

BAYERISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

SITZUNGSBERICHTE

JAHRGANG

1955

MÜNCHEN 1956

VERLAG DER BAYERISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

In Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

Ergänzung zur Berechnung der mittleren Schwere in einer Lotlinie nach Th. Niethammer, unter Berücksichtigung der Isostasie

Von Carl Fridolin Baeschlin in Zollikon

Vorgelegt am 4. März 1955

Th. Niethammer hat 1932 in seiner Arbeit: „Nivellement und Schwere“ [1] gezeigt, wie man die mittlere Schwere in einer Lotlinie zwischen einem Punkt an der physischen Erdoberfläche und dem Geoid berechnen kann, gestützt auf die „Topographie“ in der Umgebung des Punktes. Gestützt auf die Gesteinsdichte $\theta = 1$ hat er für eine von ihm vorgeschlagene Zoneneinteilung des Geländes Tafeln berechnet, aus denen man für jedes Kompartiment für die betreffende Stationshöhe und die „Geländehöhendifferenz“ h die Korrektur auf die mittlere Höhe bestimmen kann. Niethammer hat die graphische Darstellung gewählt, weil die Interpolation in Tafeln mit zwei Eingängen etwas mühsam ist.

Ich habe in meiner Präsidialrede an der Eröffnungssitzung der Internationalen Assoziation für Geodäsie vom 14. September 1954 in Rom über das Thema: „Versuch einer Methodologie der Geodäsie“ [6] darauf hingewiesen, daß die Geodäsie ohne Hypothesen über die Zusammensetzung der Erdrinde nicht auskommen könne und daß es empfehlenswert sei, dieselbe Hypothese für die verschiedenen Anwendungsgebiete zu verwenden.

Gebiete, bei denen wir ohne eine Hypothese über die Dichteverhältnisse in der Erdrinde nicht auskommen können, sind:

1. Reduktion der Schweremessungen auf das Geoid,
2. Berechnung der mittleren Schwere in einer Lotlinie zur Bestimmung orthometrischer Meereshöhen,
3. Berechnung der Lotabweichungskomponenten aus sichtbaren Massen,
4. Berechnung der Krümmung der Lotlinien,
5. Berechnung des Potentials der Erdrinde für einen Stationspunkt.

Anläßlich der Behandlung des Problems 3 der vorstehenden Zusammenstellung wurden Pratt [2] und Airy [3] zur Aufstellung ihrer Hypothese der Isostasie der Erdrinde geführt.

Da Th. Niethammer in der oben zitierten Arbeit „Nivellement und Schwere“ den Durchschnittswert der Schwere in einer Lotlinie nur unter Berücksichtigung der „Topographie“, d. h. der Massen, die über das Geoid hervorragen (Kontinente) oder daran fehlen (Ozeane), berechnet hat, wir aber für die Berechnungen 1, 3, 4 und 5 heute allgemein die Isostasie berücksichtigen, möchte ich durch die nachfolgende Untersuchung zeigen, wie wir vorzugehen haben, wenn wir auf die isostatische Dichteverteilung in der Erdrinde abstellen. Da wir bei der Berücksichtigung der Isostasie bekanntlich die Topographie der ganzen Erde berücksichtigen müssen, können wir nicht, wie dies Niethammer tut, die Anziehungen unter der Voraussetzung ebener Verhältnisse und nur geringer Distanzen von der Station berechnen. Aus diesem Grunde müssen wir auf die sphärische Berechnung der Anziehungen der Massen der Topographie und der isostatischen Kompensation greifen. Das hindert uns, bloß eine Modifikation der Niethammerschen Methode zu geben; wir müssen vielmehr eigene Wege gehen.

1. Isostatische Hypothesen. Es gibt bekanntlich zwei Hypothesen über die Isostasie: a) von J. H. Pratt [2] und b) von G. B. Airy [3]. Wir verwenden für unsere Untersuchung die Prattische Hypothese, weil sie in der Geodäsie für allgemeine Aufgaben immer mehr verwendet wird und weil die Hoffnung besteht, daß sie sich für alle Aufgaben 1 bis 5 mit einem universellen Wert für die Gesteinsdichte der Erdrinde (2.67) und für die Tiefe T der Ausgleichsschicht durchsetzen wird. Damit will in keiner Weise behauptet werden, daß die Airysche Isostasie nicht in manchen Fällen den wirklichen Verhältnissen besser angepaßt sei. Es würde übrigens keine Schwierigkeiten bieten, die Tabellen 1 und 2 für die Isostasie-Hypothese von Airy [3] zu berechnen.

