Omega$	$\tau - \Omega$	$\bar{\omega} - \bar{\omega}'$		$\bar{\omega} - \tau$	$\bar{\omega} - \Omega$	$\tau - \Omega$
1	189 ^o .9	185 ^o .2	— 4.7	146.7	1	190 ^o .2	185 ^o .2	— 5.0
2	— 7.4	— 3.6	+ 3.8	198.2	2	— 8.5	— 3.6	+ 4.9
3	188.7	191.0	+ 2.3	— 63.1	3	189.3	191.0	+ 1.7
4	198.6	193.7	— 4.9	148.9	4	198.7	193.7	— 5.0
5	15.0	15.2	+ 0.2	102.6	5	15.5	15.2	— 0.3
6	55.8	69.4	+ 13.6	— 74.5	6	51.2	69.3	+ 18.1
7	32.8	38.0	+ 5.2	190.1	7	32.0	38.0	+ 6.0
8	115.8	113.7	— 2.1	30.5	8	114.2	113.7	— 0.5
9	— 38.3	— 63.4	— 25.1	— 28.1	9	— 31.2	— 63.4	— 32.2
10	180.0	183.8	+ 3.8	43.3	10	181.5	183.8	+ 2.3
11	162.5	159.5	— 3.0	224.8	11	164.8	159.5	— 5.3
12	27.5	31.4	+ 3.9	— 88.8	12	25.4	31.4	+ 6.0
13	170.7	170.4	— 0.3	251.4	13	171.3	170.4	— 0.9
14	— 83.9	— 100.3	— 16.4	— 88.2	14	— 80.6	— 100.3	— 19.7
15	164.2	166.8	+ 2.6	35.6	15	163.0	166.8	+ 3.8
16	— 14.9	— 1.9	+ 13.0	110.6	16	— 14.5	— 1.9	+ 12.6
17	169.3	171.8	+ 2.5	— 5.4	17	168.7	171.8	+ 3.1
18	220.3	223.3	+ 3.0	95.6	18	218.8	223.3	+ 4.5
19	171.7	174.8	+ 3.1	— 55.4	19	171.6	174.8	+ 3.2
20	9.2	7.2	— 2.0	63.5	20	10.3	7.2	— 3.1
21	— 17.9	— 39.4	— 21.5	— 7.6	21	— 13.3	— 39.4	— 26.1
22	17.1	14.3	— 2.8	— 27.5	22	17.2	14.3	— 2.9
23	— 6.4	— 7.4	— 1.0	56.1	23	— 5.8	— 7.4	— 1.6
24	182.0	195.6	+ 13.6	— 0.2	24	179.0	195.6	+ 16.6
25	— 14.6	— 16.0	— 1.3	56.8	25	— 13.2	— 16.0	— 2.8
26	194.0	200.5	+ 6.5	33.3	26	192.2	200.5	+ 8.3
27	182.8	190.1	+ 7.3	5.2	27	181.2	190.1	+ 8.9
28	8.6	12.9	+ 4.3	123.0	28	9.3	12.9	+ 3.6
29	— 23.7	— 5.3	+ 18.4	136.3	29	— 27.2	— 5.3	+ 21.9
30	53.3	51.8	— 1.5	124.7	30	54.9	51.8	— 3.1
31	158.4	161.2	+ 2.8	— 8.5	31	157.8	161.2	+ 3.4
32	43.5	39.9	— 3.6	89.3	32	45.2	39.9	— 5.3
33	40.0	44.3	+ 4.3	166.3	33	40.0	44.3	+ 4.3
34	125.2	144.8	+ 19.6	— 72.5	34	121.2	144.8	+ 23.6
35	212.8	209.1	— 3.7	— 97.1	35	214.7	209.7	— 5.6
36	206.7	207.0	0.3	103.3	36	206.3	207.0	+ 0.7
37	1.1	— 3.8	— 4.9	— 55.2	37	1.0	— 3.8	— 4.8
38	— 8.8	— 13.3	— 4.5	— 39.6	38	— 8.3	— 13.3	— 5.0
39	194.6	195.9	+ 1.3	72.4	39	194.0	195.9	+ 1.9
40	0.0	— 1.6	— 1.6	63.3	40	1.1	— 1.6	— 2.7
41	58.9	57.1	— 1.8	30.3	41	59.1	57.1	— 2.0
42	131.5	129.5	— 2.0	66.8	42	131.3	129.5	— 1.8
43	198.6	199.2	+ 0.6	79.9	43	198.3	199.2	+ 0.9
44	65.8	65.3	— 0.5	137.2	44	66.2	65.3	— 0.9
45	114.6	111.7	— 2.9	155.5	45	115.6	111.7	— 3.9
46	30.7	29.3	— 1.4	11.3	46	30.9	29.3	— 1.6

