JOHANNES KEPLER
GESAMMELTE WERKE

HERAUSGEGEBEN IM AUFTRAG
DER DEUTSCHEN FORSCHUNGSGEMEINSCHAFT
UND DER
BAYERISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

UNTER DER LEITUNG VON
WALTHER VON DYCK † UND MAX CASPAR

C. H. BECK'SCHE VERLAGSBUCHHANDLUNG
MÜNCHEN

JOHANNES KEPLER
GESAMMELTE WERKE

BAND VI

HARMONICE MUNDI

HERAUSGEGEBEN VON

MAX CASPAR

C. H. BECK'SCHE VERLAGSBUCHHANDLUNG
MÜNCHEN MCMXXXX

HARMONICE MUNDI

Ioannis Keppleri

HARMONICES MVNDI

LIBRI V. QVORVM

Primus GEOMETRICVS, De Figurarum Regularium, quæ Proportiones Harmonicas conſtituunt, ortu & demonſtrationibus.

Secundus ARCHITECTONICVS, ſeu ex GEOMETRIA FIGVRATA, De Figurarum Regularium Congruentia in plano vel ſolido:

Tertius propriè HARMONICVS, De Proportionum Harmonicarum ortu ex Figuris; deque Naturâ & Differentiis rerum ad cantum pertinentium, contra Veteres:

Quartus METAPHYSICVS, PSYCHOLOGICVS & ASTROLOGICVS, De Harmoniarum mentali Eſſentiâ earumque generibus in Mundo; præſertim de Harmonia radiorum, ex corporibus cœleſtibus in Terram deſcendentibus, eiuſque effectu in Natura ſeu Anima ſublunari & Humana:

Quintus ASTRONOMICVS & METAPHYSICVS, De Harmoniis abſolutiſſimis motuum cœleſtium, ortuque Eccentricitatum ex proportionibus Harmonicis.

Appendix habet comparationem huius Operis cum Harmonices Cl. Ptolemæi libro III. cumque Roberti de Fluctibus, dicti Flud. Medici Oxonienſis ſpeculationibus Harmonicis, operi de Macrocoſmo & Microcoſmo inſertis.

Cum S. C. M^tis. Priuilegio ad annos XV.

Lincii Auſtriæ,

Sumptibus GODOFREDI TAMPACHII Bibl. Francof.
Excudebat IOANNES PLANCVS.

ANNO M. DC. XIX.

*2r

AD

SERENISSIMVM ET POTENTISSIMVM PRINCIPEM ET DOMINVM

D. IACOBVM,

MAGNAE BRITANNIAE, FRANCIAE, HIBERNIAE REGEM' FIDEI DEFENSOREM, &c. DOMINVM MEVM CLEMENTISSIMVM

Cur hos ego libros Harmonices inter homines vulgandos, ex Imperatoris Augustissimi, Domini mei aulâ, ex eius Regnis et Pro-
10 uinciis haereditariis Austriacis, ex ipsa denique Germaniâ, trans mare ablegarem, tuoque, Rex Inclyte, conspectui serenissimo sisterem: causas habui partim praesentes, partim antiquas.

Primùm enim hoc non alienum à meo munere putaui; vt quia Caesaris in re Mathematicâ stipendia mereo, demonstrarem igitur etiam exteris, quantam gereret prouidentiam, Princeps Reip. Christianae, diuinissimorum studiorum: vt intelligeretur ex cursu non interturbato Pacis ornamentorum per has prouincias, famam intestini belli sinistram, cum ipsa re proculdubio breui extinctum iri: Dissonantiamque hanc
*2v paulò duriorem, vt in Patheticâ Melodiâ, iam iamque in sua|uem
20 Clausulam desituram. Quem verò Bonitatis Imperatoriae digniorem aestimatorem, Rege magno? quem operis de Caelorum Harmoniâ, PYTHAGORAM redolentis et PLATONEM, conuenientiorem Patronum, Rege illo legissem, qui Platonicae sapientiae studium domesticis monumentis, quae subditorum veneratione etiam publica habemus, est testatus? qui Astronomiam TYCHONIS BRAHEI, cui opus hoc innititur, puer adhuc, ornamentis ingenii sui dignam censuit? qui denique vir factus, et regni gubernacula tractans, Astrologicam vanitatem publicâ censurâ notauit? quae sane, libro huius operis IV. detectis veris fundamentis effectuum sideralium, clarissime patescit: Vt nulli dubium esse
30 possit, quin totius huius Operis, omniumque eius partium sis futurus intelligentissimus.

Maior verò mihi causa dedicationis ex antiquo est ista. Cum primum ante annos paulò minus viginti materiam operis animo conce-

pissem, titulumque nuncupassem, nondum cognitis Planetarum motibus propriis, in quibus tamen inesse Harmonias instinctus Naturae dictabat: Iam tunc ego patrocinium operis, si quando id succederet, absolutumque esset, Maiestati tuae destinaui; hocque veluti votum meum Legatis tuis ad aulam Imperatoriam semel atque iterum testatum feci. Causas de hoc Harmonicorum meorum patrocinio cogitandi, suppeditabat mihi Dissonantia illa multiplex in rebus humanis, manifesta quidem, vt non possit non offendere; ex concinnis tamen et articulatis interuallis conflata, quorum haec est natura, vt auditum in mediâ discordantiâ, promissione successurae suauis concordiae demulceat, eiusdemque expectatione sustentet. Enimuerò digna erat homine Christiano persuasio, Deum esse, qui omnem Melodiam vitae humanae moderaretur, digna magnitudine Dei patientia, non offendi prolixitate dissonantiarum, nec spes abiicere; reputantem, non Dei [1] pro- *31r
uidentiam lentè agere, sed nostrum singulorum aeui spacium velociter auolare. Docebar equidem sacris oraculis, omnia à Deo certis et salutaribus vsibus esse destinata: etiam dissona ista, ad elucidandam et commendandam Consonantiae suauitatem. Cur autem à tuâ potissimum Harpe Dauidicâ, Rex Inclyte, principium aliquod expectare consonantiae restaurandae, desideria mea me iuberent: etsi non est huius loci fusius explicare, ne prudentum monita contemnere videar: hanc tamen, toto dudum ab orbe confessam partem gloriae, rerum abs Te gestarum, attingere nemo prohibeat: quod Angliae regnum, haereditate et consensu populi adeptus, breui illi commune cum Regno Scotiae, Magnae Britanniae nomen dedisti; ex vtraque prouinciâ Regnum et Harmoniam vnam (nam quid aliud est Regnum, quam Harmonia) contemperasti, discordiam haereditariam Nationum infensissimarum foelicissimè sustulisti; memoriam crebrarum et cruentissimarum cladium, quibus ceu notis quibusdam, series saeculorum erat interstincta, penitus extinxisti. Hoc domesticum tuum opus, omen (inter caetera ponderosiora) non infidum mihi continere videbatur, fore vt etiam foris, Rex inter Reges, Fidei Defensor inter Christi fideles, maius aliquod et praestantius, etiamque durabilius opus perficeres: quod quidem et votis meis tacitis, et ominatione publicâ, in libro de stellâ nouâ, quae veluti Carbunculus arderet (notus Scotiae versiculus) sum prosecutus. Itaque velut iam confecto quod optabam et augurabar, Harmostae tam laudabili, meas aliquando Mundanas Harmonias accinere tanto firmius mihi proponebam.

Vellem hic, Dissonantiam publicam, Vocum trifariam obstrepentium, paulò mihi mitiorem esse, vt audiri publicè ex animi mei sen-

13) moderantur

tentiâ possem: qua in re visus fuerit adspirare votis euentus? quae
*3v vulnera capitis, qui'bus Harmoniis tentata, à quo Medico? et vt etiam
hunc ego in libro de stella noua, longe antea viuis coloribus depin-
xerim? At quodnam erit operae precium, si Harmoniam affectans
priuato strepitu, nec vincam fremitus publicos, imbecillitate laterum,
et molestias absurdi concentus in meis auribus insuper augeam? Fa-
tendum equidem est, proh dolor, tumere adhuc vulnus decussatum,
an malumus sacratiori foeliciorique vocabulo, cruciforme, tumere
inquam, multiplici labro; et nullo illorum conniuente, medicinam hac-
10 tenus irritam, omnibusque partibus irrisam; propterea quod Medi-
cus, vt aegro deliro pharmacum fallens ingerat, multa simulat, multa
adiicit, quae à sana ratione plurimum abire videntur. Recreor tamen
hac ipsa cogitatione, quòd supremus vulnerum nostrorum Curator
artis suae certus sit, nec quicquam frustra applicet. Ergo qui curam
iam est aggressus, qui iam expediuit, iam mundo monstrauit, con-
solidantia ista; interim verò per calamitates publicas erodentibus
vtitur, quoad consumptâ carne putridâ et ferâ, charitatis scilicet ex-
tinctae, sensus aliquis doloris ad viuae carnis profunditatem descen-
derit: idem procul dubio lenientibus etiam vtetur prope diem ad
20 deprimendos tumores; vt consolidantibus illis denique locus esse
possit: tandemque Dissonantia haec diuturna (vt ad propositum
exemplum reuertar) in meram et durabilem Harmoniam terminetur.
Qua in spe etiam contra spem confirmor non tantum successu
mearum speculationum Harmonicarum, vt cuius foelicitas auda-
ciam in quaerendo longissime superat: sed etiam hoc ipso, quod
inter caetera, quae, ad Operis perfectionem necessaria, per tot iam
annos fuerunt loco pristino, Maiestatem etiam Tuam Regiam, cui
patrocinium operis, antequam inciperetur, destinaueram, huc vsque
incolumem et florentem vidi: nec desinam à Deo Pacis et Con-
*4r 30 cordiae authore contendere deuotis precibus, vti [1] tibi et vitam et
Maiestatem Regiam, vsque ad optatum illum euentum incolumem
tueatur.

Interim Maiest. Tuam Reuerend.am supplex rogo, vt et hoc opus
Harmonices, Nomini suo dedicatum sereno vultu aspiciat, et hanc mei
deuotissimi affectus in Se, significationem aequi bonique consulat:
contemplatione verò Operum Dei Regium oblectet animum, quan-
tum per necessarias Regni occupationes licebit: et exemplis Concor-
diae resplendescentis ex operibus Dei visibilibus, studium in se Con-
cordiae et Pacis Ecclesiasticae et Politicae confirmet excitetque: de-
40 nique me meaque studia Regio suo patrocinio clementissimo dignetur.

11) simul et multa

Dabam Lentiis Noricis ad Ripam Danubii, Idibus Februariis, Anno aerae Occidentis M.DC.XIX.

Sereniss. Maiest. Tuam Regiam

Omni cum submissione venerans
Imp. Caes. Matthiae, eiusque fidelium Ordinum Archiducatus
Austriae Supr. Anisanae Mathematicus

JOHANNES KEPPLERVS.

IO. KEPLERI
HARMONICES MUNDI
LIBER I.

DE FIGVRARVM REGVLARIUM, QUÆ PROPORTIONES HARmonicas pariunt, ortu, clasſibus, ordine & differentijs, causâ ſcientiæ & Demonſtrationis.

PROCLUS DIADOCHUS
Libro I. Comment. in I. Euclidis.

Πρὸς δὲ τὴν φυσικὴν θεωρίαν (ἡ μαθηματικὴ) τὰ μέγιστα συμβάλλεται, τὴν τε τῶν λόγων ἐυταξίαν ἀναφαίνουσα, καθ' ὧν δεδημιούργηται τὸ ΠΑΝ, &c: καὶ τὰ ἁπλὰ καὶ πρωτουργὰ στοιχεῖα, καὶ πάντη τῇ συμμετρίᾳ καὶ τῇ ἰσότητι συνεχόμενα δείξασα, δι' ὧν καὶ ὁ πᾶς οὐρανὸς ἐτελειώθη, σχήματα τὰ προσήκοντα, κατὰ τὰς ἑαυτῶν μορφὰς ὑποδεξάμενος.

Cum S. C. Mtis. Privilegio ad annos XV.

LINCII AUSTRIÆ
Excudebat Johannes Plancus,

ANNO M. DC. XIX.

PROOEMIVM

Cum a divisionibus circuli in partes aliquotas aequales, quae fiunt Geometricè et scientificè, hoc est, à figuris planis Regularibus demonstrabilibus, sint nobis petendae causae Proportionum Harmonicarum: illud initio significandum duxi, differentias rerum Geometricarum mentales, hodie, quantum apparet ex libris editis, in solidum ignorari. Adeòque ne ex veteribus quidem, qui has specificas rerum Geometricarum differentias se exactè cognovisse significaverit, praeter EVCLIDEM, ejusque commentatorem PROCLVM, quisquam occurrit. PAPPI quidem Alexandrini, veterumque, quos ille sequitur, distributio Problematum, in Plana, Solida et Linearia, satis est apposita ad habitus mentis circa unamquamque subjecti Geometrici partem orientes, explicandos: illa tamen et brevis est verbis, et ad praxin applicata; de theoria nulla fit mentio: et verò nisi totâ mente in theoriâ hujus rei occupemur, nunquam assequi poterimus rationes harmonicas. PROCLVS Diadochus, libris quatuor in primum EVCLIDIS editis, Philosophum Theoreticum in mathematico subjecto ex professo egit: qui si commentaria sua in decimum etiam librum EVCLIDIS nobis reliquisset: et nostros Geometras inscitia liberasset non neglectus; et me labore hoc explicandi rerum Geometricarum differentias in solidum sublevasset. Satis enim illi cognita fuisse discrimina ista Entium Mentalium, ex ipso exordio facilè apparet, cùm principia totius essentiae Mathematicae statuit eadem, quae etiam per omnia Entia vadunt, omniaque à se gignunt, Finem sc. et Infinitum: seu Terminum et Interminatum: terminum vel circumscriptionem pro Forma, interminatum pro Materia agnoscens rerum Geometricarum.

PROCLVS de intellectuali essentia rerum Geometricarum.

Quantitatum n. propria sunt, Figuratio et proportio; figuratio singularum, proportio junctarum. Figuratio perficitur terminis, linea n. recta punctis, superficies plana lineis, corpus superficiebus terminatur, circumscribitur et figuratur. Quae igitur finita circumscripta et figurata sunt, illa etiam comprehendi mente possunt: infinita et indeterminata quatenus talia nullis scientiae, quae definitionibus comparatur, nullis demonstrationum repagulis coartari possunt. Prius autem figurae sunt in Archetypo, quàm in Opere, prius in mente divinâ, quàm in creaturis; diverso quidem subjecti modo, sed eâdem tamen essentiae suae formâ. Igitur quantitatibus figuratio, Mentalis quaedam essentia fit, seu intellectio, earum essentialis differentia. Id

12) patrem 32) que definitionibus, comparatur

multò magis clarum est ex proportionibus. Cum n. figuratio pluribus terminis perficiatur, fit ut propter hanc pluralitatem figuratio proportionibus utatur. Proportio verò quid sit sine mentis actione; id verò intelligi nullatenus potest. Eoque etiam hoc nomine, qui quantitatibus terminos dat pro principio essentiali, is figuratas quantitates intellectualem essentiam habere ponit. Sed non est opus argumentatione, legatur totus liber PROCLI; satis apparebit, ipsi differentias intellectuales rerum Geometricarum probè fuisse cognitas: etsi affirmatum hoc ille non ita seorsim solitarium in aperto et conspicuo ponit, ut etiam oscitantem ejus admoneat: fluit n. ejus oratio pleno velut alveo, copiosissimis undique strata sententijs abstrusioris philosophiae Platonicae, quas inter et hoc est, libri hujus argumentum singulare. [1]

PETRI RAMI iniqua in EVCLIDEM et imperita censura.

Verùm huic nostro saeculo non vacavit hactenus, ad tam recondita penetrare: lectus est liber PROCLI PETRO RAMO, sed quòd ad nucleum attinet philosophiae, pariter cum decimo EVCLIDIS contemptus et abjectus: quique commentarium in EVCLIDEM scripserat, veluti si apologiam pro eo scripsisset, repudiatus et obmutescere jussus: irritata verò infensi Censoris ira in EVCLIDEM ut reum vertit; damnatus est atroci sententia EVCLIDIS decimus, ut ne legeretur, qui lectus intellectusque, philosophiae mysteria pandere poterat. Legite quaeso verba RAMI, quibus ille nihil unquam indignius RAMO protulit: Scholarum Math. lib. 21. *Materies inquit, decimo libro proposita, eo modo est tradita, ut in humanis literis atque artibus similem obscuritatem nusquam deprehenderim: obscuritatem dico non ad intelligendum, quid praecipiat* EVCLIDES *(id n. vel indoctis et illiteratis, id solum quod adest, quodque praesens est, intuentibus, possit esse perspicuum) sed ad perspiciendum penitus et explorandum, quis finis sit et usus operi propositus, quae genera, species, differentiae sint rerum subjectarum: nihil n. unquam tam confusum vel involutum legi vel audivi. Quin superstitio Pythagorica in hunc quasi specum inducta videatur etc.* At hercle, RAME, nisi nimiùm facilem ad intelligendum hunc librum credidisses: nunquàm tantam obscuritatem fuisses calumniatus. Labore majore opus est, quiete opus est, sollicitudine opus est, et attentione praecipuâ mentis, donec comprehendas intentum scriptoris: ubi eo fuerit enisa mens generosa, tum demum sese in lumine veri versari cernens, incredibili voluptate perfunditur exultans, et ab illâ veluti specula totum Mundum omnesque ejus partium differentias exactissimè perspicit. At tibi, qui hoc loco patronum agis ignorantiae, vulgique hominum, lucra captantium ex omni re, divinâ, humanâ, vobis inquam sint ista *prodigiosa sophismata*, vobis *ocio fuerit* EVCLIDES *intemperanter abusus*, vobis *acumina ista locum in Geometria nullum habeant;* vestrum esto,

carpere quae non intelligitis: mihi qui rerum causas indago, praeter quàm in decimo EVCLIDIS, semitae ad illas nullae patuerunt.

† RAMVM secutus LAZARVS SCHONERVS, in Geometria sua, fassus est se quinque corporum Regularium usum planè nullum in Mundo videre potuisse, donec libellum meum, quem Mysterium Cosmographicum inscripsi, perlegerit: in quo Planetarum numerum et intervalla, probo ex corporibus quinque Regularibus esse desumpta. Ecce quid nocuerit RAMVS magister SCHONERO discipulo. Primùm RAMVS ARISTOTELE perlecto, qui refutaverat Pythagoricam philosophiam circa Elementorum proprietates ex quinque corporibus deductas, statim animo concepit contemptum totius Philosophiae Pythagoricae; deinde cùm sciret PROCLVM fuisse Pythagoricae sectae, non credidit ei affirmanti, quod erat verissimum, sc. Euclidei operis ultimum finem, ad quem referrentur omnes omninò propositiones omnium librorum (exceptis quae ad Numerum perfectum ducunt) esse quinque corpora regularia. Hinc orta est apud RAMVM confidentissima persuasio, quinque corpora esse removenda à fine librorum Elementariorum EVCLIDIS.

LAZARVS SCHONERVS.

Adempto fine operis, veluti formâ aedificij sublatâ, relinquebatur informis strues propositionum in EVCLIDE, in quam velut in larvam aliquam RAMVS totis octo et viginti libris Scholarum invehitur, magna dicendi acerbitate, magna temeritate, tanto viro indignissimâ. Hanc RAMI persuasionem secutus SCHONERVS credidit ecce et ipse, corpora regularia nulli esse usui: nec hoc tantum; sed et PROCLVM neglexit, aut contempsit, judicium RAMI secutus; à quo PROCLO discere poterat usum corporum quinque et in Elementis EVCLIDIS et in Mundi fabrica. Et quidem foelicior erat discipulus Magistro, quia usum corporum à me patefactum in Fabrica Mundi gratulabundus recepit, quem RAMVS à PROCLO inculcatum repudiaverat. Quid tum enim si Pythagorei figuras has elementis, non verò ut ego, Sphaeris Mundi attribuerunt? Annisus esset RAMVS, ut errorem hunc ipsorum circa genuinum figurarum subjectum tolleret, ut ego feci; non totam hanc Philosophiam uno verbo tyrannico sustulisset. Quid si Pythagorici hoc idem docuerunt, quod ego, sententiam involucris verborum texerunt? Nonne Copernicana Mundi forma extat in ipso ARISTOTELE, perperam ab ipso refutata sub nominibus alijs: dum illi Solem Ignem, Lunam Antichthona appellarunt? Si namque dispositio orbium eadem fuit apud Pythagoreos, quae apud COPERNICVM, si nota Corpora quinque, eorumque numeri quinarij necessitas; si constanter omnes docuerunt, corpora quinque esse Mundi partium Archetypos; quantulum superest, ut credamus illorum sententiam sub aenigmate ab ARISTOTELE lectam, quasi sub vero vocabulorum sensu fuisse refutatam: dum ARI-

LAZARI SCHONERI sententia de quinque figuris solidis.

Pythagoreorum de quinque figuris Mystica interpretatio.

STOTELES legit Terram, cui Cubum dabant; cùm ipsi fortè Saturnum intellexerint, cujus Orbis interpositu Cubi summotus est à Jove. Et terrae quidem quietem vulgus ascribit, Saturnus verò motum tardissimum, quieti proximum est sortitus, unde etiam apud Hebraeos à Quiete nomen obtinuit. Sic Aëri datum Octaëdron legit ARISTOTELES, cùm illi fortè Mercurium intellexerint, cujus orbis Octaëdro inclusus est; nec minus velox est Mercurius (quippe omnium velocissimus) quàm mobilis Aër habetur. Ignis vocabulo fortasse Mars fuit insinuatus, cui alias etiam ab igne nomen est Pyrois, atque illi Tetraëdron datum, forte quia includitur ejus orbis hac figura. Et Aquae sub involucro, cui Icosaëdron attributum, Veneris stella (ut cujus curriculum Icosaëdro continetur) latere potuit, quia Veneri humores subjecti, ipsaque dicitur orta Maris spumâ, unde vox Ἀφροδίτη. Denique Mundi vox potuit significare Terram; et Mundo Dodecaëdron adscribi, quia Terrae curriculum hac figura continetur, duodecim longitudinis partibus distinctum; uti illa figura duodecim toto ambitu planis continetur. Quòd igitur in Mysterijs Pythagoreorum hoc pacto quinque figurae distributae fuerint non inter Elementa, ut ARISTOTELES credidit, sed inter ipsos Planetas; illud vel maximè confirmat, quòd PROCLVS finem Geometriae inter caeteros hunc tradit, quòd doceat, quo modo figuras convenientes coelum certis sui partibus acceperit.

WILLEBRORDI SNELLII de Binominalibus sententia.

Nec dum finis est damni, quod RAMVS nobis dedit, ecce sollertissimum Geometrarum hodiernorum SNELLIVM, planè suffragantem RAMO, praefatione in LVDOLPHI A COELLEN Problemata: primum ait, *ad usum inutilem esse divisionem illam ineffabilium in tredecim species.* Concedo, si nullum ille usum agnoscat, nisi in vita communi, et si nullus con|templationum physicarum sit usus ad vitam. At cur non PROCLVM sequitur, quem allegat, qui agnoscit aliquod majus Geometriae bonum, quàm sunt artes ad vitam necessariae? tunc equidem et decimi libri usus apparuisset in aestimandis figurarum speciebus. Allegat SNELLIVS authores Geometras, qui non utantur libro decimo EVCLIDIS. Sanè omnes illi aut linearia tractant problemata, aut solida, et de figuris vel quantitatibus talibus, quae non habent finem suum intra sese, sed manifestè tendunt ad usus alios, nec sine ijs exquirerentur. At Figurae regulares propter seipsas exquiruntur ut Archetypi, suam in seipsis habent perfectionem, suntque inter subjecta planorum Problematum, non obstante quod planis hedris solidum etiam clauditur: similiter et decimi libri materia potissimùm ad plana pertinet. Cur igitur allegarentur heterogenea? aut cur vilis aestimatur merx, quam non emit Codrus, ut eâ ventrem pascat, emit verò Cleopatra, ut aures ornet? *Crux tantùm defixa est ingenijs?* Equidem ijs, qui numeris, hoc

est effando vexant Ineffabilia. At ego has species tracto non numeris, non per Algebram, sed ratiocinatione Mentis; sanè quia ijs mihi non est opus ad subducendas Rationes mercatuum, sed ad explicandas rerum causas. Segreganda censet subtilia ista à στοιχειώσει, inque Bibliothecas abstrudenda. Omninò fidum RAMI discipulum agit, nec ineptam locat operam: RAMVS Aedificio Euclideo formam ademit, culmen proruit, quinque corpora; quibus ablatis, compages omnis dissoluta fuit, stant muri fissi, fornices in ruinam minaces: SNELLIVS igitur etiam Caementum aufert, ut cujus nisi ad soliditatem domus sub quinque figuris coagmentatae nullus est usus. O foelicem captum discipuli, quàm ille dextrè EVCLIDEM intelligere didicit à RAMO: sc. ideò putant Στοιχεῖα dicta, quòd inveniatur in EVCLIDE propositionum et problematum et Theorematum omnivaria copia, ad omne genus Quantitatum artiumque circa illas occupatarum: cùm liber Στοιχείωσις sit dictus à formâ, quòd semper sequens propositio innitatur praecedenti, usque ad ultimam libri ultimi (partim et libri noni) quae nullâ priorum carere potest. Ex Architecto saltuarium faciunt aut materiarium, existimantes EVCLIDEM ideò librum suum scripsisse, ut omnibus alijs commodaret, solus ipse propriam domum nullam haberet. Sed plus satis hoc loco de hisce: revertendum est ad caput orationis.

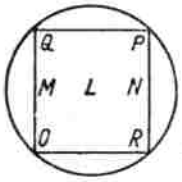
Cùm enim cernerem, veras et genuinas rerum geometricarum differentias, à quibus arcessendae mihi sunt causae Harmonicarum Proportionum, vulgò ignorari penitus: EVCLIDEM, qui studio illas tradiderat, RAMI cavillis oppressum explodi, strepituque lascivientium obturbante, à nemine exaudiri, aut surdis etiam narrare Philosophiae mysteria; PROCLVM, qui mentem EVCLIDIS aperire, abstrusa eruere, difficiliora captu, facilia reddere potuisset, et deridiculo esse, nec Commentaria sua usque ad librum decimum continuasse: vidi hoc omnino mihi faciendum esse; ut initio, ex libro decimo EVCLIDIS exscriberem ea, quae ad praesens institutum meum praecipuè facerent; seriem etiam rerum illius libri, 6 certis quibusdam interjectis divisionibus, in lucem pro|ferrem, causas indicarem, cur quaedam divisionum membra ab EVCLIDE fuerint omissa: tunc demum de figuris ipsis agendum fuit. Ubi quae fuerunt ab EVCLIDE demonstrata clarissimè; in ijs simplici propositionum allegatione contentus fui: multa quae sunt ab EVCLIDE demonstrata viâ aliâ, propter finem mihi propositum, scilicet propter comparationem figurarum scibilium et inscibilium, hîc fuerunt repetenda, vel disjuncta conjungenda, vel ordo mutandus. Definitionum, Propositionum, Theorematum seriem continuo Numero sum complexus, ut in Dioptricis feci, propter allegationum commoditatem: in ipsis etiam lemmatibus non accuratus fui, nec nimium de vocabulis sollicitus, magis in res ipsas

Occasio hujus Libri I.

intentus: quippe qui non jam in Philosophia Geometram, sed in hac Geometriae parte Philosophum agam. Atque utinam de rebus Geometricis adhuc populariùs, dummodo et clariùs et palpabiliùs disserere potuissem. Sed spero, lectores aequos in utrâque re, et quòd Geometrica populariter trado, et quòd materiae obscuritatem industriâ vincere non potui, meam operam boni consulturos. Quibus etiam hoc ad extremum do consilij; ut si Mathematicarum rerum penitus imperiti fuerint; transmissis enarrationibus meis, solas legant propositiones, à XXX usque ad finem; et fide propositionibus ipsis adhibitâ sine demonstratione, pergant ad libros caeteros, praesertim ad ultimum; ne difficultate Geometricarum argumentationum absterriti, fructu sese privent Harmonicae contemplationis jucundissimo. Nunc ad rem accedamus cum Deo.

DE FIGVRARVM REGVLARIVM DEMONSTRATIONIBVS

I. Definitio



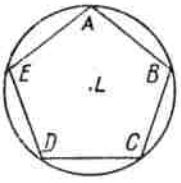
Plana Figura regularis illa dicitur, quae omnia latera et omnes angulos, extrorsum versos, aequales habet.

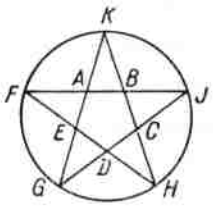
Vt hic QPRO, *latera* QP, PR, RO, OQ, *sunt aequalia, et anguli* QPR, PRO, ROQ, OQP, *aequales.*

II. Definitio

Earum quaedam sunt primae et radicales, quae suos ipsae terminos non excedunt, quibus propriè convenit posita definitio: quaedam sunt auctae, quae sua veluti latera excedunt, continuatis alicujus radicalis lateribus non contiguis, ad concursum: dicuntur Stellae. [1]

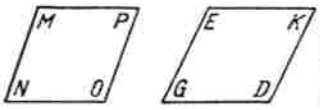
Vt hic ABCDE *est perfectum quinquangulum, estque figura prima, non desiderans aliam perfectam, ex qua, continuatione laterum, producatur.* 7





At FGHIK *est stella quinquangula, et figura aucta, continuatis lateribus binis, non contiguis, verbi causa* AB, *et* DC, *ad concursum* I.

III. Definitio



Semiregulares sunt, quae angulos variantes, latera quatuor habent aequalia, ut Rhombi NMPO, GEKD.

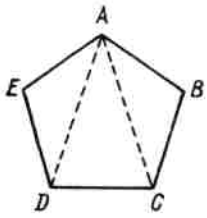
IV. Propositio

Omnes figurae Regulares angulis suis omnibus simul eidem circulo possunt insistere.

Nam per 21. *Tertij* EVCLIDIS, *Omnes anguli aequales, eidem, et sic etiam ejusdem circuli aequalibus segmentis inscribi possunt, sunt autem omnes anguli Regularis figurae aequales, omnes igitur unius figurae anguli aequalibus unius circuli segmentis possunt inscribi. Sed et actu omnes inscribi necesse est, uno inscripto. Nam latera omnia sunt aequalia; quare etiam sunt aequalia segmenta circuli, quae à binis unius anguli lateribus absecantur, per* 24. *Tertij* EVCLIDIS. *Ergò tam angulus, quàm laterum fines, simul in eundem circulum competunt. Fines verò laterum sunt et ipsi anguli. Secus esset si, quamvis aequalibus angulis, latera non essent aequalia: tunc enim dissolveretur necessitas inscriptionis omnium.*

V. Definitio

Describere Figuram, est proportionem linearum angulis subtensarum, ad anguli crura geometrico actu determinare; ex determinatis, triangula figurae Elementaria construere, ex triangulis coassatis, figuram ipsam perficere.



Data enim proportione DA *ad* AE, ED, *fiunt triangula* DAE, DAC, CAB: *ex quibus constat figura.*[1]

VI. Definitio

Inscribere Figuram circulo, est proportionem lateris figurae ad diametrum circuli, cui est inscribenda, Geometrico actu determinare, quâ constitutâ proportione, facilè in circulo figura proposita delineatur.

Vt si detur LD *semidiameter, vel ejus dupla diameter, si sciamus, quid faciendo cum eâ, justam longitudinem lateri* DE *indulgeamus; facilè posteà repetitione ipsius* DE, *per circumferentiam, consummamus figuram.*

VII. Definitio

Scire in geometricis, est mensurare per notam mensuram; quae mensura nota in hoc negocio inscriptionis Figurarum in circulum, est diameter circuli.

VIII. Definitio

Scibile dicitur, quod vel ipsum per se immediate est mensurabile per diametrum, si linea; vel per ejus quadratum, si superficies: vel quod formatur ad minimum ex talibus quantitatibus, certâ et geometricâ ra-

tione, quae quantumcunque longâ serie, tandem tamen à Diametro, ejusve quadrato dependeant. Graecè dicitur γνώριμον.

IX. Definitio

Demonstratio est quantitatis vel describendae vel sciendae, ex Diametro deductio, per intermedia possibilia, Graecè πόριμα.

Ita demonstratio communiter vel descriptionem parit vel scientiam. Et Descriptio quidem quantitatem nudam, scientia verò insuper et qualitatem, quantitatemvè certam profitetur. Potest autem aliqua linea esse geometricè determinata, Graecè ταχτή, quae tamen actu mentis, qualis sit, nondum sciatur. Potest vicissim alicujus vel aliquarum linearum qualitas aliqua sciri, quae tamen ipsas nondum determinet, vel necessitet: si nimirum qualitas illa multis alijs rebus, quantitate differentibus sit communis. Est etiam quarundam linearum descriptio facilis, scientia difficilima. Denique multa describi possunt actu Geometrico qualicunque; sciri tamen non possunt naturâ suâ: ut quidem scibile suprà descripsimus. [1]

X. Definitio

Propria demonstratio est, cum numerus angulorum Figurae vel ipsius, vel ei cognatae numero laterum duplo aut dimidio, fit medius terminus ad determinandam proportionem lateris, quam id habet ad Diametrum.

Omnis enim figura regularis, est aut ipsa triangulum, aut resolvitur in triangula, ductis diagonalibus. Cùm autem omne tale triangulum habeat tres duobus rectis aequales; in Trigonico igitur angulo est pars tertia, in Tetragonici elementaris angulo minimo, pars quarta, in Pentagonici pars quinta, in Heptagonici pars septima etc. duorum rectorum. Et ab hac quantitate anguli, incipit demonstratio cujusque.

XI. Definitio

Impropria demonstratio est, cum proportio lateris ad diametrum ex ipso angulorum numero immediatè adhibito nequit determinari Geometricè, nisi adhibeatur latus figurae alterius, non duplo aut dimidio numero laterum.

XII. Definitio

Gradus scientiae diversi sunt, alij remoti, alij propinqui. Primus et proximus gradus, cùm lineam aliquam scio et demonstrare possum, esse diametro aequalem, aut planum, licet aliter formatum, quadrato diametri aequale.

Hîc mensura nota, perfectè, scilicet seipsâ et uno actu, mensurat noscibile.

XIII. Definitio

Secundus gradus, cum diametro in aliquot partes aequales certo numero divisâ, vel ejus quadrato similiter, linea vel planum propositum aequatur tali parti vel partibus. Talis linea dicitur Graecè ῥητή μήκει, Effabilis longitudine. Planum verò tale simpliciter dicitur ῥητὸν, Effabile. Numerus enim est Geometrarum sermo.

Ad hunc scientiae gradum vel per descriptionem, inscriptionemque pervenimus; vel aliter etiam per cognationem cum alia aliqua quantitate, ad quam per illa media perveniebatur. Eoque non determinat haec qualitas unam aliquam quantitatem; neque enim sufficit ad determinationem, ut sciam, aliquid causa commensurationis sic vel sic esse comparatum; oportet etiam hoc scire, quomodo, id est, quo numero sit Effabile. [1]

10

XIV. Definitio

Tertius gradus est hic, cum linea longitudine est Ineffabilis, at ejus quadratum Effabile, et pertinens ad secundum gradum. Dicitur ῥητή δυνάμει, Effabilis potentiâ.

XV. Definitio

Qui sequuntur gradus, omnes appellantur ἄλογοι, Ineffabiles. Interpretes Latini verterunt, Irrationales, magno ambiguitatis et absurditatis periculo. Nos sepeliamus hunc vocis usum, quia multae sunt lineae, quae quamvis Ineffabiles, optimis tamen continentur rationibus. Arithmetici consimili translatione appellant Numeros surdos, id est, qui non plus loquuntur quam surdus audit: sed sub hoc nomine tam Effabiles solâ potentiâ, quam ineffabiles quantitates intelligunt. Est igitur quartus in ordine gradus, primus verò ineffabilium, quando nec linea, nec ejus quadratum sunt Effabilia; sed tamen Quadratum in tale Rectangulum transformari potest, cujus latera sint Effabilia saltem potentiâ. Haec linea dicitur Mese, quia est media proportionalis inter duas Effabiles sola potentiâ commensurabiles: ut si una quidem sit Effabilis longitudine, altera solâ potentiâ; aut si utraque sola potentiâ Effabilis, potentiae tamen inter se non sint ut quadratus numerus ad quadratum.

Irrationale quid latinis Geometris.

Surdi Numeri.

Talis linea non scitur vel mensuratur longitudine certarum partium aequalium diametri, nec ejus quadratum, quadrato diametri; sed nec lineae mensurantur à Diametro ambae simul, inter quas Mese est media proportionalis; sed illarum linearum quadrata, haec demum à quadrato diametri mensurantur.

Quadratum Meses et ipsum Meson dicitur, sive sit formae quadratae, seu in Rectangulum transmutetur: estque hoc alterum Plani genus, post

Effabile planum: Et hisce duobus planis, Effabili et Meso, sequentes species inter se distinguuntur.

XVI. Definitio

Ad lineas alias singulares transitus est nobis, per copulationem linearum binarum, quae ipsae quoque novos gradus scientiae interponunt. Secetur n. vel diameter, vel aliqua diametro commensurabilis saltem potentiâ et sic Effabilis, aut etiam aliqua Mese; secetur inquam in partes duas inaequales, aut conferantur ex duarum talium sectionibus, duae quaecunque partes, vel compositae ex partibus, vel compositas potentias, diminutasve, ex talibus habentes, duae inquam in genere inaequales: 10
illae aut erunt longitudine commensurabiles inter se; aut incommensurabiles quidem longitudine, commensurabiles verò potentiâ. Hîc quamvis à commensuratione planè recesserunt singulae, at junctae tamen nonnullae adhuc vel quadratis in unam summam collatis, vel Rectangulo communiter formato, constituunt plana hacte|nus explicata, non minus 11
quam idem faciunt et illae, quae sunt inter se commensurabiles. Caeterum cum multiplex sit talium duarum planè incommensurabilium copulatio, alia aliâ ignobilior: non poterimus omnes bigas in unum gradum referre.

XVII. Definitio 20

Sit ergo quintus scientiae gradus, cum duae nec Effabiles ambae, nec Mesae, ampliùsque inter se planè incommensurabiles, utrumque faciunt Effabile, et summam quadratorum, et commune Rectangulum: non minùs quàm utrumque horum faciunt duae longitudine Effabiles, per 20. decimi EVCLIDIS, vel etiam duae solâ potentiâ effabiles, sed inter se tamen longitudine commensurabiles, per eandem. Ut latus de quadrato 2. et latus de quadrato 8. sunt inter se in proportione dupla, quia quadrata sunt inter se in proportione quadrupla. Sunt ergò longitudine quidem Ineffabiles, at inter se commensurabiles. Earum quadrata 2. et 8. juncta faciunt 10. Effabile planum. Et ipsae in se multiplicatae (quod 30
est Rectangulum formare) faciunt rectangulum 4. etiam effabile. Hoc idem inquam, faciunt etiam duae nec Effabiles nec Mesae, ampliusque inter se planè incommensurabiles: eòque non, ut priores illae, in secundum vel tertium gradum scientiae sunt referendae, sed in Quintum.

Nota igitur quòd in hoc gradu mensuremus non lineas ipsas, nec singularum quadrata, sed mensuramus et commune ipsarum Rectangulum, et juncta utriusque quadrata in unam summam; ut quod uni qua-

27) quadro

drato deest, quo minùs sit effabile, id ab altero quadrato sociato exactè compensetur.

XVIII. Definitio

Sextus et ignobilior scientiae gradus est, cum binae junctae, quae nec effabiles, nec Mesae, ambae simul, etiamque inter se incommensurabiles, alterutrum saltem Effabile faciunt, reliquum verò Meson. Estque geminus; aut enim summa quadratorum effabilis, Rectangulum Meson; aut illa Meson, hoc effabile est.

Illo Effectu similes sunt duabus Effabilibus sola potentia commensurabilibus. Nam potentiae ambae, hoc est quadrata Effabilia, faciunt etiam summam utriusque Effabilem. Rectangulum verò est Meson, per 22. *decimi* EVCLIDIS.

Hoc verò effectu similes sunt duabus Mesis sola potentiâ commensurabilibus, quae sunt ad se mutuò, ut duae Effabiles, inter quas prima ex 2. *Mesis, est proportionalis Media, per* 26. *et* 28. *decimi* EVCLIDIS. *Nam quia sunt potentiâ commensurabiles: additae igitur potentiae faciunt summam partibus commensurabilem. At partes sunt Mesa, et quod Meso est commensurabile, ipsum etiam est Meson, per* 24. *decimi* EVCLIDIS.[1]

12 Hic Rectangulum binarum metimur quidem plano quadrato diametri, at non etiam summam quadratorum: nam ei solùm invenimus duas lineas, Rectangulum ei aequale formantes, quarum quadrata metiamur quadrato diametri.

XIX. Definitio

Septimus adhuc ignobilior scientiae gradus est, cùm duarum inter se incommensurabilium neuter effectus est effabilis, nec summa quadratorum, nec commune Rectangulum: sed tamen adhuc utrumque Meson.

Hisce sunt effectu similes, duae Mesae potentiâ solâ commensurabiles, quarum una sit ad alteram, ut una earum, quas inter Mese verè est Media proportionalis, commensurabilium sc. solâ potentiâ, ad tertiam aliquam, solâ potentiâ commensurabilem, per 29. *decimi* EVCLIDIS.

Has tres bigas, duplici genere Planorum distinctas, EVCLIDES *ob id potissimùm docet invenire, quia faciunt ad compositionem et constitutionem specierum sequentium.*

XX. Definitio

Ergo scientiae gradus octavus ex praemissis interpositis derivatur, estque linearum iterum singularium, sed quae compositione duorum nominum, sc. duarum copulatarum ex praecedentibus copulis, vel abstractione unius, Epharmozusae dictae, ab altera sociâ, constituuntur,

28) commensurabilum

novam speciem facientes. Ut sic in his sciamus seu mensuremus non integras lineas, non integrarum quadrata, non bina uniuscujusque Nomina, sed eorum juncta quadrata et commune Rectangulum, ut praecedentibus XVIII. XIX. Et quamvis totidem scientiae gradus numerare possemus, quot sunt futurae species, quarum semper prior est posteriore nobilior: quia tamen quaelibet compositio vel abstractio ad suum gradum respicit, nec ipso compositionis vel abstractionis opere constituitur ulla diversitas, sed omnes se habent ex aequo ad suas Nominum seu Elementorum bigas: ideo unum solum earum gradum faciemus: sed species ejus sciamus nobilitate distinctas.

XXI. Propositio

Sciendum est autem, ex duabus inter se longitudine commensurabilibus nihil fieri, quod hîc in censum venire debeat: sive Effabiles illae fuerint, sive Mesae, sive Ignobiliores.

Nam si commensurabiles longitudine, tota etiam ex ijs composita, erit partibus commensurabilis. Atqui quae Effabili commensuratur, Effabilis est: [1] *per definitiones ante* 20. *decimi* EVCLIDIS. *Quae verò Mesae commensurabilis, est Mese per* 24. *ejusdem. Et quae cuique ex jam secuturis Ineffabilibus post Mesas, commensurabilis, ejusdem cum illa speciei est, per* 66. 67. 68. 69. 70. 103. 104. 105. 106. 107. *Et sic est etiam cum alijs speciebus remotioribus, ab* EVCLIDE *non commemoratis, quae gradus remotiores faciunt. Ac etsi cum ijs non ita esset, id tamen ad nos nihil pertinet. Aut enim recidunt in unam specierum, quas jam constituemus ex incommensurabilibus; et sic non augent numerum: aut faciunt species ignobiliores vel sui vel alterius generis; et sic non sunt hujus loci, ubi gradus struimus, praemissis proximos nobilitate.*

XXII. Definitio

Transmissis igitur ijs, quae sunt longitudine commensurabiles, accedamus ad eas, quae solâ potentiâ sunt commensurabiles. Igitur si componantur tales duae Effabiles, fit Binominis: sin abstrahantur, ex relicto fit Apotome: utriusque sex sunt species subordinatae P. 48. 85. libri decimi.

Sin autem tales duae Mesae componantur, aut Effabile formantes Rectangulum, aut Meson: fiunt compositione Bimediales, abstractione, Meses Apotomae, illic priores, hîc posteriores cognominatae.

Hîc conjungere non licet Effabilem cum Mese: sunt enim tales duae simpliciter incommensurabiles, de quo genere jam in sequenti agendum est.

2) unuscujusque

XXIII. Propositio

Restant igitur planè inter se incommensurabiles. Ex ijs verò aliquae bigae requisitos effectus praestare non possunt; ut sunt binae Mesae, item una Mese cum una Effabili.

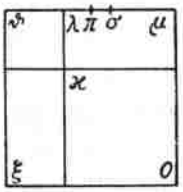
Illae quidem propter bigae ignobilitatem, istae verò propter suas discrepantes Naturas. Vide 71. 108. 109. *decimi* EVCLIDIS. *Nulla igitur species compositionis hinc potest arcessi: restantque nobis Ignobiliores tantùm, exclusis et Effabilibus et Mesis.*

XXIV. Propositio

10 Ex biga verò primâ talium planè incommensurabilium, scilic. quae sunt in praemissâ XVII. scibiles gradu quinto, componendo abstrahendove rursum nascitur Effabilis; suntque necessariò Binominis et Apotome, vide 112. 113. 114. decimi EVCLIDIS. Ut si et summa quadratorum Binominis et Apotomes, et commune Rectangulum illis est Effabile, oportet Nomina singula unius, Nominibus singulis alterius esse commensurabilia, quod non fit in omnibus Binominibus et Apotomis.

Quòd binae tales lineae, duos requisitos effectus praestantes, necessariò fiant[1]
14 *Binominis et Apotome; demonstratur ad eundem modum, ad quem* 33. *decimi*
20 *est demonstrata, tantùm ut pro duabus* ῥηταῖς δυνάμει μόνον, *adhibeantur* ῥηταὶ μήκει, *et ubi vox* μέσον *occurrit,* ῥητὸν *ponatur: et ultimò comparetur Definitio Binominis et Apotomes.*

Quòd autem ex compositione et abstractione Binominis et Apotomes, duos requisitos Effectus praestantium, fiat rursum Effabilis; sic patet. Cùm enim summa quadratorum sit Effabilis, et rectangulum Effabile; compositarum igitur in unum, quadratum constabit ex utriusque quadrato, et duobus rectangulis communibus, ex duabus sc. partibus Effabilibus: quare et totum quadratum Effabile erit: igitur et linea composita, potens illud quadratum. Sit



30 *Binominis* λμ, *ejus quadratum* κο, *sit et apotome* λϑ, *ejus quadratum* ϑκ, *et sint* ϑκ, κο, *juncta simul Effabilia, sit et Rectangulum ex* ϑλ, λμ, *effabile, talium autem duo* κμ, κξ *complent quadratum totius* ϑμ *compositae, quod quadratum est* ϑο.

De abstractione probatur in hunc modum. Si enim composita ex ϑλ, μλ, *id est* ϑμ, *est effabilis, erit et dimidia* ϑπ *Effabilis, tanquam majus nomen, et* πλ *minus nomen, et altera dimidia* πμ; *aufer ab ea* μσ *aequalem ipsi* ϑλ, *erit et residua* πσ *Effabilis, et tota* λσ, *sc. dupla ipsius* πσ. *At* λσ *est residua post ablationem Apotomes* μσ, *à Binomine* λμ. *Residuum ergò fit Effabile.*

30) quandum κο 31) quadrum ϑκ 37) At πσ

XXV. Definitio

Igitur ex secunda biga sexti gradus Num. XVIII. praemisso, linearum inter se planè incommensurabilium, quibus summa quadratorum est Effabilis, Rectangulum Meson; compositione nascitur Mizon, seu Major dicta; abstractione Elasson, seu Minor. Ex tertia, ubi summa quadratorum est Meson, Rectangulum Effabile, quae componendo nascitur, nomen habet Potens Effabile et Meson, quae abstrahendo, Faciens cum Effabili Meson Totum. Denique ex quarta biga septimi gradus, Num. XIX. praemissâ, ubi uterque Effectus fit Meson; componendo fit Potens Bina Media, abstrahendo Faciens cum Meso Meson Totum.

Et ecce Originem duodecim specierum Euclidearum, earumque Numeri causas. Nam ad remotiores, quae vel summam quadratorum, vel Rectangulum commune, vel utrumque, proferunt ultra Effabilia et Mesa, in ignobiliores species, non censuit EVCLIDES sibi progrediendum esse. [1]

XXVI. Definitio et Comparatio

Sufficere ista poterant etiam nobis ad constituendos gradus Demonstrationum, quibus latera figurarum, nobis ad Harmonica necessariarum, distinguuntur: nisi quibusdam ex recensitis accederent aliae insuper proprietates, imò nisi praevenirentur hactenus recensitae proprietates, nobilioribus alijs, quibus cumulantur gradus scientificarum Demonstrationum.

Ventum est ad compositionem et abstractionem; ubi lineas componendas vel abstrahendas laxè sumpsimus, nullâ ijs impositâ certae quantitatis necessitate. Quòd si jam adstringamus leges, impositâ certâ proportione bigis, non quidem sic datis, ut illae junctae unam duodecim specierum fecerunt; sed bigis aliter datis, uni scilicet rectae datae, et ejus parti majori inveniendae, ut sit nimirum vel minor pars ad majorem, ut major ad componendam ex utraque; vel vicissim major ad minorem, ut minor ad residuam: quod manet abstractione duarum factâ, non semper fiet gradus aliquis remotior, sed pro re nata, recidemus in unam explicatarum specierum, et regressu facto, comparabimus lineam constitutam, quae per se est octavi gradus, cum lineis quarti gradus.

Quemadmodum enim in quarto gradu defin. XV. duae rectae communi operâ planum formabant, ex quo in quadratum redacto nascebatur linea, dicta Mese: sic jam duae rectae, Tota et pars una, formant ipsam partem alteram subtrahendo, vel duae partes formant to-

tam addendo. Illic rectae formantes, erant inter se commensurabiles solâ potentiâ: Hic missâ commensuratione, succedit proportionis identitas inter totum et partes. Illic proportionis similitudo erat inter minorem et faciendam, interque faciendam et majorem; hic etiam est proportionis similitudo, inter faciendas duas, interque earum unam et propositam totam, in abstractione: in compositione verò inter faciendarum unam et propositam, interque propositam et faciendam alteram. Illic igitur datis duabus, dabatur Rectangulum aequale quadrato faciendae, et sic planum ante lineam: hic è contrario, factis duabus faciendis, sequitur demum aequalitas inter Rectangulum extremarum et quadratum Mediae, per 17. sexti et 11. secundi EVCLIDIS.

Illic rectae formantes, quadrata habebant commensurabilia quadrato Rectae propositae: hîc docet EVCLIDES, Prop. 30. libri sexti, et sumere quadratum, propositae quadrato commensurabile, sc. sesquiquartuplum ejus, et ab hujus quadrati latere auferre semissem propositae, ut restet pars in propositâ statuenda, quâ parte de propositâ ablatâ, relinquebatur pars altera requisita, (vel ad totam additâ fiebat etiam tertia requisita). Et tot nominibus partes hae videntur accensendae gradui quarto.

In hoc verò puncto nobilior ipsâ Mese redditur linea, quamcunque occupaverit ista proportio: quòd Mese longiori cathenâ, ex quatuor articulis compositâ, dependet ab Effabili propositâ: hujus verò partes
16 nituntur proportione suâ, quam habent immediatè ad ipsam Effabilem propositam. Eoque fit ut Mesôn possint esse multae, eodem omnes gradu distantes ab Effabili; pars verò major in hac proportione ipsius Effabilis una sola sit, et omninò cujusque lineae post Effabilem, una singularis. Quo nomine aequiparatur ejus demonstratio primo quodammodò gradui.

Quando igitur proposita Recta jubetur esse tota, ejusque duae tales partes quaeruntur, tunc haec Geometris dicitur sectio secundum Extrema et Medium. Nimirum hoc sibi vult Nomen, quòd cùm aliâs vulgaris sectio totius in partes duas, non respiciat proportionem, aut si ad totam aliqua comparetur in eâ proportione, in quâ est minor pars ad majorem, tunc fiant quatuor termini, duo extremi et duo Medij: hic contrà fiant tantum tres termini, tota quidem et pars minor, duo extremi; pars verò major, medius terminus unicus.

Dicitur etiam eâdem de causa sectio proportionalis. Hodierni et sectionem et proportionem ejus cognominant Divinam, propter admirabile ejus ingenium, et multiplicia privilegia: quorum praecipuum est, quòd semper parte majori ad totam additâ, composita rursum est

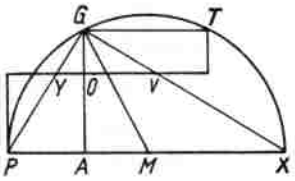
14/15) sesquintuplum

similiter secta; et quae pars major erat, jam fit minor; quae tota, jam major pars fit compositae, per 5. tredecimi EVCLIDIS.

XXVII. Propositio

Cum autem sectio talis in omnibus lineis locum habeat, in Effabili longitudine, in Effabili solâ potentiâ, in Mese, in duodecim reliquis speciebus recensitis, in alijs omnibus: nos in praesenti opere duabus solis ejus speciebus habemus opus, quae cum speciebus hactenus explicatis coincidunt; secundum duas lineas secandas. Nam aut Effabilis est illa longitudine, aut Mizon. Quòd si Effabilis est longitudine, quae ad secandum proponitur; sectae pars major fit Apotome quartae speciei; et respondet ei Binominis ejusdem quartae speciei, communia cum ipsâ habens nomina. Sed cave confundaris, pars quidem major illa dicitur, relatione ad propositam; at eadem Apotome hic dicitur, non relatione ad propositam; sed qualitativè. Quod si quaeras, cujus sit apotome, respondetur, quòd sit apotome alicujus, quae solâ potentiâ est commensurabilis propositae, quae sc. potest sesquiquartum propositae.

Sit GA *proposita ad secandum, sitque Effabilis longitudine. Fiat rectus angulus* GAM *et* AM *sit dimidia ipsius* GA, *et connexis* G M *punctis, centro* M, *intervallo* GM *scribatur semicirculus* PGX, *et* AM *continuetur in ejus circumferentiae puncta* P X, *fiat super* PA, *quadratum* PO. *Ergò linea* GA *secta est proportionaliter in puncto* O. *Haec igitur* AO *est pars major sectae proportionaliter* GA; *at eadem* AO *vel ei aequalis* AP, *est Apotome non ipsius* GA, *sed ipsius* MP *vel* MG, [1] *quae potest tam* GA, *quàm* AM *illius dimidiam: ut si potentia ipsius* GA *sit* 4. *erit ipsius* AM 1. *Et ipsius igitur* GM *potentia erit* 5. *In quantum igitur* AO *vel* AP *est Apotome, respondet ei binominis* AX: *suntque nomina ipsius communia* MX, *vel* MP, *vel* MG, *et* AM.



Quòd autem AP *sit Apotome, et* AX *Binominis, utraque quartae speciei, sic probatur. Est enim utrunque nomen effabile et* MX *et* MA; *sunt tamen solâ potentiâ commensurabiles, quia* MX *(id est* MG*) potest* 5. *qualium* MA *potest* 1. *At* 1. *ad* 5. *non est ut numerus quadratus ad quadratum. Denique differentia potentiarum* 1. *et* 5. *est* 4. *numerus quadratus, cujus latus* 2. *longitudine Effabile, aequale sc. ipsi* GA *propositae. Hae verò sunt notae speciei quartae Binominum, in definitionibus ante* P. 48. *et Apotomarum, ante pr.* 85. *decimi* EVCLIDIS.

Denique si GA *Effabilis secetur proportionaliter, pars ejus major* OA *et composita ex utraque* OA, AG *cadunt in gradum scientiae quintum. Nam*

36) P. 74.

quadrata ipsarum juncta, summam faciunt Effabilem, triplum scilicet ipsius GA *effabilis, per* 4. *tredecimi* EVCLIDIS. *Rectangulum verò etiam Effabile fit, quia est aequale quadrato ipsius* GA *effabili, cùm sit* GA *media proportionalis inter* OA *partem, et* OA, AG *compositam, per praemissa.*

XXVIII. Propositio

Vicissim, si aliqua Effabilis longitudine sic proportionaliter fuerit secta, pars ejus minor fit Apotome primae speciei.

Vt si Effabilis sit GA, *ut antea, et ejus sectae proportionaliter pars major* AO, *minor* OG; *erit etiam* OG *Apotome, per* 6. *tredecimi* EVCLIDIS.