Obwohl die Internationale Assoziation für Geodäsie sich bis heute noch nicht für einen bestimmten Wert der Tiefe T hat entschließen können, werde ich für meine Berechnungen $T = 80$ km annehmen. In Übereinstimmung mit der Mehrzahl der Autoren verteilen wir die isostatische Kompensation zwischen

der Lithosphäre und der Ausgleichsfläche und setzen Gleichheit der Massen der Topographie und der isostatischen Kompensation voraus. Unter diesen Voraussetzungen erhalten wir für die Dichte der Kompensation bei sphärischer Rechnung:

Für kontinentale Verhältnisse:

$$\vartheta_k^{kont} = - \Theta_0 \frac{H_t}{T + H_t} \left\{ 1 + \frac{T}{R_0} \left[1 + \frac{2(T - H_t)}{3 R_0} \right] \right\}. \quad (1)$$

Für ozeanische Verhältnisse:

$$\vartheta_k^{ocean} = + (\Theta_0 - \Theta_w) \frac{t}{T - t} \left\{ 1 + \frac{T}{R_0} \left[1 + \frac{2(T + t)}{3 R_0} \right] \right\}. \quad (2)$$

Wir wählen für die ganze Erde:

$$\Theta_0 = 2.67; \quad \Theta_w = 1.027; \quad \Theta_0 - \Theta_w = 1.643; \quad R_0 = 6371.2 \text{ km.}$$

H_t bedeutet die mittlere Meereshöhe der „Topographie“ in einem Kompartiment der Zonen- und Sektoreneinteilung; t dagegen ist die mittlere Tiefe des Ozeans in einem solchen Zonen-sektor.

Für die numerischen Berechnungen verwenden wir die fundamentalen Tafeln zur Berechnung der Schwerereduktion von G. Cassinis-P. Dore-S. Ballarin [4]. Diese Tafeln gründen sich auf die Werte $R_0 = 6371.2 \text{ km}$, $f = 667.0 \cdot 10^{-10} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ sec}^{-2}$, die Dichte Eins und auf die etwas modifizierte Zoneneinteilung von Hayford.

Die Wahl der Vorzeichen in den Tafeln [4] ist so getroffen, daß man aus der Formel

$$f(H'' - H_s) - f(H' - H_s),$$

wo $H'' > H'$ ist, das richtige Vorzeichen der Korrektur erhält. Da wir für unsere Aufgabe die Anziehung brauchen, welche die negative Korrektur ist, müssen wir die Formel

$$f(H' - H_s) - f(H'' - H_s) \quad (3)$$

verwenden; dabei sind die Tiefen als negative Höhen einzuführen.

Wir müssen hier noch auf einen Punkt hinweisen: Bei der von uns verwendeten Methode der Anordnung der Kompensation ist

für Landkompartimente die Dichte der „Topographie“ variabel: $2.67 + \vartheta_k^{Kont}$ (also etwa 2.64). Wenn wir aber ohne Berücksichtigung der Isostasie mit der konstanten Dichte Θ_0 der Topographie rechnen, wählen wir im allgemeinen $\Theta_0 = 2.67$. Da wir bei den Berechnungen die Anziehungen der Topographie und der isostatischen Kompensation ausscheiden wollen, um erkennen zu können, welchen Einfluß die Berücksichtigung der Isostasie auf die Resultate hat, rechnen wir die Anziehung der Topographie mit der Dichte 2.67, im Gegensatz zu anderen Autoren. Die Gesamtwirkung von Topographie und Kompensation ist in beiden Fällen dieselbe.

2. Verwendung der Tafeln von Cassinis zur Berechnung der Anziehung der Massen der Erdrinde. Da wir den Durchschnittswert der Schwere in einer Lotlinie zwischen dem Geoid und der physischen Erdoberfläche unter Verwendung numerischer Integrationsmethoden bestimmen wollen, müssen wir mittels der Tafeln von Cassinis [4] die Vertikalanziehung der Topographie und der isostatischen Kompensation auf einem Punkte Q der Lotlinie der Station S mit einer Meereshöhe H_Q bestimmen, wie sie von einem Zonensektor herrührt, in dem die mittlere Meereshöhe der Topographie H_t ist.

Der betreffende Zonensektor ist gekennzeichnet durch die beiden sphärischen Radien a_i und a_a und daß der Ring in N gleiche Sektoren geteilt ist. Während wir uns bei den Zonenradien a an die von Cassinis gewählten Werte zu halten haben, sind wir in bezug auf die Zahl N der Sektoren vollständig frei. Wir sind also durchaus nicht an die von Cassinis übernommenen Zahlen von Hayford gebunden.

Nach dieser Orientierung wollen wir zunächst einige Beispiele behandeln.