In bezug auf die Größe $\tau - \Omega$ 1. im System Ekliptik-Jupiter ergibt sich im Mittel aller Werte: $\tau - \Omega = +0^\circ 42'$, 2. im System Ekliptik-Laplacesche Ebene $\tau - \Omega = -0^\circ 46'$, also in beiden Fällen bemerkenswert kleine Beträge, aber deshalb, weil die Bahnneigungen der Kometen gegenüber den kleinen Bahnneigungen der großen Planeten untereinander meist erheblich größer sind. Bemerkenswert ist aber, daß bei Ausschluß der Beträge $|\tau - \Omega| > 20^\circ$ (5 Kometen an Zahl) folgt: $\tau - \Omega = -0^\circ 3'$ bei der Laplaceschen Ebene, und bei Ausschluß der großen Werte $\bar{\omega} - \tau$ und $\bar{\omega} - \tau$ über 10° : $\tau - \Omega = +0^\circ 27'$, so daß die Laplacesche Ebene den günstigsten, d. h. absolut kleinsten Betrag für $\tau - \Omega$ ergibt.

Tab. 6. In nur 1 Erscheinung beobachtete Kometen

Nr.	Jupiter-Ebene und Ekliptik				Nr.	Laplacesche Ebene und Ekliptik		
	$\bar{\omega} - \tau$	$\bar{\omega} - \Omega$	$\tau - \Omega = \sigma$	$\bar{\omega} - \bar{\omega}'$		$\bar{\omega} - \tau$	$\bar{\omega} - \Omega$	$\tau - \Omega = \sigma$
1	-81.3	-86.4	-5.1	-28.4	1	-78.3	-86.4	-8.1
2	-6.4	-9.9	-3.5	+54.0	2	-3.9	-9.9	-6.0
3	132.5	159.4	-26.9	-50.7	3	126.6	159.4	+32.9
4	194.1	192.3	-1.8	255.6	4	195.3	192.3	-3.0
5	-45.8	-59.0	-13.2	-67.3	5	-44.0	-59.0	-15.0
6	30.0	6.4	-23.6	-79.8	6	59.7	6.4	-53.3
7	-80.6	224.3	-55.1	-55.2	7	137.4	224.3	+86.9
8	181.3	176.8	-4.5	-4.5	8	183.1	176.8	-6.3
9	-79.3	-67.2	+12.1	+56.9	9	-80.2	-67.2	+13.0
10	-4.1	-5.4	-1.3	+36.8	10	-3.6	-5.4	-1.8
11	-53.3	-14.9	+38.4	168.4	11	-63.0	-14.9	+48.1
12	18.3	13.3	-5.0	+44.9	12	19.7	13.3	-6.4
13	167.5	169.9	+2.4	+2.8	13	166.9	169.9	+3.0
14	-86.9	-91.4	-4.5	+23.2	14	-85.4	-91.4	-6.0
15	-6.6	-5.2	+1.4	95.2	15	-5.9	-5.2	+0.7
16	142.8	167.8	+25.0	-35.4	16	136.7	167.8	+31.1
17	50.7	46.2	4.5	117.1	17	55.0	46.2	-8.8
18	194.9	200.0	+5.1	+21.0	18	193.7	200.0	+6.3
19	192.0	197.4	+5.4	-11.9	19	191.2	197.4	+6.2
20	-40.4	-47.5	-7.1	+5.0	20	-36.9	-47.5	-10.6
21	75.0	69.8	-5.2	+26.7	21	75.2	69.8	-5.4
22	261.0	257.0	-4.0	265.9	22	262.0	-80.6	+17.4
23	13.9	95.1	+1.1	-54.5	23	93.5	95.0	+1.5
24	167.6	171.0	+3.4	+28.9	24	166.3	171.0	+4.7
25	194.9	196.1	+1.2	+72.4	25	193.6	196.1	+2.5
26	-41.9	-40.0	+1.9	+137.8	26	-42.3	-40.0	+2.3
27	18.0	19.3	+1.3	-36.4	27	20.5	19.3	-1.2
28	137.2	137.6	+0.4	+28.4	28	139.3	137.6	-1.7