10 *Rursum a.* OG *dicitur Apotome qualitativè non relatione ad* GA *effabilem longitudine, cujus est pars minor; nec relatione ad* MG, *vel* MP, *cujus ipsa* AO *vel* AP *est Apotome; sed habet* GO, *Nomina peculiaria. Cùm enim per Prop.* 97. *decimi* EVCLIDIS, *quadratum cujuscunque Apotomes, et sic etiam quadratum* PO, *extensum ad Effabilem (ut hic ad* GT, *ipsi* GA *aequalem) faciat latitudinem* GO, *primae speciei Apotomen: ipsa vicissim* AO *erat Apotome speciei quartae. Illius igitur* GO *nomen majus est Effabile longitudine; hujus* AO *majus nomen* MP *erat solâ potentiâ effabile. Et vicissim, quia nomina sunt solâ potentiâ commensurabilia; oportet Minus nomen, seu Prosharmozusan ipsius* GO, *esse solâ potentiâ effabilem: cùm ipsius*
20 AO *nomen minus* AM *esset longitudine effabile: utrique tamen hoc manet, quod differentia quadratorum à nominibus descriptorum, fit quadratum alicujus effabilis longitudine.*

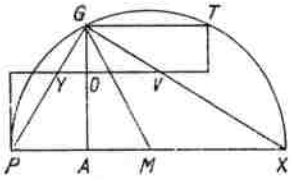
Quae autem sint hujus GO, *primae Apotomes Nomina, relinquo alijs quaerendum. Prosharmozusa quidem ipsi* GO *ut Apotomae Primae est unica sola per* 79. *decimi* EVCLIDIS. *Quae debet esse talis, ut ejus quadratum sit Effabile non tamen numero quadrato: ipsa verò cum* GO *debet facere lineam unam Effabilem longitudine: et per* 30. *decimi, si ex hac unâ totâ fiet diameter circuli, verbi causa* PX; *et si Prosharmozusa, paulò longior quàm* PA *(siquidem tota esset aequalis ipsi* PX*) ab uno termino Diametri* X, *applicetur circum-*
30 *ferentiae* XG; *tunc quae signa* G P *connectit, debet esse ipsi* PX *toti commen-*
† *surabilis longitudine.* [1]

18

XXIX. Propositio

Quando vero secta fuerit proportionaliter aliqua Mizon; cujus quadratum sit aequale rectangulo sub longitudine, compositâ ex propositâ effabili et potente ejus quinque quartas, et sub latitudine quinque quartas potente; tunc minor pars fit Elasson: ubi Elasson est nomen non comparationis, sed qualitatis: major verò pars fit Mizon alia, rursum qualitativè intellecta, quaecunque ejus sint Elementa.

Sit ut prius, propositae effabilis longitudo dimidia GA, *ejusque rursum dimidia* AM; *ut qualium* GA *potest* 4. *possit* AM 1. *et sit* GAM *rectus, poterit igitur* MG *talium* 5. *continuetur* MA *utrinque, et centro* M, *intervallo* MG, *scribatur semicirculus* PGX. *Est igitur* PX *dupla ipsius* GM; *quare et* PX *poterit quinque quartas partes de potentiâ propositae, duplae ipsius* GA.



Sed PG, GX *quadrata juncta, sunt aequalia quadrato* PX, *ergò et illa sunt quinque quartae de quadrato propositae effabilis. Porrò si ex* PG, GX *feceris lineam unam; ejus quadratum constabit ex duobus quadratis* PG, GX, *et ex duobus Rectangulis sub* PG, GX, *quibus sunt aequalia duo rectangula sub* GA, PX, *hoc est, unum Rectangulum, sub propositâ duplâ ipsius* GA, *et sub* PX, *effabilibus duabus, sed solâ potentiâ commensurabilibus: quam ob causam rectangulum hoc erit Meson, per* 22. *decimi* EVCLIDIS. *Cùm ergò quadratum lineae* PGX *totius, constet ex quadrato* PX *effabili, et rectangulo Meso, ejusdem latitudinis* PX: *quae duo, quadratum* PX, *et rectangulum sub duplâ ipsius* GA *et sub* PX, *sunt aequalia rectangulo, quod continetur sub* PX, *effabili, et sub compositâ, ex* PX *et duplâ ipsius* GA, *solâ potentiâ commensurabilibus, quarum partium major* PX *plus potest minore (duplâ ipsius* GA) *aliquâ sibi incommensurabili longitudine (potest enim* PX 5. *qualium dupla ipsius* GA *potest* 4. *excessus igitur* 1. *est quadratum alicujus, quae incommensurabilis est ipsi* PX, *eò quod* 1. *ad* 5. *non sit, ut quadratus numerus ad quadratum) quibus de causis dicta composita ex* PX *et* GA *duplicatâ, est Binominis quartae speciei: cùm inquam quadratum totius* PGX *sit aequale tali rectangulo sub Binomine quartâ et Effabili: linea igitur* PGX *tota erit Mizon. Elementa ipsam componentia, sunt partes* PG, GX. *Nam quia* PA *est Apotome, et* AX *Binominis: sunt igitur inter se longitudine Incommensurabiles. Vt verò* PA *ad* AX: *sic quadratum* PG, *ad quadratum* GX. *Ergò* PG, GX *sunt potentijs et sic simpliciter incommensurabiles inter se; et faciunt summam quadratorum effabilem, quippe aequalem quadrato* PX: *rectangulum verò sub* PG, GX *Meson. Ergò per* 39. *decimi, composita ex* PG, GX *est Mizon: Et per* 76. *decimi, ablatâ* PG *à* GX, *relinquitur Elasson. Atqui tota* PGX *est secta proportionaliter in* G. *Nam ut* PA *ad* AG, *sic* PG *ad* XG. *At* PA *est ipsius* GA *proportionaliter sectae pars major* OA, *quia* MP *potest ipsius* MA *quintuplum et Apotome* AP *aequalis est* AO *per* 11. *secund.* EVCL. *Ergò et* PG *est ipsius* GX *proportionaliter sectae pars major; et per* 5. *tredecimi, addita* PG, *pars major, ad* GX *totam, parit novam totam* PGX, *proportionaliter sectam in* G; *ut jam* PG *sit hujus compositae pars minor,* GX *ejus major. Et sic* PGX, *existens aliqua Mizon, secta est eodem puncto* G *et*

20) sibi commensurabili 25) sub Apotome 33) sit PG

in sua Elementa, ex quibus Mizon denominatur, et simul in suas partes proportionis divinae. [1]

19 *Dico easdem partes proportionaliter sectae, esse simul etiam Elassona et Mizona. Quia enim* AP *est Apotome quarta, quod igitur sub* AP *Apotome et* PX *Effabili, est potentia Elassonis, per* 94. *decimi* EVCLIDIS: *et quia* AX *est Binominis quarta, quod igitur sub hac et* PX *Effabili, est mizonis potentia: sed quadrata* PG, GX, *sunt aequalia Rectangulis* APX, AXP, *singula singulis, ergò* PG *est Elasson,* GX *Mizon.*

Conveniunt igitur hic in unum, nomina qualitatum et nomina pro-
10 portionum. Nam PG dicitur pars minor, respectu totius PGX proportionaliter sectae in G; dicitur et linea minor seu Elementum minus ipsius PGX totius, ut haec est aliqua Mizon qualitativè; dicitur denique graecè Elasson, quod sonat Latinè minor, qualitativè, respectu aliarum duarum linearum, hic non expressarum, quarum subtractione unius ab alterâ, ipsa constituitur.

Eodem modo GX, primò dicitur pars major totius PGX proportionaliter sectae; secundò dicitur linea vel Elementum majus lineae totius PGX, ut haec est qualitativè Mizon suo proprio jure, non minus quam tota PGX suo: sed lineae facientes ipsam GX Mizona compositione suâ;
20 non sunt hîc expressae.

Propter hunc concursum sectionis proportionalis, et sectionis Mizonis in sua Elementa, credo indita fuisse his speciebus Nomina qualitativa Mizonis et Elassonis.

Cavendum autem hic est diligenter, ne discrimina rerum confundamus; sectio proportionalis est absoluta proportio, non alligata ad unam aliquam lineam, in notitiâ primam, quae proposita Effabilis dicitur: species verò istae Mizonis et Elassonis, sunt figuratae certis gradibus discessionis suae à primâ propositâ Effabili. Itaque sectio divina progreditur in infinitum; at non sequitur eam affectio Mizonis
30 et Elassonis: in illâ (sectione) pars quae modo major erat, proximo gradu fit minor; in hac, Elasson qualitate suâ, nunquàm nulloque respectu fit Mizon, nec Mizon Elasson. Itaque si GX Mizon dividatur rursum proportionaliter, pars ejus major erit aequalis ipsi PG, eoque Elasson manebit qualitativè; nequaquam verò Mizon qualitate fiet, ut fit pars major quantitate: quamdiu quidem GA est Effabilis proposita.

Quaeris si Mizon sit PGX qualitate, Mizon etiam GX qualitate; cur non etiam ipsius GX Elementum majus possit esse aliqua Mizon, sicut ipsius PGX Mizonis majus Elementum erat GX, Mizon et ipsa? Quia etsi utraque est Mizon, tam PGX, quàm GX; alia tamen illic, alia hîc
40 est formatio. Nam in quadratum PGX venit quadratum PX totum, rectangulum, sub duplici GA et sub PX, totum. At in quadratum GX,

ingreditur de quadrato quidem PX, dimidium, sc. quod sub MX, XP, de rectangulo verò sub duplici GA et sub PX, pars solummodo quarta, sc. quod sub AM et sub PX. Alia igitur hic est proportio Mesi ad Effabile, alia illic. Nostra verò propositio concursum hunc, sectionis divinae, et qualitativae compositionis, in partibus lineae ijsdem, de priore solùm PGX, ejusque propriâ proportione Mesi ad Effabile demonstrare nititur, non itidem de posteriori.

Nota verò et hoc ad perfectionem analogiae; quòd sicut GX Mizon compositione proportionis divinae, fit major aliqua Mizon, sc. PGX, ad'ditâ PG, quae est ipsius GX, pars major in sectione divina: sic è contrario, PG Elasson hujus speciei, sectione proportionis divinae, dat PY minorem aliquam Elassona seipsâ, sc. ipsius PG sectae partem majorem, vel ipsius GX sectae partem minorem GV: ut sicut maxima PGX cadit per sectionem divinam, in XG Mizona et GP Elassona, sic secunda Mizon GX, cadat in duas Elassonas XV, VG, aequales sc. ipsis GP, PY: atque ita duae Elassones componant unam Mizona; Mizon verò et Elasson aliam Majorem Mizona. †

XXX. Propositio

Classes Figurarum singulas singuli faciunt numeri laterum Primi; et reputantur in classes, quae habent Numerum laterum continuè duplum numeri sui Primi.

Sequitur hoc ex defin. X. hujus. Nam si omnium figurarum, quae Numeros laterum habent unius alicujus continuè duplos, eadem est forma demonstrationis propriae: omnium igitur illarum eadem est Classis, causâ demonstrationis. Non mutat quippe bisectio genus vel classem, associata earum singulis; propter et simplicitatem et aequalitatem Partium, junctim: ex singulis enim prioris figurae arcubus facit partes binas tantùm, easque aequales. At trisectione aut Quinisectione, aut sequentibus, non effugies, quin aut inaequales designes partes, si binae tantùm esse debeant, aut multas, id est, plures duabus, si aequales. Vt in trisectione arcus 3. *vel secatur in* 2. 1. *binas et inaequales, vel in* 1. 1. 1. *aequales sed multas.*

Antecedens verò sic probatur. Demonstratio petitur à numero laterum, per X. hujus. Jam Primi numeri non communicant aliquâ parte numerosâ, nam unitas qua communicant, divisionem non admittens, non est pars numerosa vel numerus. Ergò etiam demonstrationes per eos factae, non communicant inter se. Classes igitur singulorum Primorum distinctae sunt. Harum prima est, in qua sunt figurae (vel quasi) numeris laterum hisce: 2. 4. 8. 16. 32. *et infinitae: Secunda habet* 3. 6. 12. 24. 48. 96. *et infinitas: Tertia habet* 5. 10. 20. 40. 80. 160. 320. *et infinitas. Aliae infinitae.*

XXXI. Propositio

Classes Figurarum singulas singuli faciunt Numeri laterum, duorum Primorum (excepto binario) minimi multiplices.

Sequitur hoc ex definitione XI. hujus. Nam si figura talis ad demonstrationem sui lateris non utitur numero suorum angulorum: est igitur diversa ejus demonstrationis forma à superioribus omnibus, quare etiam diversa classis. Exceptus verò fuit binarius à genesi novae classis, in Primum aliquem multiplicatus: quia bisectio anguli cùm sit Geometrica, ipsa est, quae classes singulas ex aequo in infinitum prorogat: quòd nisi esset, classes nullae essent, sed singulares tantùm figurae. Harum prima est 15. 30. 60. 120. 240. 480. *etc. multiplicatis* 3. *in* 5. *Secunda* 21. 42. 84. *etc. multiplicatis* 3. *in* 7. *Sequuntur infinitae ut cùm* 5. *in* 7. *ducitur. Hinc* 35. 70. 140. *etc.*[1]

21

XXXII. Propositio

Sed et quadrati Primorum numerorum, excepto Binarij quadrato, et facti à quadratis et alio Primo, Primive quadrato, classes gignunt singulas, et distinctas à prioribus.

Quòd quadratus numeri Primi, non eandem cum Primo classem facit, causa est, quia cùm Primus ipse novam figurarum classem faciat, dividentium circulum totum, per XXX. hujus: jam idem Primus, non totum, sed partem circuli dividens, omninò aliam faciet demonstrationem, si quidem illa possibilis fuerit: cùm Pars circuli à Toto multùm differat causâ speciei, figurationisque absolutae: in quâ figuratione nunc occupamur, quippe quae demonstrationem format.

Quòd autem binarij quadratus excipitur; causa est, quia figura, bis duos habens angulos, hoc est, Tetragonus, cadit in classem primam: multiplicatus verò Quaternarius in Primum, cadit in Primi classem, quia quatuor sunt bis duo: omnis verò figura, duplo laterum Numero, eodem refertur, quo figura simplo laterum Numero.

Harum prima est, in quâ figurae 9. 18. 36. 72. 144. 288. *laterum et infinitae.*

Secunda, in quâ 25. 50. 100. 200. 400. *et infinitae.*

Tertia, in quâ 49. 98. *et infinitae.*

Infinitae aliae classes à quadratis.

Sic 27. 54. 108. 216. 432. *et infinitae, ex* 3. *et* 9.

Sic 75. 150. 300. *et infinitae, ex* 3. *et* 25.

Sic 147. 294. *et infinitae, ex* 3. *et* 49.

Sic 45. 90. 180. 360. *et infinitae, ex* 5. *et* 9.

Sic 125. 250. 500. 1000. *et infinitae, ex* 5. *et* 25.

Sic etiam 225. 450. 900. *et infinitae, ex* 9. *et* 25. *duobus quadratis.*

Infinitae aliae classes, ex Primis in quadratos, aut ex Primorum quadratis in se multiplicatis.

XXXIII. Propositio

Si a duplo numeri angulorum Figurae abstuleris quatuor, formabis Numeratorem partium anguli recti, quas valet angulus figurae: Denominator verò partium est ipse numerus Angulorum.

Vt in Trigono bis tria sunt sex, aufer 4, *restant* 2. *Ergò angulus Trigonicus valet duas tertias Recti. Sic in Icosigono, bis* 20. *sunt* 40, *aufer* 4. *Ergò angulus Icosigonicus valet* 36. *vicesimas vel* 9. *quintas unius Recti. Nam cujusque figurae anguli distribuuntur in totidem triangula, quot habet latera, duobus minus. At cujuslibet Trianguli anguli valent duos Rectos: ergò cujuslibet figurae anguli valent duplo plures Rectos, quàm Figura habet angulos, quatuor minùs. Hic verò numerus Rectorum distribuendus est in numerum angulorum figurae, ergò hic denominat, ille numerat partes unius Recti.*[1]

XXXIV. Propositio

Circulus Geometrica descriptione in duo secatur aequalia; et linea bisecans illum scitur scientiâ primi gradus: est enim Diameter ipsa.

Principium enim figurationis in circulo est, ducere rectam lineam per punctum imperatum, quousque est opus.

Recta bisecans circulum est diameter, sc. per centrum ducta, quia partium circuli inter se aequalium est maxima semicirculus, linea igitur secans in duos semicirculos, est et ipsa longissima, per 14. *tertij* EVCLIDIS, *et diameter, per* 15. *et per definitionem.*

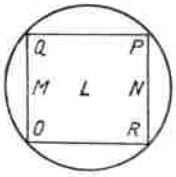
Porrò diameter est illa ipsa Effabilis, proposita pro Mensurâ caeterarum; ipsa sibi aequalis, suique Mensura perfecta, principium scientiae Geometricae.

XXXV. Propositio

Tetragoni latus habet Geometricam descriptionem ex angulis, extra circulum, et si inscribatur circulo, ipsa est in gradu scientiae tertio, quadratum ejus in secundo, ut et area figurae.

Tetragonus esto OQPR, *ejus angulus, per XXXIII. hujus, est rectus, quare per* 46. *primi* EVCLIDIS, *facilè dato latere, describitur Tetragonus.*

Cùmque angulos habeat quatuor, lateraque totidem; duo ergò latera coëuntia, duas Circuli quartas intercipiunt, hoc est, semissem circuli. Quare per XXXIV. hujus, extrema laterum contiguorum connectit diameter circuli. Vt QO, QP, *angulum* OQP *rectum in semicirculo* OQP *formantes, extremis* O.P. *connexa sunt per diametrum circuli* OLP. *Quare per* 47. *primi* EVCL. *quadrata duorum laterum* OQ, QP, *aequant quadratum diametri. Et si dimidia pars de quadrato diametri redigatur in formam quadratam, per* 14. *secundi* EVCL. *latus ejus erit latus Tetragonicum. Ita quadratum lateris est Effabile.*



37) diamettri

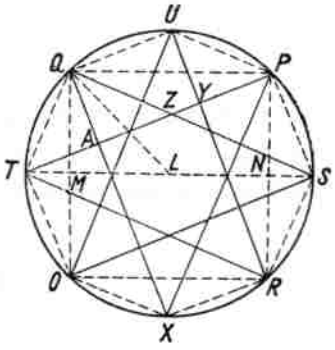
Et quia quadratum OP *est ad quadratum* OQ, *ut* 2. *ad* 1. *non verò ut numerus quadratus ad Numerum quadratum;* OP *verò est Effabilis longitudine: ergò latus* OQ, *est Effabilis solâ potentiâ, per* 9. *decimi* EVCLIDIS. *Area verò tetragoni est eadem in hac figurâ, quae Quadratum lateris, ergò et area Figurae est Effabilis.*

XXXVI. Propositio

Octogoni latus habet Geometricam descriptionem ex Angulis, nec minus etiam Octogonicae stellae latus, seu subtensa tribus octavis partibus circuli, suntque in gradu scientiae octavo,[1] singula, illud quidem Elasson, hoc verò Mizon; juncta verò in gradu sexto, et proportionis cujusdam singularis. Area denique Ineffabilis est, quippe Meson.

Sit octogonus UQTOXRSP, *stella verò* UOSQXPTRU: *cùm igitur lineae binae, verbi causa* QT. TO, *comprehendentes angulum octogonicum* QTO, *connectantur extremis* Q. O. *linea connectens est latus Tetragoni, quia de octo semis est quatuor.*

Ergò descripto Tetragono (ut alios describendi Octogoni modos omittam) in circulo, ducatur in latus ejus OQ *ex centro* L, *perpendicularis, secans latus in* M, *arcum in* T, *per* 12. *primi* EVCL. *quo facto per* 30. *tertij* EVCL. *erunt quartae partis circuli* OQ, *duae partes, sc. arcus* OT. TQ. *aequales. Connexis ergò punctis* O *et* T, *erit* OT *recta latus Octogoni, et connexis* O. S. *erit* OS *latus stellae.*



Connexo centro L *cum* Q, *quia* QML *est rectus, ergò* QL *Effabilis longitudine, potest* QM, *et* ML *potest autem* QL *semidiameter duplum ipsius* QM *semilateris Tetragonici. Ergò* QM, *et* ML *sunt aequales, et utraque Effabilis solâ potentiâ per XXXV. hujus. Plus igitur potest* LQ, *quàm* LM, *potentiâ ipsius* MQ, *quae longitudine est incommensurabilis ipsi* LQ. *Sed sunt aequales* LQ *et* LS, *et* LT. *Ergo composita* SM *erit Binominis quarta, cujus Nomina sunt* SL, *et* LM, *per definit. ante* 48. *decimi* EVCLIDIS. *Residua verò* MT *erit Apotome quarta, cujus Nomina* TL, *et* LM, *per definitionem ante* 85. *decimi* EVCLIDIS.

Et quia MS *binominis quarta, et* ST *effabilis, quare per* 57. *decimi* EVCLIDIS, *linea* QS, *quae potest Rectangulum sub ipsis, est Mizon: sic quia* TM *est Apotome quarta, et* TS *effabilis; ergò* TQ *latus Octanguli, potens rectangulum sub* MT, TS *est Elasson, per* 94. *decimi* EVCLIDIS.

Elementa illarum sunt in hac delineatione, PA *majus, et* AT *minus. Nam ad* PA *addita* AT, *facit* PT *latus stellae: rursum à* PA *vel* YT *ablata* TA,

11) cujusdem

relinquit AY, *id est* QU *latus Octogoni. Scilicet Elasson* TQ *potest duplum Prosharmozusae* TA; *et latus Tetragoni* QP, *potest utrumque Elementum* PA *et* AQ, *id est* AT.

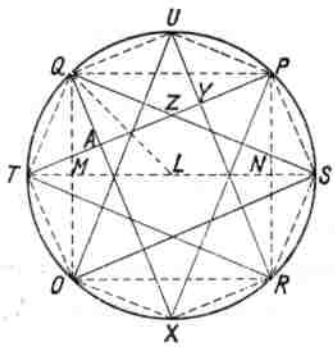
Et sicut PX *Mizon ad majus Elementum* PA, *sic* TQ *Elasson ad minus Elementum* TA, *et vicissim, ut majus elementum* PA, *ad minus* AT, *sic Mizon* PX *ad Elassonem* TQ. *Vt pars major ad minorem; sic totum ad differentiam.*

Porro haec latera SQ, QT, *non ipsa sunt tantùm Mizon et Elasson; sed sunt etiam tales lineae, ex quibus aliae tales fiunt addendo vel subtrahendo. Primùm enim sunt inter se incommensurabiles, secundò quadrata ipsarum* TQ, QS *juncta aequantur quadrato effabili ipsius* TS. *Tertiò Rectangulum sub* TQ, QS *est Meson, est enim aequale Rectangulo sub* QM *semilatere Tetragoni, solâ potentiâ effabili, et sub* TS *effabili longitudine: quam ob causam sunt etiam juncta in gradu scientiae sexto. Quare per* 39. *decimi, compositae in unam* TQS *fiunt Mizon, et per* 76. *decimi,* TQ *hoc est* QZ *ablata à* QS, *relinquit* ZS *Elassonem. Itaque fieri potest, ut Elasson et Mizon unius bigae, fiant Elementa* [1] *alterius bigae, et Elasson, ablata à Mizone suâ, relinquat Elassona alterius.*

Quod aream Octogoni attinet, illa constat ex octo talibus trigonis, qualis est LQT. *Sed constat Rectangulum* QTRS *ex talibus quatuor; est ergò semissis Areae: et est Meson, ut paulò anteà probatum; ergò etiam duplum ejus, scilicet Area Octogoni, Meson est, per porisma Prop.* 24. *decimi* EVCLIDIS. *Hinc* CLAVIVS *Geom. Pract. libro VIII. Prop.* 31. *demonstrat, aream ejus esse medium proportionale inter aream Tetragoni inscripti et aream circumscripti Tetragoni, quae sunt ad invicem, ut* 1. *ad* 2. *quae determinatio quantitatis certae, infert eandem qualitatem Mesi.*

XXXVII. Propositio

Hekkaedecagoni latus habet Geometricam descriptionem ex angulis, sed lateris scientia longiùs evagatur, in gradus ignobiliores omnibus praemissis: multoque magis ejus stellarum latera, seu subtensae tribus, quinque, septem sedecimis.



Quia bis octo sunt sedecim, ideò per latus Octogoni, figura haec ex ijsdem fundamentis describitur, quibus antea Octogonus per latus Tetragoni.

Esto QO *latus non jam Tetragoni, sed Octogoni et* QT, TO *latera jam sedecanguli, et* QP *latus stellae Octangulae esto: id fuit prius Mizon: ergò et* LM *ejus dimidia erat Mizon. Quare rectangulum sub* ST *Effabili et* LM *Mizone, est speciei planè novae, cujus inter gradus*

superiùs explicatos, ut nobiliores, nulla fit mentio. Tale verò novum, ablatum ab eo, quod sub LT, TS, *Effabilibus longitudine continetur, relinquit iterum remotiorem aliquam speciem, rectangulum scilicet sub* MT, TS *aequale quadrato* TQ, *lateris Hekkaedecagoni. Multò magis id verum de pluriangulis hujus Classis: ut* 32. 64. 128. *angulorum etc.*

Cùm sic habeat cum latere uno, seu subtensâ uni sedecimae, jam illius potentia ablata à potentiâ diametri, relinquit subtensam, septem sedecimis, est igitur illa gradus remotioris.

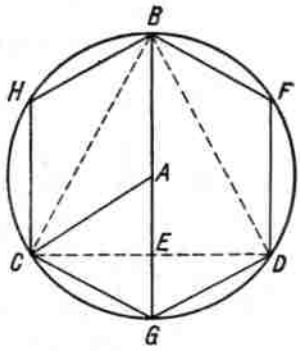
Tres verò sedecimae subtensam habent derivatam à subtensa tribus octavis per bisectionem: sunt igitur in remotiori gradu, quàm illa. Et potentia subtensae tribus sedecimis, ablata à potentiâ diametri, relinquit potentiam subtensae quinque sedecimis. Est igitur haec rursum remotiori gradu.

XXXVIII. Propositio

Trigoni et Hexagoni latera geometricam habent descriptionem, ex angulis figurarum; et in circulum inscripta, sunt scibilia, illud tertio, hoc secundo gradu; plana verò, seu areae figurarum sunt Mesa, proportionis inter se duplae.[1]

Trigoni constructio extra circulum est facilima per 1. *primi* EVCLIDIS. *Inscriptio in circulum expeditissima, ut caeteros modos taceam, fit beneficio Hexagonici lateris. Quia de sex semis sunt tria. Et Hexagoni quidem descriptio et inscriptio sunt libro quarti* EVCLIDIS *proposit.* 15. *Sed ostendenda est consecutio quantitatis lateris, ex angulorum rationibus.*

Sit Hexagonus BHCGDF. *Cùm igitur sint anguli* 6, *planum etiam Hexagoni dividetur in Triangula sex, verticibus in centro* A *coëuntia: quale unum est* CAG. *Quare quatuor Rectorum, centrum* A *circumstantium, summa divisa in sex vertices, dat uni verticali angulo* CAG *quatuor sextas, seu duas tertias unius Recti. Atqui trianguli* CAG *omnes tres anguli juncti sunt aequales duobus rectis, seu sex tertijs unius Recti; abstracto ergò angulo ad* A, 2 *tertiarum, à summa* 6 *tertiarum, restant duobus ad* C, *et* G, *summa* 4 *tertiae: sunt verò aequales omnes; ergò unicuique ad* C. *et* G. *manent* 2 *tertiae unius Recti, non minùs quàm verticali ad* A. *Atqui si tres anguli sunt aequales, oportet et latera esse aequalia in Triangulo. Quare* CG *latus idem et Hexagoni, et trianguli, quod est sexta ejus pars, est aequale semidiametro circuli* CA *vel* AG. *Est igitur Effabile longitudine latus Hexagoni, dimidium sc. diametri. Hic vero est Gradus II. per* XIII. *hujus.*



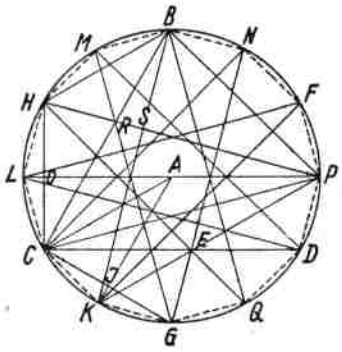
Jam Trigoni, qui sit BCD, *latus* BC *connectit duo latera Hexagoni* CH, HB, *coëuntia in* H. *Cùm ergò* BHC *sit* 2 *tertiae semicirculi, et* CG *una tertia, arcus ergò* BCG *est semicirculus, et* BG *diameter, per* A *transiens. Ergò* BCG *angulus in eo est Rectus, per* 31. *tertij* EVCL. *Quadrata igitur* BC, CG *aequalia sunt quadrato* BG, *per* 47. *primi* EVCL. *Sed* CG *est semidiameter, ejusque quadratum est hujus quadrati pars quarta; ablatâ igitur quartâ parte de quadrato* BG, *relinquetur quadratum lateris Trigonici* BC. *Est ergò quadratum hoc effabile: sed quia se non habet ad quadratum* BG *ut numerus quadratus ad quadratum numerum, sed ut* 3 *ad* 4, *ideò* BC *est solâ potentiâ Effabilis. Hic verò est gradus Tertius, per XIV. hujus.*

Et quia BC, BD *aequales, angulique* BCD, BDC *aequales: ergò* BE *perpendicularis, demissa in* CD, *secabit illam in* E *in aequalia* CE, ED. *Erat verò Effabilis solâ potentiâ, tota* CD; *quare et ejus dimidia* CE. *Rectangulum ergò sub* CE, AG *solâ potentiâ commensurabilibus, quarum ista est Effabilis longitudine, Meson est. Sed hoc Rectangulum est aequale areae duorum triangulorum, ipsius* CGA *aequalium (quorum sunt in Hexagono sex) et sic tertiae parti Areae Hexagoni. Area igitur Hexagoni est planum Meson. Et quia* BCA *et* BCH *triangula, sunt laterum* BA *et* BH, CA *et* CH *aequalium, uno communi* BC: *habent igitur areas aequales. Sed* BCH, BDF, CDG *sunt partes Hexagonicae areae, quibus illa excedit aream Trigonicam* BCD, *totidem aequalium triangulorum,* BAC, CAD, DAB. *Dupla ergò est area Hexagonica Trigonicae. Meson igitur est etiam Trigonica area, quia commensurabilis, scil. dupla, Hexagonicae, quae erat Meson.*

XXXIX. Propositio

Latera Dodecagoni et Stellae cognominis seu sub|tensae quinque duo- 26
decimis partibus circuli Geometricè describi possunt, et inscripta eidem circulo, scibilia sunt, singula gradu octavo nobilioris cognitionis, juncta gradu quinto; Planum verò Dodecagoni est Effabile.

Dodecagonus esto BMHLCKGQDPFN, *stella Dodecagonica* BKFLDMGNCPHQB.



Quia igitur bis sex sunt duodecim, ideò per latus Hexagoni figura ijsdem ex fundamentis describitur, quibus antea Octogonus per latus Tetragoni, ductâ in HC *latus Hexagoni ex* A *centro perpendiculari, secante latus in* O, *circulum in* L. P. *et connexis* L H *pro latere Dodecagoni,* H P *pro latere stellae.*

Cùm igitur HC *latus sexanguli sit Effabile longitudine; talis erit et dimidia* HO, *sed* AC, *aequalis ipsi* HC, *potest et quod à dimidio sui*

7) Tetragonici BC 11) BC, CD

OC, *et quod ab* AO, *ergò quadratum ipsius* AO *se habet ad quadratum* AC *vel* AP, *ut* 3. *ad* 4. *non ut numerus quadratus ad quadratum. Sunt igitur* PA, AO, *solâ potentiâ inter se commensurabiles, ut et* LA, AO. *Et* CA, *hoc est* PA *vel* AL, *major Effabilis, plus potest quam* OA *minor, aliquo, quod est à* CO *sibi commensurabili. Ergò per def. ante* 48. *decimi* EVCL. *composita* PO *est Binominis, et per def. ante* 85. OL *residua, est Apotome, utraque Prima cognomine. Nomina sunt* AP, *Effabilis simpliciter, et* AO, *Effabilis solâ potentiâ. Sed per* 54. *decimi* EVCL. HP, *potens rectangulum sub* OP *Binomine primâ et* PL *Effabili, est Binominis, et per* 91. *ejusdem,* HL *latus Dodecagoni, potens rectangulum sub* OL *Apotome primâ et* LP *Effabili, est Apotome. Ita cadunt singula in gradum scientiae octavum nobiliorem.*

Nomina hujus compositae PH *et diminutae* HL, *sunt* PS *et* SH. *Cùmque* HB *sit sexanguli latus,* KP *Trianguli,* BP *Quadranguli, illud quidem potest duplum Nominis minoris, sc.* HS, *et* SB, *istud duplum majoris, sc.* KS, *et* SP; *hoc verò potest utrumque simul, quodque semel, sc.* BS *et* SP.

Componitur etiam PH *binominis, ex* PR *latere quadrati, et* RH *latere Dodecagoni; at propter hanc compositionem non dicitur Binominis; quia per* 42. *decimi* EVCL. *praeter unum signum, quod hic fuit* S, *nullum aliud dari potest, quod illam dividat in sua Nomina.*

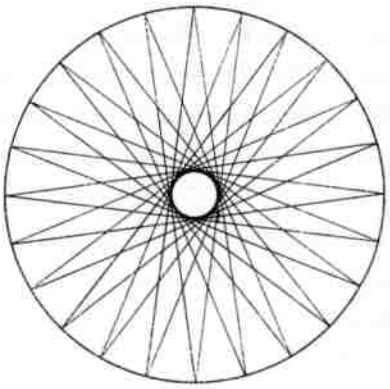
Cùmque HO, LP *sint Effabiles longitudine, rectangulum sub ijs, id est sub* LH, HP *erit Effabile, et summa quadratorum* LH, HP *est itidem Effabilis, aequalis quippe quadrato ipsius* LP. *Ergò hoc nomine, junctae* LH, HP, *sunt in gradu scientiae quinto. Nec quicquam novi faciunt junctae, nec rursum Binominem vel Apotomen: addita enim* LH *ad* HP, *facit Effabilem potentiâ solâ, sc. cujus quadratum est sesquialterum quadrati* LP: *ablata verò* LH, *vel* HR *ab* HP, *constituit rursum Effabilem potentiâ,* PR, *latus quadrati: cujus quadratum est dimidium quadrati* LP.

Cùmque Area Dodecagoni constet Triangulis 12, *qualium est unum* LAC, *in rectangulo verò* LHPD *Effabili contineantur eorum quatuor, id est Triens*
27 30 *Areae totius; ergò et tota area Effabilis est, quantam scil.*[1] *creat ducta* HO *in* LP *ter; est igitur Area Dodrans de quadrato diametri, seu Medium Arithmeticum inter Tetragonum circulo circumscriptum, et Tetragonum eidem inscriptum; sicut Area Octanguli est inter eos Medium Geometricum.*

XL. Propositio

Figura Regularis viginti quatuor laterum, et omnes ab ea, duplicato continuè numero laterum, Geometricas quidem inscriptiones habent, sed laterum scientia evagatur longius, in gradus remotiores ijs qui prius sunt positi: ut et stellarum ejus seu subtensarum 5. 7. 11. vicesimis quartis.

Probatur ut prius Prop. XXXVII. de sedecangulo; hoc tamen discrimine, quod jam hîc latus stellae Dodecagonicae ejusque dimidium, sunt Binomines primae, quare rectangulum sub dimidia et sub diametro, ut Effabili, nondum fit novae speciei, quia potens illam per 54. *est iterum Binominis. At jam hoc rectangulum ablatum ab Effabili sub tota et dimidia Diametro, relinquit novi quid, cujus hactenus non facta est mentio, et ignobilius, quippe magis compositum; et hoc fit potentiâ lateris* 24 *anguli.*



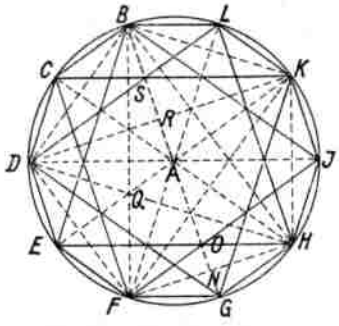
Id multò magis verum de pluriangulis figuris hujus Classis; ut quadragintoctanguli, nonagintasexanguli, etc.

Subtensa quinque vicesimis quartis circuli patescit, bisectione arcus in quo sunt quinque duodecimae: potentia illius ablata à potentia diametri, relinquit potentiam subtensae septem vicesimis quartis: sic potentia lateris seu subtensae uni vicesimae quartae, format eadem methodo potentiam subtensae undecim talibus partibus. Sunt igitur omnes in gradu remotiori.

XLI. Propositio

Latera Decagoni et stellae decagonicae, seu subtensa tribus decimis partibus Circuli, descriptionem habent Geometricam ex angulis, inscriptionemque in circulum; suntque scibilia, seorsim quidem singula Gradu octavo scientiae, juncta verò, gradu quinto; et cum semidiametro juncta, gradu quarto.

Sit Decagonus BCDEFGHIKL, *et stella ejus* BEHLDGKCFIB. *Cùm ergò sint anguli decem, figurae planum erit compositum ex decem triangulis coëuntibus in centro* A, *quale unum est* FAG. *Distributâ igitur quatuor rectorum summâ, quae est circa unum* A *punctum, in decem illorum triangulorum vertices, veniunt singulis* 4. *decimae vel* 2. *quintae unius recti. Atqui summa trium angulorum hujus trianguli, est* 10. *quintae id est* 2. Recti; *hinc igitur ablato verticali ad* A 2. *quintis, relinquitur duobus ad basim* 8. *quintae: et cùm sint aequales, singulis igitur* 4. *quintae. Ita quilibet ad basin duplus est anguli ad verticem. Hoc est vinculum demonstrationis sequentis.*



Secto enim angulo AFG *in duas partes aequales, per* FO *lineam, per* 9. *primi* EVCLIDIS; *erunt* AFO, OFG *inter se aequales, et quilibet* 2. *quintae* Recti;

uterque igitur ipsi FAO *aequalis. Quare per* 3. *sexti* EVCLIDIS, *ut* AF *ad* FG, *sic* AO *ad* OG.

Quia verò OFG *est* 2. *quintae, erat verò* OGF *(nempe* AGF*)* 4. *quintae, erit igitur et* FOG 4. *quintae. Angulis igitur ad* O *et* G *aequalibus, latera quoque* FG, FO *aequalia subtenduntur.*

Eodem modo et in triangulo AOF, *quia* AFO *est* 2. *quintae, quantus erat et* FAO*: ergò et* AO *et* FO *(hoc est* FG *latus) aequales erunt. Vt verò* AF *ad* FG, *sic* AO *ad* OG, *ut jam demonstratum; ergò etiam ut* AG *ad* AO *partem, sic haec ad* OG *residuum. Secatur igitur Crus* AG *in* O *proportionaliter. Igitur* 10 *per* 5. *tredecimi* EVCLID. OA *vel* OF, *continuatâ in* I, *ut* OI *sit aequalis toti* AG, *etiam* FI *secta est proportionaliter in* O, *et connexis* A I *signis, erit* AIO *triangulum congruum initiali* FAG, *eoque* OAI *duplus ipsius* FAO, *et* FAI 6. *quintae. Quare centro* A, *intervallo* AG *scripto circulo* FGI, *erit* FG *latus decagoni, pars major semidiametri* AG *proportionaliter sectae, et* FI *latus stellae seu subtensa tribus decimis, composita ex* FO *et* OI, *latere decagoni et semidiametro.*

Ob hanc causam haec latera, junctâ semidiametro, possunt accenseri gradui quarto, per XXVI. *hujus.*

Cùmque AG *secta, sit Effabilis longitudine, et latus decagoni pars ejus* 20 *major; latus stellae, composita ex tota et parte majore; quare per* XXVII. *hujus, illud est Apotome, hoc Binominis, utrumque quartae speciei: hoc respectu sunt in gradu scientiae octavo, proximè post latus Dodecagoni et stellae suae, planeque in eodem ordine cum latere Octogoni et stellae suae.*

Et per XXIIX. *hujus, etiam residua* OG, *eoque etiam ejus dimidia* NG *est Apotoma primae speciei. Sed cave putes, Nomina ejus esse, majus* AG, *minus* AN.

Denique per eandem XXVII. *hujus, latera* GF, *vel* OF *et* FI *non cum semidiametro, sed secum ipsa juncta, quia et summam quadratorum, et commune Rectangulum habent Effabilia, sunt in gradu scientiae quinto.*

30 *Composita igitur, latus Decagoni cum latere suae stellae, faciunt effabilem potentiâ solâ, potentem quinque quartas, de potentiâ semidiametri, quae in schemate praecedenti ex Pr.* XXVII. *est* PX, *composita ex* PA *(aequali ipsi* OA*),* *et* AX*: inter quas est media proportionalis* GA *effabilis.*

Vicissim abstractum Decagoni latus OF *à latere stellae* FI, *relinquit Effabilem* OI, *sc. semidiametrum. Ita per illa nihil fit novi.* [1]

29 XLII. Propositio

Latera Pentagoni et Stellae Pentagonicae, seu subtensa duabus quintis partibus Circuli, descriptionem habent Geometricam ex angulis, suntque scibilia, singula octavo gradu; juncta, tam sexto quàm quarto 40 gradu scientiae.

Descriptio extra circulum est talis: si latus futurum detur longitudine, secabimus illud proportionaliter, per 11. *secundi vel* 30. *sexti* EVCLIDIS, *eique adjungemus partem sectionis majorem: et factis duobus cruribus, compositae aequalibus singulis; ex propositâ verò, factâ Basi, triangulum statuemus, Pentagoni intimum. Cùm enim crus compositum constet ex totâ propositâ, ejusque parte majori sectionis divinae; etiam composita sic erit secta, ejusque pars major erit latus propositum, eoque Trianguli hujus angulus ad basin, duplus erit ejus ad verticem, ut supra in Decagono: cui super duobus dictis cruribus ut Basibus, adjiciemus duo triangula exteriora, quorum crura sint aequalia proposito lateri.*

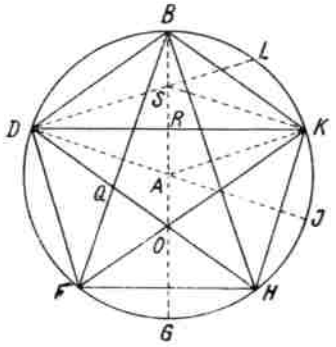
Vt hic FB BH crura FH basis.

Vt hic FDB super FB et BKH super BH.

Inscriptio in circulum facilima est per latus Decagoni. Cùm enim de decem semis sit quinque, duorum igitur Decagoni laterum, FG, GH, *contiguorum in* G, *terminos* F. H. *connectemus, lineaque* FH *erit latus Pentagoni, sic et* HK; *et connexis* F. K. *terminis, linea* FK *erit latus stellae. Sit igitur Pentagonus* BDFHK, *et stella ejus* BFKDHB.

Demonstrat igitur EVCLIDES *Prop.* 10. *tredecimi quòd* FH *latus Pentagoni possit latera* FA *Hexagoni, et* FG *Decagoni, hoc est semidiametrum* AG, *et sectae Majorem partem* GO *simul. Haec demonstratio in* EVCLIDE *difficultatem habet captûs; tentabo igitur hîc faciliorem.*

A terminis lateris Pentagonici B. D. *ducantur per* A *centrum rectae* BG, *et* DI: *et ut* DB *subtendit duas decimas, sic proxima* DL *tres, et* DK *quatuor subtendat, secantes* BG *in* S.R. *punctis. Igitur* LDI *angulus, id est* SDA *habet duas quintas unius Recti, quia* LI *est una quinta pars circuli, sicut et* FH, *et verò aequalibus arcubus, anguli ad circumferentiam insistunt aequales, per* XXI. *vel* XXVII. *tertij* EVCL. *Est verò* DAB, *id est* DAS *quatuor quintae unius recti, quia* DB *pars quinta est circuli, mensurantis quatuor rectos circa* A. *Juncti igitur* SAD, ADS *sunt sex quintae unius recti. At omnes tres sunt decem quintae. Ergò etiam residuus* DSA *est quatuor quintae. Est igitur* DSA *aequalis ipsi* DAS, *latus igitur* DS *aequale est lateri* DA *semidiametro. Ergò per priora, semidiametri* DA *proportionaliter sectae pars major aequat* SA, *est igitur* SA *aequalis lateri Decagoni, per dicta. Et* DA *est semidiameter, latus sc. Hexagoni. Dico latus Pentagoni* DB, *posse utramque et* SA, *et* AD.



Connexo enim K *cum* S *et cum* A, *quia* DA, AK *sunt aequales, et* DS, SK *ijsdem aequales, erunt et partes* SR, RA *aequales, et* DRB *rectus est. Ergò* DB *potest* DR, RB. *Atqui* DR *minus potest, quàm* DA, *quantitate potentiae* RA, *et* BR *minus potest quàm* BA *quantitate et rectanguli, sub* BR, RA *bis, et*

18) AO

potentiae ipsius RA *junctorum. Junctae igitur potentiae* DR, RB[1] *minores sunt junctis potentijs* DA, AB, *rectangulo sub* RA, AB *bis, hoc est, rectangulo sub* SA, AB *semel. Atqui duo rectangula sub* SA, AB, *et sub* SB, BA *constituunt totum quadratum* BA. *Ablato ergò rectangulo sub* SA, AB, *relinquitur quadratum ipsius* DA, *et rectangulum sub* SB, BA, *junctaque aequantur quadrato* DB. *Cum verò* BA *semidiameter sit proportionaliter secta in* S, *et pars major* AS: *rectangulum igitur* SB, BA *est aequale quadrato* SA. *Ergò latus Pentagoni potest duo quadrata* DA *et* AS; *laterum scilicet Hexagoni et Decagoni.*

Quod attinet stellae Pentagonicae latus BF: *illud est compositum ex* BD, *vel* BQ, *latere Pentagoni, et ex* QF, *ejus secti proportionaliter parte majori: per* 8. *tredecimi: quod idem etiam probari potest ex triangulo quinquangulari* FBH, *ut supra.*

Cùm igitur latus Pentagoni possit semidiametrum quae est Effabilis longitudine, et ejus sectae proportionaliter partem Majorem, ut in schemate praemisso semicirculari, PG *potest* PA, *et* AG, *et ut* PA *est ad* AG, *sic sit* PG *latus Pentagoni ad latus suae stellae: sit verò ut* PA *ad* AG, *sic* PG *ad* GX. *Ergò* GX *est illud latus stellae, potestque et* GA *semidiametrum Circuli circa figuram Decangulam, et* AX *compositam ex* PA *et* AG. *Quare per ibi demonstrata* GX *est Mizon,* GP *Elasson. Singulae igitur sunt in octavo gradu scientiae, ejusque secundo ordine. Quia verò junctae lineae* PG, GX *faciunt quadratorum summam Effabilem, sc. aequalem quadrato* PX, *quod est ipsius* GA *Effabilis quadrati quintuplum: eaedemque* PG, GX *rectangulum formant Meson; hoc nomine junctae* PG, GX *sunt in gradu scientiae sexto, de quo est XVIII. praemissa. Denique quia latus Pentagoni et latus stellae sunt ut sectionis divinae pars major et tota; ideò sunt etiam in gradu scientiae quarto, junctae invicem: vide XXIX. hujus. Consequitur autem has proprietates, ut sicut Pentagoni latus est Elasson, Stellae Mizon, sic etiam composita ex utroque sit iterum Mizon, et latus Pentagoni sit hujus compositae ut Mizonis, elementum minus; latus verò stellae sit illius Elementum majus; et ut etiam differentia inter utrumque latus sit aliqua Elasson, scilicet* DQ *vel* QF, *per eandem XXIX. hujus.*

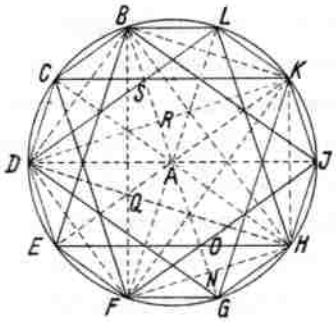
XLIII. Propositio

Plana Decagoni et Pentagoni, cadunt in Gradus scientiae remotiores, ut et latus Icosigoni, et reliqua hujus classis figurarum.

Nam latus Pentagoni FH, *ductum in* AN *facit duplum* FAH *quintae partis Areae Pentagonicae. Est verò* FH *Elasson, et* AN *est talis, quae potest Effabile* AF, *diminutum potentiâ Elassonis* FN. *Si autem quod est ab Elassone, auferatur ab eo, quod est ab Effabili, relinquitur nova species lineae, quae potest tale residuum. Rectanguli verò contenti sub tali lineâ novâ et sub Elassone,*

37) novac

species adhuc remotior erit; area verò Pentagoni erit ei commensurabilis, scilicet ut[1] *quinque ad duas, quare et ipsa erit speciei adeò remotae. Sic latus Decagoni* FG, *ductum in suam Perpendicularem ex centro, facit duplum* FAG *partis decimae de Plano Decagonico, id est unam quintam. Est verò* FG *Apotome quarta; et perpendicularis ex centro in illam, potest ejus quartâ parte minus quàm semidiameter. At si quod est ab Apotomâ, auferatur ab eo, quod est ab Effabili, linea quae residuum potest, fit novae speciei, ultra recensitas; et si talis linea cum Apotomâ faciat rectangulum, illud erit speciei adhuc remotioris, et cum eo etiam quintuplum ejus, sc. Area Decagoni.*



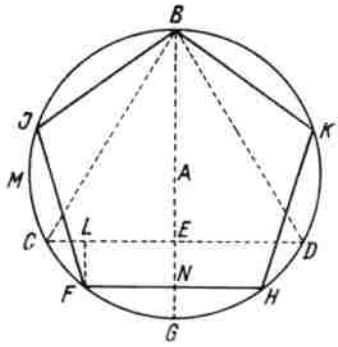
Denique cùm semilatus Decagoni sit Apotome quarta; potentia verò Apotomes extensa secundum Diametrum (Effabilem longitudine), faciat latitudinem, Apotomen primam, scilicet sagittam decimae partis Circuli: Latus certè Icosigoni potest et semilatus Decagoni, Apotomen quartam, et hanc sagittam, Apotomen primam. Planum verò compositum ex Apotomis diversarum specierum, eoque incommensurabilibus, poterit nulla linea priùs recensitarum; sed aliqua planè novae speciei: eoque et ignobilioris.

Quantò magis id obtinebit in Tessaracontagono et caeteris hujus classis?

XLIV. Propositio

Pentekaedecagoni, ejusque stellarum latera, puta subtensae duabus, vel quatuor, vel septem quindecimis, Geometricam quidem descriptionem habent, sed non extra circulum; et in circulo quoque non ex angulis, eoque impropriam, et scientiam heterogeneam, gradus remotioris, quàm omnia antecedentia. Triacontagonus et reliquae hujus classis sunt adhuc remotiores.

Describitur enim ex se prioribus figuris, quas oportet habere numerum laterum alium quàm subduplum, quia 15. *est impar, non habens partem dimidiam numericam: scilicet ex Trigono* BCD *et Pentagono* BIFHK, *ab eodem* B *puncto inceptis. Nam si tertiam* BC *auferas à duabus quintis* BIF, *id est* 5. *decimas quintas à* 6. *decimis quintis, manet* CF, 1. *decima quinta. Connexis ergò* C. F. *angulis, linea* CF *erit latus. Hic ad actum descriptionis non accerso quantitatem anguli, aut numerum Angulorum figurae propositae; nec secundùm hunc numerum formo aliquod triangulum, ut in figuris superioribus factum. At nec*



potest aliter describi. Ergò etiam scientia ejus est remota et vilis. Cùm enim latus Pentagoni FH, *sit lateri Trigonico* CD *parallelum, propterea quòd utraque figura imparilatera ab eodem* B *puncto est incepta: ducatur igitur ex* F. *perpendicularis in* L, *et ex* B, *diameter per centrum* A, *secans lineas in* E. N.G. *Ergò latus* CF *potest quantum et* CL *et* FL *junctae; sed* CL *est excessus ipsius* CE *Effabilis Potentiâ, super* FN, *hoc est super* LE, *Elassona: est igitur* CL *speciei planè novae. Vicissim* AN *est linea quae potest residuum de Effabili plano, cùm ab eo fuerit ablatum planum Elassonis: est igitur novae speciei. Sed* EN *est residuum hujus novae, post ablatam Effabilem longitudine* AE. *Est igitur* EN *bis remotiori gradu. Denique* CF *latus Pentekaedecagoni potest* CL, *et* EN *novas species; est igitur illic bis, hic ter, et sic quinquies remotius. Praetereaque componuntur diversarum Classium, Trigonicae et Pentagonicae, proprietates in unum, est igitur scientia heterogenea. Quid jam de Triacontagoni latere sentiendum? cum semper augeatur gradus remotionis, cum ipsa duplicatione laterum prioris.*

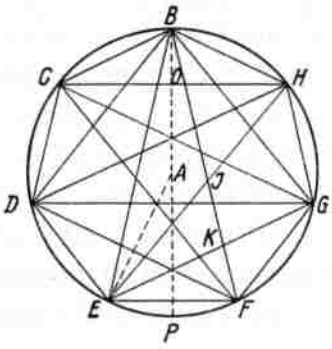
At subtensa septem quindecimis, hoc est 14 *Tricesimis, utitur latere Triacontagonico, est igitur eo posterius. Subtensa vero* 7 *Tricesimis est ab illâ, per bisectionem; eademque gignit subtensam* 8 *Tricesimis, id est* 4 *quindecimis, à quâ est etiam subtensa* 2 *quindecimis, per bisectionem. Quanquam haec habet ortum etiam alium; verbi causâ, subtensa* MF, *quadratum habet compositum ex quadrato* CF *lateris Pentekaedecagonici, et rectangulo sub eodem* CF *et* FI *latere Pentagonico. Vtroque modo posterior est superioribus figuris.*

M repone medio loco inter I. C.

XLV. Propositio

Heptagonus et figurae ab eo omnes, quae numerum laterum ex Primis (sic dictis) unum habent, earumque stellae, totaeque adeò classes ab ijs derivatae, extra circulum descriptione Geometricâ carent: in circulo, etsi laterum quantitas est necessaria, illam tamen ignorari aequè necesse est.

Magna res agitur, per hunc enim effectum stetit, quo minus Heptagonus, et caeterae hujus generis figurae, à Deo fuerint adhibitae ad ornatum Mundi, ut sunt quidem adhibitae scibiles figurae in superioribus explicatae.



Sit igitur Heptagonus BCDEFGH, *et connectantur anguli omnes cum omnibus, et sit* A *centrum circuli, et Diameter* BAP, *et* A *connectatur cum* E.

Primum igitur tales figurae impropriam suprà dictam demonstrationem nullam nanciscuntur:

11) LE *statt* EN

est enim earum numerus laterum et angulorum, ex Primis unus: at nulla biga figurarum praemissarum, totum circulum dividit in partes Numero aliquo Primo numerabiles: sed sortiuntur illae Numerum Multiplicem Numerorum utriusque figurae.

Sed neque propriam habent hujusmodi figurae demonstrationem ex angulorum numero: quia quicquid ex hoc elicitur, id vagum et multiplex minimèque determinatum est.