1. Beispiel. Land; Topographie.

$$H_Q = +1200 \text{ m}; H_t = +3000 \text{ m}; \text{Zone I}; N = 20$$

$$\begin{aligned} H'' = H_t &= +3000 \text{ m}; h'' = 3000 - 1200 = +1800 \text{ m}; f'' = +462 \\ H' &= 0 \text{ m}; h' = 0 - 1200 = -1200 \text{ m}; f' = +214 \\ &\qquad\qquad\qquad f' - f'' = -248 \end{aligned}$$

$$A_{\text{top}}^{\frac{3999}{1200}} = -248 \times 2.67 \times 1/20 = -33.1 \cdot 10^{-5} \text{ gal.}$$

Das ist die Anziehung der Topographie im Sinne unserer Definition von der Meereshöhe 3000 m auf den Punkt Q mit der Meereshöhe $H_Q = +1200$ m.

2. Beispiel. Land; Isostatische Kompensation.

$$H_Q = +1200 \text{ m}; H_t = +3000 \text{ m}; \text{Zone I}; N = 20; T = 80 \text{ km.}$$

Mit $H_t = +3000$ m wird nach Formel (1) $\vartheta_k = -0.097726$ und $\frac{\vartheta_k}{n} = -0.0048863$.

$$\begin{aligned} H'' &= +3000 \text{ m}; H'' - H_Q = +1800; f'' = +462 \\ H' &= -80000 \text{ m}; H' - H_Q = -81200; f' = +12240 \\ &\quad \frac{f' - f'' = +11778 \cdot 10^{-5} \text{ gal}}{f' - f''} \end{aligned}$$

$$A_{\text{iso}}^{3000}_{1200} = -11778 \times 0.0048863 = -57.4 \cdot 10^{-5} \text{ gal}$$

$$A_{\text{top}}^{3000}_{1200} + A_{\text{iso}}^{3000}_{1200} = -33.1 - 57.4 = -90.5 \cdot 10^{-5} \text{ gal.}$$

3. Beispiel. Ozean; Topographie.

$$H_Q = +1200 \text{ m}; t = -9000 \text{ m}; \text{Zone 6}; N = 18$$

$$H' = -9000 \text{ m}; H' - H_Q = -10200 \text{ m}; f' = +3348$$

$$H'' = 0 \text{ m}; H'' - H_Q = -1200 \text{ m}; f'' = +392 \\ \frac{f' - f'' = +2956}{f' - f''} = +2956$$

$$A_{\text{iso}}^{9000}_{1200} = -2956 \times 1.643 \times 1/18 = -270 \cdot 10^{-5} \text{ gal.}$$

4. Beispiel. Ozean; Isostatische Kompensation.

$$H_Q = +1200 \text{ m}; t = -9000 \text{ m}; \text{Zone 6}; N = 18; T = 80 \text{ km.}$$

$$H'' = t = -9000 \text{ m}; H'' - H_Q = -10200 \text{ m}; f'' = +3348$$

$$H' = T = -80000 \text{ m}; H' - H_Q = -81200 \text{ m}; f' = +27458 \\ \frac{f' - f'' = +24110}{f' - f''} = +24110$$

$$A_{\text{iso}}^{9000}_{+1200} = +24110 \times 0.210905 \times 1/18 = +282.5 \cdot 10^{-5} \text{ gal.}$$

Auf diese Weise erhalten wir die Tabellen 1 und 2 für den Landfall mit $H_t = +3000$ m.

Tab. 1. Land; Topographie. Zone I; $N=20$; $H_t = +3000\text{m}$. $\Theta = 2.67$
 $\frac{\Theta}{N} = 0.1335$