Wegen der geringen Bahnneigung der großen Planeten Jupiter und Saturn gegeneinander, sowie bei der deshalb geringen Abweichung der Laplaceschen Ebene von den Bahnebenen von Jupiter und Saturn, müssen auch die Bahnneigungen unserer periodischen Kometen gegen die genannten 3 Ebenen klein bleiben, daher auch der geringe systematische Unterschied der kometaren Bahnneigungen beim Bezug der Neigungen auf die Laplacesche Ebene. Dagegen ist evidenter der Unterschied bei der Vergleichung der Kometenbahn-Neigungen in bezug auf die Ekliptik (i_0) und die Jupiterbahn (J_1) wie aus den Tabellen in bezug auf die in mehrfachen Erscheinungen wie nur 1 Erscheinung beobachteten Kometen ersichtlich ist, wobei 1 Komet, Nr. 26 mit $J_1 = i_0$ nicht mitgezählt wurde; dann wird nämlich $J_1 < i_0$ in 21 Fällen (bei $i_0 > 90^\circ$ gilt $J_1 < i_0$, wenn zahlenmäßig durch die Rechnung $J_1 > i_0$ erscheint) unter 28 Fällen. Analog erfolgt im Falle der mehrfach beobachteten Kometen, daß $J_1 < i_0$ in 23 Fällen, d. h. genau bei der Hälfte aller Fälle, insgesamt also bei Zusammenfassung der beiden Gruppen: $J_1 < i_0$ bei $21 + 23 = 44$ Fällen unter 74 Fällen, d. h. 60 % entsprechend, so daß die Kometenbahnen sich näher um die Jupiterbahn als um die Erdbahnebene gruppieren, weiterhin aber, wie oben gezeigt, noch näher um die Laplacesche Unveränderliche Ebene.

Bei dem Bezug der Bahnelemente der periodischen Kometen auf die der großen Planeten erhebt sich weiter im Anschluß an die letzten Betrachtungen über die Differenzen $\bar{\omega} - \Omega$ und $\bar{\omega} - \tau$ im System der periodischen Kometen die Frage nach der Verteilung der Perihelien überhaupt, speziell bezüglich der Periheldifferenzen zwischen den Kometen und Jupiter. Schon oben ist in der Tabelle 5 und 6 speziell auch die Differenz $\bar{\omega} - \bar{\omega}'$ der Perihellängen tabuliert worden. Prüft man die Differenz $\bar{\omega} - \bar{\omega}'$ über die 4 Quadranten hinweg, so ergibt sich die folgende überraschende Verteilung, wobei die 1. Kolumne die 4 Quadranten fixiert, nebst dem Mittelwert des Quadranten, die 2. Kolumne den Mittelwert der Periheldifferenz nebst Anzahl der in Betracht kommenden Kometen (in Klammer), und zwar für die 46 in mehr als 1 Erscheinung beobachteten Kometen, analog bezieht sich die 3. Kolumne auf die 28 Periheldifferenzen der in nur einer Erscheinung beobachteten periodischen Kometen.

Quadrant	$\bar{\omega} - \bar{\omega}'$ -Verteilung			
	mehrfach beob. Kometen $\bar{\omega} - \bar{\omega}'$ Anzahl		1 mal erschienen $\bar{\omega} - \bar{\omega}'$ Anzahl	
I (45°)	49°2	(15)	29°3	(13)
II (135°)	129°2	(12)	129°6	(4)
III (225°)	225°5	(5)	260°8	(2)
IV (315°)	316°1	(14)	321°7	(9)

Überraschend ist die befriedigende Übereinstimmung der Mittelwerte $\bar{\omega} - \bar{\omega}'$ bei den mehrfach wie den nur in 1 Erscheinung beobachteten Kometen. Beide Kometengruppen zeigen augenfällig im 1. und 4. Quadranten ein Maximum der Kometenanzahl, ebenso zeigen sie Minima im 2. und 3. Quadranten von $\bar{\omega} - \bar{\omega}'$, so daß man die Ergebnisse im I. und IV. Quadranten, wie im II. und III. Quadranten zusammenziehen kann. Alsdann ergeben sich als mittlere Differenzen M der Perihellängen:

I. und IV. Quadrant: $M(\bar{\omega} - \bar{\omega}') = +3^{\circ}1 \pm 7^{\circ}0$ (51 Kometen)
um $\bar{\omega} - \bar{\omega}' = 0^{\circ}$

II. und III. Quadrant: $M(\bar{\omega} - \bar{\omega}') = 161^{\circ}7 \pm 10^{\circ}9$ (23 Kometen)
um $\bar{\omega} - \bar{\omega}' = 180^{\circ}$

wo die Gewichte der Kometenzahl 51 resp. 23 entsprechen. Es ergibt sich demnach eine ausgesprochene Häufung der Perihelien um die Apsidenlinie des großen Planeten Jupiter mit mehr als doppelt so viel Kometen um das Perihel Jupiters als um sein Aphel. Dieses Ergebnis ist außerordentlich überraschend, wenn wir an die Tatsache denken, daß die Planetoiden des Sonnensystems genau dieselbe schon bekannte Häufungserscheinung ihrer Perihele um das Perihel Jupiters zeigen. Diese Erscheinung ist in meiner Abhandlung aus dem Jahre 1949: „Teoría sobre la acumulación de los perihélios y nodos de los aster oides“ in den Publikationen des Observatorio Astronomico der National-Universität La Plata (Argentina), Serie Astronomica, tomo 25, Nr. 1 ausführlich untersucht worden. Um so interessanter ist es, daß die periodischen Kometen eine analoge Erscheinung zeigen.