Secetur enim Heptagonus in sua triangula quinque, duo extrema aequicrura Obtusangula BDC, BGH, *unum intimum aequicrurum Acutangulum* BEF, *et duo Scalena interjecta* BED, BFG. *Cùm igitur circumferentia, super quâ stant crura anguli, ad circumferentiae partem oppositam facti, admetiatur angulo suam quantitatem, angulus* BEF *stat super tribus circumferentiae partibus,* BH, HG, GF*: angulus* BFE *similiter super tribus,* BC, CD, DE*; at* EBF *super unâ* EF. *Ergò* BEF *est tale triangulum, quod habet utrumque angulum ad basin triplum ejus qui ad verticem. Eodem modo probatur Scalenum* BED *habere angulos* [1] *in proportione continuè duplâ. Simplum enim est, angulus* B, *duplum* E, *quadruplum* D, *hoc est ipsius* E *duplum.*

Quòd si haec figura descriptionem suam certam habet extra circulum, non minus quàm habebat suprà quinquangulum, oportet (ut jam olim monuerunt CAMPANVS et HIERONYMVS CARDANVS, et CANDALLA FLVSSAS), ante omnia talia triangula dari posse, sicut ante Pentagonum dabatur triangulum, cujus uterque ad basin erat duplus anguli ad verticem. Atqui dabatur nobis in illo Triangulo Pentagonico, laterum proportio certa ex angulis: in hoc Heptagonico triangulo, certa proportio nulla datur. Sint enim I. K signa, quibus BF secatur ab EH, EG, trisecantibus angulum BEF. Igitur in FEI, quia bisectus est angulus FEI: ut igitur in eo FE ad EI, sic FK ad KI. Sed EF aequatur toti FI. Est enim FEI partium 4 septimarum unius recti, qualium EFI est 6 septimarum, ergò EIF est etiam 4 septimarum. Crura igitur FE, FI, aequalibus angulis opposita, sunt aequalia. Eâdemque de causa etiam EI, et IB sunt aequales: quare etiam ut FI ad IB, sic FK ad KI. Amplius, in KEB, quia angulus KEB bisectus est per EIH: ut igitur KE ad EB; sic KI ad IB. At KE et FE sunt aequales, quia KEF aequicrurum et simile ipsi EBF; erat verò EF aequalis ipsi IF, et EB est aequalis ipsi FB; quare etiam ut IF ad FB sic KI ad IB. In eâdem igitur BF subtensâ tribus septimis circuli, duae sunt inventae proportiones, partium trium: primùm ut media KI, ad minimam KF; sic maxima IB ad IF compositam ex utrâque minore, hoc est ad FE latus septanguli: iterum ut maxima IB ad mediam IK: sic tota BF ad FI compositam ex 2. minimis. Haec proportio speciem quidem prae se fert necessariae determinationis ad certam et

34) ipsis FB

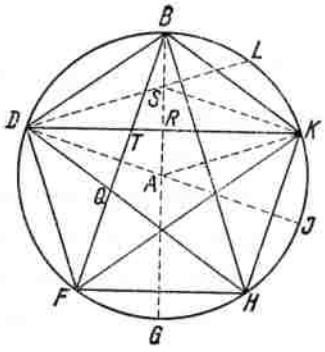
unam proportionem ipsius EF ad FB; imposuitque CARDANO, qui cùm tale quid in lateribus Scaleni trianguli BED animadvertisset, quod Proportionem Reflexam appellavit, de invento septanguli latere frustrà gloriatus est. Nam nulla certa sequitur quantitas, ipsius EF vel IF; quia id quod putamus nos nancisci novum in secunda vice, coincidit cum primo. Quotiescunque enim sunt 4. Proportionales, in quibus duae primae aequant tertiam: fit etiam, ut sicut prima est ad tertiam, secunda ad quartam, sic sit et tertia ad compositam ex tertia et quarta, quae composita fit numero quinta. Horum verò Casuum sunt infiniti, tam in terminis commensurabilibus, quam in incommensurabilibus. Et nominatim commensurabilium terminorum casus totidem sunt, quot proportiones superparticulares, scilicet quot quadrati Numeri impares

CARDANI proportio Heptagonica Reflexa.

	BF.	9. BI.	6. IK.	2. KF.	1.
	vel	25.	15.	6.	4.
	vel	49.	28.	12.	9.
	vel	81.	45.	20.	16.
	vel	121.	66.	30.	25. etc.
Et quot superpartientes		49.	35.	10.	4.
	vel	64.	40.	15.	9. etc.[1]

34 Nam ut 15. ad 9. sic 40. ad 24, compositum ex 15. et 9. Et ut 40. ad 15, sic 64 (constans ex 40. 15. et 9) ad 24, compositum ex 15. et 9.

Ecce communem affectionem multarum proportionum, quae constitutum quidem septangulum necessariò consequitur; sed ex qua solâ datâ, triangulum septangulare strui nequit. Causa cur in Pentagono proportio lateris certa pendeat ex angulis, etiam extra circulum; in Heptagono et reliquis talibus non item; facile ex dictis patet. In Pentagonico triangulo BFK per bisectionem BKF anguli statim venitur ad aequicrura BKT et KTF duo ejus elementa, sequiturque aequales eorum angulos BFK, BKT, aequalitas laterum BK, KT, TF: at in Heptagonico, per trisectionem anguli, tria fiunt trianguli elementa, duo aequicrura triangula BEI, KEF, et unum scalenon IEK; neque sequitur in eo proportionem angulorum, proportio laterum, ut notum est in Geometria.



In Schema fol. 32.

Cum igitur anguli hujus figurae non doceant quicquam ulterius extra circulum; non struitur igitur triangulum requisitum extra circulum. Non est igitur haec figura in circulum inscriptilis, per aliquid se prius in scientia vel descriptione, sed ipsâ demum inscriptione qualicunque,

vaga ista proportio cogitur ad unici casus angustias, et sic principium petitur; ut n. id possit inveniri, per quod perficitur inscriptio, jubemur adhibere ipsam inscriptionem, quasi jam antea possibilem. †

Latet igitur proportio Lateris EF ad latus stellae FB, latet inquam in materiâ quantitativâ, sic ut causâ quidem principij quantitatum materialis, quod est, magnitudo indeterminata, possibile sanè sit, constituere latus septanguli in justa proportione ad circuli diametrum: cum detur aliquid, septanguli latere certò majus, aliquid minus, in ipso Circulo: et amplius, sectione in infinitum progrediente, semper aliquid majus latere EF, vel eo minus aliquid dari potest: at causâ ejus, quod est in quantitatibus formale, simpliciter est impossibile, quia figura septanguli et similium, medijs omnibus, quibus aliqua lateris certa proportio demonstretur inveniaturvè, et sic formatione seu determinatione noscibili penitus caret. Quod cum ita sit, quare neque figura 14. angulorum in circulum, cujus semidiameter sit AP inscribi potest, latere EP, neque ejus duo latera contigua unâ rectâ EF subtendi possunt, quae sit latus Heptagoni in illo circulo: neque latus hoc cum diametro comparari poterit, cùm sit Naturâ suâ comparationis ignotae ad Diametrum.

Itaque nullum unquam Regulare Septangulum à quoquam constructum est, sciente et volente, et ex proposito agente: nec construi potest ex proposito: sed benè fortuitò construi posset: et tamen ignorari necesse est, sit ne constructum an non.

Objiciat hic mihi aliquis doctrinam Analyticam, ab Arabe GEBRI denominatam Algebram, Italico vocabulo Cossam: videntur enim in ea determinari posse omnis generis Polygonorum [1] latera. Verbi causâ in Septangulo sic procedit JVSTVS BYRGIVS, Mechanicus Caesaris et Landgravij Hassiae; qui in hoc genere ingeniosissima et inopinabilia multa est commentus. Primò ille diametro circuli BP numerum 2. assignat, ut AB sit unitas totalis, quâ in partes infinitâ sectione divisâ, per illas longitudo lateris BC enumeretur. Deinde ponit, notam esse proportionem ipsius AB ad BC, quae tamen proportio demum quaeritur. In hac proportione continuitatem fingit, ut sicut est AB 1. ad BC 1 ℞, sic sit 1 ℞ ad 1 ⅌, et 1 ⅌ ad 1 ℛ, et 1 ℛ ad 1 ⅌⅌, et 1 ⅌⅌ ad 1 ⅌ ℛ et sic perpetuò, quod nos commodius signabimus per apices sic, 1. 1j. 1ij. 1iij. 1iiij. 1v. 1vj. 1vij. etc. †

Algebra.

Cossa BYRGII.

In schemat. fol. 32. praemisso.

Hisce sic positis consideratur primò quadrangulum BEDC. *Cum igitur demonstratum sit à* PTOLEMAEO, COPERNICO, REGIOMONTANO, PITISCO, *et caeteris qui de doctrina sinuum scripserunt; quòd in quadrangulo circuli quocunque, rectangulum unum Diagoniorum* CE, DB, *aequet juncta duo rectangula oppositorum laterum, scilicet, quod sub* DC *et* EB, *et quod sub* CB *et* DE: †

Rursumque cùm sit certum ex Geometria, CO *dimidiam subtensae* CH, *et* OB *sagittam, junctis potentijs, aequare potentiam lateris* CB.

Sit igitur BP 2. CB 1*j*, *quadratum* 1*ij*, *quod divide per* BP, *prodibit* BO 1*ij divisum per* 2, *quadratum* 1*iiij divisum per* 4, *quod aufer à quadrato* CB 1*ij*, *restat* 4*ij*–1*iiij divisum per* 4, *quadratum* CO. *Cùm autem* CH *sit ipsius* CO *dupla, erit quadratum ipsius* CH 16*ij*–4*iiij divisum per* 4, *id est* 4*ij*–1*iiij*.

Cùm ergò habeatur quadratum CH *vel* BD, *id est, rectangulum sub* BD *et* CE, *multiplica* CB *in* DE, *ut sit rectangulum sub ijs* 1*ij*, *quod aufer à rectangulo sub* BD, CE 4*ij*–1*iiij*, *restat rectangulum sub* CD, BE 3*ij*–1*iiij*, *id in* 1*j divide, sc. in* CD, *prodibit* BE 3*j*–1*iij*.

Pergimus ulterius ad Quadrangulum DBHE. *Et quia* BE *est* 3*j*–1*iij*, *erit rectangulum sub* BE, DH, *id est, quadratum à* BE, 9*ij*–6*iiij*+1*vj*: *aufer rectangulum sub* BH, DE 1*ij*, *restabit rectangulum sub* BD, EH 8*ij*–6*iiij* +1*vj*, *quod divide per* EH, 3*j*–1*iij*, *prodibit* BD 8*ij*–6*iiij*+1*vj*, *divisum per* 3*j*–1*iij*: *ejus quadratum* 64*iiij*–96*vj*+52*viij*–12*x*+1*xij*, *divisum per* 9*ij*–6*iiij*+1*vj*, *quod priùs erat* 4*ij*–1*iiij*: *in hoc duc illius denominatorem, et aequabuntur*

36*iiij*–33*vj*+10*viij*–1*x*, *cum* 64*iiij* – 96*vj* +52*viij*–12*x*+1*xij*
Ergò etiam 63*vj*+11*x*, *cum* 28*iiij*+42*viij*+1*xij*
Ergò etiam 63*ij*+11*vj*, *cum* 28 +42*iiij*+1*viij*. *Hic aequatio prodit quantitatem lateris Heptagonici.*

Vel pergimus ulterius ad DB, EG. *Est n. quadratum* DG, EB 9*ij*–6*iiij* +1*vj*. *At quadratum* DB, EG *est* 4*ij*–1*iiij*, *aufer hoc ab illo, erit rectangulum sub* DE, BG 5*ij*–5*iiij*+1*vj*, *quod divide in* DE 1*j*, *erit* BG 5*j*–5*iij* +1*v*, *cujus quadratum* 25*ij*–50*iiij*+35*vj*–10*viij*+1*x*, *quod prius erat* 4*ij*–1*iiij*.

Aequantur igitur 49*iiij*+10*viij cum* 21*ij*+35*vj* +1*x*
† *Ergò etiam* 49*ij*+10*vj cum* 21 +35*iiij*+1*viij*.

Hic iterum aequatio prodit quantitatem lateris Heptagonici: sed BYRGIVS oculos avertit ab integritate circuli, eumque considerat tantummodò ut arcum dividendum in 7. Cum igitur subtensa partibus 2. habeatur hoc processu cossicè, quaerit jam subtensam partibus 4, eamque invenit (eâdem methodo qua suprà) quòd sit Radix de 16ij–20iiij +8vj–1viij. Jamque hac utitur [1] Diagonali in novo quadrilatero, cujus latera sint, subtensae tribus partibus, eoque earum Rectangulum 9ij–6iiij+1vj, quod ablatum à Rectangulo 16ij–20iiij+8vj–1viij, relinquit reliquorum laterum rectangulum 7ij–14iiij+7vj–1viij. Hac ille subtensâ utitur, comparans eam, vel cum numero, quo certi arcûs septisecandi subtensa enunciatur, vel cum figurâ nihili, si totus cir-

4) 1ij divisum per 4 5) divisum per 2 21) 63ij+11x, cum 28iiij+42viij+1xij

culus, ut hîc, est septisecandus: et tunc illi vel numero, vel figurae nihili aequè valent quantitates hae:

$$7j-14iij+7v-1vij \text{ vel } 7-14ij+7iiij-1vj.$$ †

Prodit autem illi ex aequatione, quam juvat mechanicè, valor radicis non unus, sed in Quinquangulo duo, in Septangulo tres, in Nonangulo quatuor, et sic consequenter: unus enim valor est BC, alter BD, tertius BE. †

Ut igitur appareat, hoc genus investigandi latera figurae, planè nihil commune habere cum Definitionibus nostris, Numero I. II. III. praemissis: notabis primò, quid profiteatur haec cossica subtensa Byrgii? Nimirum hoc illa profitetur, si constituantur septem inter se continuè proportionales in eâ proportione, quam habet latus septanguli ad semidiametrum circuli, quarum proportionalium prima sit ipsum septanguli latus: tunc septem primas cum septem quintis, tantundem efficere, quantum quatuordecim tertias cum unâ septimâ.

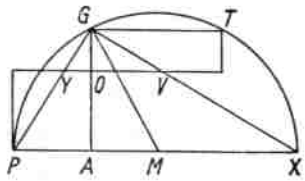
Hoc enunciatum quidem est Geometricum et demonstrabile, non minùs quàm in superioribus, quando demonstratum fuit, planum Octanguli esse Meson, aut latus Dodecagoni esse alicujus lineae Apotomen. Illic enim de plano aut de lineâ aliquid enunciabatur, hic de proportione linearum aliquid enuntiatur.

At sicut non sufficit mihi ad scientiam et ad mensurationem plani, scire illud esse Meson, non ad lineae mensurationem, scire quòd illa sit alicujus Apotome: cùm et multae sint hujusmodi, et descriptio ex hac notitiâ generali nulla, quantitas plani vel lineae nulla certa et determinata eruatur, sed consequantur tantummodò hae affectiones, anteà constitutas et descriptas quantitates: sic etiam hîc, non sufficit ut sciam, quid sit futurum, factis septem continuè proportionalibus in proportione, quam desidero: sed cùm eam proportionem nondum habeam ullo geometrico actu descriptam: illud igitur expectabam, ut quis me doceret priùs illam proportionem constituere. Sic enim in omnibus praemissis figuris praecedebat descriptio, inscriptio, determinatio certae quantitatis, certusque actus Geometricus, quo perficeretur haec determinatio; sequebatur demum scientia proprietatum illarum, quae faciebant ad comparationem inter se figurarum.

Ut clariùs appareat discrimen utriusque rei, videamus Pentagonicum latus, cujus describendi modus in superioribus hic erat, ut conjunctis quadratis duobus, uno semidiametri, altero ejus dimidiae partis, in formam quadratam, ab hujus quadrati latere auferremus dimidiam partem semidiametri; Relictae lineae quadratum rursum cum quadrato

5) nus *statt* unus 39) quadratam

semidiametri compositum in formam redigeremus quadratam, hujus n. quadrati latus fore latus Pentagoni. Haec omnia erant factu et possibilia, et faciliora quam dictu, ut norunt qui circinos tractant. Quid n. fa[1]cilius, quàm rectum angulum GAM facere, et in ejus cruribus signare ut lubet AM, ejusque duplam AG, et posito pede circini uno in M, altero in G extenso, scribere circulum GP, continuatâ MA in P, denique GP circino comprehendere, et in alium circulum, cujus GA semidiameter, inferre?



At vide nunc, quid nobis de latere Pentagonico dicat Cossa Byrgiana. Illa methodo prius deductâ, prodit numerum 5j–5iij+1v aequalem subtensae nullae; id est, si quinque fiant ordine continuo proportionales, quarum prima sit latus Pentagoni; proportio verò sit illa, quae est lateris Pentagonici ad semidiametrum; tunc quinque primas cum unâ quintâ, fore aequales quinque tertijs.

Rursum, ut in septangulo, non docet constituere continuam proportionem, in quâ hoc fiat, nec exprimit longitudinem proportionalium per ante nota, sed docet, eâ constitutâ, quae sequatur affectio. Jubeor igitur repraesentare affectionem, fore enim, ut habeam et proportionem. At quomodo repraesentabo affectionem, quo actu Geometrico? Nullo alio id doceor facere, quam usurpando proportionem, quam quaero; principium petitur: et miser Calculator, destitutus omnibus Geometriae praesidijs, haerens inter spineta Numerorum, frustrà cossam suam respectat. Hoc unum est discrimen inter Cossicas et inter Geometricas determinationes.

Alterum est, quòd tota haec ratio Byrgiana innititur essentiae quantitatis discretae seu numerorum; et dividit diametrum in particulas certas, quoties et quàm diu vult, generaliter in partes duas; cui numero totus processus innititur, mutareturque, si nomen Diametro aliud, seu numerus alius daretur. At non sic Geometria figurarum, superiùs tradita, quae latera, Effabilia longitudine, signat sanè Numeris; at ineffabilia, nequaquam numeris consectatur, sed per suas certas species distributa sic enunciat, ut appareat, non de discretis, sed de continuis quantitatibus agi, de lineis et superficiebus.

Tertiò hactenus et lateri Figurae, et lateri stellae cognominis, cuique sua certa erat descriptio; in hac Algebraicâ Analysi, illud maximè mirum est (quamvis Geometram praecipuè absterreat); quod non unâ viâ praestari potest, quod imperatur. Quanquàm id non omni lege solutum est, sed, ut suprà dici caeptum, tot sunt numeri facientes

1) quadratum

imperatum, quot sunt in figurâ subtensae seu Diagonij, longitudine differentes, ut in quinquangulo duo, in septangulo tres, unus pro latere, reliqui pro subtensis angulo. Itaque quicquid enunciatur tandem de proportione figurae propriâ, id commune est omnium ejus linearum proportionibus ad diametrum.

Quartò, posito, quod una sola proportio faciat imperatum; illam tamen non doceor absolvere, sed saltem venari eminus. Cùm enim species linearum causâ scientiae versentur in genere Ineffabilium (id est non numerabilium, seu numeros respuentium) eoque nulla unquam multitudine consummetur ratio, quin semper aliquid in incerto re'linquatur: haec contià ratio, ut loco secundo dictum, praeter numeros non assumit alia praesidia, sed diametrum variè semper dividit in multas Myriadas Myriadum, ut exactior fiat ratio; at sic nunquam fit exactissima; et breviter: Hoc non est scire rem ipsam, sed saltem aliquid proximè majus vel minus; potestque semper posterior aliquis computator approximare magis; pervenire ad punctum ipsum, nulli unquam datur. Talia nimirum sunt omnia, quae latent in solâ possibilitate materiae quantitativae; neque formationem habent scibilem, quâ in actum quandoque scibilitatis humanae constituantur.

Quintò, ut in specie de septangulo, figurisque hujus generis consequentibus agamus, cum per eas ordine suo sese consequentes, proportionalitas continua extendatur cum ipso numero laterum: ergò si maximè innotesceret ultima, ut in septangulo, proportionalium septima; non tamen per eam haberi possent intermediae. Nam inter duas, quae non habent proportionem inter se, quam duo numeri proportionalitatis continuatae, ut cubicae, sursolidae, etc. nequeunt Geometricè constitui continuè proportionales intermediae quotcunque, sed solum una vel tres vel septem vel quindecim etc. duae verò vel quatuor, quinque, sex, octo, novem, etc. constitui tunc non possunt in plano; cum hic de planis figuris agamus.

Jam verò inter semidiametrum 1 et septimam proportionalem 1vij proportionis septangularis, sunt mediae proportionales sex, et est 1 ad 1vij non ut numerus, ad numerum proportionis continuae aequè longae; non est scilicet proportio semidiametri ad latus septanguli secundum duos numeros, hoc est, non Effabilis est. Nam si esset Effabilis, caderet in species prius explicatas, classium priorum, et septem anguli non essent septem, sed tres vel quatuor, quod contradictionem involvit. Ex angulis enim primarum figurarum erat laterum proportio. Oporteret igitur uno actu omnes sex medias proportionales constitui, inter scilicet 1 et 1vij. Vicissim si daretur 1vj quan-

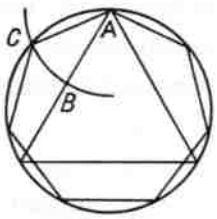
titate; tunc inter 1. et 1vj quinque mediae caderent. Quod si tunc 1 ad 1vj esset ut cubicus numerus, ad cubicum, tunc primò constitui possent uno actu 1ij et 1iiij deinde inter 1. 1ij. 1iiij. 1vj. tribus actibus tres mediae proportionales. Sin autem 1v. daretur quantitate, rursum omnes quatuor intermediae uno actu constitui deberent; quod fieri non posset, nisi in proportione Effabili, ut prius. Caetera secundum haec subintelligantur.

Concludimus igitur, Analyses istas Cossicas, alienas esse à praesenti contemplatione; nec ullum constituere gradum scientiae, cum ijs comparabilem, quos explicavimus in superioribus.

Illud autem obiter monendi sunt Metaphysici, occasione hujus cossae; considerent, si quid hinc transsumere possint ad explicationem illius Axiomatis, cùm *Non Entis nullae dicuntur esse conditiones, nullae proprietates*. Nam hic quidem versamur nos in Entibus scientialibus; et pronunciamus rectè, quod latus Septanguli sit ex *Non Entibus*; puta scientialibus. Cum enim sit impossibilis ejus formalis descriptio; neque igitur sciri potest à mente humana, cum scientiae possibilitatem praecedat descriptionis possibilitas: neque scitur à Mente Omniscia actu sim|plici aeterno: quia suâ Naturâ ex inscibilibus est. Et tamen hujus non Entis scientialis sunt aliquae proprietates scientiales; tanquam Entia conditionalia. Si enim esset Septangulum descriptum in circulo, laterum ejus proportio tales haberet affectiones. Sufficiat monuisse.

Haec ne blasphemè dicta putentur, omitti posse censuit amicorum unus, Mathematum peritissimus. Atqui nihil est vulgatius apud Theologos quàm impossibilia esse, quae contradictionem involvunt: et Dei scientiam ad talia impossibilia se non extendere, praesertim cum hae formales rerum Geometricarum rationes nihil sint aliud, quam ipsa Essentia Dei; quia quicquid in Deo est ab aeterno, id una individua est essentia divina: esset igitur seipsum quodammodo alium scire, quàm est; si quae sunt incommunicabilia, sciret ut communicabilia. Et quae haec adulatio, propter imperitos librum non lecturos, defraudare caeteros.

Sunt et aliae propositiones falsae Geometrarum, de lateribus hujusmodi figurarum, sed quas vel ipsa sollertior Mechanica refutet; cùm tamen Mechanices causâ obtrudantur juventuti: ut cum Septanguli latus AC ab ALBERTO DVRERO ponitur aequale semilateri Trigonico AB ejusdem circuli. Hoc verò nimium breve esse, etsi vel ipsa Mechanica docet: tamen ne cui imponat experimentatio manuaria nimiùm rudis; is vel hac solâ ratiocinatione falsum ante manuum accommodationem deprehendere poterit. Trigonicum latus ex numero angulorum probatur esse Effabile potentiâ: quare sic etiam ejus dimidium. Heptagoni latus non est Effabile potentiâ, eò ipso, quia Heptagonus est: et quia septem neque sex sunt, neque quinque, neque tria. Numeri enim Primi gignunt species; at species sunt incommensurabiles inter se, nec una est alia.



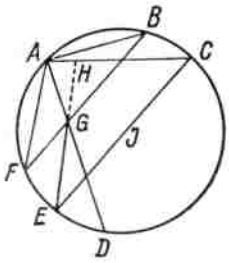
ALB. DVRERI definitio lat. Septanguli.

De CAROLI MARIANI Cremonensis et FRANCISCI FLVSSATIS CANDALLAE paralogismis circa Heptagonum vide CHR. CLAVIVM Geo- Aliorum.

metriae Practicae lib. VIII. prop. 30. et in commentarijs in EVCLIDIS lib. IV. Pr. 16.

Excitavit haec palaestra etiam Illustrissimum D. Marchionem de MALA SPINA, Legatum anno 1614. Ser^mi Ducis Parmensis ad aulam Caesaream; qui diagrammate ingeniosissimo omnes omnium descriptiones superavit; existimans, subtensam tribus decimis quartis circuli, aequalem esse quinque quartis semidiametri, et sic effabilem longitudine: demonstrationis apparatus tantae fuit sollertiae, ut vel ipsum EVCLIDEM lateret, assumtum aliquid fuisse indemonstratum.

Vndecangulum. Pro latere Hendecagoni circumfertur talis descriptio: In circulo ab eodem puncto A, ducatur latus Tetragoni AC, ad unam partem circumferentiae, Trigonicum AD, ad contrariam, Hexagonicum AB, AF ad utramque: et duorum illorum Hexagonicorum angulus FAB subtendatur alio Trigonico latere BF, quod secabit prius Trigonicum AD in G: ducatur etiam à fine Tetragonici C diameter CE per I centrum, et à fine altero diametri E, per sectionem Trigonicorum G, ducatur recta EG, secans Tetragonicum AC in H: linea GH inter has duas sectiones, dicitur esse latus Undecanguli. Est verò nimis longa, vel Mechanicâ docente. At sollers Geo^lmetra speciem lineae considerat, quae necessariò communicat aliquid ex Trigonico et Tetragonico lateribus, quantumvis remoto gradu. Atqui numerus 11, Primus existens, nullo modo ad has figuras ducit, cùm sit Primus, nihil cum 3. et cum 4. commune habens. Securus igitur est Geometra, falsam esse descriptionem; et potest facilè supersedere labore computandi.



Manet igitur per omnes objectiones, per omnes omnium frustraneos conatus, latera figurarum hujusmodi suapte Naturâ esse ignota et inscibilia. Ut nihil mirum sit, id quod in Archetypo Mundi non potuit inveniri, neque etiam expressum esse in conformatione ipsius Mundi partium.

XLVI. Propositio

Sectio circuli arcus cujuscunque in aequalia tria, quinque, septem, etc. et in quacunque ratione, quae non sit antedemonstratarum continuè dupla, non est de possibilitate Geometricâ tali, quae scientiam generet.

Sectio arcûs in duo, et quatuor, et octo, etc. continuè scilicet dupla, Geometrica sanè est, fuitque hactenus adhibita. In tria contingit secari et totum Circulum per Trigonum; et Semicirculum, ut in Hexagono; et quartam partem, ut in Dodecagono; et quintam, ut in Pentekaedecagono; et arcum 135

graduum, ut in Octogono; et arcum 108 *graduum, ut in Decagono. In quinque verò contingit secari similiter et totum circulum, per Pentagonum; et semicirculum, ut in Decagono; et tertiam circuli partem, ut in Pentekaedecagono; et arcum* 150 *graduum, ut in Dodecagono. Idem verum est de horum arcuum semissibus, quadrantibusque, et caeteris partibus proportionis continuè subduplae. At hoc non fit propter Trisectionis et Quinisectionis ingenium, sed per accidens, et propter alias figurarum proprietates, de quibus hactenus.*

At promiscuam trisectionem, aut sectionem in aliâ quacunque ratione propositâ, quae non sit continuè dupla, impossibilem esse, patet ex comparatione bisectionis possibilis. In eâ medium ad arcum, et quem ille mensurat, angulum bisecandum, est linea recta, subtensa arcui, quae in duo aequalia secari potest Geometricè: cùm aequalitatem harum partium sequatur aequalitas partium arcus cujuscunque, sive parvi sive magni, respectu totius circuli: ex quo fonte et hoc est, quòd in Triangulo ab aequalitate laterum licet argumentari ad aequalitatem angulorum oppositorum. Hoc verò medium nos in caeteris sectionibus deserit. Nam etsi recta, arcui subtensa, secari potest in partes quotlibet, idque Geometricè; at non ideò et proportionem ullam partium subtensae (post proportionem aequalitatis) sequitur proportio partium arcus; quemadmodum neque in Triangulo licet à proportione laterum quacunque (praeter unam aequalitatis) argumentari ad eandem proportionem oppositorum angulorum. Nam si subtensa arcus, verbi causâ, in tria aequalia, secetur; si quae secant, perpendiculares in subtensam fuerint, media pars arcûs erit minor lateralibus; sin ex centro arcûs fuerint egressae sectrices, media pars arcûs erit major lateralibus. Igitur inter distantiam in|finitam et centrum circuli, punctum est, ex quo eductae duae sectrices, et subtensam et arcum ejus in tria aequalia secarent. Id verò punctum semper tantò remotius est ab arcu circuli, quanto minor arcus circuli trisecandus est, proportione tamen non constanti. Cum igitur arcus circuli minui possint in infinitum, distantia etiam hujus puncti excurret in in-† finitum: Infiniti verò, seu varietatis infinitae nulla est scientia. Et haec difficultas tenet Trisectionem, quae adhuc simplicior est et aequalitati propior. Multò major oritur difficultas in sequentibus sectionibus alicujus arcus, verbi causâ, in 5, 7, 9, 11 *etc. partes aequales. Tunc n. ne puncti quidem identitas amplius est possibilis, ex quo eductae rectae, quae subtensam secant in partes aequales imperatas, eaedem et arcum in aequales secent.*

Quicquid verò praesidiorum ad promiscuam sectionem possumus afferre, deductum ex numero, qui sectionem denominat, id necesse est esse generale, et commune cujuscunque arcûs subtensis, tam magni qui multùm à suâ subtensâ differt, quàm parvi, qui parùm. Atqui vagam relinquere proportionem partium subtensae, ad partes arcûs sui; id verò non est determinare scientificè. Atque hoc praecipuè dictum esto de Trisectione vel quinisectione, etc. Byrgianâ Analyticâ, de quâ in praecedenti Propositione egimus copiosè. Etsi verò omnia ibi

Sectionis arcus in partes aliquotas Byrgianae quod sit ingenium.

dicta, habent etiam hic locum; quaedam tamen illic dicta, sunt hujus loci magis propria, fiuntque illustriora et admirabiliora in sectione arcuum, quàm in sectione totius circuli. Nam ut omittam illa communia, quòd principium petatur, imperato eo, ut faciamus, quod quomodo faciendum sit, quaerebatur: quòd affectiones quantitatis continuae non scientificè prodantur per quantitates discretas seu Numeros; quòd quicunque numerus elicitur pro latere, determinante partem arcus imperatam, ille non possit quicquam docere, quàm quòd illud sit vel majus vel minus debito: eoque sicut se habet materia rudis et indigesta ad formatum quid; sicut quantitas indeterminata et indefinita ad figuram; sic etiam se habeat Analytica ista ad determinationes Geometricas: illud imprimis excellens et nobile est in hac Cossâ semimechanicâ, degener verò et abjectum in Geometriâ scientificâ: quòd cùm unaquaequè subtensa minor diametro, duobus circuli arcubus inaequalibus accenseatur, quorum alter minor semicirculo, alter major; eoque partis aliquotae de minore, minor sit subtensa, partis aequè quotae de majori, major: Analytica ista Byrgiana non tantum de duabus hisce inaequalibus, sed etiam de pluribus alijs circuli subtensis, generale quid praecipit, quod utile sit ad illas omnes numeris proximè exprimendas. Verbi causâ, in trisectione lex haec est: Si datus sit arcus (sit 48 *graduum) ejusque subtensa; et is arcus sit in tres partes secandus, quamlibet* 16 *graduum; hoc est, invenienda sit subtensa hujus partis, seu ejus proportio ad subtensam totius, graduum* 48*: tunc jubeor facere ut subtensam totius, ad quaesitam subtensam partis, sic hanc ad secundam, et secundam ad tertiam proportionalem: jam jubeor triplicare subtensam partis, et ab eâ auferre tertiam proportionalem: quod relinquitur, id dicitur valere subtensam totius. Hoc est, de subtensâ datâ, pars tertia multiplicetur cubicè, ut fractio, numerus factus addatur ad totum: aucti sic, tertia pars est paulò minor subtensâ quaesitâ. Nam si rursum haec ipsa, cubicè multiplicata, ad totam addatur; sic auctae tertia pars propius ad verum venit; et hoc continuè, usque in infinitum. Hoc quidem processu venitur paulatim propè subtensam Graduum* 16. | *At si majorem constituas numerum cubicè multiplicandum, et omnino tantum ferè, quantum circinus indicat deberi tertiae parti de residuo circuli, post ablatos Gr.* 48, *sc. Gr.* 312, *cujus tertia est* 104*: tunc etiam subtensam arcus* 104, *et complementi* 256. *hoc modo perficies. Neque hoc tantum; sed si etiam ad* 48. *et ad* 312. *adjeceris circulum integrum* 360. *invenies etiam pro summarum istarum* 408, 672. *trientibus, scilicet* 136, *et* 224. *subtensam aliam, per idem Nomen Cossicum. Et in genere, quot restant unitates in numero sectionis, binario ablato, toties licet addere circulum integrum, ad arcum secandum propositum, ut eodem nomine cossico novorum arcuum subtensae indagentur. Ex quo apparet ingens discrimen nominum horum cossicorum, et scientificorum graduum, quos in superioribus explicavi.*

37) vel arcum *statt* ad arcum

An verò non possit aliqua nobilior ars inveniri, quâ sectiones arcuum omnimodae perficiantur? Respondeo, si omnes subtensae arcuum dividendorum sub communi notione considerentur, et si illa tantum habemus praesidia, quae sunt omnibus quaesitis subtensis communia: ut sunt, illarum in proportione quaesitâ, continuè proportionales quotcunque: tunc nobilius aliquid haud quisquam comminiscetur, actumque agit, quicunque hic annititur; et oppositum in adjecto statuit, confusus. Ex communibus enim, nihil cuique proprium concludetur.

Sin autem de differentijs specificis linearum, quae dividendis arcubus subtenduntur, sermonem instituimus: jam mutatur status quaestionis, et pro sectione arcûs omnivariâ, substituitur sectio totius circuli, per figuram Regularem, quae propositae subtensae suam specificam proprietatem conciliat: de quibus figuris Regularibus nos jam suprà egimus, et in sequentibus amplius agemus: quippe qui hac ipsâ in quaestione medium quaerebamus, quo figurarum illarum aliquas describere possemus. Cùm itaque tale medium naturâ debeat esse prius re ipsâ, per hoc medium efficiendâ; principium utique peteremus, si Medio nostro expediendo praesidium à figuris Regularibus peteremus.

PAPPI et CLAVII sectiones arcuum omnifariae.

Verùm hic adversarius aliquis objecerit mihi: quòd PAPPVS Alexandrinus libro quarto Mathematicarum collectionum, Proposit. XXXI. Tripartitam anguli sectionem tradat per Hyperbolam; et Proposit. XXXV. datâ quâcunque ratione angulum secare, per Quadratricem et Helicen: et CLAVIVS Geometriae Practicae lib. VIII. proposit. 25. praestat idem per Conchoidea NICOMEDIS.

Verum illorum authorum inventa nullam stabiliunt possibilitatem Omnivariae sectionis Geometricae scientificae. Vt hoc appareat, primum PAPPI machinationes circa trisectionem explicabo: deinde differentiam inter illas et descriptiones scientificas, in luce locabo.

PAPPI trisectio anguli.

Primùm ipse PAPPVS in praeambulo ante propositionem 31. dividit problemata (quae generaliori significatu vocabuli, Geometrica, appellat, cùm nobis, Geometricum, specialem sensum habeat) in Plana, Solida, et Linearia: fateturque, Trisectionem anguli, per Plana (quae mihi sunt speciali sensu Geometrica, scientifica, graduum explicatorum) expediri non posse, eâque de causa coarguit antiquos Geometras inconsulti conatus, qui hîc frustrà desudaverint.

Ipse igitur trisectionem suam expedit per Solida, omnivariam verò sectionem, per lineas figuratas.[1]

43 *Trisectionis modus est talis. Proposito angulo trisecando, demissâ ex puncto cruris unius perpendiculari in crus alterum, quae longitudinem crurum intelligatur determinare, et ei cruri alteri breviori facto, perpendiculoque, ductis parallelis, illi ex puncto primo, huic ex proposito angulo, sic ut concurrentes rectum et ipsae faciant angulum: jam per punctum, in quod demissa perpen-*

20) Quadraticem 21) lib. XIII 28) qaae Geomeometrica 32) antiquas

dicularis, facit transire superficiem Coni, figurae solidae; deinde sic applicatum Conum inclinat, seu annuere facit, quoadusque is cum eâdem suâ superficie, sectionem Hyperbolen dictam in plano designet, ductarum parallelarum, ut Asymptotôn, propriam: tunc ex puncto illo, in quod est demissa perpendicularis, intervallo, quod sit duplum cruris primi, describit in plano arcum, secantem sectionis Conicae lineam; et connexo centro arcus cum hac communi sectione, rectam ei parallelam ex angulo proposito ducit; eoque facto, demonstrat, absectam esse ab angulo partem tertiam.

Solidum quidem hoc pacto problema facit PAPPVS, *usu Coni, figurae solidae. At quatenus inter datas Asymptotos (ductas perpendiculares) angulum rectum facientes, per punctum intra illas datum, sectio Conica, dicta Hyperbola, etiam sine Cono, delineari in plano potest: problema idem videtur etiam inter Linearia referendum. Gignitur enim talis linea motu Geometrico, et mutatione continuâ intervallorum, hoc est, repraesentatur per puncta quotvis, indeterminato numero; idque non minus, quàm Quadratrix et Helix, quibus lineis Proposit.* 35. *et Ternariam et Omnivariam sectionem perficit. Sic habet* PAPPI *machinatio.*

Quid igitur dicemus? Nonne inter datas Asymptotos, per punctum datum, una sola scribitur Hyperbola, sive id fiat annutu Coni, sive punctorum infinitorum continuatione? Nonne una sola sectio circuli cum Hyperbola ex unâ plagâ? Nonne una sola et certa inclinatio est lineae, puncta Hyperbolae connectentis, ad figurae diametrum?

Equidem fateor, haec omnia necessaria et certa esse, si quidem Hyperbola jam sit descripta. Erat enim etiam priùs in analyticâ BYRGII *trisectione, tertiae constitutae partis subtensae certa et necessaria longitudo seu proportio, ad subtensam toti arcui. At quia non de hoc quaerimus, quid sit, re jam factâ, sed quomodò, ut sit quidque, res nondum facta, sit facienda demum: ideò nihilò plus habemus ex Problematibus Solidis et Linearibus veterum, quod ad quaesitam linearum scientiam faciat; quàm priùs ex doctrina Analyticâ modernorum. Est sanè una sola Hyperbolae linea, inter Asymptotos positas, per punctum propositum, in earum plano ductilis. At eâ nondum ductâ, Conum jubeor tantisper inclinare super puncto applicationis, donec existat illa, ductaque sit: vel sine Cono, lineas, quae Hyperbolam delineant per continuata puncta, jubeor tantisper mutare, donec satis prolongata sit Hyperbola: et quae partes inter facta puncta cadunt intermediae, eas jubeor imaginari factas: jubeor utrinque, id quod est potestate divisionis infinitae, actu seu motu uno transire; ut hoc transitu etiam id attingatur, quod latet in illâ infinitate potestativâ, sine perfectae scientiae luce, qualem habent problemata à veteribus Plana cognominata.*

Hujusmodi postulatis crebrò utuntur FRANCISCVS VIETA *Gallus, et Geometrae Belgici hodierni, in solutionibus eorum problematum, quae suapte na-*

23) am *statt* jam

turâ non sunt solubilia, nisi inartificialiter, per numeros, aut per motus Geometricos, infinitate quâdam mutationum gubernandos. [1]

44 *Nam ubi omnia fuerint in promptu, quae facere putabuntur ad certificandam mentem: tenebimus determinationem ejus, quod re quaesitâ vel majus sit vel minus proximè, semperque propius: ut prius etiam de trisectione Analytica dixeramus.*

Verum esse de hoc problemate solido Trisectionis, quod dico, vel ipsa solidi vox admonet. Nam nisi solidorum proportio fuerit data talis, qualis est inter duos numeros cubicos: mensurare solidum propositum alio solido noto non poterimus, ad mentem informandam: quia duae intermediae proportionales exactè in plano constitui non possunt: in cubis etsi possunt inesse, at à planis ad Cubos illos quoscunque formandos, non datur transitus sine ipsis duabus medijs, veluti ponte abrupto. Et duas medias proportionales invenire, docent alij per motum Geometricum, imperantes quod est impraestabile, quoad certitudinem actus Geometrici adaequati: docet et ipse PAPPVS, *per sectiones Conicas, beneficio duarum proportionalium expediendas, cum et Conus sit solidum quid. Ita semper principium petitur; et pons jacet in adversâ ripâ.*

A Planis ad solida non est transitus scientificus.

Duas medias proportionales scientificè invenire impossibile.

XLVII. Propositio

Figurae numero laterum impari, majori quam 5 (excepto Pentekaedecagono), cum subtensis aliquot partium, totaeque adeo Classes, omnes eodem censu sunt, quo Heptagonus et caeterae figurae, numero laterum Primo.

Nam si numerus laterum est impar, non ex Primis unus: is aut est duorum Primorum imparium minimus multiplex; aut alicujus Primi quadratus: aut est Primi unius, et quadrati Primi alterius multiplex, aut multiplicium quadratorumve seorsim vel junctim multiplex.

Quod si essent hae figurae descriptiles et inscriptiles, et scibiles; tunc aut propriam haberent demonstrationem ex angulis, aut impropriam ex comparatione figurarum, quibus communicant. At propriam non habent; quia non sunt numero laterum Primo, ex quo formaretur demonstratio: impropriam non habent, neque primae, verbi causâ, Vnetvigintangulum, quia figurae ijs communicantes vel ambae vel alterutra, ut hîc Heptagonus (post Trigonum et Pentagonum ex quibus Pentekaedecagonus) nullam propriam habent, per XLV praemissam; neque secundae, v. c. Nonangulum, quia non datur sectio arcus aliquoti, puta Trientis, in totidem partes aequales, quot accepit circulus integer, per XLVI praemissam: neque tertiae, neque quartae, quia priores ijs communicantes indemonstrabiles sunt.

De Enneagono, cujus numerus 9 est quadratus primi imparis inter Primos, sc. ternarij, certatum est hactenus inter Geometras, plerisque annitentibus,

Nonanguli latus non scibile.

20) ades *statt* adeo

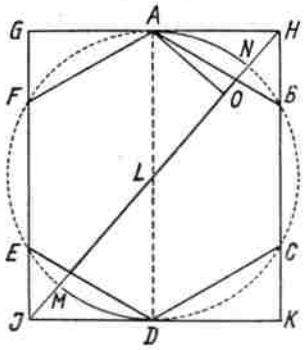
ut etiam hujus figurae latus demonstrarent, omnes tamen frustrà fuerunt, nec unquam hoc problema fuissent aggressi, si discrimen scibilium et inscibilium attendissent.

CAMPANVS de Nonangulo.

CAMPANVS Nonangulum demonstrare voluit per Trisectionem anguli, quam patuit inscibilem esse, in praemissâ XLVI. Etsi verò viâ PAPPI et CLAVII necessariò trisecatur, posito sc. motu Geometrico: at quid hoc ad planas figuras, de quibus nos hic agimus; cum solidis opus sit ad faciendas trisectionis administras [1] *lineas, Hyperbolam, Quadratricem, Helica, Conchoidea? Ipse quidem CAMPANVS trisectionem tentans, non animadvertit, se sumere tertiam anguli partem veluti jam certam, quae erat demum quaerenda. Extat locus in meo exemplari ad finem Operis Euclidei fol.* 586. *pertinens ad finem libri IV.*

JORDANI BRVNI Nonangulum.

JORDANVS BRVNVS Nolanus in sexanguli ABCDEF *opposita latera* BC, EF, *continuata utrinque, ducit perpendiculares* GH, IK, *circulum in* A. D. *contingentes; ductâ igitur facti parallelogrammi diagonio* IH, *circulum putabat secari sic, ut inter* A D *Puncta contactuum et sectiones* M. N. *existant Nonae partes circuli* AN, DM. *Atqui demonstratur ex diagrammate, quòd cùm semidiagonij illius* LH, *quadratum sit effabile, scil.* 7 *decimae sextae de quadrato diametri (est enim* ABH 60. *ergò* BH *semissis de* AB, *vel* AL: *et ejus potentia igitur, quadrans de potentiâ* AL; *igitur* AH *potentia, dodrans de potentiâ* AL. *Sed potentia* LH *aequat potentias* LA, AH), *sinus igitur graduum* 40, *hoc est dimidia subtensa duarum Nonarum circuli, futurus fuerit Effabilis potentiâ, scilicet radix de tribus vicesimis octavis, quadrati diametri. Demissâ enim perpendiculari* AO *ex* A *in* LH, *erit sicut* LH *potentia,* 7 *sedecimae, ad* HA *potentiam,* 3 *sedecimas: sic* LA *potentia,* 4 *sedecimae, ad* AO *potentiam,* 12 *septimas de unâ sedecimâ, id est, tres vicesimas octavas. Ita haec nonangularis anguli subtensa esset nobilior aliquibus praemissis, et communicans ijs: cum tamen sit numero laterum impari, scilicet numero aliquo, Primi* 3 *quadrato, nihil communicans cum Tetragono et Trigono, per bisectionem arcuum, quarum figurarum proprius est hic nobilitatis gradus.*



XLVIII. Corollarium

Sequitur igitur, Notionis, Scientiae, Determinationis, Descriptionis, et Demonstrationis metas intra primos figurarum Ordines consistere: ut sint Classes figurarum scibilium non plures quàm quatuor: tres, proprias demonstrationes habentium, in quibus capita sunt familiarum, in primâ, Tetragonus, post diametrum circuli, cujus character numerus

2; in secundâ, Trigonus, cujus character 3; in tertiâ, Pentagonus, charactere 5: una verò impropriarum demonstrationum, cujus numerus est multiplex duorum 3 et 5: scilicet 15: prima enim ejus classis figura est Pentekaedecagonus.

XLIX. Propositio

Cum autem bisectio (qua propria utitur classis prima), communis sit tam secundae quam tertiae classi: patet, alio jure degere classem primam, alio duas reliquas: ita ut prima familiaritatem habeat ad ut-
46 ramque reliquarum; at illae figurationibus contra se [1] distinguantur,
10 adeò, ut earum, quae proprias demonstrationes habent, quodammodo duo tantum sint Genera.

Nam Tetragonus et Octogonus statim se quasi totas Trigonicae sectae applicant; quia pars circuli sexta et duodecima junctae, faciunt quartam, pars duodecima et vicesima quarta, compositae, faciunt partem octavam. Et Tetragonus se Pentagonicae sectae quadamtenus accommodat; quia quinta circuli pars, addita vicesimae, constituit partem quartam. Causa est, quia Numeri 3. *et* 5. *dividi possunt in numeros proportionis continuè duplae: Nam partes ipsius* 3. *sunt* 1. 2. *partes ipsius* 5. *sunt* 1. 4. *Talis verò communio non est inter classes, Ternariam et Quinariam. Nam etsi sexta pars circuli, addita trice-*
20 *simae, constituit quintam; at tricesima est classis Pentekaedecagonicae, quae non habet propriam demonstrationem. Eodem modo decima circuli, addita quindecimae (ecce admixtionem classis quartae) faciunt sextam. Propter hanc dualitatem Generum, numeri characteristici sunt, in primo* 12, *in secundo* 20, *vel ejus dimidium* 10. *Haec igitur infrà libr. III referenda et adscribenda sunt ad distinctionem generum cantus.*

L. Comparatio Figurarum seu divisionum circuli

Primas tenet diameter; est enim effabilis longitudine. Secundum est latus Hexagonicum, aequale semidiametro, et sic Effabile longitudine. Tertio loco stant Tetragonus et Trigonus, quia latera habent Effabilia
30 solâ potentiâ. Quartum tenent ordinem latera Dodecagoni, Decagoni, eorumque socia stellarum latera; sunt n. ex ineffabilibus potentiâ, et Compositis primae speciei, sunt sc. Binomines et Apotomae, Dodecagoni quidem, Sextae, Decagoni verò, Quartae. Quinto loco succedunt latera Pentagoni et stellae ejus, sic et latera Octogoni et stellae ejus, sunt n. ex quartâ compositorum specie, Mizon et Elasson dictae.

Ne qua verò bona nota in Decangulo praejudicet Quinquangulo: aut ne species eadem lateris Octangularis, aequet suam figuram Quinquangulo vel Decangulo; nova quinquangulo accedit virtus in ortu ipso; quòd per hanc Sectam, Denario communicantem, regnat undique

33) Primae *statt* Sextae

proportio Divina: quae immediatè inest ipsis lateribus Quinquangulari ejusque stellae; at Decangulari cum suâ stellâ non competit, nisi mediante latere Sexanguli; Octangulari planè non competit.

Praeter has laterum proprietates, alius insuper census est nobilitatis, quòd figurae distinguuntur ex aptitudine et perfectione areae, quam sepit figura. Hic post diametrum (cujus area nulla, et quae sola circuli aream, ut PTOLEMAEVS monet, in duo aequalia secat, non minus quam circumferentiam) principem locum obtinent Tetragonus et Dodecagonus, qui aream habent Effabilem, et Tetragonus quidem eximiâ praerogativâ; quia eadem illi est area, quae et lateris quadratum, quippe areae species est quadrata: itaque sepit dimidium de quadrato diametri: Dodecagonus verò stat post principia, sepiens dodrantem de quadrato diametri. Proximo loco succedunt Trigonus, Sexangulum et Octogonus, quibus est area ex specie Mesôn, Pentagoni et Decagoni areae nulla dum habent nomina notionum.

Finis Libri I.

47

JO. KEPPLERI

HARMONICES MVNDI LIBER II

DE CONGRVENTIA FIGVRARVM HARMONICARVM

PROOEMIVM

Essentiam singularum Figurarum Regularium Mentalem seu νοερὴν hactenus explicavi: sequitur earum junctarum Proprietas, et veluti
t Effectus intra Geometriam, qui est Congruentia vel Insociabilitas. Non sunt enim ejusdem latitudinis, Demonstrabilitas et Congruentia, cùm illa singularum sit, et cum ipsâ duplicatione continuâ laterum unius figurae in infinitum excurrat; ista certis coartata legibus, quibus plures figurae in unam societatem vocantur, ob angulorum incrementa seipsam praepediens, citò desinat. Et quamvis delectus sit graduum
10 scientiae demonstrationisque, et plurimùm differant nobilitate, illae quas nos explicavimus, ab ijs quas dimisimus sine nomine: non tamen ne cum hac quidem demonstrationis nobilitate, Congruentia planè pari passu ambulat: adeoque unum alterius causa non est, sed utrumque ex eadem communi causa (quae est angulorum figurae aptitudo), quodque tamen suis legibus, dependet. Quantoperè verò necessaria sit nobis haec quoque speculationis pars, ex ipso totius operis instituto videre est. Cùm enim originem Harmonices, ejusque Effectus in toto Mundo praestantissimos, explicandos sumpserimus; quomodo de congruentiâ figurarum, quae sunt proportionum Harmonicarum
20 scaturigines, verba nulla faciamus? cùm idem sonet Latinis Congruere et Congruentia, quod Graecis ἁρμόττειν et ἁρμονία? cùm hic figurarum effectus intra Geometriam, intraque Architectonices partem illam, quae circa Archetypos versatur, sit quaedam velut imago et praeludium Effectuum extra Geometriam, extraque mentis conceptus, in ipsis rebus naturalibus et coelestibus? cùm proprietas haec congruentiae, quae in structuram et corporationem aliquam exit, talis sit, ut vel ipsa Mentem speculatricem invitet ad aliquid etiam foris faciendum, creandum, corporandum: utque latens inde ab aeterno in superbenedictâ mente divinâ, per Idearum ordines, tanquam bonum summum, sui communi-
48 30 cativum, contineri in suâ abstractione non potuerit [1] quin in Creationis opus prorumperet, Deumque Creatorem efficeret corporum sub ijsdem figuris conclusorum. De hac igitur figurarum Congruentia paucis agam; cùm demonstrationes difficiles nequaquam sint, nec alio penè apparatu, quàm ipsâ figurarum picturâ indigeant.

DE FIGVRARVM REGVLARIVM CONGRVENTIA

I. Definitio

Congruentia alia planitiei est, alia in solido. In Plano Congruentia est, cum anguli figurarum plurium singuli sic ad punctum unum concurrunt, ut nullus relinquatur hiatus.

II. Definitio

Haec perfecta dicitur, cum figurae cujusque concurrentes anguli omnes eâdem specie concurrunt, ut ita omnes concursus inter se similes sint, et concursuum ordo in infinitum continuari possit.

III. Definitio

Perfectissima, cùm etiam figurae concurrentes in plano sunt ejusdem speciei.

IV. Definitio

Imperfecta, cum major quidem figura undique similibus concursibus sepitur, neque tamen datur continuatio in infinitum, aut datur quidem, sed non sine admixtione diversarum concursus specierum. Imperfecta deterioris gradus, cùm major figura non omnibus angulis simili specie concurrere apta est.

V. Definitio

Solida congruentia est, et figura solida, cùm anguli singuli plurium planarum figurarum, angulum constituunt solidum, aptatisque figuris regularibus vel semiregularibus, nullus restat hiatus inter latera figurarum, obviantia sibi in oppositâ solidae figurae parte, qui non claudi possit figurâ speciei unius ex adhibitis, vel saltem Regularibus.

Nota, quòd sit alia congruentia, non planarum figurarum ad figuram solidam formandam, sed ipsarum solidarum figurarum inter se, ad locum solidum circa unum punctum explendum: hujusmodi figurae corporeae sunt tantùm [1] *duae, Cubus et Rhombus Dodecahedricus. Nam octo anguli Cubi concurrunt ad unum punctum, et unum undique locum explent. Rhombus verò habet duo genera angulorum, trilineares obtusos octo, et quadrilineares acutos sex. Igitur obtusi quatuor, congruunt ad locum explendum, acuti verò sex: quale struunt aedificium Apes, cellis contiguis, ut unam circumstent à fundo tres adversis fundis, à lateribus sex; et possent etiam anterius tres aliae circumstare ad figuram absolvendam, nisi fores oportuisset esse patentes. De hac verò solidarum figurarum congruentia nos hic non agimus.*

Apum Geometria in cellulis sexangulis in fundo Rhombicis.

7) concurrentis

VI. Definitio

Perfectissima solida Congruentia, solidaque figura est, cùm etiam Plana congruentia sunt ejusdem figurae omnia.

VII. Definitio

Haec vel est regularis tota, cùm Plana sunt regularia; habetque omnes angulos in eâdem sphaericâ superficie, et inter se similes.

VIII. Definitio

Vel est semiregularis, cùm Plana sunt semiregularia (vide libr. I. def. III.) habetque angulos solidos numero linearum distinctos et dissimiles; non tamen plurium, quam duorum generum; nec in pluribus quam duabus sphaericis superficiebus, uno centro descriptis, ordinatos: et singulorum generum angulos tot numero, quot habet una Regularium.

Non obstat, Congruentiam hanc solidam, perfectissimam dici: nam quae planis ejus inest imperfectio, solidationi non debet adscribi, sed ei accidit. Dicitur tamen aequivocè perfectissima, haec semiregularis.

IX. Definitio

Perfecta inferioris gradus est, cùm Plana regularia, et anguli omnes in eâdem superficie sphaericâ, et inter se similes sunt: sed Plana tamen diversarum specierum, singularum quidem tot numero, quot sunt in unâ perfectissimarum figurarum, sc. non minùs quàm 4, quot ad minimum Planitiebus solida figura terminatur.

X. Definitio

Imperfecta congruentia seu figura est, cùm caeteris manentibus, major figura non saepiùs quàm semel aut bis invenitur.

Fit enim figura illic parti quam toti, hic planae quàm solidae similior; cùm omnis solida ad minimum 4. *superficiebus terminetur. Vt in typis ex aere sequentibus ad literas* A. B. *ubi major figura est Heptagonus. Classes istae duae, cum ipsorum majoris figurae laterum numero excurrunt in infinitum; initio facto à Trigono utrinque, quod in classe* A, *est ex perfectissimis regularibus congruentijs: transitu verò facto per tetragonum; et tunc in classe* B, *incidimus iterum in unam perfectissimam regularem congruentiam: caeterae omnes imperfectae sunt.*[1]

A.B. fol. 53. seq.

XI. Definitio

Semisolida est, quae non sustinet omnes definitionis quintae particulas; ut cùm aptatis figuris planis, congruentia non planè in seipsam redit, sed relinquit hiatus; de caetero tuearis praescripta Def. VI. et VII.

XII. Definitio

Figurae Planae congruae sunt, quae vel solidam figuram concludunt, vel planitiem sine hiatu explent, existentes ipsae figurae Regulares vel semiregulares.

XIII. Definitio

Incongruae dicantur illae figurae planae Regulares circuloque inscriptae (siquidem sunt inscriptiles), quae neque solidam figuram sphaerico inscriptilem secum ipsae, aut cum alijs suae vel alterius classis, efformant, nisi imperfectam tantùm: neque planum sternunt, vel ipsae inter se singulae, vel cum Stellis suae classis, vel cum figuris et stellis classis alterius circumcircà.