1	2	3	4	5	6	7	8
n	H_Q	f''	f'	$f' - f''$	$A_{H_Q}^{+3000} N=20$ $\Theta=2.67$	$A_{H_Q}^{+3000} N=20$ $\Theta=2.67$	$A_{\text{top}} + A_{\text{iso}}$
	Meter	10^{-5} gal	10^{-5} gal	10^{-5} gal	10^{-5} gal	10^{-5} gal	10^{-5} gal
— 2 —	400	+ 1453	+ 24	— 1429	— 190.6	— 52.6	— 243
— 1 —	200	+ 1311	+ 6	— 1305	— 174.2	— 53.3	— 228
0	0	+ 1174	0	— 1174	— 165.7	— 54.0	— 211
+ 1 +	200	+ 1040	+ 6	— 1034	— 138.0	— 54.6	— 192
+ 2 +	400	+ 912	+ 25	— 887	— 118.4	— 55.3	— 174
+ 3 +	600	+ 789	+ 55	— 734	— 98.0	— 55.9	— 154
+ 4 +	800	+ 673	+ 97	— 576	— 76.9	— 56.5	— 133
+ 5 +	1000	+ 564	+ 150	— 414	— 55.3	— 57.0	— 112
+ 6 +	1200	+ 462	+ 214	— 248	— 33.8	— 57.6	— 91
+ 7 +	1400	+ 369	+ 288	— 81	— 10.8	— 58.0	— 69
+ 8 +	1600	+ 286	+ 373	+ 87	+ 11.6	— 58.4	— 47
+ 9 +	1800	+ 212	+ 466	+ 254	+ 33.9	— 58.8	— 25
+ 10 +	2000	+ 148	+ 568	+ 420	+ 56.1	— 59.1	— 3
+ 11 +	2200	+ 95	+ 677	+ 582	+ 77.7	— 59.4	+ 18
+ 12 +	2400	+ 54	+ 794	+ 740	+ 98.9	— 59.6	+ 39
+ 13 +	2600	+ 24	+ 917	+ 893	+ 119.2	— 59.8	+ 59
+ 14 +	2800	+ 6	+ 1045	+ 1039	+ 138.7	— 59.9	+ 79
+ 15 +	3000	0	+ 1179	+ 1179	+ 157.4	— 59.9	+ 97
+ 16 +	3200	+ 6	+ 1317	+ 1311	+ 175.0	— 59.9	+ 115
+ 17 +	3400	+ 25	+ 1458	+ 1433	+ 191.3	— 59.8	+ 131
+ 18 +	3600	+ 55	+ 1602	+ 1547	+ 206.5	— 59.7	+ 147
+ 19 +	3800	+ 97	+ 1749	+ 1652	+ 220.5	— 59.5	+ 161
+ 20 +	4000	+ 150	+ 1898	+ 1748	+ 233.4	— 59.3	+ 174
+ 21 +	4200	+ 214	+ 2048	+ 1834	+ 244.8	— 59.0	+ 186
+ 22 +	4400	+ 288	+ 2199	+ 1911	+ 255.1	— 58.6	+ 196
+ 23 +	4600	+ 373	+ 2351	+ 1978	+ 264.1	— 58.2	+ 206
+ 24 +	4800	+ 466	+ 2503	+ 2037	+ 271.9	— 57.8	+ 214
+ 25 +	5000	+ 568	+ 2655	+ 2087	+ 278.6	— 57.3	+ 221

7. aus Tabell 2 entnommen.

Tab. 2. Land; Isostatische Kompensation. Zone I; $N = 20$; $H_t = +3000\text{m}$; $\Theta = 2.67$; $T = 80\text{km}$. $\vartheta_k^{3000} = -0.097726$;

$$\frac{\vartheta_k}{20} = -0.0048863$$

1	2	3	4	5	6
n	H_Q	f'	f''	$f' - f''$	A_{iso}^{+3000} Q
	Meter	10^{-5} gal	10^{-5} gal	10^{-5} gal	10^{-5} gal
— 2	— 400	+ 122 15	+ 1453	+ 107 62	— 52.6
— 1	— 200	+ 122 18	+ 1311	+ 109 07	— 53.3
0	0	+ 122 21	+ 1174	+ 110 47	— 54.0
+ 1	+ 200	+ 122 24	+ 1040	+ 111 84	— 54.6
+ 2	+ 400	+ 122 27	+ 912	+ 133 15	— 55.3
+ 3	+ 600	+ 122 30	+ 789	+ 114 41	— 55.9
+ 4	+ 800	+ 122 32	+ 673	+ 115 59	— 56.5
+ 5	+ 1000	+ 122 37	+ 564	+ 116 73	— 57.0
+ 6	+ 1200	+ 122 40	+ 462	+ 117 78	— 57.6
+ 7	+ 1400	+ 122 43	+ 369	+ 118 74	— 58.0
+ 8	+ 1600	+ 122 46	+ 286	+ 119 60	— 58.4
+ 9	+ 1800	+ 122 48	+ 212	+ 120 36	— 58.8
+ 10	+ 2000	+ 122 52	+ 148	+ 121 04	— 59.1
+ 11	+ 2200	+ 122 55	+ 95	+ 121 60	— 59.4
+ 12	+ 2400	+ 122 57	+ 54	+ 122 03	— 59.6
+ 13	+ 2600	+ 122 61	+ 24	+ 122 37	— 59.8
+ 14	+ 2800	+ 122 63	+ 6	+ 122 57	— 59.9
+ 15	+ 3000	+ 122 66	0	+ 122 66	— 59.9
+ 16	+ 3200	+ 122 70	+ 6	+ 122 64	— 59.9
+ 17	+ 3400	+ 122 72	+ 25	+ 122 47	— 59.8
+ 18	+ 3600	+ 122 75	+ 55	+ 122 20	— 59.7
+ 19	+ 3800	+ 122 78	+ 97	+ 121 81	— 59.5
+ 20	+ 4000	+ 122 81	+ 150	+ 121 31	— 59.3
+ 21	+ 4200	+ 122 84	+ 214	+ 120 70	— 59.0
+ 22	+ 4400	+ 122 87	+ 288	+ 119 99	— 58.6
+ 23	+ 4600	+ 122 89	+ 373	+ 119 16	— 58.2
+ 24	+ 4800	+ 122 93	+ 466	+ 118 27	— 57.8
+ 25	+ 5000	+ 122 95	+ 568	+ 117 27	— 57.3