In der deutschen Zusammenfassung auf pag. 107 der genannten Abhandlung steht im letzten Absatz, nachdem im Absatz vorher auf Grund der vorhergegangenen Untersuchungen im System der Planetoiden kein einziger Librationsfall um das Jupiterperihel hat nachgewiesen werden können: „demgegenüber bleibt aber die Häufung der Planetoiden um die Perihellage Jupiters als durch die Beobachtung einwandfrei festgestelltes Ergebnis bestehen usw.“ Das analoge Verhalten der Perihellagen zeigen nun die periodischen Kometen, wenn auch die Frage der analytischen Libration der periodischen Kometen noch nicht untersucht worden ist, was im Wesentlichen auf der Schwierigkeit durch die allgemein großen Exzentrizitäten der periodischen Kometen beruht. Nach dem statistischen Verhalten der Perihelien bei den Planetoiden wie den periodischen Kometen ist es möglich, daß ihre Perihelrichtungen in einer asymptotischen Bewegung gegen die Apsidenlinie des großen Planeten Jupiter begriffen sind, wobei die Mehrzahl der Perihele sich dem Perihel Jupiters, die Minderzahl dem Aphel Jupiters nähert.

Nach der Feststellung des Verhaltens der Periheldifferenz der Kometen, wonach $\bar{\omega} - \bar{\omega}' = 0^\circ$ resp. 180° , können wir in Verbindung mit dem oben diskutierten Verhalten von $\bar{\omega} - \Omega = 0^\circ$ resp. 180° , aus der Differenz dieser beiden Beziehungen sofort die Folgerung schließen, daß $\Omega = \bar{\omega}'$ resp. $180^\circ + \bar{\omega}'$ ist, daß also der aufsteigende Knoten der Kometenbahn mit der Perihelrichtung oder Aphelrichtung der Jupiterbahn zusammenfällt. Auf Grund unserer Tabellen ergibt die Rechnung:

$$1. \text{ um } \bar{\omega}' \quad : \quad \Omega = \bar{\omega}' + 19^\circ.1$$

$$2. \text{ um } \bar{\omega}' + 180^\circ : \Omega = \bar{\omega}' + 181^\circ.6$$

im Mittel aus allen Einzelwerten der in mehrfachen Erscheinungen beobachteten Kometen. Aus den nur in 1 Erscheinung beobachteten Kometen (Tabelle 6) folgt:

$$1. \quad \Omega - \bar{\omega}' = 33^\circ.3 \text{ um } \Omega - \bar{\omega}' = 0^\circ$$

$$2. \quad \Omega - \bar{\omega}' = 185^\circ.0 \text{ um } \Omega - \bar{\omega}' = 180^\circ$$

also in naher Übereinstimmung mit der größeren Reihe der 46 Kometen mehrfacher Erscheinung. Im Mittel folgt aus beiden Reihen:

$$1. \quad \Omega - \bar{\omega}' = + 24^{\circ}0, \text{ also } \Omega = \bar{\omega}' + 24^{\circ}0$$

$$2. \quad \Omega - \bar{\omega}' = + 178^{\circ}9, \text{ also } \Omega = \bar{\omega}' + 178^{\circ}9$$

Zum Schluß liegt es nahe, bei der Übereinstimmung der Ap-sidenlinien der periodischen Kometen mit der des Jupiter, und ferner bei der Tatsache, daß ein großer Teil der periodischen Kometen mittlere Bewegungen besitzt, die zu der von Jupiter in naher Kommensurabilität stehen, hervorzuheben, daß Bewegungstheorien dieser Kometen auf der Basis der strengperiodischen Lösungen Poincarés trotz der allgemein hohen Exzentrizitäten möglich sind. Bei solchen Exzentrizitäten ist es aber nötig, daß die mittlere Bewegung des masselosen Planetoiden resp. Kometen zu der des störenden Körpers (Jup., Saturn) usw. nahe in einem bestimmten niedrigzahligen Verhältnis, nämlich dem zweier unmittelbar aufeinander folgender Zahlen steht, d. h. es muß $\frac{n}{n'} = \frac{2}{1}$ resp. $= \frac{3}{2}, \frac{4}{3}$ usw. sein, wie es praktisch bei einer Reihe unserer Kometen zutrifft. Dabei sei daran erinnert, daß G.W. Hill bereits 1903 in einem Artikel des *Astron. Journal* im Falle des Hecubaproblems, wo $\frac{n}{n'} = \frac{2}{1}$, dem sonst schwierigsten Falle der Störungstheorie, bei $e = 0.8$, eine strengperiodische Lösung numerisch durchgeführt hat.