Vbi nota excludi septangulum et talia, non obstante, quod bina paralęla septangula vel septem quadratis, vel quatuordecim triangulis adjuta regularibus, solidum omninò claudunt; quia tantum bina septangula concùrrunt, fitque figura disciformis et planae similis, nequaquam verò globiformis, sphaeroides. Vide
A. B. *in figurâ ex aere fol. 53. seq. literas* A. B. *Sic etiam excluditur Quindecangulum, non obstante, quòd aliquibus angulis cum figuris cognatis locum in plano explet; quia hoc non facit circumcirca omnibus angulis.*

XIV. Propositio

Angulorum planorum non pauciores quàm terni in plano congruunt.

Nam circa quodlibet concursus punctum est summa quatuor Rectorum angulorum: at nullius figurae angulus aequat summam duorum Rectorum, igitur duo quanticunque anguli, sunt adhuc minores quatuor rectis: duo igitur non explent planitiem, per Def. I.

XV. Propositio

Angulorum planorum non pauciores, quàm terni, ad solidum angulum formandum congruunt vel assurgunt.

Bini enim non lateribus tantùm, sed totis planitiebus congruerent, nihilque de corpore solido complecterentur: quod est contrà def. anguli solidi ap. EVCLIDEM.

4) tueans

XVI. Propositio

Angulorum, in plano congruentium, summa semper est 4 rectorum, nunquam major: congruentium in solido est minor hac summâ.

In plano n. non plures 4 rectis unum punctum circumstant: ergò cum aequatur summa 4 rectorum, tunc hiatus nullus relinquitur, et per def. I. congruentia tunc est in plano. Si planum sternunt anguli, ad soliditatem non assurgunt. Et vicissim, si anguli aptati in plano relinquunt hiatum, quando sc. sunt minores 4 rectis, [1] *tunc adductis duobus lateribus circa hiatum, et excluso hiatu, necesse est, assurgere angulum et solidari. In figura* H *typi aenei Fol. sequ.* 53, *sunt picti tres Pentagoni in planitiem strati et hiantes.* H.

XVII. Propositio

Figura imparilatera, cujus aptantur lateribus, figurae duarum specierum, non potest aequali formâ omnibus angulis concurrere vel in plano vel in solido.

Nam fit in uno ipsius angulorum, ut ejusdem speciei figurae utrinque stent, quod in caeteris angulis non fit. Hujus rei causâ vide figuram C, *typi aenei seq.* C.

XVIII. Propositio

Planum locum perfectissimè explent, Plana ejusdem figurae tantùm tria, Trigoni seni, Tetragoni quaterni, Hexagoni terni.

Nam per XXXIII primi hujus, Trigoni angulus est 2 tertiae unius recti, sex ergò anguli senûm Trigonorum, sunt 12 tertiae, id est, 4 integri. Vide D. D.

Sic Tetragoni angulus est unus rectus, quatuor ergò quaternorum Tetragonorum anguli, faciunt quatuor rectos. Vide E. *Sic Hexagoni angulus est octo sextae unius recti; tres ergò trium figurarum, faciunt 24 sextas, id est, 4 rectos, vide* F. E. F.

At Pentagoni angulus est minor Hexagonico; tres ergò sunt minores 4 rectis; tres ergò hiant. Idem est major Tetragonico: quatuor ergò Pentagonici sunt majores 4 rectis, ergò non capiuntur in uno loco plano, per XVI hujus. Hac de causa vide H, *cum quarto Pentagono punctis signato. Sic Heptagoni, et omnium majorum figurarum, angulus major est Hexagonico; tres ergò Heptagonici superant 4 rectos. Vide* I, *ubi duorum Heptagonorum partes in plano tegunt locum eundem.* H. I.

Huc refer Rhombos, constantes ex binis Trigonis Regularibus singulos. Congruunt enim perfectissimè, ut Regulares Hexagoni, etsi ipsi sunt figurae semiregulares. Vide hanc congruentiam in schemate seq. ex aere, Literâ G. G.

Huc etiam refer stellas ex Dodecagono sexangulas, exsectis senis radijs: apud literam K: *venit enim in locum exsecti radij, cavus angulus, recto aequalis.* K.

34/35) semiregularis

Igitur tres Tetragonici et tres talium stellarum radij, implent locum. Nam Hexagonus dividitur in talem stellam et sex dimidios Tetragonos.

XIX. Propositio

Ex planis duarum figurarum impletur locus planus sexies; bis ex quinque, semel ex quatuor, ter ex tribus angulis.

Sena enim plana coire non possunt, ut eorum unius angulus sit major Trigonico: quia primi Trigonici quantitas est duae tertiae unius recti; itaque hoc sexies sumptum facit 12 *tertias, seu* 4 *rectos. Vno igitur horum* 6 *majori existente, ut sc. sit figurae*[1] *plurilaterae, superantur* 4 *recti: et tunc planities non* 52
sternitur, per XVI hujus. 10

1. *Quina verò plana tunc coëunt, si quatuor Trigonicis jungatur unus; aequans*
L. *duos Trigonicos, talis verò est Hexagonicus; forma qualis literâ* L.

2. *Vel si tribus trigonicis duo tetragonici jungantur; quia aequant tres alios*
M. N. *trigonicos. Forma qualis in* M, *vel qualis in* N, *sc. continuè uniformis; vel deni-*
O. *que qualis in* O, *difformis continuationis.*

At si Trigonicos duos, Tetragonicos tres sumpseris, ij jam quatuor rectos superabunt: multò magis si majores duo accersantur anguli ad duos trigonicos.

3. *Quaterna verò duorum specierum coëunt, si Trigonicis binis, jungantur bini*
P. R. *Hexagonici. Forma qualis in* P, *vel qualis in* R.

Aliter utcunque copulaveris quaterna: semper vel plus efficies, vel minus quàm 20
quatuor rectos; eoque locum planum non sternes.

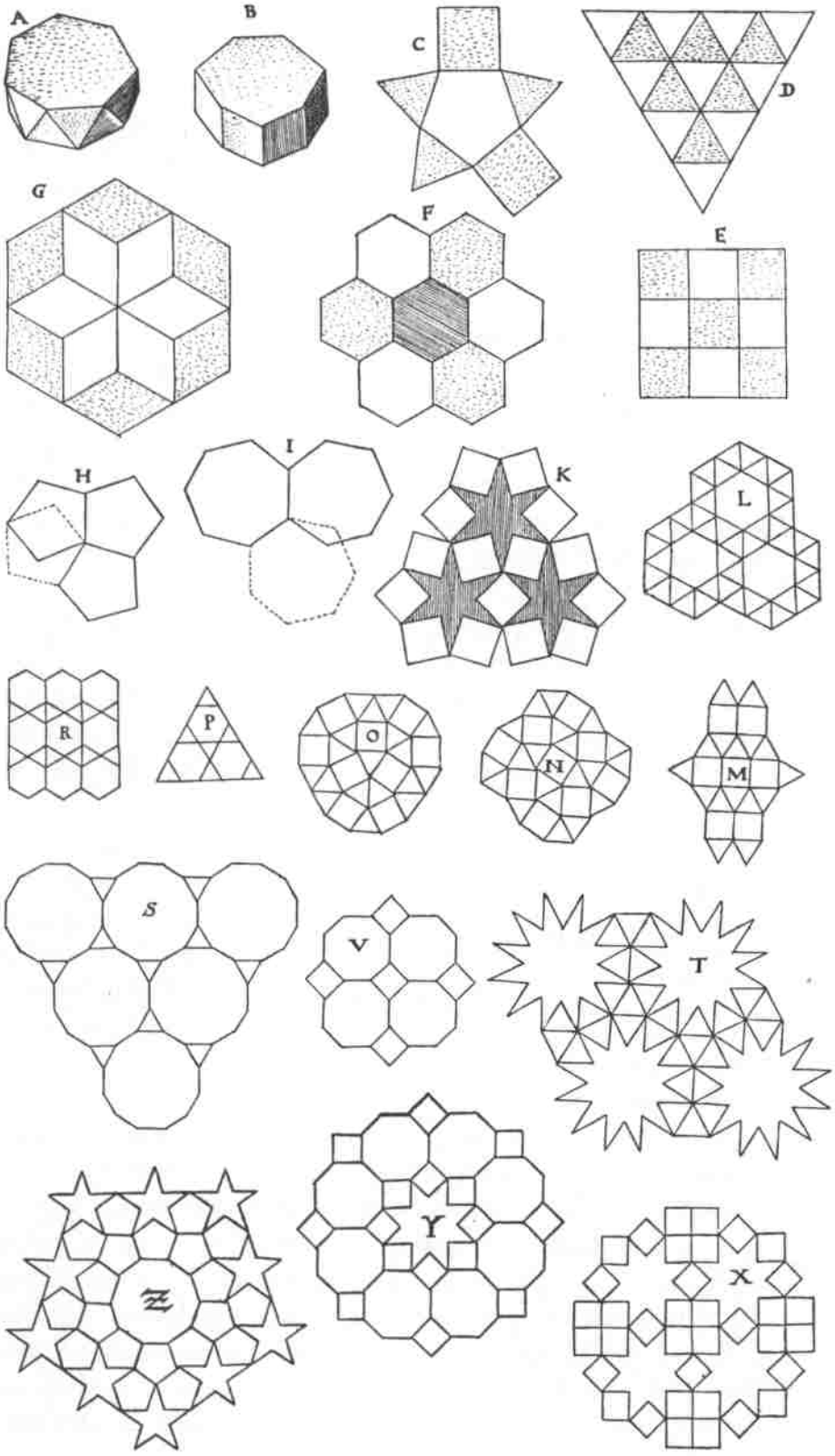
Ternos igitur si jungamus, caventes, ne sint plures quàm duae species; primum non poterunt esse duo Trigonici, nec duo Tetragonici, non superarent enim duos rectos, et relinqueretur pro tertio, quod nullus unus et solus implet.

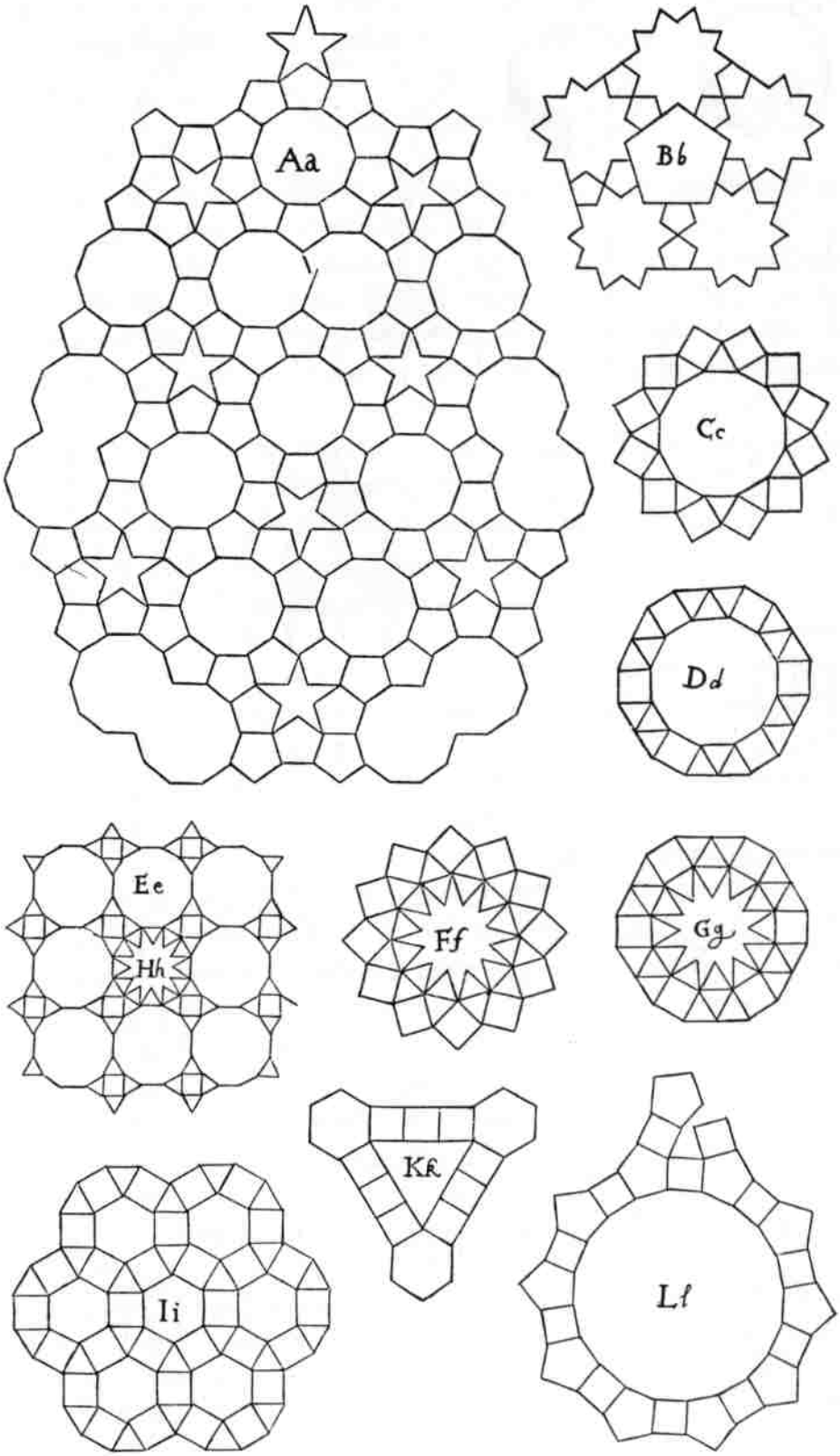
4. *Vno verò inter ternos Trigonico posito, congruunt duo Dodecagonici: estque continuatio possibilis; nec admiscentur alij concursus. Forma hujus planiciei*
S. *videatur literâ* S.

Huc refer stellam Dodecangulam, ex eo fundamento, quòd ejus angulus cavus aequat Trigonicum: itaque dividuus est Dodecagonus in stellam et 12 *Trigonos; ergò quinque Trigonici et duo Radij duarum stellarum coëunt: forma continuabilis,* 30
T. *spectetur literâ* T.

5. *Et uno Tetragonico inter ternos assumpto, congruunt duo Octogonici, est-*
V. *que continuabilis et haec forma: videatur literâ* V.

Huc refer stellam Octogonicam, ex eo fundamento, quòd ejus angulus cavus aequat Tetragonicum: itaque dividuus est Octogonus in stellam et octo triangula Tetragonica, quorum duo efficiunt Tetragonum. Et sic Tetragonici tres et dua-
X. *rum stellarum radij duo, implent locum: forma mixta, ut literâ* X: *vel aliter*
Y. *etiam mixta, ut literâ* Y.


A
B
C
D
G
F
E
H
I
K
L
R
P
O
N
M
S
V
T
Z
Y
X


Aa
Bb
Cc
Dd
Ee
Hh
Ff
Gg
Kk
Ii
Ll

6. *Dimissis jam in ternis coaptandis, Trigonico et Tetragonico, si ad Pentagonicum veniamus, eorum possunt sumi duo, quia superant juncti* 2. *rectos: et congruit in locum reliquum Decagonicus unus: coronatur enim Decagonus Pentagonis decem: sed non continuatur purè haec forma. Vide Schema literâ* Z *interiùs.* Z.

Huc ergò refer stellam Pentagonicam, cùm sunt Pentagonici tres, et unus stellae radius; quia cavus stellae angulus capit etiam unum angulum pentagonicum, non minùs, quam Pentagonicorum trium hiatus, capit radium stellae. Vide eâdem literâ Z *exteriùs.* Z.

Quamquam ne sic quidem continuatio succedit in infinitum; est enim insociabile hujus sectae regnum, quae paucis suorum adscitis, statim se munit. Ecce formas has duas etiam aliter, literâ Aa. Aa.

Quòd si continuare omninò velis, monstra quaedam sunt adsciscenda, duo Decagoni inter se commissi, extritis in utroque binis Lateribus; fitque series structurae quinquangula etiam in infinitâ continuatione, sic ut in prima et angustissimâ quinquangulari serie sint Decagoni quinque, nullum monstrum intermedium: In secundâ laxiori, series lineares Decangulorum mediant singulae copulae ex binis Decagonis inter se commissis: In tertiâ singulorum angulorum [1] *loca occupant singulae copulae ex binis Decagonis inter se commissis, quas mediat Decagonus unus: In quartâ stant rursum integri Decagoni in angulis, mediantque binos angulos bini Decagoni, dispositi aequalibus intervallis: In quintâ stant stellae cum singulis extremis radijs in singulis angulis, implent verò lineas bini Decagoni integri, et in medio, binae commissurae Decagonorum. Et sic consequenter, unaquaelibet forma quinquangula fert novi aliquid. Structura est laboriosissima et artificiosissima, visenda ad eandem literam* Aa. Aa.

Huc etiam refer stellam Decangulam, in cujus cavum angulum congruit angulus Pentagoni; et vicissim radij bini Trideciles, cum binis Pentagonicis congruunt et implent locum planum. Haec forma recipit inaequales Pentagonos: et licet sit continuabilis, recipit tamen in medium vacuos Decagonos hiulcos. Forma est visenda literâ Bb. Bb.

Pentagonus unus in ternorum planorum copulam assumi non potest, nam ejus angulus habet sex quintas unius recti, per XXXIII. *Lib.* I. *ergò angulis duobus reliquis relinquerentur* 14 *quintae, cuilibet* 7 *quintae; qualem nulla figura habet. Nec sumi possunt Hexagoni duo: nam residuum est etiam Hexagoni angulus et fit forma superiùs relata, cùm nos hic quaeramus structuras ex duabus speciebus, non ex unicae speciei figuris. Per sequentes plurilateras figuras, quarum angulus major est Hexagonico, subtractis duobus angulis à* 4 *rectis, relinquitur pro reliquo minus, quam habet Hexagonicus: uno verò subtracto, minus relinquitur pro duobus reliquis, quàm habent duo Hexagonici. Atqui de ijs figuris, quae pauciores et minores habent angulos, quàm Hexagonus, jam anteà transactum nobis est, quae et quot esse possint, quando terni sternunt planitiem.*

5) unius 27) locum solidum

XX. Propositio

Ex planis angulis trium specierum, locus planus congruè impletur quater.

Hîc non tolerantur tres pluresvè trigonici; faciunt enim tres anguli Trigonici duos rectos; relinquitur minus, quam facit summa minimorum post illos, Tetragonici sc. et Pentagonici. Ob id neque duobus Trigonicis sociandi duo Tetragonici, aut majores, quia non relinqueretur satis spacij pro angulo figurae tertiae speciei.

1. *Ergò si Trigonici sint duo, et Tetragonicus unus; sociabitur illis Dode-*
Cc. Dd. Ee. *cagonicus; non tamen continuatur forma: vide literis* Cc. Dd. Ee, *tres formas,* 10 *omnes ad primum casum pertinentes.*

Huc etiam stella Dodecagonica referatur, ut suprà. Nam quatuor Trigonici,
Ff. *unus Tetragonicus et unus stellae radius implebunt locum. Ecce formas* Ff.
Gg. Hh. Gg. Hh.

Trigonicis duobus si Pentagonicus unus jungatur, residuum erit incongruum, 22 *decimae quintae, nullus enim angulus habet* 11 *decimas quintas. Sin unus addatur Hexagonicus trigonicis duobus, residuus etiam Hexagonicus erit, et forma erit una ex superioribus. Non poterunt igitur porrò esse bini Trigoni.*

Ergò si sit Trigonicus unus, ei tres Tetragoni non addentur, nimium enim conflatur: nec spacij satis angulo tertiae speciei relinquitur. 20

2. *Addantur uni Trigonico duo Tetragonici, in residuum ad quatuor rectos*[1] *16*
Ii. Kk. *congruet Hexagonicus; forma duplex, Literis* Ii *continuabilis,* Kk *non continuabilis sine mixturâ. Estque hic casus secundus.*

Trigonicus unus cum Pentagonicis duobus non jungitur, restat enim hiatus 14 *quindecimarum unius recti, alienus à Regularibus figuris: nec cum Pentagonico uno; rursum enim restant* 32 *quindecimae, cùm nulla regularis figura habeat* 16 *quindecimas: nec cum Hexagonico uno; faciunt enim* 2. *rectos, cùm nullus solus angulus fiat tantus; dimidium verò hujus sit quantitas Tetragonici, de quo jam est actum: nec cum Heptagonico vel Octogonico, vel Enneagonico, singulis; restarent enim pro angulo tertiae speciei figurarum, vel* 40 *unetvicesimae,* 30 *vel* 11 *sextae, vel* 16 *nonae, quales nulla Regularis figura habet.*

Ergò Trigonicus unus cum Decagonico uno compositus, relinquit hiatum 26 *quindecimas, quantus est Pentekaedecagonicus. Hîc est quidem congruentia, sed inchoata saltem. Nam Pentekaedecagonus est imparilatera; quare per XVII. miscentur diversae concursuum species, in ejusdem figurae angulis. Decagonus quidem pari numero laterum, praecingi posset alternis Trigono et Pentekaedecagono, sed statim duo tales Pentekaedecagoni in se mutuò incurrunt, seque impediunt.*

Vlterius Trigonicus cum Hendecagonico non potest jungi, relinquuntur enim 56 *tresettricesimae, qualem angulum nulla figura Regularis habet.*

16) 32 decimae quintae 16 decimas quintas

Denique Trigonicus cum Dodecagonico relinquit hiatum Dodecagonicum, de qua forma jam est dictum.

Si Trigonicus majoribus jungeretur, minor fieret hiatus, cum de minoribus jam sit actum. Et sic transactum est cum Trigonico, inter tres species admittendo.

Tetragonici anguli plures uno, ablati à 4 *rectis, non relinquunt satis spacij pro duarum specierum duobus angulis, quippe qui juncti majores fierent duobus rectis.*

3. *Tetragonicus unus, junctus uni Pentagonico, relinquit hiatum pro Icosigonico. Sociatur igitur Icosigonus omnibus angulis, congruitque legitimè: at non continuatur hic ordo versus exteriora. Est ergò congruentia imperfecta. En figuram literâ* Ll. *Hic tertius est casus.* Ll.

4. *Tetragonicus Hexagonico junctus, hiatum relinquit pro Dodecagonico. Ecce figuram literâ* Mm. *Hic quartus et ultimus est casus.* Mm.

Huc refer stellam Dodecagonicam, quam implent duodecim Trigoni: ut sic quatuor hîc anguli concurrant ad implendam soliditatem, duo Trigonici, Tetragonicus, Hexagonicus, et radius stellae. Ecce figuram literâ Nn. Nn.

Tetragonicus Heptagonico additus, relinquit hiatum 11 *septimas, qualem angulum nulla habet figura Regularis. Additus Octogonico, relinquit hiatum Octogonicum: de qua forma suprà. Transactum igitur est cum Tetragonico.*

Pentagonicus cum Hexagonico, relinquit hiatum 22 *quindecimas: cum Heptagonico,* 48 *tricesimas quintas: Cum Octogonico,* 13 *decimas, cum nullius regularis figurae tantus sit angulus: et jam hiatus incipit esse minor angulo Octogonico, qui est* 15 *decimae. Atqui nos jam illas absolvimus, quae sunt minorum angulorum. Transactum igitur est cum Pentagonico.*

Hexagonicus triplex implet locum planum, ergò non potest misceri cum duobus se majoribus. Et sic transactum est cum mistione trium figurarum. [1]

17

XXI. Propositio

Quatuor vel plurium specierum figurae planae, non congruunt angulis singulis ad implendum locum planum.

Minimi enim anguli quatuor sunt hi, Trigonicus, Tetragonicus, Pentagonicus, Hexagonicus. At horum primus et ultimus aequant duos rectos, secundus est rectus, tertius verò superat rectum unâ parte quintâ unius recti. Sunt igitur juncti majores quatuor rectis: quare per XVI. non congruunt. Multò magis igitur superabuntur quatuor recti à majoribus angulis.

XXII. Axioma

Cum duo plani non sunt majores tertio, non formant cum illo angulum solidum.

29) locum solidum

XXIII. Propositio

Duo anguli plani, figurae imparilaterae, cum uno speciei alterius coëuntes, non formant regulare aliquod solidum.

Nam per XVII. anguli solidi fiunt difformes, contra def. à V. in X.

XXIV. Propositio

Tres anguli plani, trium distinctarum specie figurarum, unius imparilaterae, coëuntes, non absolvunt figuram solidam perfectam.

Rursum enim per XVII. solidi fiunt diversiformes, quod est contra definitiones.

XXV. Propositio

Congruentiae Figurarum planarum ad solidam figuram formandam, perfectissimae et regulares, sunt quinque.

Est scholion ad ultimam ultimi EVCLIDIS. *Nam per XV. hujus, incipimus à ternis angulis, et per XVI. desinimus in senis Trigonicis, in quaternis Tetragonicis, et in ternis Hexagonicis, quia per XVIII. hi aequant* 4 *rectos.*

Tres igitur Trigoni, singulis angulis congruentes, minus quàm 4, *id est, duos angulos planos rectos efficiunt; coaptatis igitur tribus trigonis, hiatus impletur quarto Trigono. Hinc Tetrahedron, vel Pyramis.*

Num. 2. fig. sequentis.

Quatuor Trigoni, singulis angulis congruentes, efficiunt 8 *tertias, quod minus est quam* 12 *tertiae, seu* 4 *recti; fitque junctis trigonorum lateribus Pyramis, basi quadrilaterâ hiante; cui ex adverso alia talis Pyramis simili hiatu congruit, ad figuram undique claudendam. Hinc Octaëdron.*

Oo. et nu. 5. fol. seq.

Quinque Trigoni, singulis angulis congruentes, efficiunt 10 *tertias, quod est minus quàm* 12 *tertiae, fitque aptatis denis et denis lateribus ad angulum communem, Pyramis basi quinquelaterâ, cujus anguli ad basin, ut et ipsi fiant quinqueplanij, oportet binis in eâ basi planis, alios ternos angulos planos, et sic decem illis alios quindecim congruere, totidemque porrigi altrorsum: quae summa triginta planorum, est decem Trigonorum; ex quibus in medio Zona vel co\lumna fit, hians infrà ut suprà, figurâ quinquangulari; in quam congruit alia Pyramis pentahedrica; ut figura claudatur undique. Hinc Icosaëdron.*

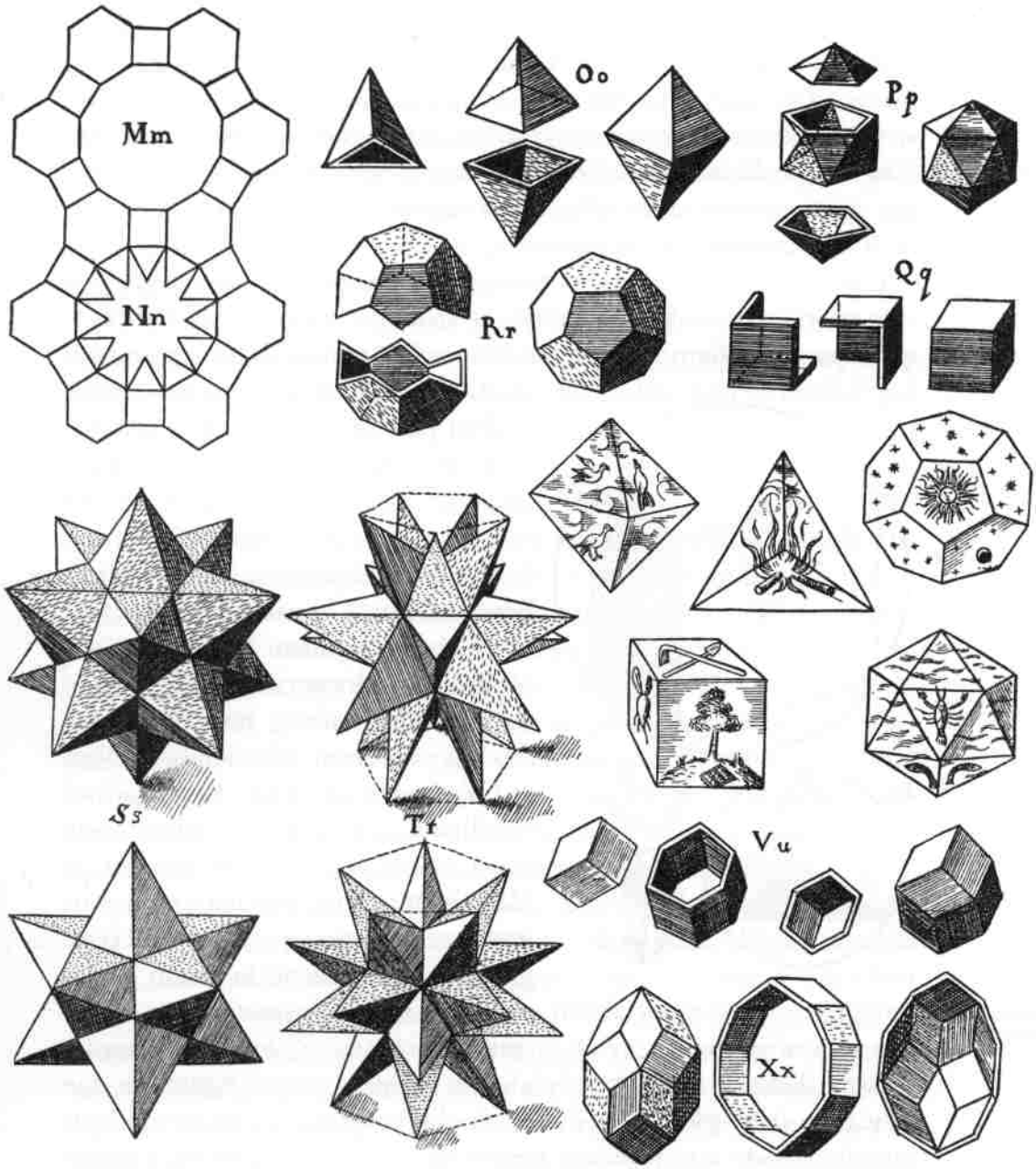
Pp. et nu. 4. fol. seq.

Sic est transactum cum Trigonis meris.

Tres Tetragonici anguli, sunt tres recti, minus quàm quatuor recti plani: congruunt ergò ad formandum angulum solidum, hiantque coagmentati tetragoni, tribus rectis planis angulis, et vicissim extant tres anguli trium illorum glanorum: tres igitur alij Tetragoni, singulis angulis in unum solidum conpruentes, apti sunt et congrui, qui suis extantibus illos hiatus expleant, suisque hiatibus illos extantes recipiant. Hinc Hexaëdron vel Cubus.

Qq. et hic num. 1.

4) per XVIII 15) per XVII 20) lateribas 26) alos


Mm
Nn
Oo
Pp
Qq
Rr
Ss
Tt
Vu
Xx

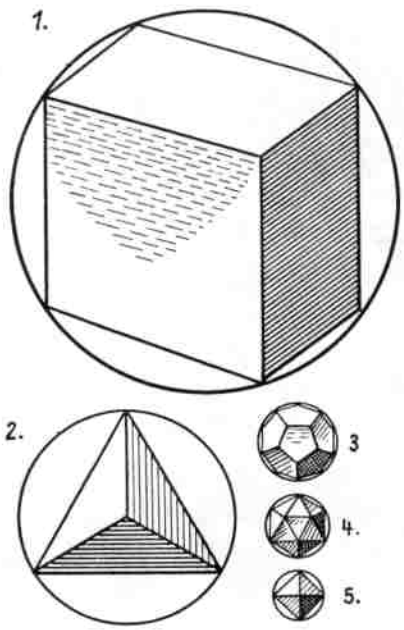
Quatuor Tetragonici aequant quatuor rectos, quare per XVI non solidum quid formant. Sic est transactum cum Tetragonis meris.

Tres Pentagonici anguli sunt 18 *quintae unius plani recti, minus quam* 20 *quintae seu quatuor recti: congruunt igitur ad unum solidum formandum; quòd si Pentagonus unus in basi cingatur hoc pacto quinque alijs, figura sursum hiat* 5 *angulis planis pentagonicis, habetque extantes quinque angulos planos pentagonicos. Alia igitur ex adverso figura est struenda, hujus similis; et quini alterutrius anguli plani extantes congruent in quinos reliquae hiatus, et vicissim.*

Rr. et hic num. 3. *Hinc nascitur Dodecahedron. Transactum sic est cum Pentagonis meris, et simul cum figuris omnibus unius solius speciei coaptandis: quia tres Hexagonici per XVI non assurgunt ad solidandum.*

Figurae Mundanae.

Haec sunt illa corpora quinque, quae figuras mundanas appellare sunt soliti PYTHAGORAEI et PLATO, et EVCLIDIS commentator PROCLVS: quae quomodo fuerint applicatae corporibus mundanis, in praeambulo lib. I. dixi, incertum esse. Communis quidem persuasio est, ducta ex ARISTOTELE, Philosophos illos ad quinque simplicia Corpora Mundi respexisse secundum quinarium numerum harum figurarum, scilicet ad quatuor Elementa, Ignem, Aërem, Aquam, Terram, et ad sic dictam Quintam Essentiam, seu Materiam coelestem; comparatis figurarum proprietatibus, cum simplicium illorum corporum affectionibus. Nam in Cubo rectitudo super basi quadratâ stabilitatis quandam adumbrationem habet, quae eadem proprietas est et Materiae terrestris, gravitatis momentis ima petentis: cùm etiam totus Terrae globus vulgò credatur in medio Mundi quiescere. Vicissim Octahedri congruus est situs aspectui, si is à duobus oppositis angulis velut in torno suspendatur, inter quos medio praecisè loco est latens quadrilaterum dividens corpus figurae in duo aequalia, sicut globum à duobus polis suspensum dividit maximus circulus: haec est quaedam imago mobilitatis, uti aër est elementorum mobilissimum et celeritate et varietate plagarum.



5. Octaedron Aeris Symbolum.

2. Tetraedron Ignis Symbolum.
4. Icosiedron Aquae Symbolum.

In Tetrahedro paucitas planorum signare videtur siccitatem ignis, cùm definitio sit siccorum, suis contineri terminis; in Icosaëdro vicissim multitudo planorum signare videtur humiditatem aquae, cùm definiatur humiditas, alienis contineri terminis; est quippe paucitas,

propriorum, multitudo, adscitorum et alienorum indicium. Et aliter etiam, Trigonus planus, est Tetrahedri proprius, quia tota Tetraëdrica figura est trigonus solidus: idem verò Trigonus, est Icosaëdri non proprius, sed mutuatitius, quia Icosaëdri soliditas, Pentagoni similis est, non Trigoni. Rursum in Tetraëdri acumine ab una basi surgente, vis Ignis penetrativa et divisoria videtur adumbrata esse, in Icosaëdri obtuso et quinquelineari angulo, vis impletoria humorum, hoc est vis humectandi; in Tetraëdri parvitate et macilentiâ, natura ignis; in Icosaëdri mole globiformi, natura aquae, et quaedam velut figura gut-
10 tae: in Tetraëdro plurimum est superficiei, minimum corporis; in Icosaëdro moles corporea multò major quàm superficies: quemadmodum in Igne forma praecellit, in Aquâ materia.

Dodecaëdron verò relinquitur corpori caelesti, habens eundem planorum numerum, quem Zodiacus coelestis signorum; demonstraturque reliquarum figurarum capacissima: quemadmodum et coelum capit omnia. 3. Dodecaedron Coeli Symbolum.

Haec Analogia etsi plausibilis est, non quidem ARISTOTELI (qui cùm creatum esse Mundum negaret, vim in figuris quantitativis Archetypalem agnoscere non potuit, quippe quae sine Architecto nulla illis
20 inest ad faciendum aliquid corporeum) sed mihi, Christianisque omnibus, qui fide tenemus, Mundum, cùm anteà non esset, à Deo creatum esse, in pondere mensura et numero, scilicet Ideis ipsi coaeternis: etsi inquam plausibilis est in genere haec analogia; tamen sic in specie informata, nullâ necessitate continetur; et patitur instantias, non tantum ob quarundam proprietatum discrepantiam in eâdem analogiâ; sed etiam ob majorem convenientiam Dodecaëdri et Icosiëdri cum Igne: denique quia de Elementorum numero et quiete Telluris, disputatio multò major est, quàm de harum figurarum numero.

Quod si hic substiterunt Pythagorei, non reprehendo in hac parte
30 RAMVM, non ARISTOTELEM, quòd hanc analogiam disputationibus convulsam rejecerunt. At ego ante annos viginti quatuor, longè aliter haec quinque corpora in fabricâ mundi indagavi; dixique in praeambulo libri I. mihi videri consentaneum, eandem doctrinam etiam veterum fuisse, sed occultatam more sectae. Cùm enim habeat Astronomia Copernicana, seu veteris ARISTARCHI Samij Pythagorici, dispositionem Mundi mobilis talem, ut sint in eo sex Orbes seu curricula, circa corpus Solis in centro immobile circumducta, magnisque et inter se inaequalibus intervallis dirempta, Saturni extimi, deinde Jovis, dein Martis, inde Telluris cum Luna, tum Veneris, denique
40 Mercurij intimi: cùmque figurarum harum quinque, propria et essentialis sit inscriptio in Sphaericam superficiem cum angulis, et circum-

scriptio circa sphaericam superficiem cum centris planorum; adeoque cuilibet figurae certum sit intervallum inter suos binos orbes: nihil plausibilius videri potuit, quàm sex illorum caelestium orbium[1] intervalla quinque, ex quinque figuris esse desumpta à Creatore; hoc ordine, ut cubus mente concipiatur inter Orbes Saturni et Jovis, Tetraëdron inter Jovis et Martis, Dodecaëdron inter Martis et Terrae, Icosaëdron inter Telluris et Veneris, Octaëdron inter Veneris et Mercurij.

Respice ad schema lib. V. cap. III.

Haec distributio numeris explorari potest, necessitatem infert, corporum numerum non conquirit anxiè, sed inventum occupat; denique sic est instructa, ut ab his annis viginti duobus non tantùm nullum invenerit oppugnatorem, sed etiam ipsos RAMI inconsiderati Magistri et Euclideomastigis discipulos pertraxerit; hodieque tam multos pertrahat, ut jam dudum secundam editionem flagitaverint Mathematici. † Sed de hac re pluribus agere, non est hujus secundi libri; inveniet lector infra libro quinto plura, aliqua etiam in Epitomes Astronomiae libro IV. ubi ortus harum quinque solidarum figurarum genuinus explicatur metaphysicè: nam ille per angulationes, non verè ortus est, sed ortas consequitur, ut naturâ posterius quid.

XXVI. Propositio

Addi possunt congruentijs perfectissimis regularibus, duae etiam aliae congruentiae, stellarum duodecim planarum Pentagonicarum: et duae semisolidae, stellarum Octangulae, et Decangulae.

Ss. et infra lib. V. cap. I. Tt. in typis aeneis praemissis.

Claudunt enim pentagonicae solidas figuras aculeatas undique: quarum una fit duodecim angulorum quinquelinearium, altera viginti angulorum trilinearium: illa trinis angulis insistit, haec quinis simul; illa pulchriùs super angulum erigitur; haec rectius sedet, incumbens in quinos. In his etsi forinsecus non apparet regulare planum, sed ejus loco Triangulum aequicrurum Pentagonicum; quina tamen hujusmodi semper in unum idemque planum competentia, occultum sub soliditate quinquangulum, veluti cor suum circumstant; faciuntque cum eo dictam stellam pentagonicam, seu Germanico Idiomate, pedem Truttae, THEOPHRASTO PARACELSO *signum sanitatis. Idea corporis quodammodo eadem est, quae sui Plani; nam ut in hoc, sc. in stella quinquangula, binorum semper triangulorum latera in unam rectam competunt, quae parte sui interiore fit basis uni exteriori triangulo, latus verò intimo quinquangulo: sic in solido, semper quinorum solidorum angulorum Triangula singula aequicrura, competunt in unam planitiem, quorum quinque triangulorum seu stellae intima medulla et cor, quinquangulum, fit basis in unâ superstantis anguli solidi: vel in alterâ, superstantium quinque solidorum. Est autem tanta cognatio figurarum harum, unius cum Dodecaëdro, alterius cum Icosaëdro: ut videantur hae, praesertim Dodecaëdron, trunca quodammodo et mutila, si cum illis aculeatis comparentur.* †

Octangulae verò et Decangulae stellae, lateribus suorum radiorum, quae semper in primo et quarto, duobus transitis, congruunt in unam rectam, binae semper et binae congruunt, faciuntque cubum illae quendam, hae Dodecaëdron quoddam, non angulatas sed auriculatas figuras: quia duobus planis angulis coaptatis, hiatum fieri necesse est, qui claudi non potest. Ergò per XI semisolida tantùm est congruentia.

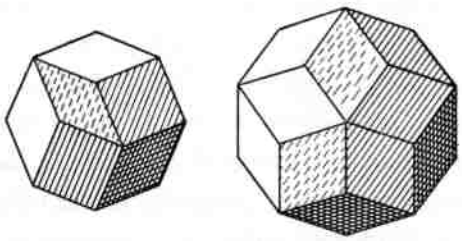
Perfectissimae dicuntur congruentiae, illae solidae, hae semisolidae, quia ipsis competit VI, definitio hujus lib. quoad soliditatem: planitiebus verò ipsis competit definitio figurae perfectae, quae est libro I. secunda, sunt sc. secundariò perfectae. Nec absurdè dicimus, semisolidam perfectissimam, quia innuimus inchoari aliquid, cui non IX vel X sed cui VI Def. competeret si perfici posset.[1]

61 XXVII. Propositio

Congruunt etiam ad solidandas figuras, semiregulares figurae, scilicet Rhombi plani, perfectissimè, idque tantùm bis.

† *Nam ex duodexim planis Rhombis, certae proportionis Diagoniorum, fit Rhombus solidus, figura cellulae Apiariae, quantum ad latera sex, et fundum triangularem solidum: sex enim Rhombi congruentes sic, ut obtusi obtusis, acuti acutis applicentur, tres habent obtusangulos hiatus, tria etiam paria acutorum extantia suprà, totidemque infrà. Congruunt igitur trium utrinque Rhomborum, obtusis conjunctorum ternae eminentiae, in hiatus, recipiuntque suis hiatibus illorum eminentias.*

Vu. et hic figura minor.



† *Sic triginta Rhombi plani, proportionis Diagonorum alterius, faciunt Rhombum solidum Triacontaëdricum. Quini enim et quini Rhombi, angulis acutis conjuncti, ad effigiandos duos solidos ex oppositis plagis stantes, cùm hient apud obtusos conjunctos; quinorum et quinorum Rhomborum obtusis alijs, implent hiatus: denique in utriusque veluti testae medio, Zona ex decem Rhombicis composita circumit, conjungens utramque testam.*

De hac etiam suprà fol. 49. in Def. V.

Xx. et hic figura major.

Non esse verò plures perfectas Rhomborum congruentias, sic probatur. Sunt enim duo anguli plani Rhombici acuti, duo obtusi; quorum semper acutus unus et unus obtusus faciunt duos rectos: nec plures tribus obtusis congruunt, ne superent quatuor rectos. Quod si ergò tres solùm acutos conjunxeris, fit ut in Cubo, Hexahedron Rhombicum, cum duobus solùm solidis acutis, longissimè distantibus; caeteri solidi in medio corporis non tantùm distant: non servantur igitur leges definitionis VIII, quae non admittit duos solos angulos in eâdem sphaerâ. Praetereà ex sex solidis obtusis quilibet clauditur à duobus obtusis planis et uno acuto; quae irregularitas rursum est contra definitiones. Ergò non tres tantum plani acuti coire debent. At neque sex acuti, totidem scilicet Rhom-

borum, coëunt. Si enim singuli habent quantitatem 2 *tertias unius* Recti, *obtusi habebunt duplam quantitatem, scilicet* 4 *tertias: et sic tam tres obtusi, quàm sex acuti formabunt* 4 Rectos, *nec vel illi vel hi formabunt angulum solidum, sed*
G. fol. 53. *sternent continuam planitiem, ut in figurâ* G. *Sin autem acuti minores sumantur; obtusi majores erunt, et tres superabunt quatuor rectos. Ergò duae tantùm sunt perfectissimae* Rhombicae congruentiae: *una, in quâ quatuor acuti anguli* Rhombici *coëunt in solidum; altera, in quâ quinque: quibus tamen associatur* Cubus, *tanquam* Rhomborum omnium principium, *quia planum ipsius est laterum aequalium quatuor, ut* Rhombicorum.

XXVIII. Propositio

Perfectae in solido congruentiae gradus inferioris, species sunt tre-
XIII. Archimedêa. decim; ex quibus tredecim oriuntur Archimedêa Corpora.[1] †

Cùm enim misceantur in hoc gradu figurae diversae, quare per propos. XXI. 62 *miscebuntur aut duarum aut trium specierum figurae. Quod si duarum, tunc inter eas vel sunt* Trigoni *vel non sunt.*

Igitur ex Trigonis *et* Tetragonis *fiunt solida tria, quibus quidem def. IX. competat. Nam illa rejicit formas hasce tres, in quibus solidum angulum claudunt, cum uno* Tetragonico plano angulo, *tam duo, quàm tres plani* Trigonici; *aut cum*
Oo. *duobus* Tetragonicis, *unus* Trigonicus; *quia in primo casu unus solus* Tetragonus *est, fitque dimidium* Octaëdri, *et anguli solidi sunt diversiformes: in secundo duo soli* Tetragoni, *in tertio duo soli* Trigoni: *quae per* X. *sunt imperfectae congruentiae. Restant ergò modi hi, in quibus angulum solidum claudunt* Plani. *Primum, quatuor* Trigonici *et unus* Tetragonicus. *Sunt enim minores* 4 *rectis. Congruunt igitur sex* Tetragoni *et* Triginta duo *(id est* 20 *et* 12*)* Tri-
I. Cubus simus. *goni, et fit figura* Triacontaoctohedrica, *quod appello* Cubum simum. *Hic in schemate sequenti pictus est* Numero 12.

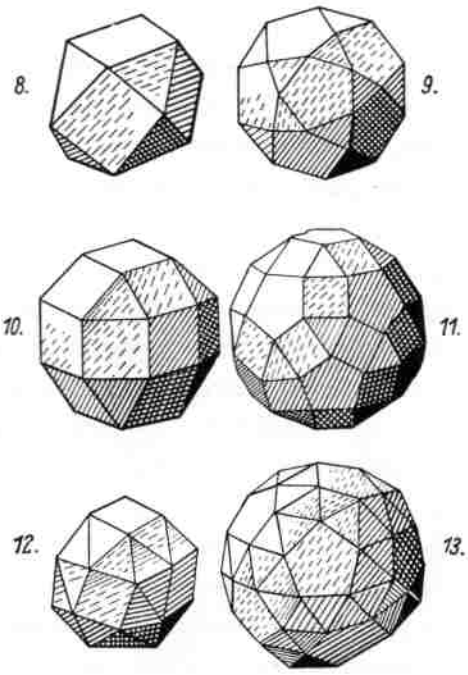
Quinque enim Trigonici plani *et unus* Tetragonicus *superant quatuor rectos, cùm debeant ad solidum claudendum esse minores quatuor rectis, per XVI. Sic etiam quatuor* Trigonici *et duo* Tetragonici. *Tres verò* Trigonici *et duo* Tetragonici *faciunt quatuor rectos.*

II. Cuboctaedron. *Secundò duo* Trigonici *et duo* Tetragonici *minus habent quatuor rectis; hic igitur congruunt octo* Trigoni *et sex* Tetragoni *ad formandum unum* Tessareskaedecaëdron, *quod cuboctaëdron appello. Pictum est hîc num. octavo. Duo verò* Trigonici *cum tribus* Tetragonicis *superant* 4 *rectos.*

III. Rhombi-Cuboctaedron. *Tertiò unus* Trigonicus *et tres* Tetragonici *minus habent* 4 *rectis. Hîc ergò congruunt octo* Triangula *et octodecim (id est* 12 *et* 6*) quadrangula, ad unum* Icosihexaëdron, *quod appello sectum* Rhombum Cuboctaëdricum: *vel* Rhombicuboctaëdron. *Pictus est hîc numero* 10.

In his igitur tribus sunt Tetragoni *juxta* Trigonos: *sequitur ut et* Pentagonicos *ijs seorsim associemus.*

Quinque plani Trigonici, juxta unum Pentagonicum non stant, quia neque juxta minorem eo, Tetragonicum, stare poterant. Quatuor ergò Trigonici, cum uno Pentagonico, minus efficiunt 4 rectis, et congruunt octoginta (id est 20 et 60) Trigoni, cum duodecim Pentagonis, ad formandum Enenecontakaedyhedron, quod appello Dodecaëdron simum. Pingitur hic numero 13. Et in hoc ordine simorum, Icosaëdron posset esse tertium, quod est quasi Tetraëdron simum.[1] IV. Dodecaedron simum.



63 *Tres planos Trigonicos si uni Pen-*
10 *tagonico associaveris, fit quod suprà, ut duo solum Pentagoni veniant in solidum; et si duos Trigonicos uni pentagonico, venit unus solus Pentagonus in solidum: fitque illic Zona vel columna media, hîc Pyramis, partes Icosaëdri: nec anguli solidi sunt hîc ejusdem speciei, quia unus ambitur, ut in Icosiëdro, quinque Trigonicis. Et transactum est cum unico Pentagonico.* Pp.

20 *At tres Trigonici cum duobus Pentagonicis plus efficiunt 4 rectis. Transactum igitur est cum tribus Trigonicis in societatem Pentagonicorum adsciscendis.*

Duo Trigonici cum duobus Pentagonicis minus efficiunt 4 rectis. Congruunt igitur viginti Trigoni et duodecim Pentagoni in unum Triacontakaedyhedron, quod appello Icosidodecahedron. Pingitur hic Numero 9. Cum uno Pentagonico duos Trigonicos jam rejecimus, transactum igitur est cum duobus Trigonis. V. Icosidodecahedron.

Vnus Trigonicus cum tribus Pentagonicis plus quam 4 rectos efficit, cum duobus verò per XXIII. nihil regulare, quia Pentagonus est figura imparilatera.
30 *Sicque transactum est cum Pentagonis in societate Trigonorum.*

Trigonici quatuor cum uno Hexagonico, et duo cum duobus Hexagonicis implent planitiem; at tres cum duobus sunt majores 4 rectis, cum uno Hexagonico duos solos Hexagonos in figuram recipiunt; rejectis igitur tribus Trigonicis, duo sunt aequales uni Hexagonico, quare rejecti per XXII. Restat ut unus Trigonicus cum duobus Hexagonicis copuletur. Itaque congruunt quatuor Trigoni cum quatuor Hexagonis in unum Octaëdron, quod appello Truncum Tetraëdron. Pingitur Numero 2 fol. sequenti. VI. Tetraedron truncum.

Trigonici quatuor cum uno Heptagonico et majoribus, superant 4 rectos; nulla igitur porrò mentio facienda est quatuor Trigonicorum: nulla etiam trium, ob
40 *causas saepe allegatas: duo verò cum figurarum Hexagono majorum binis planis,*

4) Enneneconta kaedyhedron

superant 4 rectos: nulla igitur neque duorum porrò est facienda mentio, cum binis planis figurae majoris; nec duorum cum uno plano figurae majoris, quia illi superantur ab hoc, quòd rejectum est ax. XXII. Restat examinandus hic casus, cùm unus Trigonicus duobus planis figurae majoris Hexagonâ copulatur: atqui cum duobus Heptagonicis rejicitur per XXIII. ut et cum omnium imparilaterarum duobus: cum duobus verò Octogonicis, fit corpus, in quo congruunt octo Trigoni et sex Octogoni in unum Tessarakaedecahedron, quod appello Cubum Truncum. Ejus figuram habes signatam Num. 1. fol. seq. Cum duobus Decagonicis, fit corpus, in quo congruunt viginti Trigoni et 12 Decagoni, in unum Triacontakaedyhedron, quod appello Truncum Dodecaëdron. Id signatum est inter figuras sequentes Num. 3. Cum duobus Dodecagonicis impletur planities, nec fit solidus angulus, multòque minus cum majoribus. Et transactum est in universum cum Trigonis: in dualitate quidem specierum.

VII. Cubus truncus.

VIII. Dodecaedron truncum.

Cùm ergò inter binas planorum species non amplius sunt Trigoni: minima porrò figura erit Tetragonus. Atqui Tetragonici tres, cum uno majoris plani angulo, superant 4 rectos: duo verò Tetragonici cum uno majoris, non tolerantur, ob definitionem IX, quia majoris speciei figurae tantum duae reciberentur in solidum. Vnus igitur Tetragonicus cum duobus Pentagonicis rejicitur per XXIII: cùm duobus Hexagonicis coit, et congruunt sex Tetragoni cum octo Hexagonis in unum Tessarakaedecaëdron, quod appello Truncum Octaëdron. Pingitur numero 5. sequentis schematis. Vnus Tetragonicus cum duobus Heptagonicis alijsque imparilaterarum rejicitur, per XXIII, cum duobus Octogonicis, planum locum implet: cum majoribus etiam superat 4 rectos; nec assurgit ad solidum angulum formandum. Ita transactum est cum Tetragono, cum duae solae debent esse planorum species.

IX. Octaedron truncum.

Duo Pentagonici cum uno Hexagonico aut quocunque alio unico rejectitium quid inchoant, per XXIII, quod suprà etiam de Trigonico et Tetragonico cum binis Pentagonicis usurpavimus. Insuper cum uno Decagonico planitiem sternunt, nec cum illo aut majoribus assurgunt in soliditatem.

Vnus ergò Pentagonicus cum duobus Hexagonicis minus facit 4 rectis; et congruunt duodecim Pentagoni cum viginti Hexagonis in unum Triacontakaedyhedron, quod appello Truncum Icosihedron. Formam habes signatam numero 4. Nec plura expectanda à Pentagono. Nam unus Pentagonus cum duobus Heptagonicis jam superat 4 rectos.

X. Truncum Icosiedron.

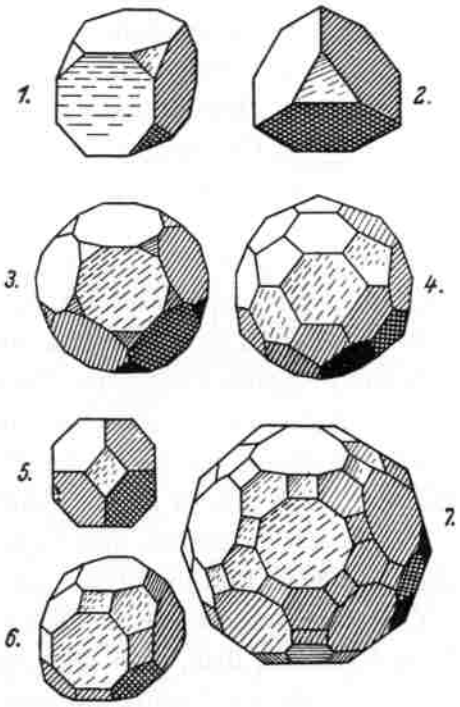
Hexagonicus cum duobus alijs implet planitiem, cum majoribus superat 4 rectos. Itaque hîc finis est mixtorum ex duabus speciebus.

Quod si trium specierum Plana concurrere possunt ad unum angulum solidum: Primum anguli duo plani, unus Tetragoni, alter Pentagoni superant 2 rectos; majores his, multò magis: tres verò Trigonorum trium, aequant 2 rectos: nequeunt igitur tres Trigonici admitti, ne summa omnium superet 4 rectos. Duo verò Trigonici cum uno Tetragonico et uno Pentagonico vel pro eo Hexagonico, aut

quoqunque majori, rejiciuntur, per pr. XXIII. quia Trigonus imparilatera figura cingi deberet Tetragono et Pentagono, vel pro eo Hexagono etc.

Vnus igitur Trigonicus cum duobus Tetragonicis et uno Pentagonico, minus efficiunt 4 rectis, et congruunt 20 Trigoni cum 30 Tetragonis et 12 Pentagonis, in unum Hexacontadyhedron, quod appello Rhombicosidodecaëdron, seu sectum Rhombum Icosidodecaëdricum. Pingitur num. 11. fol. antecedentis.

XI. Rhombicosidodecaedron.



Vnus Trigonicus, duo Tetragonici, cum uno Hexagonico, aequant rectos quatuor; cum uno majori, superant; nec ad solidum assurgunt. Mittamus igitur duos Tetragonicos.

Vnus Trigonicus, unus Tetragonicus, et duo Pentagonici superant 4 rectos; multoque magis si bini majores plani anguli admiscerentur. Desinunt igitur misceri anguli plani quaterni ad formandum unum solidum; desinit ergò et Trigonus ingredi mixturam triplicem. Nam unus Trigonicus, unus Tetragonicus et unus Pentagonicus, aut quicunque alius hujus loco, rejiciuntur per XXIV, quia Trigonus est imparilatera figura.

Cùm igitur porrò sint tres solùm anguli plani: nulla inter figuras toleratur imparilatera, per eandem XXIV.