Es erscheint zunächst paradox, daß bei den f' und f'' für $H_Q > 3000$ m in den Tabellen 1 und 2 die Absolutwerte der Anziehungen mit zunehmendem Abstand von der Masse zunehmen. Die Erscheinung rührt von der Ringform der anziehenden Masse her.

3. Berücksichtigung der Anziehung der regularisierten Erde.

Bei dieser Berechnung ist die Anziehung der regularisierten Erde vernachlässigt worden. Wir tragen dieser Anziehung Rechnung durch die Berücksichtigung der normalen Abnahme der Schwere mit der Meereshöhe. Wir wählen diese für einen Punkt mit der Meereshöhe H_Q nach Cassinis [4].

$$(-H_Q \cdot 30.855_2 - H_Q \cos 2\varphi \cdot 0.022_0) \cdot 10^{-5} \text{ gal.}$$

Die Zahlenwerte für diese Formel finden wir auf den Seiten XXIV bis XXVII von [4]. Für die geographische Breite φ wählen wir den Mittelwert eines ganzen Landes: $\bar{\varphi}$. Damit wird die Freiluftänderung für das ganze Land

$$\begin{aligned} -H_Q^m (30.855_2 + 0.022_0 \cos \bar{\varphi}) \cdot 10^{-5} \text{ gal} \\ = -H_Q \cdot F \cdot 10^{-5} \text{ gal} \end{aligned}$$

mit $F = 30.855_2 + 0.022_0 \cos 2\bar{\varphi}$.

Um für die Punkte der Lotlinie einer Station die Schwerewerte zu finden, müssen wir das g für einen bestimmten Punkt kennen. Da heute der Zeitpunkt vorausgesehen werden kann, in dem in allen Hauptpunkten eines Präzisionsnivelements die Schwere g durch Gravimetermessungen bekannt sein wird, nehmen wir an, daß g_S in der Station S an der Erdoberfläche (Meereshöhe H_S) bekannt sei. Es ist

$$g_S = C + A_S - F \cdot H_S^m.$$

Daraus folgt

$$C = g_S - A_S + F \cdot H_S^m.$$

Andererseits ist

$$g_Q = C + A_Q - F \cdot H_Q^m$$

oder nach Einsatz von C

$$g = g_S - (A_S - A_Q) + (H_S - H_Q)^m \cdot F \cdot 10^{-5} \text{ gal.} \quad (4)$$

4. Bestimmung des Durchschnittswertes der Schwere durch numerische Integration. Um den Durchschnittswert der Schwere in der Lotlinie von S zu bilden, den wir mit $\bar{G}_S$ bezeichnen, haben wir zu berechnen

$$\bar{G}_S = \frac{1}{H_S} \int_0^{H_S} g_Q dh.$$

Das liefert

$$\bar{G}_S = g_S - \frac{1}{H_S} \int_0^{H_S} (A_S - A_Q) dh + \frac{1}{2} FH_S''$$

oder

$$\bar{G}_S = g_S + \frac{1}{2} FH_S'' - A_S + \frac{1}{H_S} \int_0^{H_S} A_Q dh. \quad (5)$$

Um den Durchschnittswert der A_Q zu berechnen, benutzen wir für die Auswertung des Integrals von (5) eine numerische Integrationsmethode. Als solche empfiehlt sich für unseren Fall die Integration durch Summation (siehe [5], § 74, S. 249–259, speziell S. 252 und S. 253).

Danach bilden wir aus den Tabellen 1 und 2 die Mittelwerte benachbarter A_Q . Daraus stellen wir das Differenzschema auf.