XII. Cuboctaedron truncum.

Tetragonicus igitur, cum Hexagonico et Octogonico minimis, minus faciunt 4 rectis; et congruunt 12 Tetragoni, 8 Hexagoni, et 6 Octogoni, in unum Icosihexaëdron, quod appello truncum Cuboctaëdron: non quòd truncatione nasci possit; sed quia simile est truncato Cuboctaëdro. Pingitur num. 6.

XIII. Icosidodecaedron truncum.

Tetragonicus cum Hexagonico et Decagonico, minus 4 rectis efficiunt: et congruunt 30 Tetragoni, 20 Hexagoni et 12 Decagoni, in unum Hexacontadyhedron, quod appello truncum Icosidodecaëdron, simili de causa ut proximum. Pingitur num. 7.

Si pro Decagonico succedat in societatem Dodecagonicus; implentur 4 recti, nec fit solidum; sic etiam si pro Hexagonico succedat Octogonicus, et aliquis, Octogonico major, sit tertius; superantur 4 recti: nec minus, si absit Tetragonicus, et socientur tres distinctarum figurarum parilaterarum majores. Igitur stat omnis Archimedeorum familia intra num. 13. quod erat demonstrandum.

26) XXIX

XXIX. Consectarium

Figurae congruae sunt in universum duodecim, octo Radicales seu Primae, et quatuor auctae seu Stellae.

1. Trigonus	7. Dodecagonus
2. Tetragonus	8. Icosigonus
3. Pentagonus	9. Stella Pentagonica
4. Hexagonus	10. Stella Octogonica
5. Octogonus	11. Stella Decagonica
6. Decagonus	12. Stella Dodecagonica.

Gradus congruentiae distincti sunt. In primo sunt Trigonus et Tetragonus, quia congruunt tam in solido, quàm in plano, tam singularum specierum inter se, quàm junctarum, et cum alijs. 10

Secundo gradu consistunt Pentagonus cum stella suâ. Nam congruunt et singularum specierum inter se, in solido: et tradunt mutuas operas in plano: sed potior est Pentagonus, quia congruit etiam cum alijs nonnullis tam in plano, quàm in solido.

Tertius est Hexagoni, quia figurae hujus speciei congruunt in plano, cum alijs verò tam in solido quàm in plano.

Quartum gradum tenent Octogonus et Decagonus cum stellis suis. Nam Radicales illae, cum alijs nonnullis congruunt in solido, stellae verò cum figuris singularum specierum quadamtenus: in plano verò omnes quatuor congruunt cum alijs, magis tamen variè magisque perfectè Octogonica secta. 20

Quintus gradus habet Dodecagonum cum stella suâ; quia in solido quidem minimè, at in plano multifariam congruunt cum alijs; in solido igitur sola magnitudine impediuntur. Causâ planitiei praeferenda est haec secta gradui quarto.

Vltimus gradus est Icosigoni, quia is non nisi in plano, nec nisi cum alijs, et cum illis ipsis quoque imperfectè congruit. [1]

Quòd si solam consideremus Planitiem, Ordo figurarum erit iste. 30 66
1. Hexagonus. 2. Tetragonus. 3. Trigonus. 4. Dodecagonus. 5. Stella ejus. 6. Octogonus. 7. Stella ejus. 8. Pentagonus. 9. Stella ejus. 10. Decagonus. 11. Stella ejus. 12. Icosigonus.

Omnes aliae figurae sunt incongruae, proximus tamen congruentiae est Pentekaedecagonus, quia incipit congruere cum alijs in plano: at excluditur per XX. quo minus ut Icosigonus, cingi undique aequaliter possit. Post illum est figura 16 laterum et similes, quae planè non congruunt cum regularibus alijs; impediente magnitudine angulorum.

36) per XXIII.

At Heptagonus et similes longè alia ratione sunt incongruae figurae, quia nec toti anguli, nec partes angulorum aliquotae, propriae figurarum, cum alijs regularibus congruunt.

Ita in tribus per se demonstrabilium classibus desinit congruentia, in Octogono, Dodecagono, Icosigono, in quarto spurio ne incepit quidem. Haec libro IV. in delectu Aspectuum suum usum habent. Fol. 150.

XXX. Consectarium

Ex his genuinum discrimen apparet inter demonstrationem et congruentiam figurarum causâ latitudinis.

Nam 1. Demonstrationis propriae gradus ultra Octogonum, Decagonum, Dodecagonum, in figuras duplorum laterum in infinitum excurrunt: Congruentia in Octogono, Icosigono, Dodecagono subsistit. 2. Pentagonus cum stella suâ, causâ demonstrationis et scientiae, est ignobilior Dodecagono: causâ congruentiae in solido, est multo nobilior. 3. Octogonus ibi sequitur Pentagonum, hic antecedit. 4. Hekkaedecagonus ibi erat potiore loco, quàm Icosigonus: et tamen illa est figura incongrua, haec congrua quadamtenus. 5. At in Pentekaedecagono pulchra est rei utriusque convenientia, analogiam servans eandem: quia inter demonstrationes nulla illi obvenit propria, sed accidentaria saltem; inter verò congruentias nulla consummata, sed aliqua saltem inchoata, nec totam figuram occupans. Haec infra libro III. in ortu et usu semitonij sunt notanda. Fol. 82.

Finis Libri II.

Sequitur liber III. novo et Alphabeti et Numeri foliorum initio, quia ab eo principium impressionis fuit factum.

IO. KEPLERI
HARMONICES MUNDI
LIBER III.

DE ORTU PROPORTIONUM HARMONICARUM, DEQUE Natura & differentijs rerum ad Cantum pertinentium.

PROCLVS DIADOCHVS
Lib: I. Com: in I. Elementorum Euclidis

Cùm philosophia multas sit complexa facultates, multas & Mathematica, de vna quidem hujus parte Harmonice dicta, deq; Numeris (Harmoniarum principijs creditis) hac scribit.

Ad Theologiam præparat Mentis conatus. Nam ea quæ non Initiatis circa veritatem rerũ divinarum videntur esse captu difficilia & sublimiora, illa Mathematicis Rationibus demonstrantur esse fida manifesta & sine controversia, per quasdam Imagines. Nam Proprietatum supereſſentialium evidentiam ostendunt in Numeris: & quæ sint Intellectualium Formarum Potestates, in Ratiocinativis clarum efficiunt. Itaq; Plato multa mirabilia de Natura Deorum nos per species rerum Mathematicarum edocet: & Pythagorica Philosophia, his ceu velis obnubit institutionem de rebus divinis. Hujus enim generis est universus ille SERMO SACER, & Philolaus in Bacchis, & tota Pythagoræ ratio docendi de Deo.

Rursum ad Moralem philosophiam nos perficit, implantans nostris moribus Ordinem, decentiam & conversationem Harmonicam; tradit etiam, quæ figuræ, quæ Cantilenæ, qui Motus virtutem deceant: qua doctrina etiam Athenæus excoli & perfici vult eos, qui virtutibus Moralibus ab adolescentia daturi sunt operam. Quin etiam proportiones Numerorum, virtutibus familiares, explanat, alias quidem arithmeticas, alias Geometricas, alias Harmonicas: ostendit & Vitiorum Excessus Defectusq;, quibus omnibus dirigimur ad mediocritatem Morum, & decentiam.

2

LIBER III

DE ORTV PROPORTIONVM HARMONICARVM, DEQVE NATVRA ET DIFFERENTIIS RERVM AD CANTVM PERTINENTIVM

Hactenus Naturam rerum secuti, primùm de Figuris Planis Regularibus diximus; deinde ad earum Congruentias transivimus.

In sequentibus derogandum erit nonnihil Methodo Naturali; ut cognitio mentis humanae, quae non rarò viâ diversâ utitur, tanto magis adjuvetur. Hoc enim natura rei requirebat, ut jam tertio loco explicaremus proportiones in abstracto illas, quae inter circulum et partem a latere quolibet rescissam constituuntur; et quae aliae rerum species oriantur ex compositione et divisione talium proportionum: tum quarto loco transiremus ad opera mundana, quae vel Deus ipse Creator ad hujusmodi proportiones attemperavit, vel Natura sublunaris ad praescriptum proportionum talium, in Angulis radiorum sideralium quotidiè exercet: ultimò verò subjungeremus Musicam humanam, ostendentes, quomodo Mens humana, judicium auditus informans, instinctu naturali Creatorem imitetur, delectu et approbatione proportionum in vocibus earundem, quae Deo placuerunt in attemperatione motuum coelestium. Quia verò difficile est, Proportionum Harmonicarum differentias, Genera, Modosque abstrahere mente à vocibus et sonis Musicalibus; cùm non alia nobis suppetant vocabula, rebus explicandis necessaria, quàm Musica: ideò conjungendus nobis erit in hoc libro locus tertius cum quinto et ultimo, dicendumque non tantum de Proportionibus Harmonicis abstractis, sed etiam praeoccupandum hoc humanum creationis imitamentum in cantu; Creationis verò coelorum opus, propter subli, mitatem et incredibilitatem differendum in locum ultimum, ordine illoqui in titulo libri praescriptus est. Et haec de ordine dicendorum.

Jam ut contraria inter se opposita magis elucescant, lubet disputationem de cantu humano auspicari à commemoratione eorum, quae veteres super ortu consonantiarum sunt commenti.

Nimirum sicut est comparatum in rebus omnibus humanis, ut quae Naturâ nobis sunt tributa; in ijs usus cognitionem causarum antevertat: sic etiam circa Cantum generi humano usu venit, ut inde ab ortu suo, modulis et intervallis vocum sine speculatione aut cognitione causarum
3 uteretur ijsdem, quibus utimur hodie vulgò, in [1] decantatione Melo-

26) proper

diarum, non tantum in Templis et choris Musicorum, sed passim sine exercitatione artis, etiam in compitis et agris.

Apparet haec antiquitas Cantus ex libro primo Geneseos. Magnam enim oportuit esse delectationem ex Cantu vocis humanae (cùm vero delectationem dico, intervalla dico Harmonica et Concinna) quae jam octavum ab Adamo Jubalem permovit, ut Cantus hominum brutis instrumentis imitari disceret, doceretque. Nisi fallor, Jubal hic Apollo est, levi mutatione literarum, qui fratrem Jabelem pecuariae authorem, fistulaque agresti gaudentem (Pana Deum à Graecis creditum) Cytharae repertae claro tinnitu superavit, materiam chordarum à Tubalcaino fratre, qui nobis ex nominis allusione Vulcanus esto, mutuatus.

Vtcunque tamen antiqua sit Cantus humani forma, ex intervallis consonis vel concinnis composita: causae tamen intervallorum latuerunt homines; adeò ut ante PYTHAGORAM ne quaererentur quidem; et quaesitas per duo millia annorum, primus ego, nisi fallor, exactissimè proferam.

Primus quidem fertur PYTHAGORAS, cùm apud officinam ferrariam transiret, sonosque malleorum harmonicè contemperatos animadvertisset, deprehendisse differentiam sonorum esse ex magnitudine malleorum, ut magni graves sonos ederent, parvi acutos. Cùm autem inter magnitudines spectetur propriè proportio: mensus malleos, proportiones facilè animadvertit, quibus harmonica vocum intervalla constituerentur, et quibus dissona; quibus Concinna, et quibus Inconcinna. Statim enim à malleis ad chordarum transivit longitudines; ubi aures exactiùs indicant, quae partes chordae cum totâ consonent, quae ab illâ dissonent.

Proportionibus certis repertis, ut τῷ ὅτι, supererat, ut etiam causae, seu τὸ δι' ὅτι, indagarentur, cur hae proportiones concinna, suavia, consonaque intervalla vocum definirent, aliae proportiones dissona, abhorrentia ab auribus, insueta. Et itum fuit per annos bis mille in hanc sententiam, causas petendas à proprietatibus ipsarum proportionum, ut illae continentur sub terminis quantitatis discretae, scilicet Numerorum. Viderunt enim Pythagorei, perfectas constitui harmonias, si chordae aequè tensae proportionem habeant inter se longitudinis duplam, et si triplam, et si quadruplam, inter numeros 1. 2. et 1. 3. et 1. 4. Quae proportiones dicuntur in Arithmetica, Multiplices. Rursum paulò imperfectiores esse consonantias chordarum, quae faciunt proportionem sesquialteram, Hemiholiam; et sesquitertiam, Epitriton; sc. inter numeros 2. 3. et 3. 4. quae duae proportiones conjunctae, faciunt proportionem duplam, inter numeros 2. 4. vel 1. 2. minor verò, inter 3. 4. ablata à majori 2. 3. relinquebat ses-

Pythagorica philosophia de vi numerorum.

quioctavam, inter 8. 9. Et tantum deprehenderunt esse in'tervallum Toni, usitatissimum in omni cantu. Atqui numerus 8. est cubus de 2. et numerus 9. est quadratum de 3. Jam igitur hi erant in promptu numeri 1. 2. 3. 4. 8. 9. Cùm autem eadem unitas sit et quadratum suum, et cubus; Binarius verò quadratum suum haberet 4. et cubum 8. Ternario etiam praeter quadratum 9. adjunxerunt cubum suum 27. quòd existimarent, ad cubos usque progrediendum esse, propterea, quòd Mundus totus et vocalia omnia, non superficiebus constarent inanibus, sed solidis corporibus. Denique ex hoc initio tanta coaluit opinio Numerorum horum, propterea quod essent Primi, eorumque quadrati et cubi; ut Pythagorei totam Philosophiam ex ijs censuerint concinnandam. Nam unitas repraesentabat ipsis Ideam et Mentem et Formam, quia ut unitas individua est, eademque manet et quadratè multiplicata et cubicè; sic ideae quoque indivisibiles et universales essent et semper Idem. Itaque unitatem fecerunt symbolum Naturae Identitatis, Numeros verò caeteros, symbola Naturae Alteritatis. Binarius igitur alteritatem signabat et Materiam, quia divisionem ille admittit, ut et ista; et ut ille quadratè multiplicatus fit 4. cubicè 8. qui sunt numeri distincti à 2; sic materia instabilis et multiformis esse potest. Aliter, Binarius etiam animam signabat, quòd cùm Mens immobilis sit, aut motu uniformi sc. circulari gaudeat: Anima contrà multiplices motus à corpore excipiat, adque motus rectilineos, qui sunt in sextuplici differentia, magis familiariter se habeat. Denique Ternarius notabat illis corpus, compositum ex forma et Materia, sicut 3. compositus est ex 2. et 1. et quia corpora mundana tot habent dimensiones, quot Ternarius unitates.

1.
2. 3.
4. 6. 9.
8. 12. 18. 27.

Anima Pythagoreis est Numerus et Harmonia.

Neque tantum Symbola erant Numeri, trium principiorum, sed jam ipsa Anima componebatur ipsis ex hisce numeris, eorumque proportionibus omnibus, et subdivisionibus proportionum in sesquialteras, sesquitertias et sesquioctavas: ut Anima, vinculum Mentis et Corporis, esset in sua essentia nihil nisi Harmonia, exque harmonijs composita. Ad hoc dogma duxit illos procul dubio, consideratio ista, quòd Anima humana delectetur tantopere vocibus, quae aliquas proportiones harmonicas magnitudine sua formant et continent.

EXCVRSVS DE TETRACTY PYTHAGORICO

Ex principijs paulo antea expositis videtur eruendus esse ille Tetractys, fons perennis Animae humanae, per quem Pythagorei jurabant; meâ opinione sic, quod inter trium cuborum 1. 8. et 27. binos, verbi causa inter 1. et 8. duo medij proportionales sunt 2. et 4. Itaque numeri

quatuor 1. 2. 4. 8. quorum summa 15, vel 1. 3. 9. 27. quorum summa 40, faciunt illum Tetractyn. Duos autem proportionales habent bini cubici; sicut bini plani unum proportionalem, ut notum ex geometricis.[1]

Vel fuerit Tetractys iste 1. 2. 3. 4. 1. illud principium Numerorum; 2. Numerorum et Parium primus; 3. compositorum et Imparium primus; ducto jam 1. in 3. fit rectangulum 3. ut ex impari: ducto verò 2. in se ipsum, fit quadratum 4. ut ex pari, cujus etiam in factura longitudinem et latitudinem decet esse pares, sicut in illius rectangulo inaequales. Summa igitur ex 1. 2. 3. 4. est 10. et anima humana solet ad 10. numerare. Et sicut sunt 4. Numeri, totidem sc. quot erant in quarto unitates: sic etiam per eos, quatuor species harmoniarum existunt: inter 1. 2. Diapason, ut et inter 2. 4. et inter 1. 4. Disdiapason, quae sunt pro una; inter 1. 3. Diapason Epidiapente, quam habebant pro maxima systematis Harmoniâ, estque hic secunda; tertia inter 2. 3. Diapente; et quarta inter 3. 4. Diatessaron. Nec plures agnoscebant ipsi Harmonias.

Haec ex mea mente. At de eodem Tetracty paulò aliter JOACHIMVS CAMERARIVS, nec paulò rectiùs; nisi ipsum fefellit multiplex lectio veterum authorum: qui, in Graecis commentarijs ad aurea PYTHAGORAE Carmina, sic scribit.

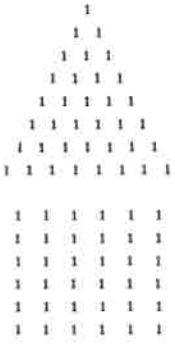
Primùm illi singulariter Denarium Numeri vocabulo designarunt. Quo sensu PLATO *in Phaedone dixit; quòd Numeri semissis universus sit impar. Describantur enim duo numerorum ordines ab unitate ad denarium alternis; erit unus ordo Imparium alter Parium, in hunc modum*

1. 3. 5. 7. 9. *(Summa* 25. *impar, quadratus quinarij, quot sc. erant*
2. 4. 6. 8. 10. *impares.)*

Vel omissa unitate, ut principio, et Denario ut singulariter dicto Numero, sic

2. 4. 6. 8.
3. 5. 7. 9. *(Summa* 24. *par.)*

Hoc illud aenigma; Imparia esse Paria. Singuli enim ex 3. 5. 7. 9. *sunt impares, at omnes sunt pari numero quatuor. (Et Summa* 24. *par.)*



Igitur Denarius peculiariter Numerus à Pythagoreis dictus, habet hoc proprium, quod colligitur ex unitate, ejusque continuis multiplicibus usque ad quaternarium. Fit enim Triangulum numerale aequilaterum, cujus basis est Quaternarius; vertex, unitas. Ex eo Pythagorici numerum omnem appellaverunt Tetractyn. Duplicatis enim primae Tetractyis lateribus, fit altera Tetractys Pythagorica, Numeri 36. *celebratissima et undiquaque utilissima penes ipsos, Trigonus sc. numericus, cujus basis est Octonarius. Itaque in multis*

12) unitatas 33) peculariter

demonstrationibus usi sunt numero 36. *maximè in Harmonicis. Nam in figurarum hujus Numeri dispositionibus inveniuntur hi numeri* 12. 9. 8. 6. *quibus numeris omnes Harmonicas Consonantias secundùm proportiones Intervallorum comprehensas esse demonstrarunt. Est enim Numerus* 36. *quadratus, ejusque latus* 6. *est Trigonicus, cujus latus* 8. *est Oblongus Rectangulus, cujus longitudo* 9. *et altera ejus longitudo* 12. *(novem enim quater, et duodecim ter faciunt utrinque* 36.*). Denique conjectis his* 6. 8. 9. 12. *in unam summam, existit Numerus* 35. *Harmonia dictus à Pythagoricis: cui unitas addita rursum absolvit Numerum* 36. *Amplius numerorum qui ex antecedentibus ordine naturali sunt collecti (id est ex trigonicis* 1. 3. 6. 10. 15. 21. 28.*)* 36. *primus (et solus intra* 1225*) est quadratus, habetque latus* 6. *primum perfectum* [1] *(compositum scilicet ex omnibus suis partibus aliquotis* 3. 2. *et* 1.*). Idem etiam conficitur multiplicatione duorum primorum quadratorum* 4. *et* 9. *Idem colligitur et componitur ex duobus primis cubis* 8. *et* 27. *cum unitate cubica. Propter usum tam multiplicem hujus Speculationis, Tetractys ista à Pythagoreis consideratione et admiratione digna fuit habita inter primas; itaque transsumserunt illam ad Physica, maximeque ad contemplationem Animae, nec minus ad Ethica, et admiscuerunt Theologica aliqua. Nam ut* EPIPHANIVS *ex* IRENAEO *contra Valentinianos ostendit, juramentum fecerunt Tetractyn: intelligebant autem per illa quatuor, Fundum, Silentium, Mentem, Veritatem. Etsi in Carminibus aureis, juramenti formula non est Tetractys ipsa, sed ille qui per Tetractyn exhibuit Animae perennitatem Essentiae. Animalem quidem Tetractyn* PLVTARCHVS *physicè explicavit; ut sit Sensus, Opinio, Scientia, Mens; addidit-que versum*

Fontem, Naturae quo turget vena perennis.

Mundanam verò Tetractyn licet accuratius in hunc modum intueri: quòd ab unitate, per Ternariam rationem productâ, unitate ad implendum intervallum in medium assumpta, Quaternarijsque circùm veluti lineis rectis septa, sic tandem Tetractys ista Denarium efficiat: cùm ipsa sit hoc pacto tertius Trigonorum in genesi. (Nam post unitatem, primus trigonus est 3. *cujus basis* 2. *secundus* 6. *cujus basis* 3. *quorum exteriores ternas lineas si duxeris per puncta illic duo, hîc tria, Trigonum adumbrantia, relinquitur in medio nihil; Tertius vero Trigonus* 10. *basi* 4. *si loco punctorum quaternorum, lineas singulas acceperit, exterius circumeuntes: relinquetur in medio punctum unum, quod ad nullam figurantium linearum pertinet, sed interius spacium, veluti cor aut nucleum, adumbrat.) Hac de causa Pythagorei Decadem*

Omnicapam Matrem, quae sepiat omnia circùm,
Cedere nesciam et Indomitam castamque vocarunt

ut ait PROCLVS. *Atque ipsa decem unitatum consummatio, sc. denarius ex hac Tetracty collectus, continere et absolvere, seu consummare exornationem*

totius universi, traditus est à Pythagoreis, quos et PLATO *sequitur. Nam* 1. *universitas facta est corporea et sensilis.* 2. *Continet omnia quae sunt in ipsa, indissolubiliter, per vinculum Analogiae seu commensus.* 3. *Tota est, quippe ex totis Elementis.* 4. *Rotundum ejus corpus est.* 5. *Ipsa est quae in seipsa patitur, et à seipsa, passiones omnes.* 6. *Movetur in circulum.* 7. *Animatum ejus corpus est.* 8. *Temporis effectrix est per revolutiones astrorum.* 9. *Habet sacra certa sidera; in Deorum numerum relata, quae Annum magnum, ut perfectum, conficiunt.* 10. *Vndiquaque perfecta est universitas rerum, habens in se animalia omnia, quatuor formis assimilata (astra coelo, aves aëri, pisces aquae, quadrupedes terrae). Hoc pacto ab unitate (ut Pythagorei,* Monadis ex antro*), progressio est usque ad Quatuor (ut illi* donec veniatur ad ipsam Tetrada divinam*), sicque denarium parit, matrem omnium uti diximus. Est autem unitatis progressus hujusmodi. Vnus enim est Mundus. Binarius signat primam in eo comprehensam multiplicitatem. Ternarius, vinculum et Nodum, coaptationi rerum necessarium: Nam ut duae solae res coeant in unum, seorsim à Tertio, non est possibile.* [1]

Quaternarius, est numerus Elementorum definitor et recensitor. Mundus enim est corpus solidum; solida verò duo, duabus semper medietatibus indigent, ut in continua proportione congruant. Horum verò (sc. 1. 2. 3. *et* 4.*) summa est denarius, de quo hactenus. Hic enim ornatus est universitatis, haec dos, qua dotavit illam factor ejus.*

HERMETIS TRISMEGISTI de Numeris philosophia.

Hactenus CAMERARIVS ex veteribus: quibus pleraque consentientia inculcat HERMES TRISMEGISTVS (quisquis ille fuit) filio suo TATIO: cujus haec verba, *Vnitas secundùm rationem Denarium complectitur, rursumque Denarius unitatem.* Deinde concupiscibilem Animae facultatem componit ex 12. ultoribus, seu vitijs Ethicis, ad numerum signorum Zodiaci, cui Corpus et hanc ad corpus vergentem Animae potentiam subjicit: Rationalem verò facultatem Animae ex Denario et ipse componit Virtutum Ethicarum. Sic quod Pythagoraei celebrant Tetractyn fontem Animarum, et CAMERARIVS plures ait fuisse Tetractyas, non illam solum, quae à quaternarij basi surgit ad summam 10. sed etiam aliam praecipuam, quae ab Ogdoadis basi ad verticem usque colligit summam 36: idem et TATIVS hic ex doctrina patris HERMETIS innuit, dum tempus ait fuisse, cùm ipse adhûc esset in Ogdoade, Octonario: Filium verò Pater ad Pimandrum remittit, de Octonario canentem; in quo sanè occurrit Octonarius habituum Animae Ethicorum, septem quidem respondentium planetis septem, ut apparet, initio a Luna facto; octavi verò divinioris et quietioris, ad sphaerae puto fixarum ideam. Omnia etiam geruntur per Harmonias; plurima inculcatio *Silentij*, plurima *Mentis*, *Veritatisque* mentio; proponitur et Antrum, Fundus,

10) Munadis

Penetrale, Crater Animarum, et caetera multa: ut dubium nullum esse possit, quin aut PYTHAGORAS Hermetiset, aut HERMES Pythagoriset. Accedit enim et hoc, quod HERMES Theologiam quandam tradit, cultumque divini numinis; saepe MOSIS, saepe Evangelistae JOANNIS in suo sensu paraphrastes, praesertim de Regeneratione, caeremoniasque discipulo certas inculcat; cùm idem de Pythagoraeis affirment authores, partem eorum Theologiae varijsque caeremonijs et superstitionibus deditam fuisse; et PROCLVS Pythagoricus Theologiam in Numerorum contemplatione collocet. Joan. 3.

Haec per digressionem: redeamus nunc ad Pythagoricam Harmonicarum proportionum demonstrationem.

Error Pythagoraeorum circa Numerum Harmoniarum.

Huic enim philosophandi formae per Numeros, tantopere fuerunt dediti Pythagoraei; ut jam ne aurium quidem judicio starent, quarum † tamen indicijs ad Philosophiam hanc initio perventum erat: sed quid concinnum esset, quid inconcinnum; quid consonum, quid dissonum, ex solis suis Numeris definirent, vim facientes instinctui naturali auditus. Stetitque tyrannis ista Harmonica usque ad PTOLEMAEVM; qui primus ante annos mille quingentos, sensum auditus contra Philosophiam Pythagoricam asseruit, recepitque inter concinna, non tantum suprà dictas proportiones, et sesquioctavam pro Tono, sed admisit ß etiam sesquinonam pro Tono minori, et sesquiquindeci|mam pro semitonio; nec tantum superparticulares alias addidit ab auribus probatas, ut sesquiquartam sesquiquintam; sed etiam ex superpartientibus adscivit aliquas; ut inter 3. 5. et inter 5. 8. et alias.

Error PTOLEMAEI circa Numerum Harmoniarum et Concinnorum.

Hoc pacto PTOLEMAEVS speculationem Pythagoricam de ortu proportionum harmonicarum ut impingentem emendavit quidem, at non omnino ut falsam, sustulit: quique aurium judicium suae dignitati restituit verbis et dogmate; idem tamen rursum deseruit, inhaerens et ipse contemplationi numerorum abstractorum. Causa enim numeri singularumque proportionum harmonicarum, ne sic quidem est adaequata suo effectui; sed in definiendis Consonantijs deficit, in Concinnis alijs excedit: Negat PTOLEMAEVS etiamnum, Tertias Sextasque, minorem et majorem (quae continentur his proportionibus 4.5. et 5.6. et 3. 5. et 5.8.) esse consonas, quod affirmant omnes hodierni Musici benè auriti; recipit vicissim proportiones 6.7. et 7.8. aliasque inter Concinna Musica intervalla, sic, ut Cantu procedente ab VT in FA, statuatur aliqua vox media inter RE et MI, in proportione, qua 7. medius est inter 6. et 8. quae notationis causa sit RI, et jam cani possit VT. RI. FA. sicut cani potest, VT. RE. MI. FA. quod est ab omnium hominum auribus et usu canendi abhorrentissimum; utcunque chordae sic attemperari possint, quippe quae, cùm sint inanimae, judicium suum non inter-

ponunt, sed manum inepti speculatoris, nullatenus repugnantes, sequuntur.

Error ejusdem in non causa, ut causa.

Praetereà, si maximè aequales essent latitudine, et illa causa, ex Numeris abstractis petita, et hic effectus, Consonantiae: possetque non absurdè videri archetypalis causa, testans de eo, quod Pater rerum, Mens aeterna, Numeros illos contemplata, Ideam inde desumpserit vocum intervallorumque; quae, ut Animis humanis placerent, conformatione Animorum procurandum ipsi fuerit: nondum tamen res adeò esset liquida, cur hi numeri 1. 2. 3. 4. 5. 6. etc. ad intervalla Musica concurrant, at 7. 11. 13. et similes non concurrant; nec hujus rei causam ex seipsis exhiberent numeri ut numeri. Nam causa illa de Ternario principiorum, et familiâ quadratorum et cuborum inde deductâ, causa est nulla; cùm quinarius ab illa exulet, qui sibi inter Musicorum intervallorum Ortum jus civitatis eripi non patitur.

Sed nec hoc satisfacit speculatori, quòd scit, Numeros 1. 2. 3. esse symbola Principiorum, quibus res Naturales constant. Intervallum enim, res est non naturalis, sed Geometrica; nisi igitur hi numeri aliud aliquid numerent, quod magis cognatum sit intervallis, nullam fidem philosophus adhibere poterit huic causae, sed eam, ut non causam, suspectam habebit.

His igitur de causis ego ab annis viginti in hoc elaborandum mihi censui, ut hanc Mathematices Physicesque partem illustriorem redderem, inventis causis talibus, quae ex una parte et judicio auri|um 9
satisfacerent, in constituendo Consonantiarum, caeterorumque Concinnorum Numero; nec ultra id quod aures ferunt excurrerent; ex altera verò parte clarum et apertum discrimen statuerent inter Numeros, qui formant intervalla Musica, interque alienos ab hoc negocio: quae denique respectu tam Archetypi, quàm Mentis, quae archetypo utitur ad conformandas illi res, cognationem cum intervallis haberent, eòque verisimilitudine clarissima niterentur. Cùm enim intervallorum Consonorum termini, sint quantitates continuae; causas quoque quae illa segregant à Dissonis, oportet ex familia peti continuarum quantitatum, non ex Numeris abstractis, ut quantitate discretâ: et cùm Mens sit, quae Animos humanos sic conformavit, ut hoc intervallo delectarentur (quae est genuina definitio consoni et dissoni) differentias quoque unius ab altero, et causas, quibus haec intervalla fiunt harmonica, mentalem et intellectualem essentiam habere oportet: nimirum hanc, quod termini consonorum intervallorum propriè scibiles sunt; dissonorum, aut impropriè scibiles, aut inscibiles. Nam si scibiles illi, in Mentem igitur venire, et ad conformandum archetypum adscisci possunt: sin autem inscibiles (eo sensu, qui libro primo explicatus est)

manserunt igitur foris extra Mentem Opificis aeterni, nec ullatenus ad Archetypum concurrerunt. Sed de his jam plura, ubi doctrinam hanc ipsam per sua capita tradiderimus: quam incipiamus cum Deo; de Cantu quidem ubique sermonem habentes, id est de intervallis harmonicis non abstractis, sed cum sono concretis: mentis verò eruditis auribus ubique abstracta à sonis intervalla subaudiemus; utpote, quae non tantum in sonis inque Cantu humano, sed etiam in alijs rebus sono carentibus, suam pariunt gratiam: ut quarto et quinto libris audiemus.

CAPITA LIBRI III.

10 *Caput I. Ortus Consonantiarum ex causis suis proprijs.*
Caput II. De septem Chordae sectionibus Harmonicis, totidemque formis consonantiarum Minorum.
Caput III. De medietatibus Harmonicis; et Trinitate consonantiae.
Caput IV. Ortus et denominatio intervallorum usualium seu concinnorum.
Caput V. Sectio et Denominatio Consonantiarum per sua intervalla usualia.
Caput VI. De Cantus Generibus, Duro et Molli.
Caput VII. Proportio omnium octo sonorum usualium unius diapason.
Caput VIII. Abscissio Semitoniorum, et Ordo Minimorum intervallorum in Diapason.
20 *Caput IX. De Diagrammate, Lineis, Notis, Literisque sonorum indicibus; de Systemate, Clavibus et Scala Musicâ.*
Caput X. De Tetrachordis et Syllabis, ut, re, mi, fa, sol, la.
Caput XI. De Compositione Systematum majorum.
Caput XII. De Consonantijs adulterinis, ex compositione ortis.
Caput XIII. De Cantu concinno simplici.
Caput XIV. De Modis seu Tonis.
Caput XV. Qui modi, quibus serviant Affectibus.
Caput XVI. De Cantu figurato seu per Harmoniam. [1]

10

CAPVT I

30

DE CAVSIS CONSONANTIARVM

Definitio

Cum veteres usi sint his vocibus, Μονόφωνον, Ἀντίφωνον, Ὁμόφωνον, Διάφωνον, Σύμφωνον, Ἀσύμφωνον, nobis Dissonum idem sonabit, quod Ἀσύμφωνον, Consonum idem quod Σύμφονον, cujus sunt differentiae, Identicum, quod pro Ὁμοφώνῳ usurpabimus; et non Identicum, quod pro Διαφώνῳ. Et Identici erunt duae species, unisonum, et Identicum ex opposito.

Definitio

In Geometria differunt vocabula Pars et Partes. Pars enim dicitur, cujus est Totum secundùm certam proportionem Multiplex, puta duplum, triplum, quadruplum; Partes verò, quando non solum et unicum Totum, sed aliqua Totorum multitudo fuerit illarum Multiplex. Ut, una septima, dicitur Pars, quia totus circulus, est septuplum hujus partis: at tres septimae dicuntur non Pars sed Partes, quia summa trium circulorum, est septuplum hujus arcus.

Hic verò nos hac distinctione non utemur; sed Partem dicemus tam unam quàm alteram dictarum portionum; hoc est, omnis portio longitudine effabilis, dicetur nobis Pars; cum hac tamen restrictione, si fuerit non major semicirculo.

Residuum verò illud dicetur, quod ablatâ portione effabili à Toto, remanet, non minus existens semicirculo.

Valde necessaria est distinctio Residui à Parte, quia potest esse Pars consona, ejusque Residuum dissonum, ut videbimus.

Definitio

Chorda hîc sumitur non pro subtensâ arcui circuli, ut in Geometria, sed pro omni longitudine, quae apta est ad sonum edendum; et quia sonus per motum elicitur; in abstracto chorda intelligenda est de longitudine motus cujuscunque, vel de quacunque alia longitudine, etiam mente conceptâ. [1]

Axioma I

Diameter circuli, et latera figurarum Radicalium lib. I. explicatarum, quae propriam habent demonstrationem, determinant partem circuli, consonantem cum toto circulo.

Quomodo circulus tendi possit, ut sonitum edat, et quomodo affigendus cavo corpori, ut resonantia existat, vel ab uno signo, ut totus sonet, vel à duobus, ut partes; id longum hic erit explicare; sic tamen exordiendum fuit, quia non tantùm de cantu agitur, qui est harmonia cum sonis concreta, sed etiam subintelligi debet intervallum abstractum à sonis. Quod cantum attinet, sufficit chordam in rectum extensam sic dividi posse, ut dividitur, cùm est in circulum contorta, à latere figurae inscriptilis.

Corollarium

Consonantiae infinitae sunt, quia figurae demonstrabiles infinitae.

Nondum autem est tempus dicendi de concordantiarum delectu, qui sese non profert valde porrò. Pythagorei hîc in numeris suis, ut causis, quaesiverunt

11) sit

metas magnitudinis intervallorum consonorum, quas solus humanus auditus illis figit, qui non est infinitae potentiae. Est igitur illa coarctatio numeri concordantiarum Harmonicis intervallis abstractis tantùm accidentaria, non verò causalis. Ipsi etiam hodierni Musici metas Pythagoricas egrediuntur; ut de Harmonijs coelestibus jam taceam.

Axioma II

Quo gradu lateris demonstratio distat a primo, eodem gradu et partis circuli, per latus rescissae, consonantia cum toto circulo, recedit ab unisoni consonantia perfectissima: seu quae sors est figurae, cujus est latus, inter figuras caeteras; eadem sors est consonantiae illius, inter caeteras.

Hoc axioma inferius usurpabitur ad delectum concordantiarum habendum, causâ suavitatis.

Axioma III

Latera figurarum Regularium Stellarumque indemonstrabilia, determinant partem circuli, dissonantem à toto circulo; sic etiam latus figurae demonstrabile quidem, sed non per se, nec demonstratione propria. Vel pro defectu demonstrationis propriae, accerse ex Lib. II. defectum congruentiae: utroque modo excluditur Quindecangulum.[1]

12 *Hoc axioma absolvet integritatem causae concordantiarum, quam ego substituo, repudiatis Pythagoreorum numeris abstractis.*

Corollarium

Dissonant igitur hae partes										à Toto	
1.	2.	3.	.	.	.	.	.	.	.	7	
1.	2.	—	4.	.	.	.	.	.	.	9	
1.	2.	3.	4.	5.	.	.	.	.	.	11	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	.	.	.	.	13	
1.	—	3.	—	5.	—	—	.	.	.	14	
1.	2.	—	4.	—	—	7.	.	.	.	15	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	.	.	17	
1.	—	—	—	5.	—	7.	—	.	.	18	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	.	19	*Et sic in infinitum.*

Axioma IV

Figurae, quae cognatas habent demonstrationes laterum, pariunt etiam cognatas Harmonias.

Per hoc axioma probabitur origo et causa Proportionum Harmonicarum ex superfluo.

Axioma V

Chordae vel arcus circuli, tensionis aequalis, habentes inter se, causâ longitudinis, eandem proportionem, quae est inte_ Partem vel Residuum circuli et Totum circulum; Consonantiam etiam vel dissonantiam habent eandem, licet inter alios terminos vel sonos illa contineatur.

In abstracto sic intelligatur, quòd circulus cum parte sua, constituat proportiones certas Harmonicas: quae in quibuscunque inveniantur terminis alijs, seu sonis, seu motibus mutis, semper sint Harmonicae.

Additur autem hoc Axioma ideò, quia non omnes Proportiones Harmonicae immediatè ex ipso circulo oriuntur, primâ statim ejus sectione per figuram Regularem, sed accedunt aliquae ex se prioribus propagatae, usque ad certam Metam: ut in propositionibus videbimus.

Vsus Axiomatis est in Propos. VII. VIII.

Axioma VI

Cùm duae Chordae sonos ediderint Identicos, vox [1] tertia, consonans earum uni, consonabit et alteri; dissonans verò ab unâ, dissonabit et ab altera, qualibuscunque diversis etiam consonantijs vel dissonantijs.

Nota in subjecto poni speciem Identisoni, in Praedicato Genus Consoni; ut haec duo intelligamus; Primò, non sequi, Duae consonant qualitercunque, ergò et tertia consonat utrique, vel dissonat ab utraque. Hoc enim est falsum de Genere, verum verò de specie Identisonorum: deinde, nec hoc sequitur, si tertia consonat uni Identisonorum aliquâ certâ consonantia, consonabit et alteri eâdem specie consonantiae; hoc enim non semper verum esset, quod declarabo exemplo, licet ex anticipato. Sint duae voces, facientes diapason G et g; sit tertia d, illa facit cum G diapente; ergo etiam cum g consonat, at non per Diapente, sed per diatessaron.

Vsus autem praecipuus hujus axiomatis est Prop. IV.

Axioma VII

Cum duae Chordae vel Voces ediderint sonos Identicos, vox tertia existens cum illarum unâ Identisona, etiam cum illarum alterâ Identicè consonabit.

Quod in priori axiomate generaliter non potuit affirmari, id jam in specie verum est de Identisonantia.

Vsus est in Prop. III.

Causa Harmoniarum Metaphysica.

De his igitur Axiomatibus, praesertim de quinque prioribus, speculatio est sublimis, Platonica, Fideique Christianae analoga, ad Metaphysicam, adque doctrinam de Anima spectans. Geometria enim, cujus partem hûc spectantem libri duo priores sunt complexi, Deo coaeterna,

inque Mente divina relucens, exempla Deo suppeditavit, ut in hujus libri praeambulo dictum, exornandi Mundi, ut is fieret Optimus et Pulcherimus, denique Creatoris similimus. Dei verò Creatoris imagines sunt, quotquot Spiritus, Animae, Mentes, suis singulae corporibus sunt praefectae, ut illa gubernarent, moverent, augerent, conservarent, adeòque et propagarent.

Cùm igitur typum quendam Creationis sint complexae suis munijs: leges etiam cum Creatore easdem observant operis, ex geometriâ desumptas: gaudentque proportionibus ijsdem, quibus Deus est usus, ubicunque illas invenerint, sive nudâ speculatione, sive interpositis sensibus, in rebus sensui subjectis; sive etiam sine discursu Mentis, per occultum et concreatum instinctum: sive Deus ipse proportiones hasce in corporibus et motibus expresserit invariabiliter; sive quadam Geometricâ necessitate materiae in infinitum dividuae, motuumque per materiae quantitatem, inter infinitas proportiones non harmonicas, occurrerint etiam harmonicae istae suis temporibus, et sic non in ESSE, sed
14 in FIERI consistant. Nec tantum gaudent Mentes, [1] Dei imagines, proportionibus ijs: sed utuntur etiam ijsdem pro legibus ad peragenda sua munia proportionesque, easdem in motibus suorum corporum, quâ licet, exprimendas. Exempla luculenta duo proferent libri sequentes, unum ipsius Dei Creatoris, qui proportionibus harmonicis dispertitus est motus coelorum; alterum Animae illius, quam Naturam sublunarem dicere solemus, cientis Meteora ad praescriptum proportionum, quae occurrunt in Radiationibus Astrorum. Tertium igitur et hujus libri proprium exemplum esto Animae humanae, adeòque et pecudum quadamtenus. Illae enim perceptis proportionibus Vocum harmonicis gaudent, non harmonicis tristantur; à quibus Animae affectibus illae (Harmonicae) Consonantiae indigetantur, hae (non harmonicae) Dissonantiae. Quod si accesserit etiam altera proportio harmonica, vocum sonorumque longorum et brevium, causâ temporis; tunc illae corpora sua saltationibus, linguas pronunciationibus ad easdem leges movent: huc opifices Malleorum ictus, huc milites gressum accommodant; vivunt omnia, durantibus Harmonijs, torpescunt ijsdem disturbatis.

Haec et similia, Consilij sint, Instinctusve, hoc est Mentis opus: an etiam Naturae Elementorum, Materiaeque necessitate fiat, ut temperies sensibus commoda nulla possit esse; nisi quae constet proportionibus figurarum harmonicis; id variè disputatum fuit à philosophis: quaerentibus omnibus, unde existat illa suavitas, quae auribus allabitur ex proportione vocum, quâ suavitate Consonantias definimus. Qui ad Materiam et Motum Elementorum inclinant, exemplum afferunt hoc, per se quidem sanè quàm mirabile, quòd Chorda pulsata chordam aliam non

Experimentum mirabile in chordis.

pulsatam secum in sonitum trahit, si tensa fuerit sibi consonè, dissonè tensam immotam relinquit. Hoc cùm non possit ullius Mentis ministerio fieri, quia sonus, hoc causatus, Mentem aut intellectum non habet; sequitur ut id contemperatione motuum fieri dicamus. Sonus enim Chordae, habet acumen vel gravitatem, à celeritate vel tarditate vibrationis, qua tota chordae longitudo libera vibratur; nec insunt hae sonorum differentiae primò et immediatè in ipsa longitudine vel brevitate; sed secundariò, quia scilicet cum longitudine diminutâ tarditas vibrationis diminuitur, celeritas augetur. Inde est, quòd manente eâdem chordae longitudine liberâ, tensio ipsa sonum acuit, quia minus laxam chordam relinquens, diminuit etiam spacium, per quod illa reciproco motu vibrari possit.

Cùm igitur duarum chordarum fuerit eadem tensio, sic ut unisonum reddere possint, tunc sonus unius, id est species immateriata corporis chordae, constitutae in vibratione, delapsa à sua chorda, ferit chordam alteram; sicut si quis boatum edat versus Chelyn, aut aliud cavum; eo boatu percutit id cavum, facitque resonare chordas ejus omnes: ferit autem illa vibrationis species chordam alteram eodem rhythmo celeritatis, quo movetur et haec, quia aequè tensa; ut ita singuli ictus (in quos vibratio divisa esse intelligitur) in singulas per|cussae alterius chordae cessiunculas perpetuò incidant; ita fit ut omnium maximè moveatur illa chorda, quae ad unisonum est tensa cum primâ: movetur verò et illa chorda, quae duplae est aut subduplae celeritatis, quia duo vibrationis ictus in unâ chordae cessiunculâ absolvuntur, et sic semper ictus à priori tertius quisque, congruit in unius cessiunculae extremum; movetur denique et illa chorda non nihil, quae est sesquialterae celeritatis, quia tres ictiunculae fiunt in duabus hujus cessiunculis: sed jam incipiunt invicem obviare crebriùs illi ictus et hae cessiunculae, seque mutuò impedire; dum duo illius ictus à fine cessiunculae hujus aberrant, unus solus incidit congruè: quo occursu motus chordarum caeterarum sistitur, non secus ac si quis digitum vibratae admovisset. Haec mihi videtur causa mirabilis hujus experimenti: qui me foelicior est indagine mentis, ei palmam dabo.

Qualis causa voluptatis ex concentibus?

Quid igitur? si celeritas chordae unius valet ad motum chordae alterius proportionatae, quae, quoad visum, manet intacta: an non eaedem celeritates duarum chordarum inter se, valebunt ad titillationem auditus suavem, propterea, quòd is quodammodo uniformiter ab utraque chordâ movetur, duoque ictus à duobus sonis seu vibrationibus in idem momentum competunt? Nequaquàm verò, inquam ego, ita facilè transigitur cum hac re; mirorque PORPHYRIO commentatori super Harmonica PTOLEMAEI, tale quid circa hujus rei causam satisfacere potuisse;

cum profundissimae indaginis philosophus sit. Nisi quod verisimile, difficultate perquirendae causae cohibitum fuisse, quo minus quantum vellet, penetraret; satiusque putavisse, aliquid prodere, quàm penitus tacere, quod turpe Philosopho esse dictitant. Nam quae quaeso proportio titillationis auditus, rei corporeae, ad incredibilem illam voluptatem, quam ex harmonicis Consonantijs intus in animo penitissimè percipimus. Nonne si qua voluptas est ex titillatione, de ea voluptate primas tenet membrum, quod titillationem sustinet? Sic enim definiendus mihi visus est sensus omnis, in Dioptricis, quòd ea demum sit absoluta sensio, voluptatem aut dolorem pariens, cùm species Membri sensioni destinati, ut id est affectum ab externa re, venit introrsum ad sensus communis tribunal, commeatu spirituum. Jam verò in auditione consonantium vocum vel sonorum, quae quaeso partes voluptatis in auribus haerent? Nonne dolemus interdum ab auribus, dum inhiamus huic auditioni, et manum opponimus clangoribus nimijs, nihilo tamen minus pergimus ad percipiendas consonantias, et cor nobis subsultat? Adde quòd haec ratio à motu deducta, potissima est in unisono: suavitas verò non praecipua in unisono, sed in alijs Consonantijs, earumque compositione. Multa possent afferri ad destruendam hanc allatam rationem suavitatis ex Consonantijs; quae mitto in praesens curiosiùs conscribere: Illud unicum inculco, quod jam supra tactum à me, possit esse loco omnium, quòd Opera Motusque corporum, aemuli proportionum harmonicarum, ab Animae, Mentisque partibus stent, ijs causam assignantes, cur Consonantiae delectent. Nec abhorret authoritas [1] Veterum; qui Animam nunc Motum, nunc Harmoniam definientes, non tam absurdè locuti sunt, quàm ineptè excepti: cùm in rebus difficilibus, Mystici plerumque sensus lateant, sub verborum cortices reconditi. TIMAEI quidem Locrensis philosophia, quomodo composita sit anima ex proportionibus Harmonicis, de qua in praeambulo, refutata est ab ARISTOTELE in eo sensu, ut sonant verba: non ausim tamen affirmare, nihil in ijs pagellis latere, nisi quod sonant verba: imò negaturum puto neminem, quin is author hoc ad minimum teneat, quod hîc astruo, Mentem esse, Animumque humanum, cujus seu judicio seu instinctu, sensus auditus proportiones suaves, hoc est consonas, ab insuavibus et dissonis discernat: quippe qui hoc diligenter expendit, Proportiones esse Rationis Entia, ratione sola, non sensu, perceptibilia, et proportiones ceu formam, à re proportionata, ceu materiâ, distinguere, Mentis opus esse.

Quid sensus?

Causam suavitatis Harmoniarum ex Mentis approbatione petendam.

Cùm autem duas Figurarum Regularium proprietates explicaverimus, Demonstrabilitatem scientificam Laterum in singulis, et Congruentiam inter se totarum junctarum, non ejusdem planè latitudinis utramque: de Demonstratione quidem Axiomata nostra sonant potissimùm, quia

Ex figurarum Demonstratione scientifica.

haec magis familiaris est proportionibus motuum, ex quibus etiam soni existunt.

Nam Congruentia inest figuris ut totae sunt; motus verò (quibus accidunt proportiones harmonicae) figurae, à qua derivantur, latera in rectum extendunt (cùm plerique omnes ut rectilinei considerentur) et sic figuram suam, ut serpentes Matrem, perimunt et destruunt. Figura in quantum congrua, circulum integrum distinguit in partes: proportiones harmonicae circulum distinctum in rectum extendunt, distinctionis à figurâ factae actum delent. Sic consonantiae cum figuris demonstrabilibus in infinitum excurrunt; Figurae congruae Numero duodenario finiuntur. Denique distinctionem circuli quaelibet figura facit unicam; at partes in circulo constitutae duas semper faciunt cum Toto Consonantias.

Et congruentia.

Etsi verò potior in hoc tertio libro, ratio erit demonstrationis scientificae laterum, quàm Congruentiae figurarum totarum: haec tamen propter magnam cognationem in loco non erit negligenda. Primùm enim Latina significatio vocis, Congruentia, si omnia excutias, idem sonat, quod Graeca vox Harmonia, de quibus hoc libro agemus: nisi quod usus voces has è rebus subjectis parumper distinxit: deinde Congruentia figurarum conciliat motibus (de quibus hoc et quinto libro), aliquam Congruentiam. Tertiò etsi non tam ad figuram totam respicimus, quàm ad unum ejus latus; quamque id partem rescindit, ea Consona est: at simul et hoc verum, quòd non tam id consideremus, quanta pars circuli sit intercepta, quàm, cujusmodi figurâ id sit factum, demonstrabili et congruâ, an contrariâ. Nam figura quaelibet, ex angulis suis, ex quibus libro II. Congruentiam sortiebatur, adepta est et demonstrationem, libro I. Non est igitur ab Harmonijs auferendus respectus Congruentiae figurarum.[1]

Propositio I *17*

Dimidij cum Toto Consonantia post unisonum, sola est in primo gradu simplex, perfecta et Identica, scilicet ex Opposito.

Nam quod figuratum est, id ex diversis est compositum, non igitur vel simplex vel Identicum. Figura enim habet aream, et partes secundum eam, et angulos situ differentes. Quod verò figuratum non est, quod scilicet areae latitudine caret, et secundùm eam et partibus, et angulis, existens una mera linea recta, eaque aequalis Mensurae propositae: id ob haec ipsa et simplex est, et idem cum Mensura, hoc est identicum. Illiusmodi verò sunt Figurae Regulares, circulo inscriptae; hujusmodi Diameter circuli. 1. *Figurarum enim omnia latera deflectunt aequaliter à centro; Diameter per ipsum centrum ducitur.* 2. *Mensor, circulum ab uno puncto cum latere figurae dividens, ubi perrexerit hoc faciendo aliquoties,*

sic tandem cum altero lateris termino redit ad punctum primum; Diameter verò per centrum ipsum transiens, prima statim repetitione redit ad initiale punctum. 3. *Figurae reliquae et longitudinem habent laterum, et superficiem areae, quam circumdant; diameter nullam plani partem circumdans includensve, repetitionibus iteratis, in seipsam secunda vice tota coincidit.* 4. *Figurae caeterae circulum dividentes, faciunt partes multas: Diameter facit partes minimo omnium numero, sc. tantum duas: nec enim partitura totum, pauciores duabus facere omninò potuit.* 5. *Cùmque Diameter sit illa mensura, ad quam Latera figurarum comparanda sunt, Notionis et demonstrationis causâ; Latera quidem figurarum reliquarum operosius describuntur, imperfectiorique demonstrationis gradu in actum scientiae perducuntur: at diameter circuli simplicissimâ lege describitur, ductu per centrum, ab uno circuli puncto ad oppositum, aequatque ipsa seipsam, suique ipsius Mensura est.* 6. *Figurarum etiam Latera in divisione una circuli, seu in absectione Partis, faciunt portiones inaequales, et Partem minorem Residuo: diameter Partem absectam relinquit aequalem Residuo. Haec verò proportio aequalitatis pura est et simplex et perfecta; quia partes, quae sunt inter se aequales, illae causa Mensurationis idem sunt.* 7. *Denique figurae caeterae circumferentiam quidem circuli dividunt in partes aequales aliquammultas, at aream circuli in partes inaequales, quia relinquitur in medio una, sc. area figurae, major quolibet segmentorum: diameter non circumferentiam tantùm, sed simul etiam aream in duo dividit aequalia.*

Sed per Axioma II. Lateris seu lineae, quae circulum dividit consonanter, ingenium transit in consonantiam ipsam. Ergò Partis, quam de circulo rescindit diameter, id est, semicirculi cum toto circulo Consonantia, est simplex perfecta et identica. Et per Axioma V. etiam omnes aliae longitudines, quae sunt inter se ut Totus circulus ad sui dimidium, faciunt eandem, id est Identicam perfectam et simplicem consonantiam. Et in Numeris (non planè quidem abstractis et numerantibus, sed longitudinibus numeratis) Proportio dupla, inter sc. 1. *et* 2. *ut et inter eorum aequè multiplices, gignit Consonantiam Identicam.*

Nota hîc, quemadmodum diameter per omnes simplicitates et perfectiones
18 *suas, non tamen tam simplex est, ut punctum; sed manet linea, duobus circu*[1]*li punctis terminata, circulum secans in locis oppositis, et partes duas constituens; et quemadmodum istae partes, licet inter se sint aequales, singulae tamen suo toto sunt minores: sic etiam Consonantia identica, non est tamen unisonus, et vocum licet identicè Consonantium altera tamen minor est, altera major; illa scilicet acuta, haec gravis, illi ex opposito veluti respondens: unde Consonantia haec ex Opposito Identica dicitur.*

Habes igitur causam genuinam ex diametro circuli, cur sonus chordae totius cum sono Chordae dimidiae, quamvis inter se diversi sint, ab auditu tamen respectu concordantiarum caeterarum quodammodò pro eodem habeatur.

Frustrà alij causam hujus Identisonantiae petunt ex numero vocum octo, cùm Identisonantia sit naturâ prior divisione intervalli hujus in Concinna septem, quibus soni octo designantur.

Nondum autem tempus est, huic consonantiae Nomen dandi, uti neque caeteris: differendum enim hoc est in Caput V.

Nota tamen et hoc, quod identicè consonent etiam aliae Partes, quae non constituuntur per diametrum: sed non in primo gradu, nec ut per figuras, sed ut per propagationem, de qua sequentes sunt propositiones.

Propositio II

Si duarum circuli partium minor ad majorem sic habuerit, ut major se habet ad totum circulum, proportione aliâ quàm duplâ continuè: tunc majore consonante cum circulo toto, minor pars à toto dissonabit.

Nam post duplam est tripla: tripla verò continua, constituit loco tertio partem totius circuli Nonam, Quintupla Vicesimam quintam; Sextupla implicat Nonam, Decupla vicesimam quintam, quia 6 *sexies sunt* 36. *quod est quater novem, et* 10. *decies sunt* 100. *quod est quater* 25. *Et sic etiam de caeteris. Atqui Nona, et* 25*ta, et similes dissonant à toto, per Axioma III. Vide libro primo prop. XLVII.*

Propositio III

Chordae in proportione continue dupla, consonant inter se omnes identicè, distantiores tamen, gradu remotiori.

Habent enim inter se mutuò tres proximae, ut totus circulus et dimidium, et quarta pars se habent inter se mutuò. At cum toto circulo tam dimidia, quàm quarta pars consonant, per Ax. I. Cum dimidio verò consonat et quarta, per Ax. V. Quare omnes tres proximae inter se consonant. Identica verò est consonantia etiam partis quartae cum toto circulo, quia Totus et dimidium ejus consonant identicè, per Prop. I. Sic etiam pars quarta cum dimidia, per eandem: quare per Ax. VII. etiam Quarta pars cum Toto circulo identicè consonat; et per Ax. V. quodlibet quadruplum cum simplo.

Jam verò quae ratio est primae secundae et tertiae proportionalium, eadem[1] *erit et secundae tertiae et quartae; et sic continuè trium inter se proximarum.* 19 *Omnes igitur proportionales in dupla continua proportione, consonant inter se identicè.*

Nota igitur in talibus, discrimen Consonantiae in genere, et Identisonantiae in specie. Consonant Partes Quarta, Octava, Sedecima et similes etiam propter Axioma I. et figuras, Tetragonum, Octogonum etc: identicè verò consonant, propter accedentem propagationem hujus sectae figurarum ex bisectione circuli.

Nam si absque hac propagatione fuisset; non fuissent identicae earum consonantiae. Cùm enim figurae omnes faciant vel multas partes circuli, si aequales;

vel inaequales, si tantum binas; cùm aream comprehendant; nec circuli aream in aequalia dividant; nec earum latera per centrum ducantur; nec in seipsa recidant; nec aequentur diametro: Consonantiae etiam ex figuris Tetragonicae sectae ortae, dilatassent se quodammodo in auditu, et distendissent animum varietate et diversitate vocum manifesta; ut faciunt consonantiae, quae sunt à figuris caeteris, numero non pariter pari laterum constantibus: per prop. I.

Non omnis tamen vis adempta est huic figurarum sectae, variandi consonantias, et deflectendi illas à puritate Identisonantiae (sicut ipsae à simplicitate Diametri recesserunt). Primum enim etsi Partis circuli à figura rescissae Consonantia convertitur in meram Identisonantiam (propter dictam propagationem partium circuli, à prima omnium bisectione); tamen gradus Identisonantiae fiunt remotiores, semper enim minor cum proxima se majore consonans ex opposito identicè, fit acutior, multiplicatis oppositionum vicibus; itaque semper augentur vocum intervalla. Secundò, in Parte quidem manet Identisonantia (ut in sectione per diametrum): at in Residuo nequaquam; fit enim Residuum hoc semper in figuris posterioribus seipso deterius, quantum ad Naturam Harmonicam. Sed de Residuis talibus sequuntur Propositiones peculiares.

Et vicissim, non sola Tetragonica secta, Identicas gignit consonantias; sed etiam sectae ceterae, in quantum participant bisectione, in tantum etiam Identicas faciunt consonantias; semper enim Pars circuli rescissa à latere figurae posterioris, cum Parte à Prioris latere rescissâ consonat identicè; ut docent propositiones reliquae. Ita constat Analogia omnibus suis membris.

Vsus hujus Prop. est in sequenti.

Propositio IV

Chorda quae consonat cum alterutra Multiplicium proportionis duplae continuae, consonat et cum reliquâ: et si ab una dissonat, etiam ab alterâ dissonat.

Nam per Pr. III. soni continuè duplarum sunt inter se identici. Quod verò Identicarum chordarum uni consonat; et alteri consonat: et caetera, per Ax. VI.

Hujus propositionis causâ positum fuit Axioma VI. et servit haec propositio jam Partibus et Residuis circulorum examinandis. Caveant scioli à contractione Propositionum et Axiomatum: nulla n. Tautologia est, omnia necessaria: involvet se, quisquis rem breviùs transigere voluerit.[1]

Propositio V

Etsi latera Stellarum demonstrabilia caetera, propter demonstrabilitatem, eodem jure consonas Toti partes in Circulo determi-

19) vicissiim

nant, quo jure id faciunt figurae illarum radicales, ut est in Axiomate primo: excipiuntur tamen illa, quae partem circuli absecant constantem numero (partium quas fecit figura radicalis) proprio alicujus figurae indemonstrabilis: quando Partis et Totius numeri fuerint inter se Primi.

Prima hujus propositionis pars est axioma; quod ne nimium generale fieret, per secundam propositionis partem restringendum fuit. Demonstratur autem sic. Esto namque circulus divisus à figura demonstrabili, verbi causa ab Icosigono: Esto jam stella Icosigonica, cujus latus subtendat novem vicesimas ab Icosigono factas; sic ut 9. *et* 20. *sint inter se Primi. Cùm ergò Pars absecta sit de circulo: illa minor sanè erit quàm Totum: at poterit esse major, quàm totius dimidium vel quarta vel octava; idque eò usque dividendo, quoad aliqua totius pars continuè subdupla, fuerit minor dimidio hujus, de qua agimus, Partis: ut quia in exemplo nostro Totum est* 20. *pars, de qua agimus,* 9. *sumatur totius dimidium* 10. *iterumque dimidium hujus* 5. *et tertio* 2*s. octava Totius. Haec jam est minor quàm dimidium ipsius* 9. *Habet ergò se pars nostra* 9. *ad octavam totius circuli* 2*s., ut circulus divisus figurâ indemonstrabili ad aliquam suae divisionis partem, sc. ut* 18. *ad* 5 *: quinque autem octodecimas, Axiomatis III. Corollarium pronunciavit dissonare à toto* 18. *Quare per Axioma V. nostrae divisionis pars* 9. *dissonabit ab Octava circuli (divisionis nostrae partibus* 2*s.) : dissonabit ergo per Prop. IV. pars nostra* 9. *etiam à toto circulo* 20. *quamvis ejus subtensa sit demonstrabilis; sed remotissimo gradu, etiamque stella ejus ex incongruis est.*

Propositio VI

Residua circulorum vel chordarum, post abscissas Partes consonas Toti, si sunt partis suae consonantis continuè dupla, consonant et cum parte abscissa, et cum toto circulo vel chorda.

Cum abscissa per Prop. I. cum toto per Prop. IV.

Propositio VII

Si tale Residuum habuerit eandem proportionem ad circuli vel chordae dimidium vel quartam partem, quam Totus circulus habet ad aliam aliquam Partem sui consonam; consonabit etiam cum Toto circulo; si ut ad portionem dissonam, dissonabit.

Circulus enim totus, ejusque dimidium, et pars Quarta, sunt in proportione continuè dupla: quare (per Pr. IV.) quae residua Parti tali circuli consonant, consonant et toti; et quae ab illa dissonant, etiam ab hoc dissonabunt. At consonant Parti tali Residua illa, quae proportionem eandem habuerint ad illam, quam [1] *Totus ad quamcunque partem consonam: dissonantque à Parte tali,*

1) Axiote

quae proportionem ad illam habuerint, quam circulus ad quamcunque partem dissonam: idque per Axioma V.

Ergo talia Residua consonant et Toti circulo; contraria dissonant à toto circulo.

Haec prop. est propter sequentem Prop. VIII.

Propositio VIII

Ad abscissam vero Partem si proportionem eandem habuerit Residuum, quam Totus circulus ad Partem quamcunque consonam; consonat etiam cum abscissa, sicut priori propositione cum Toto consonabat: sin eam, quam Totus ad aliquam dissonam Partem; dissonabit et ab abscissa parte et à Toto.

Primum membrum nititur Axiomate V. ut et posterioris membri particula una, quod Residuum dissonet à Parte abscissa. Quod verò tale Residuum dissonet etiam a Toto, sic probatur.

Capit enim id, in dicta proportione, locum totius circuli per figuram indemonstrabilem divisi: quare etsi Residuum tale, est minus toto circulo, cujus est Residuum; at majus tamen est semicirculo, ex definitione Residui. Quod si majus est semicirculo suo: quarta igitur circuli sui pars, quippe dimidia semicirculi, minor est Residui hujus dimidio. Quare ut Residuum ad circuli sui quartam; sic erit aliquis circulus divisus à figura indemonstrabili, ad aliquam suam partem divisionis illius. At dissonat totus talis circulus à tali sua parte per Ax. III. Dissonabit igitur et dictum Residuum, à circuli sui quarta, per Ax. V. Dissonabit igitur etiam à toto suo circulo, per Prop. VII.

Corollarium ad has propositiones.

Sunt ergo

Consonae Partes	Consona Residua	Dissonae Partes	Dissona Residua	Respectu Totius
1.	1.	. . . . .	. . . . .	. . 2.
1.	2.	. . . . .	. . . . .	. . 3.
1.	3.	. . . . .	. . . . .	. . 4.
1. 2.	3. 4. . . .	. . . . .	. . . . .	. . 5.
1.	5.	. . . . .	. . . . .	. . 6.
1. 3.	5.	. . . . .	7.	. . 8.
1. 3.	. . . . .	. . . . .	7. 9. . . .	. . 10.
1. 5.	. . . . .	. . . . .	7. 11. . . .	. . 12.
1. 3. 5. . .	. . . . .	7.	9. 11. 13. 15.	. . 16.
1. 3.	. . . . .	7. 9. . . .	11. 13. 17. 19.	. . 20.
1. 5.	. . . . .	7. 11. . .	13. 17. 19. 23.	. . 24.

Et caetera.[1]

CAPVT II
DE SECTIONE HARMONICA CHORDAE

Hactenus Originem docuimus Harmonicarum proportionum, eamque duplicem, unam immediatam à figuris demonstrabilibus, ijsdemque et congruis; alteram mediante proportione dupla, quâ nititur consonantiarum identitas. Cùm autem infinitae sint harmonicae proportiones, eaeque quoad nostram cognitionem adhuc rudes impolitae inconspicuae et innominatae, et coacervatae seu disjectae potius, ut aliqua rudium lapidum lignorumque copia: sequitur ut progrediamur ad eas poliendas, ad nomina ipsis indenda, denique ad pulcherrimum aedificium Systematis Harmonici, seu scalae Musicae ex ijs extruendum: cujus constitutio non est arbitraria, ut quis cogitare possit, non inventum humanum tale quod mutari etiam possit, sed Rationabilissima, Naturalissimaque, adeò, ut Deus ipse Creator illam expresserit in contemperatione motuum coelestium. Coagmentantur autem Proportiones Harmonicae in unum Systema, per sectiones chordae harmonicas; quae quot sint numero, id hoc capite perquirendum erit.

Definitio

Tota	Pars Major	Pars Minor
2.	1.	1.
3.	2.	1.
	Med.	
	Extrema	

Cum tota chorda secatur in partes tales, quae et inter se, et cum tota singulae consonent: sectio Harmonica nobis dicetur. Medium verò sectionis hujus, Musicè (id est consonè) proportionatae, est partium duarum aequalium una; vel si inaequales, earum Major: extrema proportionis consonae sunt, Pars reliqua vel minor, et Chorda tota.

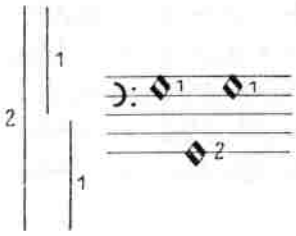
Observet Geometra Analogiam proportionis divinae, seu secundum Extrema et Medium: in qua Tota habet eandem proportionem ad partem Maiorem, quam et Major habet ad Minorem. Quod enim in hac sectione Geometricâ est Proportio eadem: id in nostra sectione Musica est Qualitas eadem, quae Consonantia, Concordantia, Congruentia, Harmonia dicitur. Cave tamen subsumpseris Consonantiam specie eandem, sicut illic Proportio est unica.

Veteres hujus sectionis non meminerunt hoc sensu, quia veras Consonantiarum causas nesciverunt: de ipsorum verò sectione chordae, agemus inferius.

Propositio IX

Sectio chordae in partes duas aequales, est Harmonica.[1]

Notae ex Musica nostra usitatâ, anticipandae ex sequentibus causâ captus facilioris.

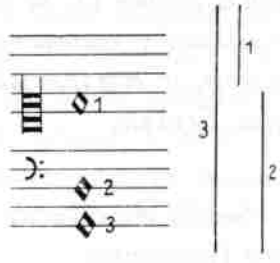


Nam quia partes aequales sonum edunt eundem in una aliqua tensione, per Axioma II. Tota verò est singularum dupla; consonat igitur identicè cum earum unaquaque, per Prop. I. Tres igitur consonantiae; quare per definitionem, Chorda secta est harmonicè.

Propositio X

Sectio Chordae in duas partes, proportionis duplae, est Harmonica.

Partes enim hujus proportionis consonant identicè, per Prop. I. Et quia pars major est dupla minoris, tota igitur est tripla minoris. Est igitur ad minorem, ut circulus ad partem trigonico latere resectam, et consonam, per Corollarium ultimum capitis prioris: quare et ipsa Tota parti minori consona est, per Ax. V. Consonat igitur et ejus duplae, sc. Residuo, per Propos. IV. Tres igitur per hanc sectionem consonantiae constituuntur. Ergò.

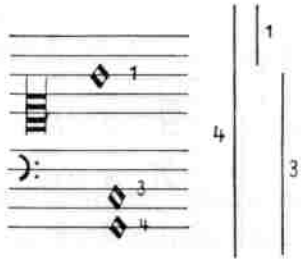


Propositio XI

Sectio Chordae in duas partes, proportionis inter se triplae, est Harmonica.

Nam quia partes 1. et 3. sunt ad invicem ut pars Circuli Consona ad totum, consonabunt et ipsae inter se, per Ax. V. Et quia 1. et 3. faciunt 4. pars 1. cum toto 4. consonabit per Axioma I. et per Prop. III.

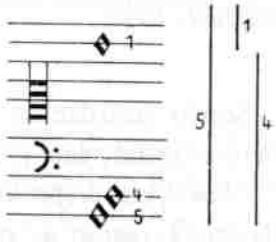
Denique quia Residuum 3. consonat cum parte 1. consonabit etiam cum ejus quadruplo 4. sc. cum tota chorda. Quare et hîc tres sunt consonantiae.



Propositio XII

Sectio chordae in duas partes, proportionis inter se quadruplae, est Harmonica.

Nam quia partes sunt in quadruplâ prop. consonant igitur inter se identicè, per Prop. III. et quia 1. et 4. faciunt 5. ergo pars 1. cum tota 5. consonat, per Axioma I. et Corollarium dictum. Quare tota 5. consonat etiam cum partis 1. quadrupla 4. per Pr. IV. Tres igitur fiunt consonantiae. Ergo etc.[1]

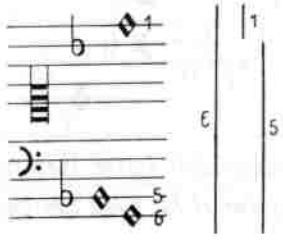


24

Propositio XIII

Sectio chordae in duas partes, proportionis inter se quintuplae, est Harmonica.

Nam quia pars est 1. residuum 5. habent igitur proportionem, quam circulus totus ad partem consonantem, per Ax. I. et Corollarium dictum. Quare et ipsae inter se consonae sunt, per Ax. V. Et quia pars 1. cum Residuo 5. facit 6. totum: igitur (per Ax. I. et Corollarium)

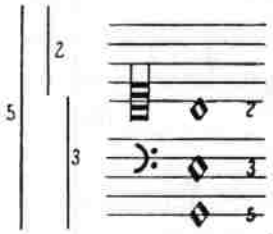


pars 1. *consonat cum toto* 6. *Et quia* Residuum 5. *est ad quartam partem de toto Circulo* 6. *(scilicet ad* 15. *hujus divisionis) ut Circulus totus* 10. *ad partem consonam* 3. *per Corollarium: quare et* Residuum 5. *cum toto* 6. *consonabit, per Prop. VII. Vel quod eodem redit, quia* Residuum 5. *est ad totius Circuli* 6. *duplum* 12. *ut pars consona ad totum, per Corollarium: quare et hoc* Residuum 5. *consonabit cum* 12. *duplo totius, per Ax. V. Ergo etiam cum simplo, sc. cum ipsa tota* 6. *consonabit, per Prop. IV. Ita tres fiunt consonantiae. Ergò etc.*

Propositio XIV

Sectio chordae in duas partes, proportionis inter se sesquialterae, est Harmonica.

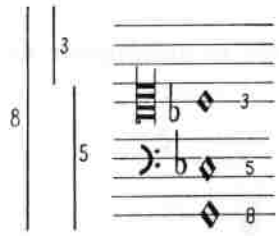
Nam quia pars 2. *cum* Residuo 3. *constituit proportionem sesquialteram, habet igitur se Pars ad* Residuum, *ut aliquod consonum* Residuum 2. *se habet ad circulum* 3. *per Corollarium; quare et pars haec* 2. *cum suo* Residuo 3. *consonabit, per Ax. V. Et quia pars* 2. *cum residuo* 3. *facit totum* 5. *pars verò* 1. *ejusque residuum* 4. *cum suo toto* 5. *consonat per Corollarium: consonabit igitur etiam tota* 5. *cum consonae Partis* 1. *duplâ* 2. *quae hoc loco nostra Pars est, vel cum consoni* Residui 4. *dimidio* 2. *per Prop. IV. Idem sequitur etiam simpliciter ex Propositionis V. parte primâ axiomaticâ; quia subtensa duabus quintis demonstrabilis est, quare et Consona. Denique quia partis* 2. Residuum 3. *est ad totius* 5. *partem quartam, ut totus circulus* 12. *ad partem consonam* 5. *per Corollarium: consonabit igitur et* Residuum *nostrum* 3. *cum toto* 5. *per Prop. VII. Tres igitur consonantiae existunt. Ergo.*



Propositio XV

Sectio chordae in partes duas, proportionis inter se super-bipartientis tertias, seu 5. ad 3. est Harmonica.

Nam quia proportio partis 3. *ad* Residuum 5. *est eadem, quae alicujus* Residui 3. *consoni ad totam* 5. *per Corollarium: quare per Axioma V. etiam nostra pars* 3. *cum nostro residuo* 5. *consonabit. Et quia pars* 3. *cum residuo* 5. *facit totam* 8. *quare per Corollarium, pars* 3. *consonabit cum tota* 8. *Denique quia* Residuum 5. *ad totius* 8. *partem dimidiam* 4. *se habet ut totus circulus* 5. *ad* Residuum 4. *consonum; vel ad totius* 8. *Partem quartam* 2. *ut totus circulus* 5. *ad partem consonam* 2. *per Corollarium: consonabit igitur* Residuum *nostrum etiam cum* Toto 8. *per Prop. VII. Tres igitur et hic fiunt consonantiae. Ergo.*



Propositio XVI

Si chorda secetur in duas partes Effabiles, interque illas et totam, hoc est inter tres terminos, fuerit dissonantia una; oportet et alteram dissonantiam inter illos esse.

Nam causa dissonantiae erit, quod vel tota vel pars habeat numerum portionum illius divisionis, proprium figurae indemonstrabilis. Atqui talis Numerus neque majori alicui Numero, qui proprius sit figurae demonstrabilis, consonè sociatur, neque ulli minori se ipso, per Axioma III. et V. et Prop. V. et VII. Terminus igitur ille, qui constat numero tali Portionum, dissonat à duobus terminis reliquis, sectionis illius; et sic duae sunt dissonantiae simul.

Huic propositioni in geometria simile est hoc, quod si recta secetur in partes Effabiles, fueritque earum una incommensurabilis alicui Tertiae (non Toti ex utraque compositae ut hîc): alteram quoque eidem Tertiae incommensurabilem oportet esse.

Aut, si recta secetur in partes inter se incommensurabiles: utraque erit Toti incommensurabilis.

Propositio XVII

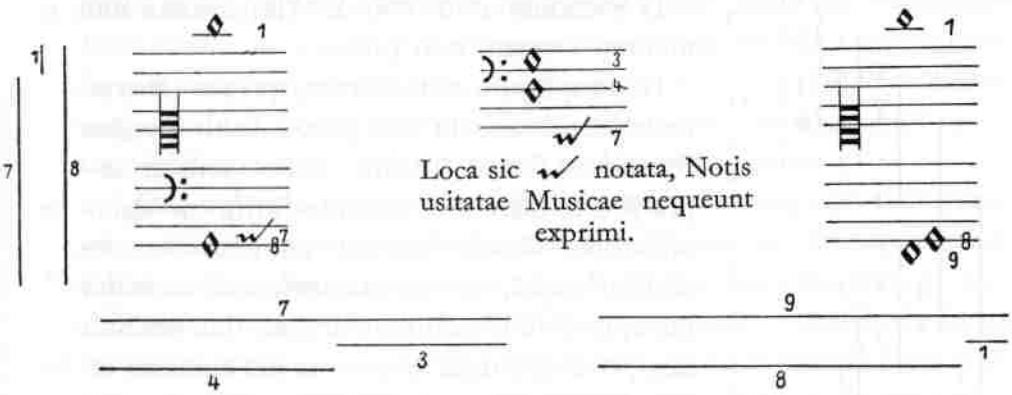
Si chorda secetur in duas partes longitudine Effabiles, fuerintque inter illas et totam, hoc est, inter tres terminos, consonantiae duae; oportet et tertiam esse consonantiam.

Si enim duae consonantiae sunt, cum sint proportionum non plures quàm tres: non poterunt igitur esse duae dissonantiae: si non duae dissonantiae, ergò nec una, per XVI. conversam: Ergo omnes tres proportiones erunt consonantes.

Sic in Geometria, si recta secetur in partes inter se commensurabiles, tota utrique partium erit commensurabilis.

Propositio XVIII

Sectio chordae in partes duas longitudine Effabiles, in qua vel Tota vel Partium altera numerum portionum acquirit, proprium figurae in-



19) sectetur

demonstrabilis (quando quidem Numeri et Totius et Partium inter se Primi fuerint), non est Harmonica.

Demonstratur ut XVI. Fiunt enim ex tribus trium terminorum proportionibus ad minus duae dissonae, contra Definitionem praemissam.

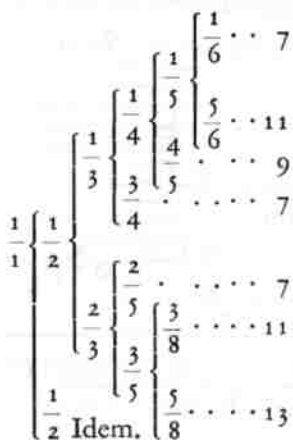
Hîc sunt tria exempla, in primo major pars, est septem octavae, in ultimo minor est una nona: in medio, Totum capit partes septem, omnia dissona.

Propositio XIX

Post Octogonicam nulla datur sectio chordae Harmonica.

Sequentes enim sectiones aut fiunt per figuras indemonstrabiles, earumque stellas; et tunc partes licet, inter se consonare possint, tamen dissonant à toto, per Ax. III. Aut per figuras demonstrabiles demonstratione impropriâ, ut per Pentekaedecagonum; dissonantque propriae partes sectionis à toto, per Corollarium ad Ax. III. Aut per demonstrabiles demonstratione propria: quae post Pentagonum omnes sunt parilaterae, vide librum I. Ergo partes talium sectionum proprias, oportet constituere numero portionum sectionis impari; si enim pari numero sumerentur, Pars esset non hujus sectionis sed prioris propria: ut divisâ chordâ in 10. *si portionum* 4. *vel* 6. *sumpseris, perinde est, ac si divisâ chordâ in* 5. *sumeres portionum* 2. *vel* 3. *Cùm ergò Pars sit numero impari; Tota numero pari: ipsa quidem Pars poterit consonare Toti, si non sit major quinario (per Pr. V.) at una consonantia non sufficit ad sectionem harmonicam, ut patet ex definitione: tunc verò dissonum erit Residuum: tota enim ponitur portionum plurium quàm* 8. *et Residui definitio est, ut sit majus dimidio, sc. majus quam* 4. *Minimum ergò Residuum in divisione octonaria, est* 5. *in numerosioribus est majus quàm* 5. *In omnibus ergò sectionibus Chordae post Octonariam, Residua sunt impari numero, majori quàm* 5. *Atqui Numeri impares, majores quàm* 5. *proprij sunt figurarum indemonstrabilium, per XLV et XLVII libri primi. Ergò per Prop. XVIII. hujus, Residua haec causantur sectiones non harmonicas.*

Corollaria



I. Sectiones unius chordae Harmonicae sunt numero septem, non plures.

II. Propagatio numerorum, qui sunt characteres sectionum, fit hoc pacto. Initio ponitur Fractionis formâ Totum, unitas scilicet suprà pro numeratore, et unitas infrà pro denominatore: deinde uterque numerus seorsim ponitur suprà, et summa utriusque utrinque infrà; ut ex una qualibet fractione duo oriantur rami, eousque dum ex summa fiat numerus index figurae indemonstrabilis.

Causae septenarij hujus successivè inventae.

Has sectiones chordae septem primùm auditu indice inveni, totidem nempe, quot sunt Harmoniae non majores unâ Diapason: postea causas et sectionum singularum, et universarum Numeri, non sine labore ex penitissimis Geometriae fontibus erui. Legat curiosus lector, quae de his sectionibus ante annos 22. scripsi in Mysterio Cosmographico, Capite XII. et perpendat, quomodo fuerim illo loco hallucinatus super causis sectionum et Harmoniarum; perperam nisus earum numerum et rationes deducere ex numero quinque corporum Regularium solidorum: cùm verum sit hoc potius, tam quinque figuras solidas, quàm Harmonias Musicas et chordae sectiones, communem habere originem ex figuris Regularibus planis. Et PTOLEMAEI quidem Musica cum expositione PORPHYRII, quorum loco allegato mentionem feci, hactenus manuscripta nactus sum, ex liberalitate Jo. GEORGII HEERWARDI Cancellarij Bavarici; ex quorum libro tertio partem potiorem in Appendicem ad libros IV. et V. hujus operis transtuli: causas verò Harmoniarum genuinas in ijs non inveni; adeoque ne sectionum quidem harum, Numerique earum septenarij, ulla fit mentio.

Ignoratae a PTOLEMAEO et PORPHYRIO.

Etsi verò maturè satis animadverti, causas à figuris planis petendas; ut cujus rei semina jam in allegato capite XII. Mysterij sparsa vides: attamen diu admodum me torserunt, priusquàm omnibus animi mei scrupulis satisfieret. Primùm enim Figurae demonstrabiles à non demonstrabilibus erant separandae; posteà causa invenienda, cur cùm sectiones hae essent ex figuris, sectiones quidem intra septenarium consisterent, figurae in infinitum excurrerent. Tertiò discrimen inter Pentekaedecagonum et demonstrabiles caeteras erat statuendum; quia vidi, figuram illam exclusam esse ab Harmoniarum procreatione, teste auditu. Et habebant singula capita suas cautiones concisiores, quarum una quaelibet me diu tenuit occupatum. Exemplo sit propos. V. quam ultimò omnium, cùm jam describerem opus, vidi addendam, quod hactenus ignoraveram. Nisi enim et illa inter principia esset, et, si verbi causa, septem vicesimae propterea essent aptae ad statuendam harmoniam, quia sunt per tres vicesimas (cum quibus semicirculum faciunt) demonstrabiles; tunc et septem decimae et quinque septimae, eoque et duae, et una septimae, harmonias facere convincerentur, quod omnibus modis repudiant et aures, et Axiomata nostra.

Auditus sincero testimonio constat hic septenarius.

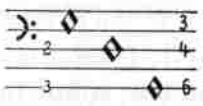
Igitur vel solo allegato libri mei Mysterij Cosmographici testimonio, satis est munitus auditus, contra Sophistarum obtrectationes, [1] fidem auribus derogare ausuros circa divisiones adeò minutas, et dijudicationem concordantiarum subtilissimam: quippe cùm videat lector me fidem aurium illo tempore secutum esse, in constituendo sectionum numero, cùm adhuc de causis laborarem; nec idem hîc fecisse, quod

fecêre Veteres; qui aurium judicio progressi aliquatenus, mox contemptis ducibus, reliquum itineris, Rationem erroneam secuti, perfecerunt; auribus vi quasi pertractis, et planè obsurdescere jussis. Ex abundanti verò infrà cap. VIII. hujus libri operam dedi, ut cuilibet esset in promptu facultas suopte Marte consulendi auditum super his alijsque chordae divisionibus; earumque testimonium pensiculandi; ut certus sit, ea, de quorum causis laboramus, sensuum experientiâ certissimâ niti, nec sponte mea (cujus criminis Pythagorei in parte rei sunt) esse conficta, proque veris obtrusa.

CAPVT III

DE MEDIETATIBVS HARMONICIS, ET TRINITATE CONCORDANTIVM SONORVM

Vana est definitio proportionis Harmonicae, quod sit illa, ubi tribus Numeris ordine naturali locatis, binorum vicinorum Excessus sunt in proportione Extremorum: ut in numeris 3. 4. 6. maximus 6. est duplus minimi 3. et sic etiam differentia 2. inter binos vicinos majores 4. 6. est dupla differentiae 1. inter binos vicinos minores 4. 3.



Modus constituendi quamcumque Medietatem Musicam ex sententia veterum.

Inseram tamen modum inveniendi numeros continentes talem proportionem, Musicam ab authoribus dictam: quia crebrò ex Harmonicâ doctrinâ transsumitur in Ethicam et Politicam. Modus est talis. *Propositis duobus numeris inter se Primis, qui continent proportionem et Extremorum (è tribus musicè contemperandis ex sententiâ veterum) et differentiarum utriusque à Medio; Multiplica utrumque in seipsum et ambos in se mutuò: factorum trium duos minores adde pro Minimo inveniendorum, duos majores adde pro Maximo, Medium duplica pro Medio Musico veterum. Verbi causa, sint inveniendi tres numeri in proportione Musica veterum tali, ut Extremi habeant inter se proportionem eam, quae est inter* 3. *et* 5. *Ter* 3. *sunt* 9. *Ter* 5. *sunt* 15. *Quinquies* 5. *sunt* 25. *sunt igitur facti* 9. 15. 25. *Adde* 9. *et* 15, *fiunt* 24. *Adde* 15. *et* 25, *fiunt* 40. *duplica* 15. *fiunt* 30. *Sunt igitur hi tres quaesiti* 24. 30. 40. *quorum differentiae (Extremorum à medio)* 6. 10. *Nam ut* 3. *ad* 5. *sic* 24. *ad* 40. *sic etiam* 6. *ad* 10. *In minimis inter se Primis* 12. 15. 20.

Haec quidem verè est harmonica proportio etiam mihi, quia non tantum proposita proportio inter 3. 5. est harmonica, per Prop. VIII. Coroll. sed etiam inventus Medius numerus 15. consonas facit proportiones cum Extremis 12. et 20. per idem Coroll. At hoc non semper fit. Quoties enim inter duos numeros hoc pacto propositos, medium Arithmeticum cum extremis dissonantes proportiones determinat, [1] toties

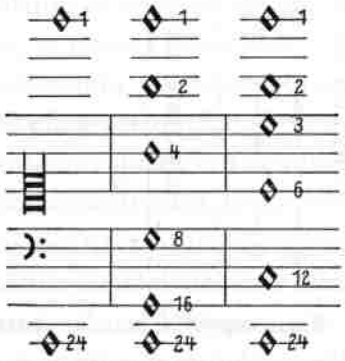
Elenchus hujusmodi.

proveniunt etiam ex hac operatione tres numeri in proportione reverâ non Harmonicâ, quamvis duo initio propositi proportionem solitarij contineant harmonicam. Sic fit in 1. 6. in 1. 8. in 3. 4. in 4. 5. in 5. 6. in 2. 5. in 3. 8. in 5. 8. Verbi causâ inter 2. 5. hoc est 4. 10. medietas Arithmetica est 7. non harmonica, quia 7. neque cum 4. neque cum 10. consonat, per Pr. V. Operare ergo secundùm Regulam; prodibunt numeri 14. 20. 35. cum excessibus 6. 15. ubi 20. secundum veteres dicenda esset medietas harmonica, quia ut 14. ad 35. (id est 2. ad 5.) ita 6. ad 15. Atqui aures omninò repudiant 20. 35. (quippe 4. 7.) et 14. 20. (quippe 7. 10.).

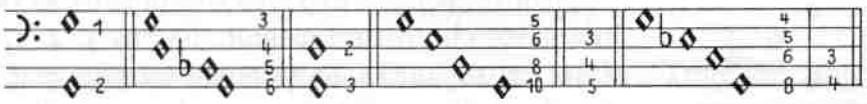
In sectionibus igitur harmonicis cap. II. totidem se offerunt medietates, quot sunt sectiones, unâ minus: et Medietas in illis quidem sectionibus sumitur strictiori significatu, quòd sit chordae harmonicè sectae in inaequalia, Pars major, seu numerus illam exprimens. Sic 2. est Medium harmonicum inter 1. 3. sic 3. inter 1. 4. interque 2. 5. sic 4. inter 1. 5. sic 5. inter 1. 6. interque 3. 8.

Praeter has verò sunt etiam aliae Medietates, solutae hac lege sectionis totius chordae in partes duas, comprehensae tamen generali nostra definitione: et secantes non chordam unam, ut priori capite, sed proportionem chordarum, in minores proportiones consonas.

Primùm omnes proportiones majores duplâ resolvuntur in sua principia, ablatione proportionis duplae, ut 1.24. constat ex quatuor duplis (sc. ex sedecupla) et sesquialterâ: Quare Medietates Harmonicae hoc quidem nomine inter 1. et 24. intercedunt istae 2. 4. 8. 16. superiùs collocatâ sedecuplâ; vel istae 12. 6. 3. 2. Vnâ duplâ superiùs collocatâ, tribus inferiùs: nam variè fieri potest.



Deinde Proportio dupla resolvitur in has consonas 3. 4. et 2. 3. vel in 3. 4. et 4. 5. et 5. 6. vel in 4. 5. et 5. 8. vel in 5. 6. et 3. 5. Denique sesquialtera 2. 3. resolvitur in 4. 5. et 5. 6. Sic 5. 8. in 5. 6. et 3. 4. sic 3. 5. in 3. 4. et 4. 5.



Tres igitur istae proportiones 3.4. et 4.5. et 5.6. sunt ex consonis minimae, hoc est immediatae, seu medio Harmonico carentes, caeterarum scilicet Elementa consona.

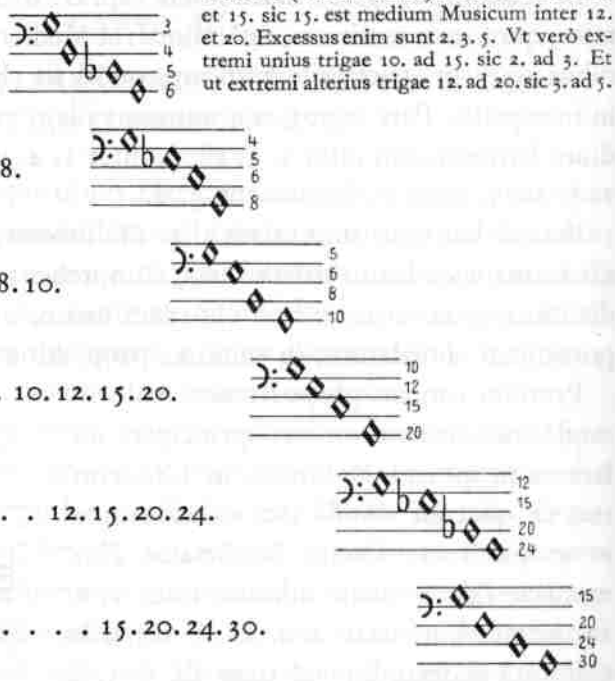
Bina Media Harmonica.

Ex his autem sequitur, unius duplae duas esse posse medietates, inter se quoque consonas, idque sexies. Nam quia dupla habet tria Elementa minima consona; sexies eorum ordo potest variari. Nam 3.4. vel est primo loco â chorda minori, vel medio, vel ultimo; et in uno quoque casu, reliquorum Elementorum aut majus 4.5. est versus chordam minorem, aut minus 5.6.

Singuli casus sunt exprimendi singulis Numerorum Quadrigis, ut in tabella sequitur:[1]

Ordo Proportionum Consonarum minimarum in una dupla.	Fasciculus binarum Medietatum Harmonicarum inter chordas Proportionis duplae.
$\frac{3}{4}\ \frac{4}{5}\ \frac{5}{6}$	3.4.5.6.
$\frac{4}{5}\ \frac{5}{6}\ \frac{3}{4}$	.4.5.6.8.
$\frac{5}{6}\ \frac{3}{4}\ \frac{4}{5}$	. .5.6.8.10.
$\frac{5}{6}\ \frac{4}{5}\ \frac{3}{4}$	. . . . .10.12.15.20.
$\frac{4}{5}\ \frac{3}{4}\ \frac{5}{6}$	. . . . . .12.15.20.24.
$\frac{3}{4}\ \frac{5}{6}\ \frac{4}{5}$	. . . . . .15.20.24.30.

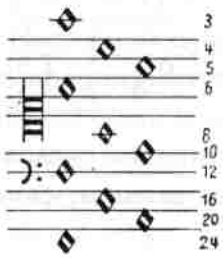
Locus Termini minoris, seu acutissimi — Locus Termini majoris, seu gravissimi



Ex his verò sex bigis medietatum harmonicarum, una sola, in numeris 10. 12. 15. 20. patitur definitionem veterum. Nam 12. est medium (illorum sensu) Musicum inter 10. et 15. sic 15. est medium Musicum inter 12. et 20. Excessus enim sunt 2. 3. 5. Vt verò extremi unius trigae 10. ad 15. sic 2. ad 3. Et ut extremi alterius trigae 12. ad 20. sic 3. ad 5.

De Trinitate concordantiarum.

Cum ergo Chordae proportionis duplae consonent identicè, inter illas verò non possint esse una vice plures quàm duae medietates, consonantes et inter se et cum duplis ipsis: hinc orta est famosa illa Musicorum observatio, qui trinis vocibus omnes harmonias absolvi mirantur. Nam quotcunque voces praeterea accumulentur, singulae in trium unam redeunt per duplae proportionis consonantiam identicam.



Quamvis enim existat una consonantia ex omnibus istis chordarum magnitudinibus 3. 4. 5. 6. 8. 10. 12. 16. 20. 24. at quicquid est post 3. 4. 5. chordarum, omne id in unam harum redit per identisonum: ut 6. in 3. et 8. in 4. et 10. in 5: sic 12. in 6. et 3: sic 16. in 8. et 4: sic 20. in 10. et 5: sic 24. in 12. 6. et 3.

Causam hujus rei frustra petunt aliunde, alij ex trina dimensione quantitatis perfectae, seu corporis; ut quod patet in longum, latum et profundum: alij ex numeri ternarij perfectione: alij ab ipsa adoranda Trinitate, in Divinitate.

Frustra, inquam, omnes: Nam neque solida quantitas hoc negotium ingreditur, cùm ortum harmonicarum proportionum ex figuris planis docuerimus, et longissimè diversa sit, causâ scientiae; solida quantitas, à planâ, quippe illa duabus medijs proportionalibus utitur, quas [1] sciri promiscuè est impossibile: neque numeri ulla vis esse potest, quatenus ut numerans consideratur; neque etiam origo hujus Trinitatis immediatè est ab essentiâ divinâ, per causationem exemplarem: cùm apparuerit suprà, componi causam rei ex principijs explicatis, quae nequaquam intendunt numerum aliquem vocum per se; sed quae voces ipsas inter se singulas singulis coaptantia harmonicè, et sic quasi aliud agentia per accidens efficiunt aliquid simile divinis, propter eundem numerum: quod idem etiam in plurimis rebus alijs frequenter contingit.

Breviter, Numerus hic ternarius non est efficiens causa Harmoniarum, sed effectus ipsius, seu effectae harmoniae comes; non informat harmonias, sed est formae resplendescentia; non est materia vocum harmonicarum, sed est soboles procreata ex materiali necessitate: non est finis οὗ ἕνεκα, sed est extremitas operis; denique nihil est de reipsa Harmonicâ, sed est Ens rationis secundarium, et mentis conceptus, secundae intentionis. Nihilo magis enim est quaerendum, cur voces solum ternae consonent harmonicè, quarta et omnes aliae per duplae proportionis consonantiam redeant quodammodò in idem: quàm cur sex tantum bigae sint in qualibet Octava, senae consonantiarum triplicium formae. Vt enim Senarius iste non est à sex diebus creationis; sic neque ille Ternarius est propter Trinitatem personarum in Deitate. Sed cùm sit Ternarius communis rebus divinis et mundanis: ubicunque is occurrit; superveniens mens humana, causarum ignara, conspirationem hanc miratur.

CAPVT IV

DE ORTV CONCINNORVM INTERVALLORVM QVAE CONSONIS MINORA SVNT

Quid Grave?
Quid Acutum?
Quid Profundum?
Quid Altum?

Cum sensus testetur, ex chordis aequaliter tensis, illarum sonitus esse graviores, quae sunt longiores, illarum acutiores, quae breviores: hinc voces istae junctae *Acutum* et *Grave*, differentiae sunt Harmonices propriae. Nam singulae quidem seorsim aliarum singularum sunt scientiarum: in quibus copulantur cum oppositis alijs; Acutum cum Obtuso,

in Geometria; Grave cum Levi, in Physica. Et aliter, Acutum in Mechanicis sonat subtile et penetrans; Grave in sensualibus sumitur de odoribus, qui, ut gravia pondera, ob quandam magnitudinem, sunt minùs tolerabiles. At junctae *Acutum* et *Grave*, interque se oppositae, non nisi de vocibus accipiuntur. Retinent tamen aliquid de pristino significatu. Nam ut in Geometria Acutum est minus Obtuso, sic etiam in Harmonice, vox acuta sonat parvam, eoque penetrantem et altam, idiotismo Teutonico, et volitantem quasi in sublimi, propter quandam levitatem. Et ut in Physica Gravia habent magnum pondus, Levia parvum: sic etiam hîc, Gravis vox sonat magnam: utque Gravia in libra fundum et inferiora petunt, levia in altum exsiliunt; sic etiam in Harmonice, vox gravis propter magnitudinem reputatur pro ponderosa, eoque inferiori seu profunda *(bassa)*; vox acuta, uti dictum, pro alta.[1] Nam quòd in Testudine Hypate, id est Summa, edebat gravem sonum, id est tantum ob ejus situm in instrumento, ut adhuc hodie, non ob aliquam vocis similitudinem cum levibus et supervolitantibus. Situs autem ejus in instrumento rationem habet mechanicam, ex eo quod Nete, id est Ultima et Infima, quia sonat acutissimè, fuit pulsanda creberrimè; cùm parvis conveniat motus velox: et verò deorsum pulsamus expeditiùs ob conformationem pollicis, quàm sursum. Accedit inter causas, experientia gutturis humani. Nam et viri communiter proceriores foeminis, adulti pueris, graviorem etiam vocem emittunt, quasi profundiùs petitam; et singuli homines, ipso sensu tactus docente, graviorem vocem profundiùs eliciunt, altiorem superiùs; et qui gravissimè cantant, corpus extendunt, ut quàm profundissimè vox exeat. Tendunt quidem collum etiam qui acutè canunt, sed non ut longum collum faciant, sed ut rectius constringant supremos circulos gutturis.

His igitur de causis natus est in Harmonicis conceptus Alti et Profundi, pro quo crebrò usurpamus Acutum et Grave. Cùm igitur Altum et Profundum sint aliâs vocabula loci; consuetudo sermonis, haec sua principia secuta, vocibus etiam id accommodat, quod locorum est proprium, scilicet Intervalla, Graecè διαστήματα. Nam loca διϊστάναι distare dicuntur. Denique disciplina Harmonica hanc vocem etiam in picturas seu Diagrammata sua (de quibus inferius) transtulit; quae altis et profundis lineis constant, quo pacto restitutus est illi sensus Geometricus.

Quid Diastema Intervallum.

Quae igitur hactenus dicebantur Proportiones chordarum, in posterum ferè dicentur Intervalla vocum, quas emittunt chordae longitudinis inaequalis. Nam voces idem sonantes, quibus respondent chordae ex aequaliter tensis aequè longae, Intervallum non faciunt, cum sint altitudinis ejusdem.

31) principa

Etsi libro V. abstinendum erit ab hoc sensu vocis Intervallum, propterea quòd ibi crebro usu repetenda erit vox ista in sensu astronomico, de linea recta inter Corpus Planetae et Solem, item, de eo spacio quod inter diversos orbes interest.

Porrò sicut praecedenti capite proportiones bifariam considerabantur, sc. vel singulae per se ipsas, vel invicem comparatae causâ ordinis, qui extendebatur à compositae alicujus proportionis termino seu chorda minori ad majorem vel longiorem, et vicissim: sic nunc etiam Intervalla vel singula per se, vel invicem comparata, considerantur causâ loci harmonici; ut in continua ordinatione aliquot intervallorum (sic ut bina semper contigua, habeant eundem terminum communem, qui sit unius major terminus, alterius vergentis ad graviores voces minor), semper illud intervallum dicatur inferius, quod est inter voces graviores, illud superius, quod est inter acutiores.

Quid superius quid inferius intervallum.

Et in Geometria quidem proportiones agnoscuntur aequales, licet sint inaequales termini unius, terminis alterius, et excessus terminorum unius, inaequalis excessui terminorum alterius: Ut si sint tres chordae in proportione numerorum 4. 6. 9; eadem censetur proportio [1] 4. 6. quae 6. 9. non obstante quòd cùm ipsi termini, tum etiam excessus 2. et 3. inaequales sunt.

Quae Intervalla aequalia.

In Harmonice similiter omnia intervalla vocum à chordis, quae sunt ejusdem proportionis, venientium, et censentur aequalia et scribuntur etiam nota numericâ eâdem; quin etiam linearum intervallis aequalibus pinguntur in diagrammate: sic ut penitus obliviscamur ejus inaequalitatis, quae est inter excessus diversarum chordarum.

Sequitur igitur, ut proportionis minoris, Intervalla minora dicamus, majoris Majora, sine respectu magnitudinis aut parvitatis respondentium utrinque terminorum.

His igitur definitionum loco praemissis; nunc porrò dispiciendum est de differentijs intervallorum. Hactenus quidem proportiones omnes, quas consonas esse demonstravimus, unâ aequalitatis exceptâ, pro totidem Intervallis itidem consonis sunt habendae: proportiones verò quas dissonas diximus, pro intervallis itidem dissonis. Cùm verò inter dissona intervalla magna sit differentia: sic ut non tantum consona à Naturâ doceantur, et illius instinctu ab auditu probentur; sed etiam alia minora Intervalla ab eodem sensu stabiliantur; quae licet dissona sint, apta tamen sunt, per quae Cantus traducatur; Harmonice Naturam secuta, nomen ijs imponit Concinnorum, eaque distinguit ab Inconcinnis, quae nullius cantus ordinati tractum ingrediuntur: Graecè dicuntur ἐμμελῆ et ἐκμελῆ.

Quid intervalla consona quid dissona?

Quid intervalla concinna, quid inconcinna, causa Nominis?

Quod naturae ingenium in discrimine Concinnorum et Inconcinnorum cum viderent Veteres: quaerendum igitur existimarunt, quodnam esset commune omnibus Concinnis et Consonis minimum Elementum, ex quo secundùm aliquem numerum sumpto, quodlibet ex Consonis et Concinnis componeretur. Necesse enim videbatur existere aliquod tale minimum Intervallum, ut simplex, et ortu prius ipsis Consonantijs, quae videbantur compositae ex tali minimo, utpote cùm essent intervalla alia alijs majora.

Atqui res longè aliter habet, quod multis exemplis doceri potest. Nam si specierum omnium Individua, quae magnitudine differunt, ex uno communi Minimo constant; erit igitur una aliqua minima quantitas humanae speciei, ex cujusmodi pusionum certo aliquo numero, velut ex elementis, quilibet homo componatur, procerus ex multis, pumilus ex paucis. Non minus enim in harmonicis qualitas ista, Consonantia, informat chordarum proportionem, seu vocum intervallum, quàm forma hominis molem illam materiae informat, quae hominis cute ambitur. Et cur obliti sunt Geometriae, in qua plurima sunt exempla omnis generis quantitatum incommensurabilium; quarum definitio est, nulla penitus communi mensura, quae sit ex eodem genere quantitatum, tanquam aliquo compositionis Elemento quantitatis certae, communicare?

Intervalla Musica pleraque incommensurabilia.

Sic igitur tenendum est, Intervalla consona (praeterquàm quorum unum est alterius Multiplex) esse, ut proportiones illas ipsas, incommensu|rabilia, sic quidem, ut quamvis eorum differentiae numeris exprimantur, quod in simplicibus numeris est signum commensurationis, hae tamen differentiae, quippe non simplices numeri, sed fractiones, non sint differentium pars vel partes aliquotae, secundum aliquem numerum. Verbi causa duae proportiones 1.2. et 1.4. sunt inter se, ut numerus 1. ad numerum 2. sunt ergò commensurabiles, nam 1.4. est dupla ipsius 1.2. Hoc in sola serie continuè duplarum locum habet. Nam in serie triplarum, et caeterarum Multiplicium, non dantur duae proportiones consonae, ut 1.9. est quidem tripla ipsius 1.3. at sola 1.3. est inter consonas, 1.9. verò est inter dissonas, per Ax. III. Idem videre est etiam in non multiplicibus, ut in sesquialterâ 2.3. consonâ, datur sanè ejus multiplex et sic commensurabilis; nam 4.9. est ad 2.3. ut numerus 2. ad 1. at 4.9. non est inter consonas. Econtra sint aliae duae consonae, quàm ex serie continuè duplarum, ut 1.4. et 2.3. hae duae proportiones non sunt inter se commensurabiles, hoc est, non ut numerus ad numerum: Excessus enim 3.8. ipsius 1.4. super 2.3. non metitur neque 1.4. neque 2.3.

Consona igitur Intervalla, Naturâ priora sunt minoribus intervallis, quae concinna appellamus: nec illa componuntur ex istis tanquam ex

Elementis, aut ex minori aliqua quantitate: sed contra haec ex illis, tanquam ex causis oriuntur.

Vbi notanda est vox ambigua compositionis; quae interdum ortum denotat rei naturalem, interdum verò divisionem rei quantitativam, quae non ortus est, sed destructio potius; ut cùm circulum dicimus constare ex tribus trientibus, dividentes prius circulum mente in tria, aut cum humanum corpus dicimus esse compositum ex membris, non quod fuerint membra ante corpus, et corpus ex illis collectum et constructum, ut domus ex lapidibus et lignis; sed quia corpus caussâ molis in haec membra, quae singula seorsim corpus organicum amplius non sunt, est dividuum.

Priori significatu negandum est, Intervalla consona vel ex alijs consonis vel ex concinnis componi; posteriori significatu sanè constant, et sic quasi componuntur (quod ipsi in superioribus usurpaveramus), intervalla consona majora ex minoribus consonis, Consona minima ex concinnis etc. quia in haec velut elementa dissolvuntur: at non constant diversa inter se ex unius communis minimae speciei intervallis aliquam multis, nec in talia dissolvi possunt.

Quamvis etiam habeant intervalla consona causas cognatas, non omnia tamen eandem, sed quodlibet suam peculiarem caussam habet, distinctam à causis caeterarum, ut in superioribus explicatum. Consonantia enim ipsis intervallis competit, non ut quanta sunt simpliciter, neque simpliciter ut sunt Relationes; sed ut qualitativae (hoc est quodammodò figuratae) sunt relationes. Itaque commune ipsarum minimum intervallum constituere velle, res est impertinens; cum minimum et maximum non in qualitativis sed in nudis quantitatibus, earumque proportionibus considerentur: Consona verò, ut consona dividere, est speciem abolere consoni, et pro eâ vel alias consoni species, vel concinna dissona, vel etiam planè Inconcinna intervalla constituere. Non habet igitur Intervallum causas aut Elementa consonantiae suae à partibus veluti principijs; sicut quantitates commensurabiles accrescunt multiplicatione communis mensurae, et cum hac mensura sub uno et eodem genere consistunt: sed è contrario, quae veteres pro principijs habuere consonantiarum (Tonos puta et semitonia et dieses) ea ex Consonantijs ut principijs suis genuinis oriuntur.

Speciem Consoni ut tale non oriri ex numero concinnorum ut partium.

Etsi enim Consona haec constant ex illis Concinnis non Consonis (si non ex uno aliquo communi, saltem ex pluribus inter se diversimodè compositis), id tamen non referendum est ad ipsam Intervalli consonantiam. Si enim Concinna conciliarent intervallo majori, ex se composito, suam consonantiam; semper hoc fieret in quacunque concinnorum multiplicatione, et tanto melior esset consonantia, quanto plura in

intervallo concinna. Id vero falsum est, nam ut infra audiemus, duo toni compositi consonantiam faciunt, tres compositi dissonans intervallum constituunt.

Quod autem consonum in Concinna dissona solvi potest, ut sequetur; id illi consono per se considerato planè est accidentarium: fitque tantummodò, quatenus inter se comparantur plura consona, quodlibet ex suis ortum principijs.

Definitio Intervalli Concinni.

Concinna igitur intervalla definiuntur esse, omnes consonorum duplo intervallo minorum, differentiae: nec alia Concinna recipit naturalis facultas auditus, quam quae ex hac subtractione oriuntur: ut ita consona intervalla habeant ortum ex Geometria et figuris demonstrabilibus: Concinna verò ex ipsis consonis, sintque concinna in ordine ad consona, quemadmodum in Geometria Apotomae (lineae ineffabiles) sunt ad effabiles potentiâ; quia etiam illae definiuntur subtractione lineae Effabilis ab Effabili lineâ.*

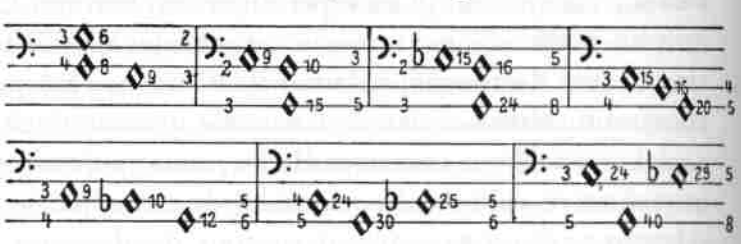
Ortus Conc nnorum ex consonis.

Porrò comparationis seu abstractionis Methodus alia est generalis seu arithmetica, alia specialis, Harmonices propria. Arithmeticè quidem eliguntur Consona minora duplo, quorum unum non sit alterius pars talis, quam designaverit aliqua Medietas harmonica cap. superioris.

Intersunt ergò

Inter consona ista.		Concinna haec.
$\frac{2}{3}$	et $\frac{3}{4}$	$\frac{8}{9}$
$\frac{2}{3}$	et $\frac{3}{5}$	$\frac{9}{10}$
$\frac{2}{3}$	et $\frac{5}{8}$	$\frac{15}{16}$
$\frac{3}{4}$	et $\frac{4}{5}$	$\frac{15}{16}$
$\frac{3}{4}$	et $\frac{5}{6}$	$\frac{9}{10}$
$\frac{4}{5}$	et $\frac{5}{6}$	$\frac{24}{25}$
$\frac{3}{5}$	et $\frac{5}{8}$	$\frac{24}{25}$

In notis, ex anticipato.

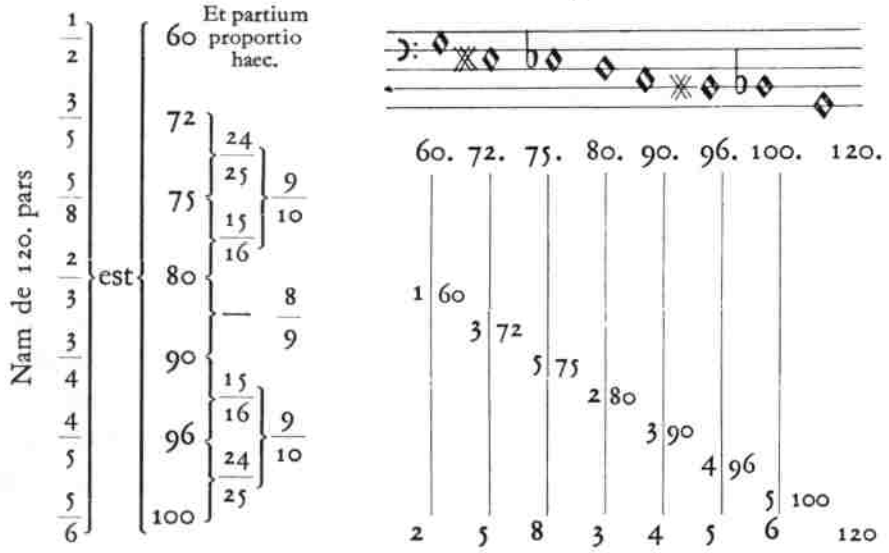


Harmonica comparatio Consonorum intervallorum respicit ortum eorum, et quam quodlibet ex ortu suo sortiatur altitudinem. Nam per omnes proportionum comparandarum terminos majores unus et idem circulus Totus repraesentatur, eique analoga chorda integra, communis omnibus sectionibus Harmonicis. Igitur omnibus numeris majorum terminorum ex sectionibus 7. Harmo-

* *Textus ex diversorum temporum schedis collectus, at non satis aptè compositus, etsi vera omnia habet, obscuritatem tamen ex confusione distinguendorum, et repetitione propositionum contraxit. Quaestiones distinctae sunt istae.* I. An Consonantiae habeant partes, quae ipsae quoque sint consonantiae vel saltem concinna intervalla? *Responsio est haec:* In consonantijs esse distincta ista, primò proportionem, rem geometricam, deinde proportionis qualitatem, consonantiam ipsam: in quantùm igitur sunt proportiones, excedi unam ab alia, minorem à majori, et sic unam alterius partem esse posse: in quantum verò quaelibet illarum qualitatem consonantiae accepit a figurâ suâ demonstrabili, non accidere ipsis compositionem. Argumenta sunt ista. 1. Species ut species, indivisibilis et una est. 2. Speciem constituit causa sua: at causae inter se sunt distinctae singularum concordantiarum: igitur et ipsae concordantiae contra se sunt distinctae specie, nec potest dissolvi una, ut major, in alias suae speciei, ut partes, sed bene in minores speciei alterius. 3. Si, ut pars multi-

nicis, scilicet 2. 3. 4. 5. 6. 5. 8. quaerendus est communis minimus dividuus 120; et chorda tota est distinguenda in totidem partes aequales, ut sonus totius chordae constituatur pro communi termino majore omnium consonorum per sectiones factorum, et accommodandi termini minores, ut inter se comparati constituant intervalla concinna, quae hoc capite investigantur: prodeunt autem eadem, quae prius arithmeticè.