Um die erste und dritte Differenz für $n = 0$ zu erhalten, müssen wir noch A_{-200} und A_{-400} berechnen, die wir schon in die Tabellen 1 und 2 aufgenommen haben. Wir wollen das Glied der Summenreihe $(0, -1)$, also für $HQ = 0$, zu Null machen. Das bedingt, daß

$$(0, -1) = +\frac{1}{12} (0, 1) - \frac{11}{720} (0, 3)$$

sein muß. Davon ausgehend bildet man durch Summation die provisorischen Glieder $(n, -1)$, die dann noch um

$$-\frac{1}{12} (n, 1) + \frac{11}{720} (n, 3)$$

zu korrigieren sind, um das richtige Glied $(n, -1)$ zu erhalten.

Wir finden die tabellarische Darstellung der Berechnung in den Tabellen 3 (für die Topographie) und 4 (für die isostatische

Kompensation) für den Landfall $H_t = + 300$ m. Wir führen hier die Berechnung für die Topographie und die Isostasie getrennt durch, um entscheiden zu können, welchen Einfluß es auf die Resultate hat, wenn man die Isostasie berücksichtigt. Wenn für die Beantwortung dieser Frage kein Interesse besteht, vereinigt man $A_{\text{top}} - A_{\text{iso}} = A$ und rechnet mit diesem Wert allein. Es ist

$$\frac{1}{H_S} \int_0^{H_S} A_Q dh = \frac{1}{n \cdot \Delta h} \sum_{q=0}^n A_q \Delta h = \frac{1}{n} (n, -1).$$

Um also die den einzelnen H_Q als H_S entsprechenden Durchschnittswerte $\bar{A}_S$ zu erhalten, dividieren wir die Zahlen der Kolonne der Tabellen 3 und 4 durch n .

Für jede Zone haben wir für jedes H_t (resp. t für ozeanische Verhältnisse) in der gewählten Höhenstufung (in unserem Beispiele 200 m) die A_Q und daraus die A_S zu berechnen. Die Resultate tragen wir in eine Tabelle mit den Eingängen für H_t und H_S ein.

Wenn wir die Einflüsse der Topographie und der Isostasie getrennt berechnen und darstellen, erhalten wir für jede Zone vier solcher Tabellen, zwei für Land und zwei für Ozean-Verhältnisse.

Obwohl die zugehörigen Berechnungen, die sich auf die Tafeln [4] stützen, sehr einfach sind, sie aber in sehr großer Anzahl ausgeführt werden müssen, sollte ein geodätisches Landesinstitut die Arbeit übernehmen, nachdem sich die Internationale Assoziation für Geodäsie über die Tiefe T der isostatischen Ausgleichsfläche geeinigt haben wird. Für die Dichte werden heute schon die Werte 2.67, resp. 1.643 allgemein verwendet.

Wenn einmal die grundlegenden Tabellen gerechnet vorliegen, wären analog, wie das Niethammer für die von ihm errechneten Werte gemacht hat, graphische Tafeln zu erstellen und zu vervielfältigen, weil die Interpolation in Tafeln mit zwei Eingängen mühsam ist.

Bei der numerischen Durchrechnung soll natürlich Δh , das ich zu 200 Meter angenommen habe, in den verschiedenen Zonen so gewählt werden, daß für die Resultate der Hundertstel des Milligal als Rechenschärfe gewährleistet ist.

Tab. 3. Topographie. Werte von $\frac{1}{H_S} \int_0^{H_S} A_{H_Q}^{+3000} dh = \frac{1}{n} (n, -1)$

1 n	2 H	3 $G_{H_S}^{+3000}$	4 $(n, -1)$	5 Σ Korrektur	6 $(n-\frac{1}{2}, 0)$	7 $(n, +1)$	8 $(n-\frac{1}{2}, +2)$	9 $(n, +3)$
	Meter	10^{-5} gal	10^{-5} gal	10^{-5} gal	10^{-5} gal	10^{-5} gal	10^{-6} gal	10^{-5} gal
— 2	— 400				— 182.5			
— 1	— 200					+ 17.0		
0	0		0.0	+ 1.5	— 165.5	+ 18.1	+ 1.1	0
				— 1.5	— 147.4		+ 1.1	
+ 1	+ 200	— 147	— 147.5	— 145.9		+ 19.2		— 0.3
				— 1.6	— 128.2		+ 0.8	
+ 2	+ 400	— 138	— 275.8	— 274.1		+ 20.0		— 0.1
				— 1.7	— 108.2		+ 0.7	
+ 3	+ 600	— 128	— 384.0	— 382.3		+ 20.7		0.0
				— 1.7	— 87.5		+ 0.7	
+ 4	+ 800	— 118	— 471.6	— 469.8		+ 21.4		— 0.2
				— 1.8	— 66.1		+ 0.5	
+ 5	+ 1000	— 108	— 537.7	— 535.9		+ 21.9		— 0.2
				— 1.8	— 44.2		+ 0.3	
+ 6	+ 1200	— 97	— 581.9	— 580.1		+ 22.2		— 0.1
				— 1.8	— 22.0		+ 0.2	
+ 7	+ 1400	— 86	— 604.0	— 602.1		+ 22.4		— 0.2
				— 1.9	+ 0.4		0	
+ 8	+ 1600	— 76	— 603.6	— 601.7		+ 22.4		— 0.2
				— 1.9	+ 22.8		— 0.2	
+ 9	+ 1800	— 65	— 580.7	— 578.9		+ 22.2		— 0.1
				— 1.8	+ 45.0		— 0.3	
+ 10	+ 2000	— 54	— 535.7	— 533.9		+ 21.9		— 0.2
				— 1.8	+ 66.9		— 0.5	
+ 11	+ 2200	— 43	— 468.8	— 467.0		+ 21.4		— 0.2
				— 1.8	+ 88.3		— 0.7	
+ 12	+ 2400	— 32	— 380.4	— 378.7		+ 20.7		0.0
				— 1.7	+ 109.0		— 0.7	
+ 13	+ 2600	— 21	— 271.4	— 269.7		+ 20.0		— 0.2
				— 1.7	+ 129.0		— 0.9	
+ 14	+ 2800	— 10	— 142.3	— 140.7		+ 19.1		— 0.1
				— 1.6	+ 148.1		— 1.0	
+ 15	+ 3000	0	+ 5.9	+ 7.4		+ 18.1		— 0.1
				— 1.5	+ 166.2		— 1.1	

Tabelle 3. (Fortsetzung)

1 n	2 H	3 $\bar{G}_{H_S}^{+3000}$	4 $(n, -1)$	5 Σ Korrektur	6 $(n-\frac{1}{2}, 0)$	7 $(n, +1)$	8 $(n-\frac{1}{2}, +2)$	9 $(n, +3)$
	Meter	10^{-5} gal	10^{-5} gal	10^{-5} gal	10^{-5} gal	10^{-5} gal	10^{-5} gal	10^{-5} gal
+ 16	+ 3200	+ 11	+ 172.2	+ 173.6 — 1.4	+ 183.2	+ 17.0	— 1.3	— 0.2
+ 17	+ 3400	+ 21	+ 355.5	+ 356.8 — 1.3	+ 198.9	+ 15.7	— 1.1	+ 0.2
+ 18	+ 3600	+ 31	+ 554.5	+ 555.7 — 1.2	+ 213.5	+ 14.6	— 1.1	0.0
+ 19	+ 3800	+ 40	+ 768.0	+ 769.2 — 1.2	+ 227.0	+ 13.5	— 1.4	— 0.3
+ 20	+ 4000	+ 50	+ 995.2	+ 996.2 — 1.0	+ 239.1	+ 12.1	— 1.2	+ 0.2
+ 21	+ 4200	+ 59	+ 1234.4	+ 1235.3 — 0.9	+ 250.0	+ 10.9	— 1.3	— 0.1
+ 22	+ 4400	+ 67	+ 1484.5	+ 1485.3 — 0.8	+ 259.6	+ 9.6	— 1.2	+ 0.1
+ 23	+ 4600	+ 76	+ 1744.2	+ 1744.9 — 0.7	+ 268.0	+ 8.4	— 1.4	— 0.2
+ 24	+ 4800	+ 84	+ 2012.3	+ 2012.9 — 0.6	+ 275.0	+ 7.0		
+ 25	+ 5000	+ 91	+ 2287.4	+ 2287.9 — 0.5				

Hat man die A_S in der angegebenen Weise berechnet, so verwendet man die Formel (5) zur Berechnung von $\bar{G}_S$. Dabei entnimmt man A_S mit den abgelesenen mittleren Höhen der Topographie einer Spezialtafel für die Berechnung der isostatischen Reduktion. Man beachte dabei, daß die A das entgegengesetzte Vorzeichen der Reduktionen haben.

Man erkennt ohne weiteres, daß der in der Formel (5) auftretende Wert

$$g_S + \frac{1}{2} F \cdot H_S - A_S$$

der isostatisch auf Meeresniveau reduzierte beobachtete Schwerewert g_S'' der Station S ist.