Ecce in Notis ex anticipato.



Hic igitur est ortus intervallorum Concinnorum dissonorum, quibus paulò post sua dabimus nomina.

Sequitur, ut etiam de ortu tertiorum intervallorum dicamus, quae licet concinna exquisitè non sint, concinno tamen cantui inserviunt, aut concinnorum vicem sustinent. Illa verò ex concinnorum (similiter ut concinna ex consonorum) subtractionibus seu comparationibus oriuntur. Nam inter concinna seu secunda intervalla sunt tertia intervalla ista. De genesi tertiorum intervallorum.

$\frac{8}{9}$ et $\frac{9}{10}$ . . . . . $\frac{80}{81}$

$\frac{8}{9}$ et $\frac{15}{16}$ . . . . . $\frac{128}{135}$ Quod componitur ex 24.25. et 80.81. et paulo admodum est minus quàm 15.16. |

$\frac{9}{10}$ et $\frac{15}{16}$ . . . . . $\frac{24}{25}$

plicata, auget quantitatem, sic etiam pars consonantiae consona vel concinna, augeret Consonantiam vel concinnitatem totius, non efficerentur tandem ex accumulatione dissonantiae et Inconcinna.

Quaestio II. An consonantiae habeant unam communem mensuram, puta Tonum, Diesin, Comma etc. *Negatur:* neque enim ut sunt proportiones: quia sic sunt incommensurabiles, id est commensurabili mensura carentes: neque ut sunt species, quia causis, ex quibus ortae, quibusque definitae, etiam contra se mutuò distinctae sunt. Habent n. quodammodò naturam figurarum: jam verò Trigonus et pentagonus in eodem circulo, longitudines habent laterum incommensurabiles. Denique mensura quidem prior est mensuratis: concinna verò, ut Tonus vel Diesis, etc. posteriora sunt consonantijs. Et nota, consonantijs communes sunt partes istae Tonus Major, Minor, semitonium etc. sed nec omnes omnibus, nec una earum est, quae sola emetiatur consonantias.

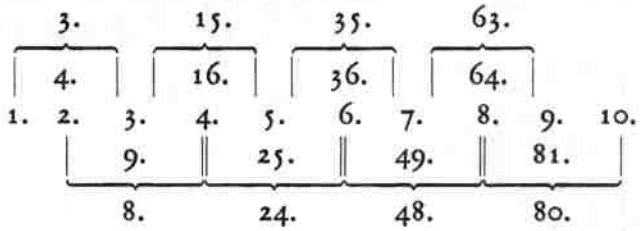
4) accomodandi 24) derotu *statt* de ortu

His addi potest duplicatum intervallum 15.16. sc. 225.256. quod paulo minus excedit intervallum 8.9. quam 15.16. intervallum 128.135. Et priora quidem tria oriuntur ex subtractione mutua Concinnorum diversorum: hoc vero ex additione duorum concinnorum aequalium, sed minus usitatè.

Atque hinc emicat

Corollarium arithmeticum

pulchrum admodum in numeris et typo sequenti.



Omnis sc. numeri infra decem quadratum cum rectangulo binorum numerorum illum proximè circumstantium constituit intervallum vel consonum vel concinnum vel Tertium, excepto septenarij quadrato 49. et rectangulis ejus duobus 35. et 63. Sed hic exulat concinnum 9.10. et consona pleraque, praeter 3.4. Est igitur fortuitum, respectu ordinis Numerorum et facturae hujus typi.

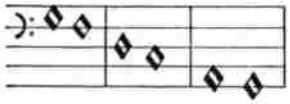
Frustra causas hinc petet arithmeticus, frustra septenarij superstitione occupabitur Pythagoricus, tanquam numeri numerantis: altiùs res est repetenda ex Geometria, et Numeris numeratis et figuratis, sc. ex ipsis figuris indemonstrabilibus, quarum est prima septangulum. Nam quo minus ultra decem typus continuari possit, sequente Concinni natura; non jam septenarius amplius impedit, sed alij numeri figurarum indemonstrabilium 9. et 11. qui rectangulum efficiunt 99. quod cum quadrato Denarij 100. constituit intervallum penitus abhorrens à natura Cantus. Vsque adeo multum interest inter Axiomata doxastica et epistemonica.

Ordo concinnorum in perfectione, et appellationes.

Diximus hactenus de origine et ordine Intervallorum, quae sunt minora consonis: dicendum nunc etiam de eorundem differentijs, deque appellationibus, quas non planè easdem cum veteribus retinere possumus, cùm et in rebus ipsis et in causis earum, nobis ab illis discedendum fuerit.

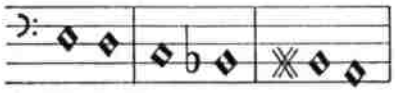
Consentaneum igitur est supra dictis, praesertim Axiomati II. ut horum intervallorum ad concinni naturam pertinentium, quodlibet retineat naturam illorum consonorum, à quibus constituitur. Cùm igitur

ex consonis duplo intervallo minoribus, perfectissima sint ista 2.3. et
38 3.4.[1] propter figurarum Nobilitatem à quibus originem ducunt: etiam soboles earum communis inter concinna, sc. 8.9. caeteris erit praeferenda. Hoc igitur intervallum communi cum veteribus nomine TOTVM dicamus, et propter hanc praecellentiam, Tonum perfectum, propter verò magnitudinem proportionis, Tonum Majorem.



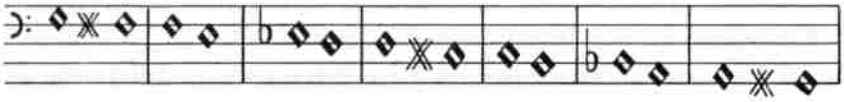
Tonus major quid?

Vicissim si compares perfectum 2.3. majus cum majori imperfecto
10 3.5. superiùs, vel si perfectorum minus 3.4. cum imperfectorum minori 5.6. inferiùs, nascetur ex hoc connubio intervallum concinnum imperfectius 9.10. quod est minus quam 8.9. quod intervallum cum in veteri Musica ante PTOLEMAEVM ferè non esset animadversum, quippe Theorici omnia per tonos plenos prius definitos demonstrabant; ei nos Toni minoris vel parvi nomen dabimus, ut sit haec imperfectionis nota. Vbi uno verbo monitus sit lector, nonnullos alij cuidam intervallo id nominis dedisse; ne si forte in illorum lectionem inciderit, oscitantia
20 perturbetur.



Tonus minor.

Sin autem perfectum majus 2.3. cum imperfecto minori 5.8. superiùs, vel si perfectum minus 3.4. cùm imperfecto majori 4.5. inferiùs associasti; Concinnum ex comparatione ortum sc. 15.16. rursum trahit ali-

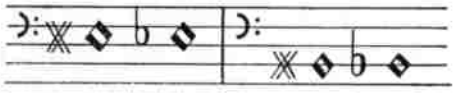


Semitonium.

quid imperfectionis ex origine hac sua, diceturque semitonium, vocabulo eodem, quod habet ipsum hoc intervallum in usitatâ hodierna musicâ, quia paulò majus est semisse Toni majoris. Hoc aliqui Tonum Minorem dictitarunt, à quibus lector sibi caveat, ne perturbetur.

Haec igitur tria orta a perfectis, comparatis vel inter se vel cum imperfectis, hoc obtinuerint, ut concinna per se et semper essent.

30 Contra si comparasti inter se imperfecta, ex Pentagono vel Decagono orta, vel superiùs 3.5. cum 5.8. vel inferiùs 4.5. cum 5.6.; intervallum hinc ortum, scil. 24.25. tantae est imperfectionis, ut penè inter concinna esse desinat. Hoc intervallum appellabimus Diesin, voce veteri; quasi dicas, remissionem chordae. Nec laboro, ut sub hac voce eandem cum veteribus quantitatem intervalli proponam; quod iterum monuisse sufficiat. Imperfectionis causae sunt tres; origo, par-

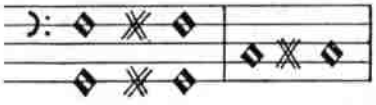


Diesis.

vitas (cùm non aequet partem toni perfecti tertiam) et quia est etiam inter Tertia connumeratum superiùs, inter illa sc. quae concinnandis generibus cantus inserviunt: oritur enim etiam ex tono minori et semitonio comparatis. Nam hoc intervallum non per se, nec semper concinnum est: non solet enim vox humana cantum una et eadem ἀγωγῇ per hoc intervallum traducere, ut per intervalla caetera; sed negligit et transsilit illud, nisi tantum in variatione cantus, condimenti causa: tunc fit extraordinariè concinnum, sed sic ut quasi novum genus cantus incipiat; et artis est laborisque non modici, voce humana sine organo id assequi. Itaque hoc intervallum tantum discriminat genera concinnorum, eoque pacto ijs inservit. [1]

Coepimus dicere de Intervallis tertijs; primum enim ex ijs 24.25. 39
seu diesis, idem fuit etiam concinnorum ultimum. Sequuntur nunc etiam reliquorum appellationes. Nam 128.135. quod oritur ex 15.16. et 8.9. potest appellari diesis major et irregularis; quod ut supra dictum paulo admodum (sc. quantitate 2025. 2048.) est minus intervallo concinno semitonij et vix ab illo dignoscitur. Estque hoc nomine inter concinna, quia dieseos legitimae vicem sustinet; praesertim in mutatione cantus. Est enim genesis ejus non tam naturalis, quam usu necessaria, ut undiquaque sint in promptu semitonia et dieses, propter varia condimenta cantus. Qua de causâ, cùm à Tono majori rescindatur semitonium legitimum, hoc restante intervallo, possumus illud etiam appellare Graecâ voce Limma seu Residuum.

Diesis major seu Limma.



Denique inter Concinna 8.9. et 9.10. intercendens differentia 80.81. potest à nobis dici Comma, latine segmentum seu concisio. Veteres enim Diesin suam in 4. partes concidebant, indeque Commata illas appellabant, existimantes hoc esse commune Elementum consonorum omnium: hoc verò intervallum est parte quarta de nostra diesi paulo majus, minus parte tertia. Nam 24.25. est 72.75. vel 96.100. Ergo pars tertia esset 74.75. pars quarta 96.97. circ: est verò 80.81. inter utrumque. Nos propiori numero possemus illud definire octavam partem toni majoris, sc. 8.9. Quod etiam sic patet. Hic dividitur Tonus major 8.9. in diesin 72.75. semit. 75.80. et comma 80.81. comma verò fuit modò pars circiter tertia dieseos: igitur commata circiter 4. aequiparantur dimidio Toni; octo, toti Tono, proximè quidem, non omnimodè. Hoc igitur intervallum inter concinna illa planè non est, quae deinceps canuntur, ob parvitatem auditu

Comma.

8. 72. 24.
75. 15. 25.
80. 16.
9. 81.

9) incipat 15) apellari

vix perceptibilem, nedum humano cantu per se seorsim, binis deinceps vocibus expressilem. At non ideo desinit esse concinnum ut 11.12. et similia: quia comparamus etiam illa, quae locis et tempore sunt dissita. Duplex verò semitonium ideò statuendum est, quia in divisione Tonorum deinceps ordinatorum, bina aliquando semitonia locantur deinceps; ijsque in unum conflatis interdum pro tono utuntur, qui varietatem affectant et insolentiam, ad exprimendos graves animorum motus. Semit. duplex.

Nota quod inter semitonium 15.16. et Diesin 24.25. est 125.128. ferè 42.43. seu comma duplex. Cui si addideris Comma 80.81. fit 625.648. ferè 27.28. seu comma triplex. Idem verò 80.81. ablatum à diesi 24.25. relinquit 243.250. quod est quamproximè 35.36. Idem comma ablatum à semitonio 15.16. relinquit Limma Platonicum 243.256. quod est ferè 19.20. additum verò ad 15.16. facit 25.27. quod est inter 12.13. est 13.14. Sic duo Toni majores 8.9. faciunt additi 64.81. quo intervallo ablato à 3.4. constituit PLATO Limma suum. Hoc verò 243.256. ut limmate ablato à Tono majori, restabat Platoni 2048.2187. quod ille Apotomen appellavit, estque majus commate 80.81. uno quam Limma nostrum 128.135. et superat semitonium 15.16. parum admodum. Comma duplex. Triplex. Diesis diminuta. Limma Platonicum. Semit. auctum. Apotome Platonis.

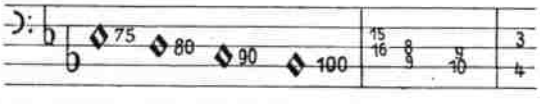
Haec quamvis sint inusitata intervalla; fiet tamen infra lib. V. aliquorum mentio. [1]

CAPVT V

DE CONSONORVM INTERVALLORVM SECTIONE NATVRALI IN CONCINNA, ET HINC ORTIS EORVM APPELLATIONIBVS

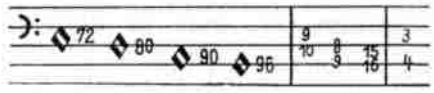
Quae essent Intervalla Concinna, id est auribus humanis in traductione cantus observabilia, et voce canentis imitabilia, dictum est capite praecedenti. Nunc singulari cura dispiciendum est nobis, in quae Concinna quodlibet ex Consonis, naturâ Duce dissolvatur.

Resumptis igitur numeris ijsdem, per quos omnes sectiones harmonicae naturales, chordae unius, in unum conspectum collocatae fuerunt: apparebit nobis, intervallum inter numeros 75. et 100. interpositis 80. et 90. abijsse in haec tria concinna, in semitonium 75.80. vel 15.16. Tonum majorem 80.90. hoc est 8.9. et tonum minorem 90.100. hoc est 9.10.



Idem etiam est factum cum intervallo inter numeros 72. et 96. intercedentibus ijsdem 80. 90. Nam 72.80. est 9.10. Tonus minor: et 80.90.

ut supra, est Tonus major, denique 90.96. est 15.16. Semitonium. Vtrinque verò inter extremos, tam 75.100. quàm 72.96. intervallum 3.4. deprehenditur. Quare cum Natura nos docuerit coaptare hos numeros, ob sectionem circuli per figuras demonstrabiles: Natura igitur duo intervalla sesquitertia, certi situs inter duos terminos proportionis duplae, actu ipso sectionum, divisit in tria intervalla perfecta Concinna, Tonum majorem, tonum minorem, et semitonium. Atqui trium intervallorum contiguorum, oportet esse locos seu voces seu chordas quatuor. Hinc igitur intervallum sesquitertium, dici caepit Quarta, subaudi, Quarta vox â primâ seu superiore seu inferiore. Eâdem de causa Graeci appellant hoc intervallum Διὰ τεσσάρων, quod latinis etiam litteris exprimimus, usitato modo scribentes Diatessaron.



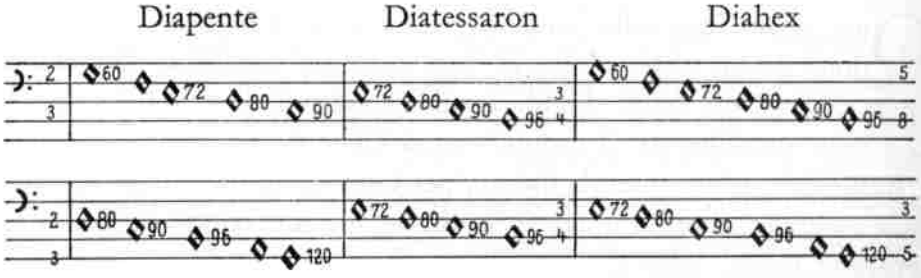
Quarta seu Diatessaron.

Sequitur igitur, ut quia intervallum sesquialterum superaddit tonum unum perfectum (quippe differentia inter 2.3. et 3.4. fuit 8.9.) ex hoc ipso, dicatur Quinta, seu, Graecae pronunciationis imitatione, Diapente; non obstante quod actu ipso in totidem concinna divisa non sunt per sectiones nostras harmonicas, intervalla sesquialtera: eâque de causâ numerus unus, ad hanc divisionem plenariam necessarius, adhuc nobis desit: quem defectum Deus ipse creator etiam in planetarum motibus expressit, ut libro quinto audiemus.

Quinta seu diapente.

Porrò quia sic etiam tàm 5.8. quàm 3.5. superaddunt sesquialterae[1] 2.3. unum ex jam dictis elementis, illud quidem semitonium 15.16. hoc verò tonum minorem 9.10.; ex hoc appellantur Sextae, illud quidem minor, hoc major.

Sextae, major et minor.



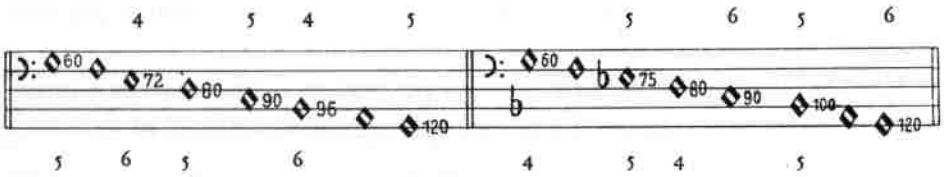
Vicissim quia tam 4.5. quàm 5.6. demunt de sesquitertia unum ex jam dictis Elementis, illud quidem semitonium 15.16. hoc verò tonum minorem 9.10. ut ostensum est capite praecedenti, restant igitur ijs bina solummodò ex elementis concinnis, illi quidem Toni, major et minor; huic Tonus major et semitonium. Ex hoc quidam Intervalla haec appellant voce Graeca Ditonos, majorem et minorem vel semi-

26) major, hoc minor.

ditonum, cùmque duo intervalla tres requirant terminos seu voces, ideò dicuntur, Tertiae major et minor. Et horum intervallorum per sectiones chordae naturales constitutorum caetera quidem actu sic divisa sunt, at supremum et imum actu divisum est nondum.

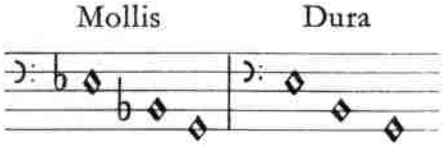
Quid tertia major et minor.

GALILAEVS Ditoni voce utitur ad significandum aliud quippiam ex veterrima Musica, quod differt â tertia, majore consonante. Vide C. XII.



Et cum harmonicae 3.5. et 4.5. sint ex Pentagono, cujus latus ineffabile, sed et 5.8. et 5.6. misceant aliquid de natura Pentagoni; hinc fit ut biga utraque sit imperfectioris consonantiae; quae quo minor est, hoc mollior et blandior auribus accidit; Minor verò est in 5.6. et 5.8. quia totum circulum, vel figura perfectiori (s. Hexagona, cujus latus est effabile longitudine) vel in partes proportionis continuè duplae (quae identica est) sc. in 6. et 8. dividunt: Ergò 5.8. et 5.6. habentur pro sexta et tertia molli: 3.5. verò et 4.5. pro sexta et tertia durâ sive asperâ; et sic etiam appellantur.

Origo vocum Tertia, vel sexta dura, et Mollis.



Denique quia proportionis duplae intervallum, ut supra dictum, ex sesquialtero et ex sesquitertio constat, quorum illud Quinta dicitur, hoc Quarta; quae tamen bina in sui medio habent unum communem terminum, qui unius ultima est, alterius prima, versus plagam eandem in hunc modum: [1]

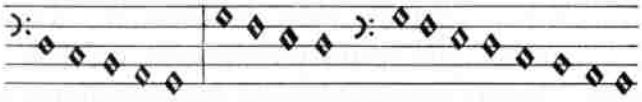
Octava seu Diapason.

42 Prima. Secunda. Tertia. Quarta. Quinta. 6. 7. 8.
Prima. Secunda. Tertia. Quarta.

Sequitur igitur, ut ultima posterioris in numeratione, sit numero octava. Atque inde hoc intervallum Octavae nomen obtinuit. Graeci ad identicam consonantiam respicientes, appellant Διὰ πασῶν, ut et Latinis literis Diapason scribitur; quasi consumptis omnibus diversum sonantibus, vox canentis octavo sono in seipsam redeat: indeque novum initium, nova series Concinnorum oriatur, priori per omnia similis: vide Prop. I.

Quid octava seu Diapason.

Diapente. Diatessaron. Systema diapason.



Frustra hic philosophantur de Numero, cur sc. octava vox consumat omnes, inque idem redeat? verè enim respondendum est per peti-

tionem principij, quia sc. natura fiat, ut intervallum proportionis duplae, quod per Cap. I. est Identisonum, dividatur in intervalla concinna septem, quae determinantur sonis octo: ut hoc capite probatum est. Ipsi putant fieri hoc, quod Numerus 8. sit primus Cubus et prima Tessera. At quid sectioni chordae cum solidis? Et cur non etiam vox vicesima septima (secundus is cubus est) redit eôdem?

Quid Systema? Hinc adeò etiam Systematis nomen propriè et primò convenit intervallo proportionis duplae, diviso per sua septem Concinna, et suis octo vocibus seu chordis descripto, inque instrumentis expresso: de quo infra Cap. IX.

Disdiapason. In ijs intervallis quae octavam seu Diapason superant, in multiplicibus quidem Octavae, duplex Octava, Graecè Δὶς διὰ πασῶν, dici solet, Triplex Trisdiapason, et sic consequenter. In caeteris verò exprimitur Diapason, ejusve multiplex, et additur excessus, hoc pacto, Quinta supra octavam, aut, Octava supra Quintam, Diapasonepidiapente, vel Διὰ πέντε ἐπὶ διὰ πασῶν. Interdum et numero pergimus, appellantes Nonam, Decimam, Duodecimam, etc.

Haec igitur sectio intervallorum consonorum in concinna, naturalis est, quantitasque haec, et numerus elementorum concinnorum, ternario non major non sola aurium assuefactione nititur; sed auditus hoc habet ex instinctu naturali: nec possunt, praeter ista, vel alia intervalla, vel alio numero pro concinnis sumi, in quae dividatur quodlibet ex consonis. Nam si velles exempli gratia Diesin adjungere, primum illa est etiam dissonorum Concinnorum soboles; deinde si maximè illam tantum ideò velles adjungere, quia est Consonorum soboles; at solam non posses: traheret n. secum Limma seu Semitonium minus, quod tantùm à dissonis oritur. At consentaneum est, auditum illud à sobole consonorum distinguere, ijsque admissis inter canendum, interque secunda intervalla, hoc ceu spurium repudiare. Quare etiam Diesis inter principalia Octavae intervalla non erit.[1]

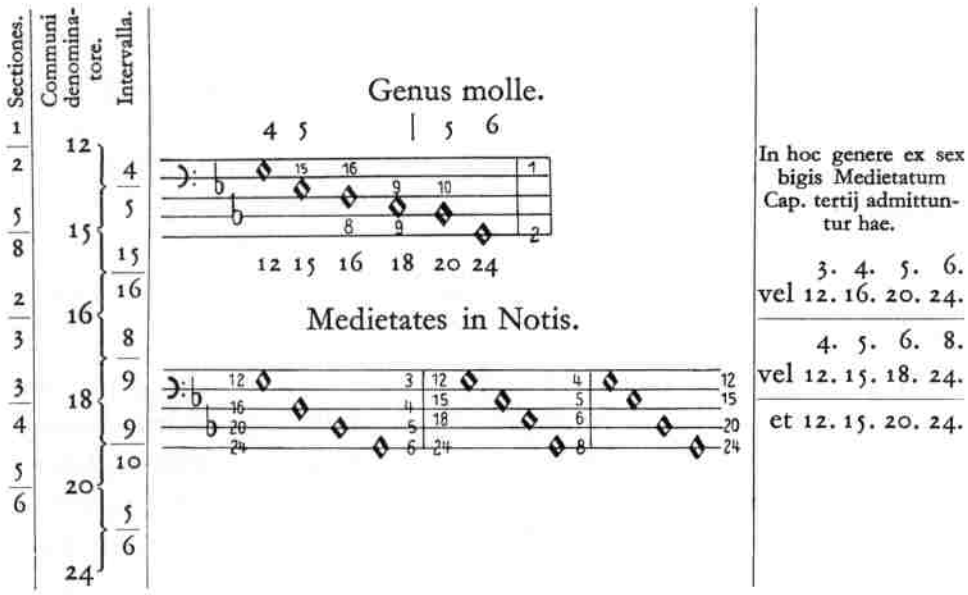
CAPVT VI

DE CANTVS GENERIBVS, DVRO ET MOLLI

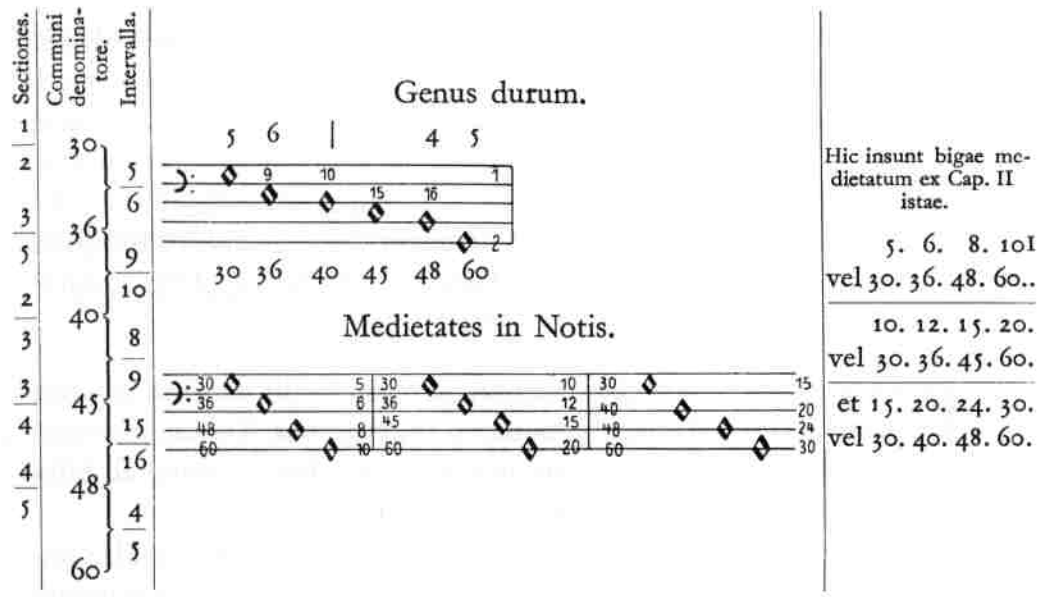
De figurarum generibus dictum est lib. primo, Prop. XLIX. quas cùm etiam chordae sectiones ipsae imitentur, per Axioma II. hujus; sequitur igitur, ut quia sectio proportionis continuè duplae, et sectio Trigonica, ejusque continuè duplae, sunt ex figuris laterum effabilium saltem primis, Triangulo et Quadrangulo: Sectio verò Pentagonica fit latere ineffabili: illae igitur sectiones per Ax. IV. efficiant

unum genus cantus, ista genus alterum; cui quidem non propter figuram Tetragonam, sed solùm propter identicam bisectionis consonantiam, admiscetur etiam bisectio.

Hinc ergo nascuntur duo sectionum Genera, unum quidem habet sectiones has:



Alterum genus cómplectitur sectiones has:



44 Haec sunt illa vulgo celebrata duo Cantus genera; et prior quidem dicitur cantus mollis, quia inveniuntur in eo ordinata ab imâ voce, intervalla, Tertia et Sexta, molles; posterior verò cantus durus, ab

ejusdem denominationis intervallis eodem loco systematis octavae ordinatis, quorum nominum ratio dicta est, capite V. praecedente.

Quemadmodum enim illic 5.6. loco imo, non tulit 3.5. sic jam hic 4.5. non fert 5.8. quia natura cantus concinni requirit hoc, ut tertia cum sexta faciat perfectam quartam seu diatessaron.

Hinc igitur apparet naturalis sepes utriusque generis. Nam cùm in cantu molli sit imo loco 5.6. in duro 4.5. et differentia utriusque scilicet diesis 24.25. non sit ex concinnis ordinarijs, per caput IV. ergò non poterunt eâdem cantus naturalis serie simul stare imo loco 4.5. et 5.6. sed assumpta 4.5. tertia majore, debet illâ vice exulare ab imo loco 5.6. aut hac receptâ extruditur illa; ubi 4.5. trahit secum 3.5. et 5.6. trahit secum 5.8. sextam minorem.

Rursum autem hoc discrimen utriusque generis harmoniae, Deus ipse in motibus planetarum expressit, ut lib. V. audiemus.

De Veterum tribus illis Generibus, quorum haec Nomina, Diatonicum, Chromaticum, Enharmonium, hic consultò supersedeo dicere, ne confundam lectorem. Possis tamen Diatonicum interpretari, Cantum durum, Chromaticum, Cantum mollem, aut Diatonicos quidem singulos, chromaticum verò, mixtum ex duro et molli. Enharmonium verò nihil habet respondens in cantu naturali; in usuali verò Musica respondent illi quadantenus, vibrationes Vocis humanae, tremor Organorum, Mordentiae in fidibus pandurae, et similia.

Vide quae de his Generibus infra disputamus in Appendice ad textum PTOLEMAEI.

CAPVT VII

DE PLENARIA SECTIONE VNIVS OCTAVAE IN VTROQVE GENERE CANTVS, ET DE ORDINE NATVRALI CONCINNORVM OMNIVM

Igitur hactenus Natura ipsa ostendit, in cantu molli, tertium ab infra concinnum, esse Tonum minorem 9.10. quartum, Tonum majorem 8.9. quintum, semitonium 15.16. in cantu verò duro, tertium ab infra 15.16. quartum 8.9. quintum 9.10.

Restant in utroque genere Cantus adhuc tertiae binae, singulae minores et singulae majores, quae nec dum sunt divisae actu, per sectiones chordae naturales, in elementa minima concinna.

Primùm videamus, in quae Concinna possint illa dividi, deinde quo ordine collocanda sint singula.

Satis autem natura docet, si possimus illa dividere in eadem elementa,
41 ex quibus hactenus vidimus constare, natura monstrante, Dia[1]tessaron consonantias; non debere nos uti alijs, quarum exempla natura non monstrat. Docet igitur Arithmetica, 4. 5. constare ex 8.9. et 9.10. sic 5.6. ex 8.9. et 15.16. En eadem concinna, quae et hactenus.

Quod nisi ordinaveris imo loco Tertiae cujusque inferioris, Tonum majorem; non poterit esse chorda una in utroque genere cantus. Si enim in cantu molli non poteris imo loco ponere tonum majorem, oportet igitur ut ibi colloces semitonium 15.16. quia haec duo sola insunt
10 in intervallo 5.6. indiviso. In duro contrà esset collocandus imo loco Tonus minor, quia illud consonum indivisum, scilicet Tertia major, non habet semitonium, quod antea in molli ponendum fuisset imo loco; ita fierent duae Chordae, quarum longior cum maximâ constitueret semitonium, pro cantu molli, altera tonum minorem, pro duro.

Accedit secundò quòd naturae consentaneum videtur, ut, ubicunque liberam sectionis electionem habemus, majora intervalla vergant ad sonos graves, quia etiam ipsi graves, acutis sunt majores.

Eâdem prima ratione evincemus etiam, superiorem tertiam, indivisam hactenus, sic esse dividendam, ut tonus major sit loco summo,
20 ne septima chorda gemina fiat. Est enim in cantu molli superius 4.5. in duro 5.6. naturali methodo in superioribus traditâ. Si ergò Tonum perfectum (alterum scilicet elementum Tertiae) ordinaremus loco inferiori hujus Tertiae superioris; tunc intervallum idem à diversae altitudinis vocibus consurgens, pertingeret etiam ad diversae altitudinis voces, quas pro unâ faceret duas. Hae rationes demonstrativae et planè necessariae, sufficiunt contra authoritates PTOLEMAEI, ZARLINI, GALILAEI, qui imo loco octavae habent tonum minorem.

Igitur chordae octo explicantur his numeris ad eundem communem minimum denominatorem redactis.

17) ipsi grave, acutis sunt minores.

SYSTEMA OCTAVAE

In cantu molli.

Voces seu Loca.	In Notis.	Longitudo chordarum.		Superior.	Quartae.		
			vel				
VIII.		72.	360.	24.	Media naturaliter divisa.		
VII.		81.	405.	27.		vel	
VI.		90.	450.	30.	30.	15.	
V.		96.	480.	32.	32.	16.	Ima.
IV.		108.	540.		36.	18.	27.
III.		120.	600.		40.	20.	30.
II.		128.	640.				32.
I.		144.	720.				36.[1]

In cantu duro.

46

Voces seu Loca.	In Notis.	Longitudo chordarum.	Superior.	Quartae.	
VIII.		360.	120.	Media naturaliter divisa.	
VII.		405.	135.		
VI.		432.	144.	36.	
V.		480.	160.	40.	Ima.
IV.		540.		45.	135.
III.		576.		48.	144.
II.		640.			160.
I.		720.			180.

Expressas vides in numeris minimis, non tantum omnium octo longitudinum proportiones, sed etiam quatuor supremarum, et quatuor

imarum, numeris minoribus; inprimis verò trium supremarum et trium imarum, de quarum medijs earumque numeris mihi cum authoribus hoc in capite controversia intercedit, nam VII. in utroque Genere cantus est 405. Et II. utrinque 640.

Memineris autem, chordas uniuscujusque Generis tantum principales octonas in hoc capite poni: de accessorijs, quarum unam Cantus durus adsciscit loco pene supremae, in sequente dispiciemus: hic enim id agimus, ut videamus, quomodo penesupremae et penimae constituendae sint, ut in utroque Genere possint esse eaedem.

10 Et quia in conjunctione harum utriusque cantus principalium octo chordarum, fit ut duae earum geminentur in Instrumentis Musicis: fiunt ergò in communi systemate, chordae principales unius Octavae, decem, agnoscuntur tamen (et sic etiam appellantur) LOCA non plusquàm octo. Vide originem vocabuli Cap. IV.**

**Vide etiam hunc typum, qui eodem redit.

Loca C. mollis		VIII.		VII.		VI.		V.		IV.		III.		II.	I.
Chordae	360.	405.	432.		450.		480.		540.		576.		600.	640.	720.
Loca C. duri	VIII.	VII.		VI.				V.		IV.		III.		II.	I.

CAPVT VIII

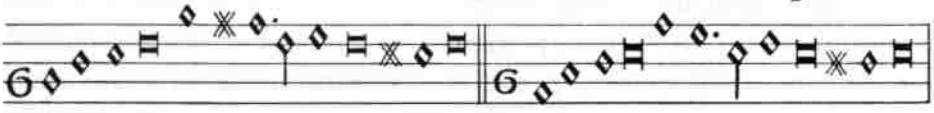
DE NVMERO ET ORDINE MINIMORVM INTERVALLORVM VNIVS DIAPASON

Intervalla imum et summum, ut et quartum, naturâ hoc, illa naturae imitatione, facta sunt Toni majores: à quibus rursum imitatione na-
20 turae, quae tonum minorem secat in semitonium et diesin, abscinduntur itidem semitonia 15.16. propter majorem varietatem, in cantus flexibus seu anfractibus praecipuè; idque superiori parte intervalli: restant igitur in parte inferiore Limmata, seu dieses majores 128.135. quod diesin 24.25. uno commate superat. [1]

47 Praecipua verò est hujus abscissionis necessitas in supremo intervallo, quod capite praecedenti tonum majorem fecimus, quia cantus durus semitonio in summo, vel tono majore promiscuè et pro re nata utitur, crebrius tamen illo et penè solenniter, eò quod sicut septima ordinaria facit cum quarta Epitriton seu Diatessaron 3.4. (sc. 405. cum 540. ca-
30 pitis superioris): sic etiam haec VII. extraordinaria, diapente perfectum seu 2.3. cum III. facere amet, quia III. est propria generis duri, sc. 576. ut argutior hoc pacto cantus fiat. Et verò 2.3. de 576. est 384. quod cum VIII. scilicet cum 360. facit 16.15.

Cape hoc Exemplum in Notis ex anticipato.

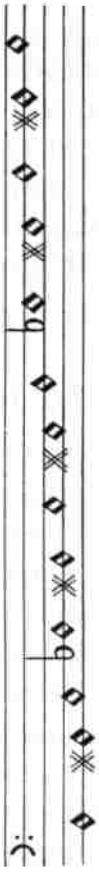
Etsi haud contenderim si quis affirmaverit, hujus melodiae proprietatem sic rectius exprimi.



Sed de hac re infra ex professo.

Itaque fiunt in una octava in universum chordae tredecim, his numeris seu terminis minimis: quibus interposui intervalla omnia minima secundum naturalem ordinem in pleno et perfecto Systemate organico.

	Longitudines chordarum.	Intervalla concinna vel quasi.	In notis usitatis.
Supra.	1080		
		Semitonium.	
	1152		
		Limma.	
	1215		
		Semitonium.	
	1296		
		Diesis.	
	1350		
		Semitonium.	
	1440		
		Semitonium.	
	1536		
		Limma.	
	1620		
		Semitonium.	
	1728		
		Diesis.	
	1800		
		Semitonium.	
	1920		
		Semitonium.	
	2048		
		Limma.	
Infra.	2160		



Organistarum Atechnia.

Vides duobus locis concurrere bina semitonia infra diesin, quod 48
supra dicebamus futurum. Atque id arripiunt artifices in organis, et duobus semitonijs pro tono utuntur, quoties insolentiorem aliquam mutationem instituunt. Etsi ex artis instituto contemperant omnia 10
intervalla, sic ut nullum sincerum relinquatur, sed ut intervalla, quae debebant esse perfecta, minimo perfectionis damno, sublevent et leniant caeterorum imperfectionem; quâ ratione fit, ut toni omnes organicis sint aequales, limma etiam aequale semitonio, adeòque duo semitonia faciant illis tonum, perfecta bisectione; quod ut tanto facilius succedat, ne diesis quidem perfectionem suam demonstrativam apud illos retinet.

Sèctio Monochordi expedita pro chely ejusque reprobatio per auditus sensum.

Hic locus postulat, ut quae supra sub finem capitis secundi promisi, praestem: nimirum ut cum meis inventis comparem sectionem Monochordi Testudinariam, à VINCENTIO GALILAEO, nî fallor, ex ARISTOXENO prolatam; et super ea quoque aures interrogem, sic tamen, ut Ratio eloquatur, quod ipsas dicturas esse consentaneum fuerit.

Cùm enim Diapason constet ex concinnis intervallis septem; unde nomen habet Octavae, ut dictum capite priori: inter quae intervalla sunt quinque toni, duo semitonia; et tonorum quilibet bisecari possit in partes semitonio proximas, ut ita fiant intervalla duodecim hoc capite definita; literis *G. Gp. A. b. ♭. c. cp. d. dp. e. f. fp. g*: hinc occasione capta Musici instrumentarij duodecim et ipsi intervalla in uno Diapason statuerunt; id verò viâ minimè laboriosa, sed omninò facili et expedita, ut mechanica pleraque par est esse; quae talis est. Totam colli testudinarij longitudinem, inter duo quidem Ephippia seu magadia, quibus incumbens chorda, liberam tota longitudine intercepta vibrationem obtinet, dividunt in partes aequales 18. et primam à Verticillis ligaturam seu Tactum sic ponunt, ut supra sit pars 1. infra 17. Deinde has residuas 17. deletis divisionis punctis, de novo in alias 18. dividunt, et secundâ ligaturâ absecant unam ut prius, idque repetunt duodecies: cum duodecimâ absectione dicunt relinqui tantam Partem Chordae, ut sit inter illam et Totam Consonantia diapason. Sit ergò longitudo chordae 100000. Si 18. partes fiunt 100000. quid 17? prodit 94444. Rursum si 18. valent 94444. quid 17? prodit 89198. Et si 18. valent 89198. quid 17? prodit 84242. etc. Hoc pacto prodeunt numeri duodecim pro totidem intervallis, quibus ad latus positi sunt Numeri, quantos postulat vera ratio hactenus demonstrata, in quantitate chordae totius.

	Ratio Galilaei.	Vera ratio hactenus demonstrata.
G.	100000.	100000.
Gp.	94444.	93750.
A.	89198.	88889.
b.	84242.	83333.
♭.	79562.	80000.
c.	75242.	75000.
cp.	70967.	71111.
d.	67025.	66667.
dp.	63301.	62500.
e.	59785.	60000.
f.	56463.	56250.
fp.	53325.	53333.
g.	50363.	50000.

Numerorum formâ eâdem expressa.

Haec ratio si exacta esset; tunc sanè proportio repetita duodecies aequalis esset proportioni duplae inter 1.2. quod sciunt boni Arithmetici falsum esse: cùm 1.2. et 17.18. sint incommensurabiles. Haec | tamen mechanica sectio chordae satisfacit aùditui utcunque;

propterea quòd numeri singuli ad veros juxtà positos appropinquant, et quia chordae chelyum tensiles sunt, et diversi quodammodò soni, acutiores in principio, cùm est earum motus adhuc magnus, recens dimissarum à digito; graviores et remissiores, cùm latitudo vibrationis contrahitur in angustum, chordâ in se redeunte. Quin etiam in tactu leniori vel fortiori differentia est, inque latiori vel reductiori, pro scientia Musici. At si auditus judicium cum Rationis sollerti indagine examines; statim apparebit dissensus: quod sic probo. Agnoscunt sanè aures harmoniam inter 100000. et 50363. ut affirmat Mechanicus: agnoscunt eandem etiam inter 100000. et 50000. ut ego affirmo. Quaeritur utrum nihil diversitatis animadvertant aures, et utrum harmonia haec obtineat tantam latitudinem? Respondeo ex meis sectionibus harmonicis Cap. II. quod non. Nam quomodò nihil discernunt inter duas Consonantias, chordarum 100000. 50000. et chordarum 100000. 50363. eodem modo neque discernent inter duas Consonantias, chordarum 100000. 50000. et chordarum 100000. 49637. quia aequalis hic et illic est differentia binarum consonantiarum.

At si non juxta totam 100000. pulsetur pars haec vel illa, sed partes ipsae, hinc 50363. inde 49637. juxta se invicem pulsentur: tunc omninò necesse est, partem breviorem emittere sonum acutiorem, partem longiorem graviorem: et haec differentia sonorum facile deprehenditur ab auribus, in examine unisonarum partium. Patet ergò, quòd aures non aliâ de causa judicent eandem esse consonantiam inter 50363. 100000. et inter 49637. 100000.; quàm quatenus 50363. et 49637. aequales esse videntur; id est, quatenus nihil sensibile differunt nec haec nec illa à 50000. Ergo si respondeant aures secundum Rationis interrogata; dicent, exactam Harmoniam inter 100000. et 50000. hoc est inter 2. et 1. interesse. Quare falsum est, exactam esse Consonantiam inter 100000. et 50363.

Idem judicium est de Harmoniâ inter 100000. 67025. nam etsi primò non discernunt eam aures a 66667. justa longitudine Partis verè consonantis: at residuum illius 32975. non est dimidium ipsius 67025. Aliter ergo consonabit duplum illius 65950. aliter ipsa 67025. cùm inter se collatae hae chordae diversum sonum faciant. Quòd igitur in Harmonia non discernunt illos aures, fit ideò, quia medium numerum probant, si sensus ratione acuatur, scilicet 66667. ut ejus complementum sit 33333. dimidium sc. illius exactè.

Stabilito jam sensus acumine in dijudicatione Harmoniae 2. ad 3.[1] itemque 1. ad 3. sequitur ut similiter etiam de 2. et 3. cum 5. judicemus, deque 1. et 3. cum 4. Nam si 59785. consonaret cum 100000. atque sic etiam residuum 40215. certè hoc non est bes de illo; cum tamen Bessis

Consonantia perfecta justificata jam sit, sc. 60000. cum 40000. Hoc pacto transfertur auditus, si ratione acuatur, ab una sectione ad aliam, incipiens ab unisono, cujus agnitio et dijudicatio est facilima, usque dum omnes pervadat, probans partes, quas mei numeri signant, repudians Mechanicas primi ordinis.

Vide argutissimam aliam hujus generis contemperationem apud VINCENTIVM GALILAEVM, non ignorantia demonstrativae sonorum quantitatis, sed studio singulari factam; atque Ego quidem usum ejus Mechanicum agnosco, ut organis eâdem penè libertate intensionis, quae est in humana voce, possimus uti: ad speculationem verò, imò ad Naturam cantus dignoscendam perniciosam existimo: quaeque hoc efficiat, ut Organum ingenuitatem humani cantus verè nunquam assequatur.

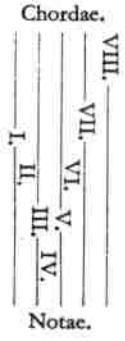
CAPVT IX

DE DIAGRAMMATE, HOC EST CHORDARVM SEV VOCVM DENOTATIONE MODERNA, PER LINEAS ET LITERAS ALPHABETI ET NOTAS: DEQVE SYSTEMATE

Non sine lite res est; sed sequor ego rationes necessarias. Musici nostrae aetatis pingunt chordas, aliter in diagrammatibus Testudinarijs, aliter in cantorijs. Illic enim singulae lineae diagrammatis, singulas chordas notant, quarum quaelibet pro diversis tactibus, diversos praestant sonitus, si pulsentur: in Cantorijs typis, non lineae tantum singulae singulas voces seu chordas, sed ipsa etiam intervalla duarum linearum significant unam chordam intermediam.

Lineae.

Hoc pacto 4. lineae transversae cum tribus intervallis, denotant 7. chordas, et 5. lineae cum 4. intervallis, chordas novem. Deinde exprimunt voces canori Systematis vel Notis peculiaribus, suo quamlibet loco diagrammatis; quae Notae simul temporis mensuram innuunt, vel literis alphabeti primis septem, vel denique sex syllabis, *ut*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, vel ut hodie Belgae, septem istis, *Bo*, *ce*, *di*, *ga*, *lo*, *ma*, *ni*.



Literarum necessitas.

Nam quia cantus genera duo sunt, durum et molle, quorum ab una communi voce imâ inceptorum, haec est differentia, quod tertia et sexta in duro cantu, sunt una diesi altiores quàm in molli; chordae itaque, tertia et sexta, non possunt manere stabiles in utroque cantu, sed oportet illas vel geminas facere in instrumentis et organis, ut factum in numeris, fine Cap. VII. vel tactu variare, ut credo factum olim in lyra et syringibus. Eadem de Diagrammate et voce humanâ sunt dicenda. Cùm enim

2) acuetur

pro utriusque generis octavis ab eâdem radice surgentibus unum solum diagramma fiat, inque eo tantum octo loca, octo sonorum [1] indices; ab 31
utroque verò genere cantus in unam octavam coacerventur principales chordae decem, per cap. VII. omnivariae verò tredecim, per Cap. VIII. fit ut duo soni, Diesi vel Limmate distantes, pingantur eodem diagrammatis loco, seu is linea sit, seu interlineare intervallum: quia dieses et limmata non canuntur deinceps, ut Toni et semitonia; qua de causa etiam nolui illas, cum aliquibus, semitonia minora dicere. Hac igitur de causa praefigendae fuêre lineis et intervallis, chordarum imaginibus, certae Notae, ex quibus cantus durus à molli internosceretur, constaret- 10
que locus semitonij, sive ordinarij, seu etiam caeterorum, ex tonis majoribus abscissorum. Est et alia necessitas occultior, non ex diversitate Generum, sed in quolibet cantu, ex inaequalitate Tonorum majoris et minoris; ut ij in diagrammatibus sint contra se distincti. Nam syllabas *Vt*, *Re*, *Mi*, necesse est esse generales et applicabiles tam majori quam minori Tono: quare utcunque satisfaciant hae denominationes, canere discentibus, et Organicis practicis: at Theoreticis minimè satisfaciunt. Ex hoc igitur officio hae literae, quando praefiguntur Diagrammatis, Claves appellari solent, quòd sine ijs, cantori non pateat ingressus in diagramma. 20

Eaedem verò literae etiam adhibentur in organis Musicis: inscribuntur enim manubrijs plectrorum in Tensis, aut Epistomiorum in inflatis, à qua inscriptione Manubria illa, privato jure Claves dicuntur, et ordo ipse, seu Systema ex Manubrijs omnibus, Claviarium, das Clavier, et instrumenti genus Clavichordium; quòd chordae clavibus, hoc est manubrijs foris depressis, plectrisque intus exsilientibus, pulsentur.

Tabulatura, seu diagrammata.

Quin etiam sunt diagrammata, pro Organistis scribi solita, in quibus pro lineis nigris, sunt series literarum, indicantium, quaenam Claves tangi debeant: ubi literae sunt pro Notis, quas adhibebant diagrammata cantoria, in lineas aut intervalla positas. 30

Circa literas has, aliqua nobis veniunt observanda jucundè. Primùm non omnes literae suis imponuntur lineis et intervallis, sed solum istae, *F. G. C.* quoties locus uni earum est super linea, *B.* verò etiam tunc, cùm locum habet in intervallo.

Vnde signum

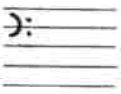
Deinde litera *C.* habet signum longe diversum quale sc. hic ad latus pictum: puto signum hoc natum ex detorsione scripturae veteris literae *C.* Nam quia latis calamorum mucronibus utebantur scriptores, Notae pleraeque compendiosâ scripturâ fiebant quadratae; nec poterat ijs calamis rotundum *C.* pingi: itaque *C.* fecerunt, ex tribus lineolis, una tenui, vice cavitatis, et duabus crassis, vice cornuum, ducto in latitu- 40

17) Theoricis 22) plectorum

dinem calamo sic . Jam lineola tenuis, properante calamo, ut plurimum facta fuit longior, et extans utrinque ultra cornua, sic . Vt autem cornua terminarentur, lineolas primae parallelas duxerunt sic . Et sic tandem ex duabus talibus lineolis una facta est, primae similis et parallela, totumque signum tale , quod,ut Notae ipsae in lineis, hiatu calami fit cavum, sic .

Occurrit tamen et hoc, an non signum hoc ex usu vocis, Scala Musica, fuerit natum, cum figuram prae se ferat scalae: quasi principium [1]
12 Scalae Musicae notaverit, ubi ponebatur. An verius, prius ex litera *C.*
10 scalae effigiem factam, postea ex hujus effigiei crebro usu, scalam dici ceptam, quod propriè diagramma erat?

Cùm verò locus non est literae *C.* in linea (quia olim ut plurimùm lineae erant tantum quatuor) tunc locus est literae *F.* in linearum una: quae scribitur in caeteris vocibus altioribus genuinâ suâ notâ, in Basso semicirculo recurvo cum duobus juxta punctis: quod signum puto inter initia, priusquàm detorqueretur, fuisse graecum γ gamma minusculum, sic ut duo puncta addita significent Digamma, quia nostrum *F.* est Graecorum duplex Γ. Nam à Graecis defluxisse hanc rationem signandi sonos Systematis per literas Alphabeti, fidem facit VINCENTIVS GALI-
20 LAEVS, prolatis Graecarum Cantilenarum exemplis antiquissimis. Et in confesso est, etiam simplex Graecum Γ, in latina nostra Musica locum invenisse; ut jam dicetur. De litera *f.*



Haec igitur *F.* est altera signata clavis: signantur autem ambae juxta invicem, ubi commodi loci pro utrâque occurrunt. Tertia est *G*, quae in vocibus altioribus exprimitur, cùm ei locus est in lineâ. Signatur ex antiquo more etiam in ima linea diagrammatis. Nam scala Musica hodie incipit a voce Γ *ut*, seu *Gammut*, quae indicat *G.* phthongum gravissimum: ut ita Digamma et Gamma, sint idem quod *F.* et *G.* De litera *g.*

Sed et *b.* in mollis cantus diagrammate pingitur insuper, ad discrimi- De litera *b.*
30 nandum genus cantus, sive in lineam competat, sive in intervallum: significat ejus praesentia cantum mollem, absentia durum. At non hoc tantum, verùm etiam in alijs lineis vel intervallis, quae non sunt Clavi *b.* tributa, reperitur nihilominus, et abusu quodam repetitur litera *b.* pro signo semitonij seu Syllabae *FA*.

Contrà quando extraordinariè Semitonium statuitur loco toni, et Syllaba *Mi*, loco Syllabae *Fa*, tunc notae praemittitur litera ♮. aut signum ab eâ derivatum. Nam veteres procul dubio sic pingebant ♮; at pro eo nos ♮ vel ♮: quod GALILAEVS idem lectori dicere velle existimat, quod De litera ♮.

olim Graeca vox diaschisma; satis enim evidenter fissuram exprimit, et indicat nobis abscissiones semitoniorum, de quibus egimus capite praecedenti VIII.

In Manubrijs Tensorum Organorum non committimus hanc ambiguitatem cum litera *b*. loco sc. non suo. Nam primò omnes Claves seu manubria sonorum illorum, qui constituuntur abscissis semitonijs à tono, et qui augent numerum octonarium Systematis octavae; et eminentia sunt, seu extantia supra manubria principalia plana; et nigra colore; deinde cuilibet nigrae Clavi inscribitur litera vicinae Clavis, sed caudata, ad distinctionem (excepto ♮. loco cujus *b*. simplex in nigra clavi ponitur); et cauda significat vocem altiorem, ut *f*. *f*♀. *g*. *g*♀. *b*. ♮. *c*. *c*♀. *d*. *d*♀, sed inter *f f*♀. *g g*♀. *c c*♀. est limma, et inter *b* ♮. diesis, inter easdem sc. literas, sicut etiam earum binae voces in uno solo loco dia|grammatis exprimuntur. At inter *d d*♀. est semitonium; sic ut hae duae literae, licet eaedem, non tamen adscribantur loco eidem, sed succedentibus. Diesis verò est inter *d*♀ *e*. et competunt hae diversae literae in locum eundem: quae diversitas concedenda est mori antiquo, et usu mollienda. Denique inter *f*♀ *g*. *g*♀ *a*. *a b*. ♮ *c*. *d d*♀. *e f*. sunt Semitonia. Itaque cautio hic est adhibenda, ne per analogiam aliquam ex scriptura eâdem, de intervalli identitate quicquam praesumamus.

Illud etiam praecipuè mirum, et condonandum similiter antiquo mori; quòd in non nullis Clavichordijs et organis (in quibus continuantur octavae) cùm propter identitatem consonantiae Diapason eaedem literae jure merito repetantur, non id tamen fit initio facto à prima *A*, sed à secunda *b*. Hic enim est ordo characterum. *C*. *D*. *E*. *F*. *G*. *A*. *b*. *c*. *d*. *e*. *f*. *g*. *a*. *bb*. *cc*. *dd*. *ee*. *ff*. *gg*. *aa*. *bbb*. *ccc*. *ddd*. *eee*. *fff*. *ggg*. *aaa*. etc.

Systema. Porro quod est diagramma in charta, hoc est Systema in organo, series scilicet chordarum omnium, unum intervallum consonum dividentium: quod, ut Cap. V. dictum, primò omnium convenit intervallo diapason: ex eo majoribus omnibus, quanta illa quodlibet Instrumentum complectitur.

Vetusta nomina chordarum. Etsi verò non est instituti mei, multum immorari in Musica veterum, cum sit obscuritatis plena; non censui tamen praetereunda nomina, quibus illi sonitus octo in unius octavae Systemate indigetarint; nam denominatio ista cognationem habet cum literis, de quibus egimus hactenus.

Igitur veteres ARISTOTELIS tempore sic numerarunt chordas, Hypate, Parhypate, Lichanos, Mese, Paramese, Trite, Paranete, Nete. Hypates vox erat gravissima, dictaque sic esse videtur à situ suo in instrumento

10) in *fehlt*

tenso, cùm ad ludendum applicatur: eundem enim situm hodiedum obtinet in Chely, Pandura et Cythara.