Tab. 4. Isostatische Kompensation. Werte von

$$\frac{1}{H_S} \int_0^{H_S} A_{H_Q}^{+3000} dh = \frac{1}{n} (n, -1)$$

1 <i>n</i>	2 <i>H</i>	3 $\bar{G}_{H_S}^{+3000}$	4 $(n, -1)$	5 Σ Korrektur (hier Null)	6 $(n - \frac{1}{2}, 0)$	7 $(n, +1)$	8 $(n - \frac{1}{2}, +2)$	9 $(n, +3)$
	Meter	10 ⁻⁵ gal hier 4 = 5	10 ⁻⁵ gal	10 ⁻⁵ gal	10 ⁻⁵ gal	10 ⁻⁵ gal	10 ⁻⁵ gal	10 ⁻⁵ gal
— 2	— 400							
— 1	— 200			— 0.03	— 53.0	— 0.6		
0	0		± 0.0	+ 0.03	— 53.6	— 0.7	— 0.1	+ 0.2
+ 1	+ 200	— 54		— 54.3	— 54.3	— 0.6	+ 0.1	— 0.2
+ 2	+ 400	— 55		— 109.2	— 54.9	— 0.7	— 0.1	+ 0.2
+ 3	+ 600	— 55		— 164.8	— 55.6	— 0.6	+ 0.1	0.0
+ 4	+ 800	— 55		— 221.0	— 56.2	— 0.5	+ 0.1	— 0.2
+ 5	+ 1000	— 56		— 277.7	— 56.7	— 0.6	— 0.1	+ 0.2
+ 6	+ 1200	— 56		— 335.0	— 57.3	— 0.5	+ 0.1	0.0
+ 7	+ 1400	— 56		— 392.8	— 57.8	— 0.4	+ 0.1	— 0.1
+ 8	+ 1600	— 56		— 451.0	— 28.2	— 0.4	0.0	0.0
+ 9	+ 1800	— 57		— 509.6	— 58.6	— 0.4	0.0	+ 0.1
+ 10	+ 2000	— 57		— 568.6	— 59.0	— 0.3	+ 0.1	0.0
+ 11	+ 2200	— 57		— 627.9	— 59.3	— 0.2	+ 0.1	— 0.1
+ 12	+ 2400	— 57		— 687.4	— 59.5	— 0.2	0.0	+ 0.1
+ 13	+ 2600	— 57		— 747.1	— 59.7	— 0.1	+ 0.1	— 0.1
+ 14	+ 2800	— 58		— 806.9	— 59.8	— 0.1	0.0	+ 0.1
+ 15	+ 3000	— 58		— 866.8	— 59.9	0.0	+ 0.1	0.0
+ 16	+ 3200	— 58		— 926.7	— 59.9	+ 0.1	+ 0.1	— 0.1
+ 17	+ 3400	— 58		— 986.5	— 59.8	+ 0.1	0.0	0.0
+ 18	+ 3600	— 58		— 1046.2	— 59.7	+ 0.1	0.0	— 0.1
+ 19	+ 3800	— 58		— 1105.8	— 59.6	+ 0.2	+ 0.1	— 0.1
+ 20	+ 4000	— 58		— 1165.2	— 59.4	+ 0.2	0.0	+ 0.2
+ 21	+ 4200	— 58		— 1224.4	— 59.2	+ 0.4	+ 0.2	— 0.2
+ 22	+ 4400	— 58		— 1283.2	— 58.8	+ 0.4	0.0	0.0
+ 23	+ 4600	— 58		— 1341.6	— 58.4	+ 0.4	0.0	0.0
+ 24	+ 4800	— 58		— 1399.6	— 57.0	+ 0.4	0.0	
+ 25	+ 5000	— 58		— 1457.2	— 57.6			

Literaturverzeichnis

[1] Th. Niethammer, Nivellement und Schwere zur Berechnung wahrer Meereshöhen. Veröffentlichung der schweizerischen geodätischen Kommission, Bern 1932. 24×30 cm, 51 Seiten mit 25 Tafeln.

[2] J. H. Pratt, On the attraction of the Himalaya Mountains and the elevated regions beyond upon the plumb-line in India. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1855, Vol. 145, p. 53.

[3] G. B. Airy, On the Compensation of the Effect of the attraction of Mountain Masses as disturbing the apparent astronomical latitude of Stations in Geodetic Surveys. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1855, Vol. 145, p. 101.

[4] G. Cassinis-P. Dore-S. Ballarin, Tavole fondamentali per la riduzione dei valori osservati della Gravità. Fundamental tables for reducing gravity observed values. R. Politecnico, Milano, 1937. 22×32 cm, XXVII u. 119 S. mit einer Figur.

[5] C. Runge und H. König, Vorlesungen über numerisches Rechnen. Berlin 1924. 15×24 cm, VIII u. 371 S. mit 13 Abbildungen.

[6] C. F. Baeschlin, Discours présidentiel: Premier essai d'une Méthodologie de la Géodésie. Bulletin Géodésique, Nouvelle Série, Année 1955, N° 35, London.