Cùmque affirmet ARISTOTELES, inter Hypaten et Parhypaten interfuisse diesin (hoc est Platonicum semitonium, qui duobus tonis majoribus ablatis à Diatessaron, relinquebat 243.256. quod appellavit Diesin) ergo Hypate eadem erat, quam signamus literâ *A*. Parhypate, quam litera *b*. signat. Ergo Lichanos (à digito indice sic dicta) est *c*. Mese verò est *d*: dictaque est hoc nomine, quòd inter septem erat media, quo tempore septem solae erant chordae in Psalterio, et pro octavâ pulsabatur prima. Paramese habet literam *d♯*. vel *e*: hanc vetustiores omittebant, Trite literam *f*; dicta sic est, quòd esset tertia in ordine ab acuto, sicut nos sextam dicimus à gravi *A*. Paranete signatur literâ *g*. Et Nete quasi quae ultima tangatur a plectro deorsum tracto, redit ad literam *a*. Confirmat hanc distributionem et hoc, quod inter Neten et Mesen Diapente interfuisse dicitur.

Qui veteribus stabiles phthongi, et qui mobiles?

Tale autem Systema chordarum octo, non poterat aliter utrique generi
14 cantus inservire, nisi vel tactu digiti abbreviarentur Parhypate | *b*. et paramese *d♯*. ut fierent *♭*. *e*. vel verticillis intenderentur in duro, aut remitterentur in molli cantu. Et hac occasione nata est distinctio phthongorum in stabiles et mobiles, ipsaque appellatio διέσεως, à remissione chordarum mobilium.

Proslambanomenos.

In compositione plurium Systematum Diapasôn, ratio veterum fuit intricatior; illud tamen observandum, quod assumpserunt unam graviorem ipsâ Hypate, quae ab hoc ipso Proslambanomenos est dicta. Hujus rei vestigium superest in Scala Musica, quam ediscunt nostri pueri, quae assumit infra literam latinam *A*. aliquam quae significat sonum graviorem, eum enim extra ordinem signat graecâ literâ Γ: sic enim incipit scala, *Gammut*, *Are*, etc.

Haec de nominibus chordarum veteribus sufficiat tetigisse hoc loco. Nam infra Capite XI. omnes chordae quindecim Systematis compositi explicabuntur vocibus antiquis, sed posteriorum Musicorum.

Jam tandem ad nostrum Systema naturale unius Octavae accedamus, eique literas applicemus ex Musica usitata.

Systema naturale a *G*. incipere.

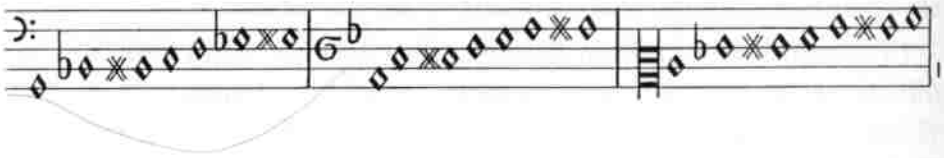
Statuo igitur Systematis hujus naturalis et demonstrativi vocem gravissimam eam esse, quam veteres Proslambanomenon, scala Musicalis *Gammut*, solet appellare, ei nimirum tribuendam literam *G*. Causae hae sunt, quia voces constitutae per sectiones harmonicas, infra quidem octavam talia determinant intervalla, cum voce chordae totius, qualia Musici ordinariè constituunt inter *G*. et *b*. *♭*. *c*. *d*. *d♯*. *e*.

36) apellare

Dixerit aliquis, eadem intervalla intelligi posse inter *D.* et *F.* *F*♯. *G.* *A.* *b.* ♮. sic etiam inter *c.* et *d*♯. *e.* *f.* *g.* *g*♯. *a.* Nec diffiteor ego, Musicos organicos, literas has usurpare generaliter, nec distinguere in ijs tonos, majorem et minorem. Nam quid illos impediat à *G.* in *d.* transponere cantum; qui in organis suis, Tonos duos, Majorem 8.9. et minorem 9.10. conflatos in unum intervallum 4.5. postea praecisè bisecant in duos tonos usuales, inter sese aequales? Etsi accuratior est in hac contemperatione GALILAEVS. Nos verò spectamus hic non ἀτεχνίαν Empiricorum, sed Naturae ἀκρίβειαν; quare imitari illos non possumus. Et literam quidem *c.* quominus, ab illa Systema octavae naturale consurgat, vel ipsi abjecerint, hoc argumento: Nam inter ipsorum *g*♯. *a.* est Semitonium; et hoc intervallum est loco quinto, quia *a.* est sexta à *c.* At in Systemate naturali, ante sextam nobis Diesi opus est. Diesin autem Musici ipsi ponunt tantum inter *b.* ♮. et inter *d*♯. *e.* Igitur vel ipsis organicis assentientibus, vel à *D.* vel à *G.* Systema nostrum consurgere debet, ut exprimatur merum Systema naturale.

At neque à *D.* Systema naturale incipere potest. Est enim ipsis in more positum, Semitonium ponere inter *d.* *d*♯. in meo verò naturali Systemate, est imo loco Limma, quod minus est Semitonio.

Systema naturale. Transpositio rejecta. Transpositio alia rejecta.



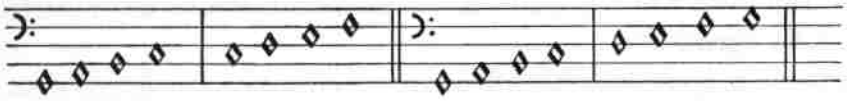
CAPVT X

DE TETRACHORDIS ET VSV SYLLABARVM *VT*, *RE*, *MI*, *FA*, *SOL*, *LA*

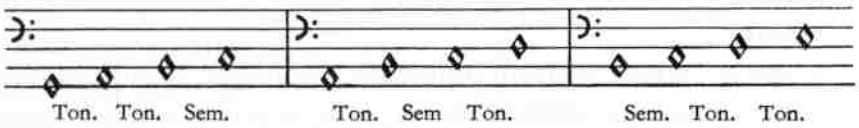
Veteribus usitatum erat, Systema octavae distinguere in duo Tetrachorda, idque diversimodè pro diversa intentione Musicorum. Vel enim conjuncta erant, Synemmena dicta, uno sono intermedio statuto, qui et cum gravissimo infrà, et cum acutissimo suprà efficiebat Diatessaron, itaque extremae efficiebant intervallum dissonum, Diheptà, et supra tonus unus subintelligebatur accedere: quoties enim ordo postulabat pulsare octavam *a*, pulsabant primam *A*, quasi ex opposito identicum sonum edentem, ἀντίφωνον. Hoc pacto non verè duo Tetrachorda erant, sed duo quidem diatessaron intervalla, unum verò Heptachordum: Vel disjuncta erant Tetrachorda, intervallo unius Toni majoris, Diezeugmena dicta, quod rerum Natura suadet etiam in nostra Systematis divisione, in qua inferius Tetrachordum habet *G.* *A.* ♮. *c.* superius

d. e. f♮. g. ubi inter *c. d.* tonus major interest. Fortassis ipso etiam situ disjunctae erant quatuor imae chordae à quatuor superioribus, relicto sc. interstitio majori, inter binas limitaneas.

Tetrachorda Synemmena. Tetrachorda Diezeugmena.

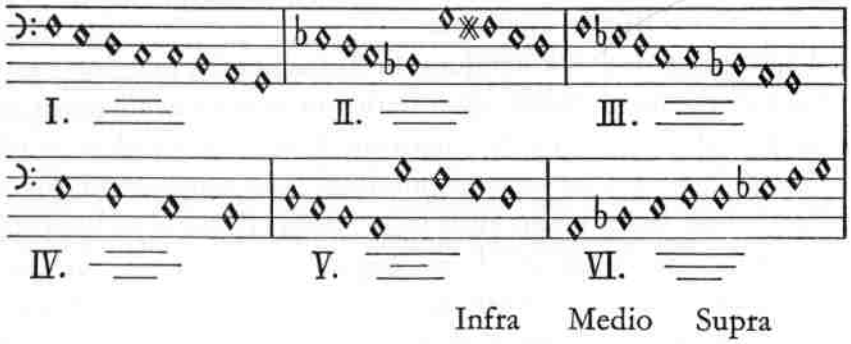


Causa ipsis cogitandi de Systemate Tetrachordi, fuit ista, quod videbant in una diatessaron consonantiâ, esse Tonos duos semis: et nos habemus Tonum majorem, minorem et semitonium in Diatessaron perfecto, in Concordantia scilicet minori (nam 4.5. et 5.6. ne quidem pro concordantijs habebantur) omnia elementa concinna; et semitonium quidem vel imo loco, vel medio, vel summo. Omnis igitur Cantus videbatur ipsis comprehendi tribus Tetrachordorum formis.



Mihi multiplicantur formae tetrachordorum, propter distinctionem inter Tonos, minorem et majorem; pro tribus enim sex fiunt, et in uno Diapason pleraeque geminae: itaque habemus etiam Naturae quoddam suffragium ad distinguenda Tetrachorda, nam superius est inferiori [1] quodammodo simile in dispositione intervallorum elementarium.

Brevi lineola semitonium signatur, mediocri Tonus minor, Longiuscula major.



			Infra	Medio	Supra
Prima forma in	*c d e f* / *G A* ♭ *c*	T. major, minor, semiton.			
Secunda forma in	*b c d d♮* / *d e f♮ g*	T. minor, major, semit.			
Tertia forma in	*c d d♮ f* / *G A b c*	T. major, semit., minor.			
Quarta forma in	♭ *c d e*	Semiton. T. major, minor.			

Quinta forma in $\frac{A\ \flat\ c\ d}{d\ e\ f\ g}$ T. minor, semiton., major.

Sexta forma in $\frac{A\ b\ c\ d}{d\ d\flat\ f\ g}$ Semiton. T. minor, major.

Et hae sunt tantùm perfecti diatessaron formae: de imperfectis Cap. XII. agemus.

Sin autem dissimulemus differentiam toni majoris et minoris, ut faciunt Organici, tunc omnino similia sunt Tetrachorda disjuncta deinceps ista.

G A ♭ c	et *d e f♯ g*
G A b c	et *d e f g*
Haec ima	et haec summa.

Vtrinque semitonium est loco eodem, vel summo vel medio; differentia solùm illa, quod uno commate altius est semitonium in inferiori Tetrachordo, quàm in superiori: quae differentia inter canendum non valde sentitur.

Transpositio. Huic igitur Tetrachordorum similitudini est innixa Transpositio cantus de clave in clavem, usitata Musicis; tantò expeditior, quòd organici discrimen Tonorum majoris et minoris, et caetera, sustulerunt.

Vsus syllabarum *Vt, Re, Mi, Fa, Sol, La.* Rursum haec Tetrachordorum similitudo et triplex varietas, peperit in Musica recentiori, sex illas syllabas *ut, re, mi, fa, sol, la*: quibus sublevatur memoria discentium. Quod si una sola Octava caneretur, composita ex duobus Tetrachordis similibus, poteramus esse contenti quatuor solis syllabis, *ut, re, mi, fa, ut, re, mi, fa,* dissimulato discrimine inter Tonos, majorem et minorem.

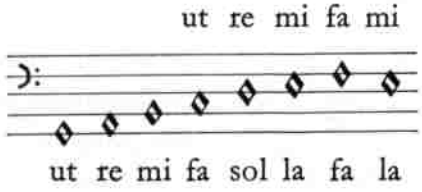
Sed quia sunt tria loca semitonij in Tetrachordo; ne igitur nimiùm generales essent hae syllabae, quin potius ut semper denotaretur semitonium per *Mi Fa*, vel *Fa Mi*: oportuit duas alias accedere syllabas; ut in his *(Vt, re, mi, fa)* esset semitonium loco supremo; in his verò *(Re, mi, fa, sol)* semitonium esset loco medio; denique in his *(Mi, fa, sol, la)* semitonium esset imo loco. Atque haec causa est, cur sex syllabis usi sint[1] inventores Musices, non octo. Itaque videat Belga ille, qui pro sex septem fecit, *Bo, ce, di, ga, lo, ma, ni*, quod ex hoc augmento lucrum habeat. Nam si censuit, voces usurpandas aequali numero cum chordis unius octavae, unâ minùs; ut octava propter identitatem repraesentaretur à primâ syllabâ *Bo*; quid quaeso desiderat in literis *a. b. c. d. e. f. g.* jam dudum in hunc usum receptis?

Mutatio cantus. Cùm igitur hoc modo sint natae sex syllabae, propter triplicem Tetrachordi formam: inde nata est doctrina Mutationum, per scalam Musi-

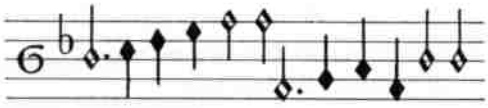
21) duobas

calem modernam, quae doctrina solummodo circa syllabas has, literis superius explicatis aptandas, occupatur, ostenditque superfluas syllabas *Sol, la*, aequipollere interdum primis *ut, re*, interdum succedentibus, *Re, mi*, ut possit interdum extra ordinem et sine mutatione, post *sol, la*, inferri *fa*.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 6.
Vt, re, mi, fa, sol, la, fa, la.
Vt, re, mi, ut, re, mi, fa, mi.



Est verò et alia quaedam dissimilis similitudo Tetrachordorum, fundamentum assimilationis diversarum modulationum inter se concinentium; quas Fugas et Phantasias solent appellare. Nam si sumas Tetrachorda contigua, nulloque intervallo à se invicem disjuncta, sic ut tonus major supersit ad implendam octavam suprà vel infrà: occurret in certis quibusdam octavae Systematibus utrinque series eadem intervallorum elementarium, hoc est Semitoniorum Diesium et Limmatum; et assumitur ad alteram tonus major, ut pro quartâ efficiatur quinta, quartae alteri quodammodò similis; et melodiae duae, altera prior tempore, intervallum Diapente superiùs, altera posterior tempore, intervallum Diatessaron inferiùs percurrunt, posterior priorem insequens, et quâ † licet, illius typum, velut illius aemula quaedam, imitans.



Semito. } Tonus adjunctus.
Limma. }

Tetrachorda similia.

Semito. } T. minor. } Inferius.
Diesis. }
Semitonium.
Semito. } T. major. }
Limma. }

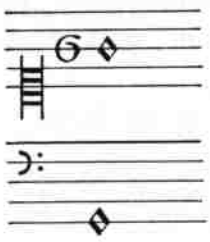
Semito. } T. minor. } Superius.
Diesis. }
Semitonium.
Semito. } T. major. }
Limma. }

CAPVT XI

DE SYSTEMATVM COMPOSITIONE

Etsi unius hominis vox plerunque intra unius octavae systema vertitur, plurium tamen Melodiarum concentus docet octavas plures contiguas ordinare. Veteres igitur numerorum affectionibus omnia definientes, Diapason epidiapente Numeris 1. 2. 3. systema perfectum

definiverunt: nobis suprà sectiones harmonicae singulae singula reddiderunt systemata, quorum erat maximum Disdiapasonepidiapente, numeris 1. 5. 6. Etsi nostris Componistis, ut vocant, limes [1] nullus est positus, dum Melodias concinentes multiplicant: quod etiam Creator Deus, in contemperatione motuum coelestium praeivit, Systemate facto ex septem diapason, et eo amplius. Veruntamen quia hic componimus systema, ut omnes omninò consonantias speculemur, perfectas, imperfectas; ad hoc opus sufficiunt nobis duo diapason in unum composita intervallum, quod etiam PTOLEMAEVS perfectum systema appellavit, in hunc, qui sequitur modum.



Chordae cum clavibus et intervallis intra Disdiapason.

gg		540
	Semitonium	
ff♭		576
ff	Limma	607s.
	Semitonium	
ee		648
	Diesis	
dd♭		675
dd	Semitonium	720
	Semitonium	
cc♭		768
cc	Limma	810
♮♮	Semitonium	864
	Diesis	
bb		900
a	Semitonium	960
	Semitonium	
g♭		1024
g	Limma	1080
	Semitonium	
f♭		1152
f	Limma	1215
	Semitonium	
e		1296
	Diesis	
d♭		1350
d	Semitonium	1440
	Semitonium	
c♭		1536

Nostra scala Musica, quae nihil est aliud quàm Systema Musices nostrae Maximum, complectitur duo diapason et unam sextam; quam huc apponam, comparatam cum systemate veterum, et appellationibus chordarum graecis.

ee	*la*	
dd	*la sol*	Appellationes chorda-
cc	*sol fa*	rum Graecae ex per-
bb	*fa* ♮ *mi*	fecto Systemate PTOLE-
aa	*la mi re*	MAEI.
g	*sol re ut*	Nete Hyperbolaeon
f	*fa ut*	Paranete Hyperbolaeon
e	*la mi*	Trite Hyperbolaeon
d	*la sol re*	Nete Diezeugmenon
c	*sol fa ut*	ParaneteDiezeugmenon
b	*fa* ♮ *mi*	Trite Diezeugmenon
a	*la mi re*	Paramese
G	*sol re ut*	Mese
F	*fa ut*	Lichanos Meson
E	*la mi*	Parhypate Meson
D	*sol re*	Hypate Meson
C	*fa ut*	Lichanos Hypaton
B	*mi*	Parhypate Hypaton
A	*re*	Hypate Hypaton
Γ	*ut*	Proslambanomenos

c		1620
	Limma	
♮		1728
	Semitonium	
b		1800
	Diesis	
A		1920
	Semitonium	
G♭		2048
	Semitonium	
G		2160
	Limma	

Hic singulae lineae significant singulas chordas principales.

Hic non lineae tantum sed etiam intervalla inter lineas singula significant singulas chordas seu sonos principales, more hodiernorum Diagrammatum.

De caeteris partibus Musices hodiernae agere non est instituti mei; nihil enim pertinet ad naturam Intervallorum, quae sit Notarum mensura, varietas, proportio Modorum, Pausae et similia.[1]

59 Corollaria arithmetica et mechanica.

Multiplicatio longitudinis chordae *gggg* exprimit chordas undecim.			Multiplicatio chordae *cccc*♭ gignit octo chordas.			Multiplicatio chordae *fff*♭ gignit sex chordas.		
Sit	*gggg*	135.	Sit	*cccc*♭	192.	Sit	*fff*♭	288.
		135.			192.			288.
	ggg	270.		*ccc*♭	384.		*ff*♭	576.
		135.			192.			288.
	ccc	405.		*ff*♭	576.		♮♮	864.
		135.			192.			288.
	gg	540.		*cc*♭	768.		*f*♭	1152.
		135.			192.			288.
	dd♭	675.		—	960.		*d*	1440.
		135.			192.			288.
	cc	810.		*f*♭	1152.		♮	1728.
		135.			192.			
	—	945.		—	1344.			
		135.			192.			
	g	1080.		*c*♭	1536.			
		135.			192.			
	f	1215.		♮	1728.			
		135.			192.			
	d♭	1350.		*A*	1920.			

Hic etiam sexta parte ipsius ♮, distant *d* et *f*♭.

Alia Monochordi sectio. Divide *G*. in 3. et quodlibet, in 2. 4. 8. 16. ut fiant partes 48. harum 12. sunt *gg*,

34) 2536 *statt* 1536

	135.
—	1485.
	135.
c	1620.
	135.
—	1755.
	135.
—	1890.
	135.
—	2025.
	135.
G	2160.

Et hîc decimasexta parte chordae distant *d*♮ *f*. ubi minor tonus, et *f*. *g*. ubi major.

Hic etiam nona parte non totius chordae, sed ipsius ♭, vel decima ipsius *A*. distant *A* ♭. et ♭ *c*♮.

Vel divide *G*. in 5. quodlibet in 3, et hoc iterum in 3. ut fiant 45. Harum

12. sunt *ff*♮, 15. sunt *dd*, 16. sunt *cc*♮, 18. sunt ♭♭, 20. sunt *a*, 27. sunt *e*, proinde

24. sunt *f*♮, 30. sunt *d*, 32. sunt *c*♮, 36. sunt ♭, 40. sunt *A*. [1]

15. *dd*♮, 16. *dd*, 18. *cc*, 20. *bb*, 24. *g*, 27. *f*, 30. *d*♮, 32. *d*.

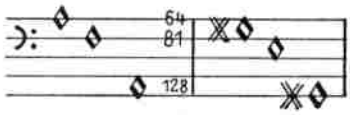
Rursum *G*. divide in 5. harum 3. erunt *e*, 4. ♭. Denique ♭ in 3. divide, et quodlibet in 3. ut fiant 9. earum 8. dant *c*♮, 10. dant *A*. ultimò triseca *c*♮, et sume harum 4. pro *g*♮.

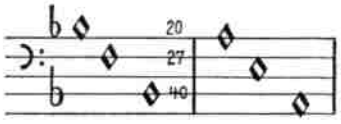
CAPVT XII

DE CONSONANTIIS ADVLTERINIS

Ex continuatione duorum diapason resultant consonantiae imperfectae. Nam in commissurâ utriusque, sequuntur deinceps duo toni majores 8.9. inter *f g*, et *g a*. Itaque in *f*. *a*. intervallum est 64.81. quod uno commate 80.81. majus est justâ Tertiâ Majore 4.5. vel 64.80. Hoc cum GALILAEO ditonum appellemus. Idem intervallum est inter *e g*♮, quia inter *e f*. et *g*♮ *a* utrinque idem est intervallum semitonij.

Ditonus.





Sic inter *f bb* ad ditonum abundantem *f*. *a* accedens semitonium, facit intervallum 60.81. vel 20.27. quod est commate 80.81. majus unâ quartâ 3.4. vel 60.80.

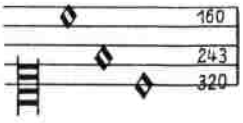
Idem judica de *e a*, quia ut *e*. semitonio inferior est ipso *f*, sic etiam *a* ipso *b*.

Haec imperfecta Consona seu abundantia si subtrahantur ab intervallo Diapason, relinquunt imperfecta et uno commate deficientia residua. Nam inter *a ff* unius octavae erit 81.128. deficiens sexta mollis.

Idem inter *g*♮ *ee* si ab octava subtrahas *e g*♮.

Sic inter *bb ff.* unius octavae, post subtractionem imperfectae quar-
† tae *f bb* 20.27. ab octava, restabit diminuta Quinta 27.40. id est 81.120.
Idem inter *a ee*, subtracto *e a* ab octava.

Addito verò ditono abundanti *f. a.* ad Tertiam minorem *a c.* 5.6. procreatur 160.243. Quinta, diapente, *f cc*, abundans uno commate. Nam 160.240. est 2.3. et 240.243. est 80.81.



Et quinta abundante *f cc* ex octavae intervallo ablatâ, restat quarta *c f.* 243.320. deficiens uno commate.

10 Tabella imperfectarum Consonantiarum sex.

Pro 4.5. est 64.81. abundans	
Pro 3.4. est 60.81. abundans vel 20.27.	et 243.320. deficiens.
Pro 5.8. est 81.128. deficiens	
Pro 2.3. est 81.120. deficiens vel 27.40.	et 160.243. abundans.

Neque tamen ideò opus est semitonio seu Limmate Platonico 243.256. quod ille diversam ob causam, quàm ego, Limma appellavit. Ablatis enim duobus tonis majoribus sc. ditono 64.81. ab intervallo 3.4. restabat illi hoc Limma 243.256. loco semitonij. At mihi non opus est hac subtractione, potius enim augetur mihi 3.4. intervallum, et fit 20.27. [1]

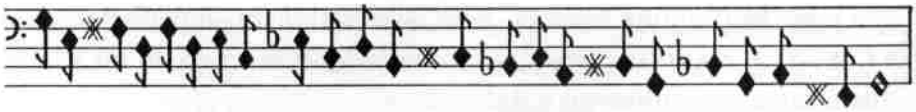
61 20

CAPVT XIII

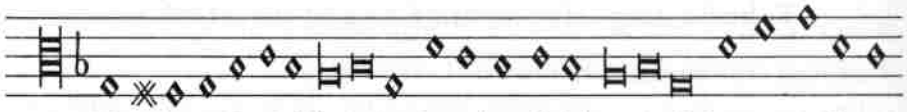
QVID SIT CANTVS NATVRALITER CONCINNVS ET APTVS

Nihil dicemus de stridulo illo more canendi, quo solent uti Turcae et Vngari pro classico suo: brutorum potius animantum voces inconditas, quàm humanam Naturam imitati.

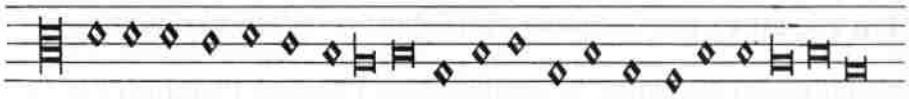
Videtur omninò primus author hausisse melodiam hujusmodi inconditam ab instrumento minus aptè conformato, eamque consuetudine diuturnâ, cum ipsius instrumenti facturâ, transmisisse ad posteros, totamque gentem. Interfui Pragae precibus, quas Legati Turcici sacerdos horis statis ingeniculatus, terramque fronte crebrò feriens, decan-
30 tare solebat: apparuit facile, ipsum ex disciplina canere, exercitationemque et promptitudinem labore comparasse, nihil enim haesitavit; at intervallis usus est miris, insolitis, concisis, abhorrentibus, ut nemo proprio naturae ductu et ex seipso ultrò simile quid constanter unquam meditari posse videatur. Conabor aliquid proximum illi per nostras notas Musicas exprimere.



Concinnus igitur et humanarum aurium judicio aptus cantus est, qui exorsus à certo quodam sono; ab eo per intervalla concinna tendit ad sonos consonos et primo illi, et plerumque etiam inter se mutuò; dissona cursim pervolitans intervalla, in consonis verò immorans, seu mensurâ temporis, Sýllabarumque longitudine, seu crebro ad illos reditu, veluti duarum vocum inter se consonantiam affectans, unicae vocis traductione à loco uno Systematis ad alium. Exemplum.

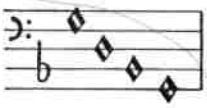


Vic- ti- mae Paschali lau - des immo-lent Christi - a - ni Ag-nus re-de-mit



o - ves Christus innocens pa - tri re - con - ci - li - a - vit pec - ca- to - res.

Hîc sonus initialis est in clavi *G*, cum quâ in cantu molli concordant *b. c. d. g.* Excurrit igitur Cantus (primùm flexu deorsum facto) ad clavem *c.* consonam, et transilit planè dissonum locum *A*; fuisset autem idem, si attigisset ipsum, sed brevi mora; tota verò series reliqua potissimùm in locis *b. d. g.* intonat, sceleton octavae tale exprimens, in *d.* creberrimè rediens, post in *b.* in superius vero *g.* se interdum efferens, in haec omnia loca signanter: non sic in *a.* vel in *f*, loca primo dissona: tandemque redit ad *G.* ibique finit.



Circa traditam cantus definitionem multa veniunt nobis annotanda.

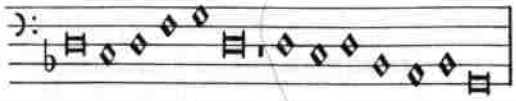
I. Partes Cantus, ex quibus vel omnibus vel aliquibus constat omnis Cantus, EVCLIDES nominat has quatuor, Ἀγωγὴν, Τονὴν, Πεττείαν,[1] Πλοκὴν, quae quid sint, voces ipsae indicant. Ἀγωγή enim est traductio vocis à proposita radice ad locum usque radici consonum, aut ab uno consono, ad alium vel illi vel primae radici consonum. Τονή est commoratio in loco vel primo vel illi consono, vel etiam priori consono, licet primo non sit consonus. Πλοκή, implicatio, est species quaedam, vel color ἀγωγῆς, ut πεττεία, lusitatio, τονῆς; et ut Ἀγωγή ad Τονὴν, sic πλοκή ad πεττείαν; quia ἀγωγή quasi directè transit, πλοκή vagatur in transitu circa ἀγωγὴν, ut canis, circa viatorem.

Itaque ἀγωγή est motus veluti directus, πλοκή motus varius: τονή verò est quasi terminus motus, seu quies in loco Systematis petito: πεττεία est multi termini minutiorum motuum, et veluti quietes. In

exemplo nostro, Syllabae *(demit Oves Christus in)* perpetua quaedam sunt τονή, duabus solis Syllabis exceptis: at Syllabae *(cens rec li peccat)* exprimunt πεττείαν. Quod si in hac cantilena ligaturas respicias Syllabarum *(laud an patr tor)*, easque ut bisonas consideres, tunc in eâ ἀγωγή mera et pura nulla erit. At si perpendas, rusticano more factum, ut ex sono qui productiùs erat canendus, factus sit bisonus assurgens in fine; et si syllabis hisce simplicem sonum productum, qui est ligaturae primus, restituas; invenies puram ἀγωγήν in his *(Paschali laudes)* item *(immolent)* item *(Christiani)* item *(Innocens patri)* et brevem in *(catores)*, πλοκή verò mera, licet non naturalis, est in exemplo Turcico.

Quemadmodum igitur se habet sceleton ad corpus apud anatomicos, sic se habent in uno Systemate Octavae, soni consoni et inter se et cum radice vel basi octavae, ad ipsam melodiam seu cantum. Sicut enim caro implet sinus ossium, eaque vestit ad decorem; sic hae partes recensitae, implent sceleton octavae, praesertim ἀγωγή et πεττεία, pererrantes loca dissona, inter consonos sonos interjecta, conformant et quasi corporant Melodiam.

II. Cùm cantus definitur sic, quòd exordiatur à certo quodam sono, qui basis sit Systematis octavae; id non semper de actu est intelligendum; cùm enim delectet var etas, et serviat emphasi: saepissimè velut ex abrupto incipit melodia à clavi vel loco alio: potestate tamen subintelligitur principium quodpiam certum positum, quod ex toto Melodiae tractu undique enitescit; ut in hoc vetustissimo Germanico, facile intelligitur, etsi actu à *d.* fiat initium; radicem tamen esse *G.*



III. Similem habet exceptionem, quòd cantus regularis dicitur cum sua τονῇ vel πεττείᾳ collimare ad loca consona radici Octavae. Nam frequenter hae partes in medio longioris melodiae tractu, versantur
63 cir'ca loca dissona à primâ radice; sed id fit varietatis causâ; estque perinde, ac si priori melodiae nova melodia misceretur, cujus in dissono illo novum quoddam figeretur initium, aut novum signaretur Octavae sceleton. Est velut excursus in Oratione seu digressio: itaque non commoramur in talibus, sed citò revertimur velut ad principale sceleton. Et quamdiu circa dissona versatur τονή et πεττεία, intelligimus, cantum nondum finiri; nam in ipso vero fine redeundum est non tantum ad consona, regulariter quidem, sed etiam ad ipsam propriae octavae radicem. Ab hac articulatione cantus, et affectatione consonantiarum, veteres etiam simplicem cantum, Harmoniam dixisse videntur:

9) brevis

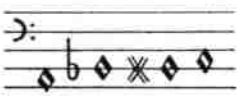
non secus atque decens et aptus membrorum responsus, quae formae anima est, harmonia diceretur, quasi pulchritudo: fuit enim et faeminae nomen Harmonia.

Saltus. IV. Quòd Ἀγωγὴν attinet, ea rursum varia est; non semper enim actu omnia loca interjecta transit, sed saepe transsilit aliqua, saltuque fertur ab una ad consonantem illi; estque tunc solâ potestate ἀγωγή; et fere mera πεττεία vel τονὴ; qui mos est frequentissimus nostrorum Tubicinum, cùm classicum aut incentivum equestre modulantur: tunc enim ferè nihil nisi sceleton octavae auditur; cogita an hujus generis fuerit ille veterum Νόμος ὄρθιος. 10

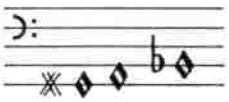
V. Cùm Concinnus cantus constet suis Elementis, quae sunt intervalla concinna, primum illa sunt definienda accuratius.

Inconcinna quotuplicia. Duplici namque sensu dicuntur intervalla concinna vel inconcinna. Primùm enim intervalla seorsim singula, respectu ortus sui, concinna vel inconcinna dicuntur, illa quidem, quae natura admittit in divisionibus intervallorum consonorum, haec verò, quae ex comparationibus Consonantiarum non resultant, aliena prorsus ab Harmonice, ut explicatum Cap. IV. Deinde respectu ipsius Cantus seu Melodiae, discrimen hoc est inter ipsa etiam Musica, seu primo sensu Concinna intervalla, quòd quaedam ex ijs junctim considerata, quamvis Naturâ 20 sint concinna, sc. orta ex comparatione et abstractione harmoniarum, usu tamen à Melodijs certo respectu pro inconcinnis rejiciantur. Illum sensum praesupponunt et respiciunt τονή et πεττεία; hunc verò potissimum Ἀγωγή, tam actualis, quàm desultoria. Haec igitur inconcinna fiunt, rursum duobus nominibus: vel enim respectu Generis, aut sceleti Octavae, quòd ea planè in illo non usurpentur, neque forment illud; aut si alio disponantur ordine, quàm supra Capite VII. natura docuit; ut si quis vellet tria semitonia deinceps ordinare; semitonium quidem, primo sensu concinnum est, at hic ordo semitoniorum concinnus non est, hoc secundo sensu. Ita Diesis Naturâ concinna, est tamen vel in duro Genere 30 cantus, vel in Molli, seorsim inconcinna: Vel denique non canuntur deinceps, nec licita sunt saltui vocis Melodicae, nec Ἀγωγῇ convenientia.[1]

Sunt igitur hoc secundo sensu inconcinna et vetita intervalla, his ut 64 praecipuis legibus comprehensa.

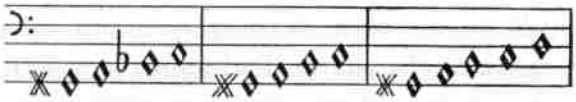


I. Diesis ante vel post semitonium regulariter non canitur.

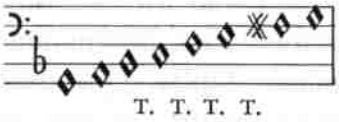


II. Duo semitonia licet deinceps ordinentur in ordine minimorum intervallorum Capitis VII. non possunt tamen tribus sonis deinceps cani, sed debent cum duobus alijs elementis in duos 40 tonos coalescere.

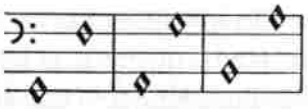
III. Duo semitonia intra complexum unius quartae vel quintae, quae sit imo loco sceleti octavae, ordinariè non canuntur. Nam efficeretur, ut vox ordine quarta vel quinta, non consonaret cum primâ, neque perfectè neque imperfectè, itaque non esset quarta vel quinta verè.



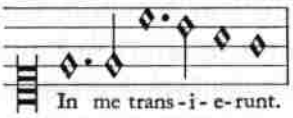
IV. Quatuor toni deinceps non canuntur, nisi in suprema Octavae parte, quando coloris et varietatis causâ, mutatur sceleton; non igitur ordinariè.



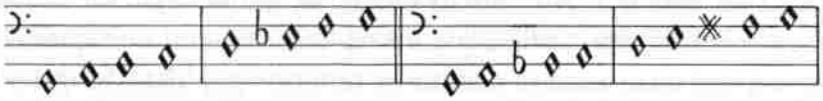
V. Septima et omnia dissona supra octavam, sonis post radicem deinceps ordinatis non canuntur ordinariè; nisi praecedens habeat quodammodo rationem finis, sequens rationem nov initij.



VI. Sextas, etsi consonae, rariùs admittimus, et tantùm minores.

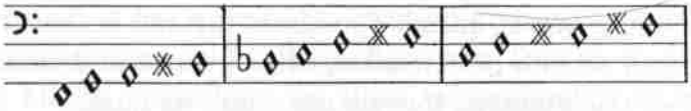


VII. Tetrachorda duo unius octavae, non existente eodem loco semitonij in eorum utroque, rarius canuntur; scilicet coloris causa, aut Syncopationum (de quibus capite XVI.)

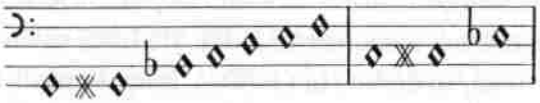


neque tamen libertas est mera locandi semitonij, restringitur enim ad eum locum quem admittit Genus Cantus.

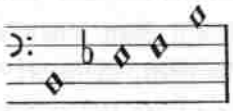
VIII. Affine est hoc, quod tres Toni deinceps imo loco octavae non canuntur; at superius admittuntur legibus jam dictis.



IX. Duo semitonia in unum tonum naturaliter non conflantur, licet sit parvum in auditu discrimen; ut si octava incipiat ab *E*. inter *c*♮. *d*♮. fieret n. intervallum 225. 256. ex compositione quod naturaliter est inconcinnum, vide Cap. IV.[1]



65 X. In genere omne Octavae Systema est inconcinnum, quod non statuit et Diatessaron et Diapente infra.



Harum legum pleraeque jam nobis servient in constituendo numero Tonorum Cap. sequenti.

De Mensuris. VI. Quantum attinet ad illud membrum definitionis, *Dissona cursim pervolitans, in consonis immorans:* etsi non est instituti mei in opere isto, de mensuris disputare: illud tamen in genere moneo, praecipuam esse gratiam cantus Harmonici in mensuratione. Nam quod generalissimè dictum est, *Dissona cursim* etc. id in specie sic verum efficitur. Primùm Latini habent distinctionem inter longam et brevem Syllabam, quarum hanc faciunt unius, illam duorum Temporum, et sic longitudinis duplae. Quanquam hodie non carmina tantùm, sed etiam prosa canitur; in qua penitus negligitur ab hodiernis musicis distinctio longae et brevis Syllabae; respicitur verò unicè ad morem pronunciandi, quamvis is hodie sit corruptus; habeturque pro longâ Syllabâ, quaecunque cum accentu acuto solet proferri, pro brevi, quae cum gravi.

In Prosa.

Id non mirum in Latina lingua fieri, cùm idem etiam Graeci posteriores fecerint: qui quàmvis purè scriberent, pronunciationem tamen vitiosissimam sunt amplexi, in qua nulla amplius est distinctio accentus acuti à Syllabae longitudine, gravis à brevitate, cùm tamen ad hoc signis abundent, quae apud Latinos non tam frequenti in usu habentur. Itaque Graeci abrogato more pangendi carmen, ab aliquot jam saeculis ceperunt scribere versus Politicos dictos; in quibus Syllabae numerantur non mensurantur, obtinetque versus penultimam, non quae natura longa est, sed quae accentu acuitur in sermone populari. Id igitur imitantur etiam in Latina nostri Musici; adeò ut ne carminibus quidem, nisi perrarò, nec unquam in totum parcant: credo quia dupla et tripla perpetua in Cantibus est recepta: cùm carmina has inaequaliter misceant, excepto Hexametro, quod proportione aequalitatis in spondaeo, et duplâ perfectâ in dactylo contentum est. Brevem igitur syllabam, aut quae est loco brevis, quando spondaeus succedit jambo, et in genere syllabam cum accentu proferendam, Musici deputant dissono sono, si per illum sit transeundum, longam consonis, vel quasi.

Graecorum versus Politici.

In Metris.

Secundò linguae Jonicae, quae Rhythmo utuntur Teutonica, Gallica, Hispanica, Italica, faciunt vel ultimam Carminis acutam vel penultimam, efferuntque totum versum sic, ac si alternis acuta vel gravis syllabae se mutuò insequantur, sive sit hoc, ut in apto Teutonico versu, sive non sit, ut crebrò in Gallicis. Itaque omnis illorum versus aut Trochaico similis est, aut Jambico, ijsque aut Acatalectis **Schöpffer Himmels vnd der Erden. Nun bitten wir den Heylgen Geist.** aut catalectis. **Deß sich wundert alle Welt. Er ist der Morgensterne.** Igitur Musici sonis dissonis sedem in gravibus vel correptis syllabis figunt, Consonis in acutis.

In hodiernis Metris.

Tertiò, cùm verò cantus accipit mensuram non à Syllabis textus, sed à Tactu; atque is vel duplam sequitur proportionem vel triplam; primam quidem tactus partem Consonis, posteriorem, et in tripla breviorem, quae significatur elevatione manus, dissonis potissimùm re- In tactu.
66 servant: [1] caventque quantum fieri potest, ne primum tactus semissem alia occupet syllaba, quàm quae est acutè proferenda, neve longae binae in ultimam tactus partem intrudantur.

CAPVT XIV

DE MODIS MELODIARVM, QVOS TONOS VOCANT

De modis dicturus primum hodiernos admoneo Musicos, quos illi Modos appellare solent, sc. proportionem tactus duplam, triplam et similes (quales Modos fortè fecerunt olim tibijs, in comoedijs Romanorum), de ijs mihi praeterquàm quod jam est dictum, sermonem non fore. Modos ego dico, quos ipsi cum veteribus solent appellare Tonos, cùm quaeritur, cujus Toni sit Cantus. Sunt enim certae Cantus concinni seu qualitates seu species, duabus summis Generum differentijs, Duri et Mollis, contra se dirempti.

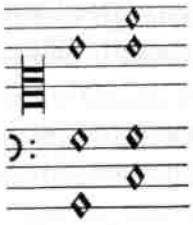
Graeci Τρόπους et ἤθη dixêre, illud à forma Systematis, hoc ab Effectu Cantus in homine, quia plerique legislatorum censuerunt, Modos cantuum facere ad Mores conformandos.

De horum igitur Tonorum numero et discriminibus non hodie tantum magnae sunt inter Musicos controversiae, sed et jam olim fuerunt: quarum aliquas apud PTOLEMAEVM, plerasque apud VINCENTIVM GALILAEVM, videre est. Mihi verò nec examinare quorumcunque sententias est propositum, neque refutare: itaque non expectet Musicus à me quicquàm aliud in hac quaestione, quàm id unicum, ad quod mea me ducunt principia hactenus explicata. Etsi enim Toni ab eo dicti videntur, quòd Modus unus altero vel altiùs vel profundiùs incipiat unius Toni (vel Semitonij) intervallo: Tonos tamen Ego non ipsâ per se Cantus altitudine vel gravitate discrimino, quod solum observasse quosdam VINCENTIVS GALILAEVS testatur: sed numerum eorum ad numerum specierum unius Diapason cum PTOLEMAEO exigo; dicoque totidem esse Tonos, quot possunt esse sceleta Systematis Octavae legitima et Concinna, Generibus, Ordine concinnorum intervallorum, et situ Tetrachordorum, seu electione Medietatum binarum Harmonicarum inter se differentia. Tres nimirum sunt res, quae Tonos variant,

9) quas

interque sese distinguunt: Genus, Sequela Concinnorum, et Articulatio sceleti ex Consonantijs minoribus.

Primùm Genera duo, Cap. VI. constituta divisionis Systematis Octavae, constituunt nobis duos principes et Naturâ primos Tonos, cum ipso sc. Systemate unius solius Octavae ortos. Deinde in utroque genere Systematis tam duro quàm molli, ex compositione duorum Diapason in unum majus et perfectum Systema, quam tradidimus Capite XI. dantur Systemata singularium Octavarum, differentia radicibus seu metis, quibus includuntur; sunt autem illae metae Loca Systematis natu|ralis diversa, seu hodierno vocabulo Claves aliae atque aliae, 10 67
quas consequitur necessariò diversa altitudo, respectu systematis naturalis, quod à *G* incipit; et per illam diversus etiam situs semitonij, quod est vel tertio vel penimo vel imo loco Octavae. Nam quod attinet altitudinem ipsam, absolutè consideratam, illa per se nihil mutat speciem cantus, cùm eadem species vel altè possit intonari vel humiliter. Neque astringimur ad hoc, ut Tonorum reliquorum dimidiam partem sumamus cum PTOLEMAEO profundiorem Systemate *G* principali et Naturali, dimidiam altiorem. Possumus enim vel omnes altiores, vel omnes humiliores sumere, cùm idem utrinque sequatur Ordo Concinnorum, tunc nimirum, 20
si Systema duplicis octavae naturaliter compositum, incipiat à clavi *G*. At si partem humiliores, partem altiores faciamus cum PTOLEMAEO; Systema naturale sic erit componendum, ut infrà Diapente addamus, suprà Diatessaron; et sic Systema compositum duplicis Octavae incipiet à *C*.



Tertiò denique datur in Systematibus sic constitutis, electio duarum Medietatum Harmonicarum, in quas colliment τονή et πεττεία, partes cantus; seu quod eodem redit, datur situs Tetrachordi vel summo vel imo loco Octavae, vel in medio duarum Tertiarum. 30

Hujus igitur diversitatis causâ, subjungendum hic ante omnia ex Capite XI. concinnatum Rete quadratum ex duodecim Ordinibus intervallorum duodecim minimorum Naturalium: non quidem ideò, ut cum ARISTOXENO secundùm numerum illorum totidem Tonos faciamus, incipientes unumquemque uno tali minimo intervallo altiùs: sed ut his minimis in usualia concinna contractis, appareat, utrùm nova aliqua species Octavae ab unoquolibet minimorum incipere possit.

34) Aristroxeno

Rete intervallorum in Systematibus, pro indagandis Tonorum diversis speciebus.

Nota. S esse Semitonium. D Diesin. L Limma.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	Ordines.
S	L	S	S	D	S	L	S	S	D	S	L	Supra.
L	S	L	S	S	D	S	L	S	S	D	S	
S	L	S	L	S	S	D	S	L	S	S	D	
D	S	L	S	L	S	S	D	S	L	S	S	
S	D	S	L	S	L	S	S	D	S	L	S	
S	S	D	S	L	S	L	S	S	D	S	L	
L	S	S	D	S	L	S	L	S	S	D	S	
S	L	S	S	D	S	L	S	L	S	S	D	
D	S	L	S	S	D	S	L	S	L	S	S	
S	D	S	L	S	S	D	S	L	S	L	S	
S	S	D	S	L	S	S	D	S	L	S	L	Infra.
L	S	S	D	S	L	S	S	D	S	L	S	
G	G♀	A	b	♭	c	c♀	d	d♀	e	f	f♀	1

68 Vides, ex duodecim discriminibus altitudinum Octavae nullam esse quae cum altera conveniat in elementorum ordine.

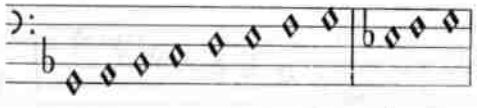
Ortus 14. Systematum octavae differentium specierum.

Videamus nunc, quot hinc existant species Systematum Octavae si prima differentia Octavarum, quae est Generis, admisceatur: hoc est, an omnium Ordinum 12. minima 12. intervalla possint concinnè contrahi in septem unius Octavae usualia intervalla, distincta locis octonis, et quot modis quilibet.

Vbi nota quod *LS.* vel *SL.* sit nota Toni Majoris, *DS.* vel *SD.* Nota toni Minoris, *S.* nota semitonij: et procedent nostrae descriptiones à Gravi ad Acutum, seu ab infrà ad superiora.

Certum est igitur, in Octava *G.* duas existere species pro duplici situ semitonij in altero vel tertio loco ab imo.

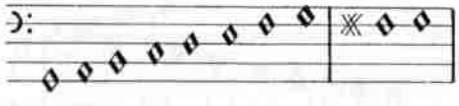
Prima Mollis Generis.
LS. S. DS. LS. SD. S. LS.
vel S. DS. LS.



I.

vel

Altera, Duri Generis.
LS. SD. S. LS. SD. S. LS.
vel SL. S.



II.

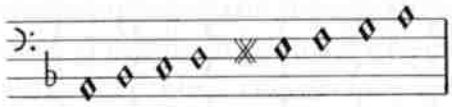
30) LS. S. DS. LS. S. SD. LS. 31) SD. S. LS. 33) LS. SD. S. LS. SD. SL. S. 34) S. LS.

At in *Gρ*. ut et in *Cρ*. cum duo semitonia non componant unum concinnum, nec deinceps canantur ἐμμελῶς; imum ergò semitonium stat solum; per leges 9. et 2. prioris Capitis. Esset ergo distributio

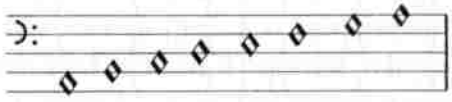
Vel talis *S. SD. SL. S. SD. SL. SL.* inconcinna ex lege 3.

Vel in *Gρ*. quidem talis *S. SD. SL. SS. DS.* etc. et haec inconcinna ex lege 9. Nulla igitur species Octavae concinna ex *Gρ*. incipit.

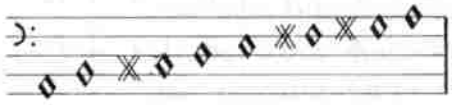
In octava *A*. pro triplici situ inferioris semitonij possibili, tribus etiam modis contrahentur elementa in Tonos: vel enim sic *S. DS. LS. S. DS.* etc. quod coincidit cum eo quod jam est rejectum; vel sic, ut hinc nascatur

III. 

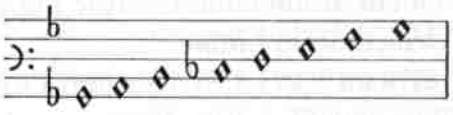
Tertia
S. DS. LS. SD. S. LS. LS.

IV. 

Quarta
SD. S. LS. SD. S. LS. LS.

V. 

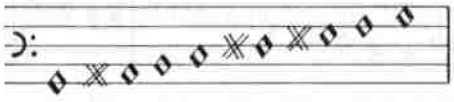
Quinta
SD. SL. S. SD. SL. SL. S.

V. 

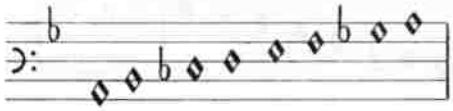
In Octava *b*. unica potest esse Elementorum contractio, quae coincidit cum quinta formâ, nec datur alia, sc. *DS. LS. S. DS. LS. LS. S.* quia semitonium non nisi tertium ab infra locum habere potest. [1]

In Octava ♮ quia non licet conflare duo semitonia loco secundo, per legem 9. nec deinceps ordinare, per 2. distribuenda igitur sunt in tonos sic, ut solitarium stet vel primo, vel secundo loco. 69

Quod si primo loco, sequetur, ut alterum solitarium stet vel quarto loco, quod rejicitur lege tertia, vel sexto, et quatuor toni inferiori loco octavae deinceps sequentur contra legem quartam. Quare semitonium ordinandum est loco secundo, ut hinc existat species

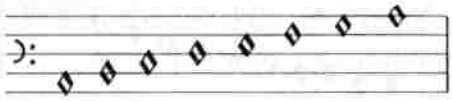
VI. 

Sexta
SL. S. SD. SL. SL. S. SD.

VI. 

In Octava *C*. pro duplici situ possibili semitonij dantur duae distributiones: prima coincidit cum VI. *LS. S. DS. LS. LS. S. DS.* altera est numero

Septima
LS. SD. S. LS. LS. SD. S.

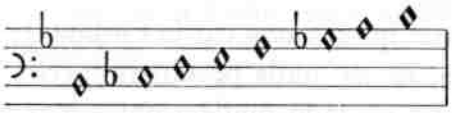


VII.

De Octavae *cp*. forma unâ dictum est paulò anteà, altera coincidit cum sequenti VIII. *S. SD. SL. SL. S. SD. SL.*

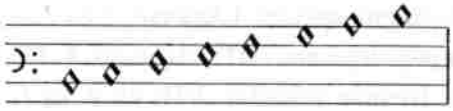
In Octava *d*. pro triplici situ semitonij in imo Tetrachordo, dantur tres species,

Octava
S. DS. LS. LS. S. DS. LS.



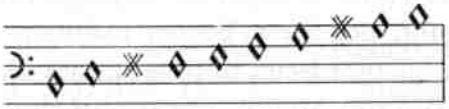
VIII.

Nona
SD. S. LS. LS. SD. S. LS.



IX.

Decima
SD. SL. S. LS. SD. SL. S.

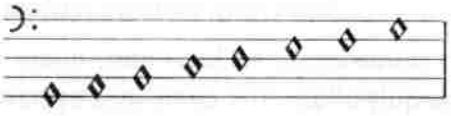


X.

In Octava *dp*. nulla concinna distributio fieri potest: exularet enim primis tribus locis semitonium, quod est contra legem octavam prioris Capitis.

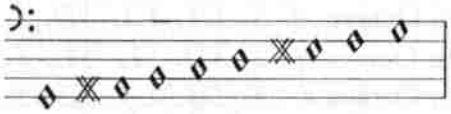
In Octava *e*. rursum triplex situs semitonij possibilis in tribus imis locis, tres dat species, quarum

Vndecima
S. LS. LS. SD. S. LS. SD.



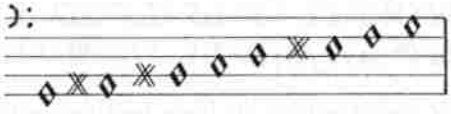
XI.

Duodecima
SL. S. LS. SD. SL. S. SD.



XII.

Tredecima
SL. SL. S. SD. SL. S. SD.

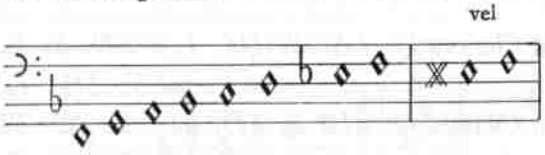


XIII.

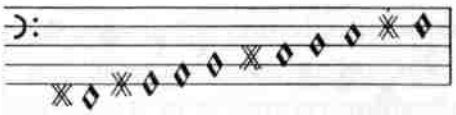
est eadem, cum sequentis forma priori.

In Octava *f*. semitonium habet unicum situm loco tertio, quare una existit species, sc. eadem tredecima biformis *LS. LS. S. DS. LS. S. DS.* vel *SD. S.*[1]

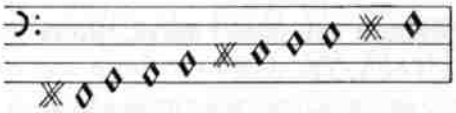
vel



XIII.

XIV. 

Denique in Octava *fp*. duo sunt loca semitonio, vel in penultimâ sede, vel in ultimâ. 70

XIV. 

Quod si igitur sic ordines *SL. S. SD. SL. S. SD. SL.* species erit prima, ut apparet ex collatione: sin aliter, erit quarta decima *S. LS. SD. SL. S. SD. SL.*

Apparet igitur causa cur in Ordine II. IV. V. VII. IX. sc. in Octavis *Gp. b.* ♮. *cp. dp.* nulla peculiaris species incipiat. 10

Apparet secundò, nullam posse fieri genuinam transpositionem, ut maneat eadem species Octavae, nisi has, I. ab *fp*. in *g*. II. à *gp*. in *a*. sed formae rejectae. III. ab *a*. in *b*. IV. à ♮. in *c*. V. à *cp*. in *d*. VI. à *d*. in *dp*. formae rejectae. VII. ab *e*. in *f*.

At si vulgò Musicorum Organicorum obtemperemus, qui Comma negligunt, nec inter Tonos, majorem minoremque discernunt; tunc omnes quatuordecim nostrae species Octavarum, constituent non plures, quàm tres Modos, pro triplici situ semitonij (ut quidem et GALILAEVS tempus fuisse ait, cùm non plures tribus haberentur Toni, Dorius, Phrygius, Lydius) multiplicantur verò in plures per solam altitudinem. 20

Nam quod tertiam causam attinet, articulationem sceletôn Octavae, ea nobis cum illis adhuc communis est; propter quam etiam nobis plures quam XIV. species nascentur.

Ecce tres ordines vulgares Octavarum.

I. Vt semitonium sit loco imo, quem puto à veteribus dictum Phrygium, aequipollent illis ex nostris speciebus hae.

III. In Octava *A*.	*S. DS. LS. SD. S. LS. LS.*	Aequipollentia quo-
VIII. In Octava *cp*.	*S. SD. SL. SL. S. SD. SL.*	ad imum Tetrachor-
In Octava *d*.	*S. DS. LS. LS. S. DS. LS.*	dum, est vera.
XI. In Octava *e*.	*S. LS. LS. SD. S. LS. SD.*	Mediocris aequi- 30
XIV. In Octava *fp*.	*S. LS. SD. SL. S. SD. SL.*	pollentia.

II. Vt semitonium sit loco penimo, quod videtur in Dorio, veteribus dicto, factum esse, aequipollent vulgò ex speciebus nostris hae.

I. In Octava *G*.	*LS. S. DS. LS. SD. S. LS.*	
	vel S. DS. LS.	
In Octava *fp*.	*SL. S. SD. SL. S. SD. SL.*	Aequipollentia quo-
VI. In Octava *c*.	*LS. S. DS. LS. LS. S. DS.*	ad imum systema
In Octava ♮.	*SL. S. SD. SL. SL. S. SD.*	diapente est vera.
	vel S. LS. SD.	

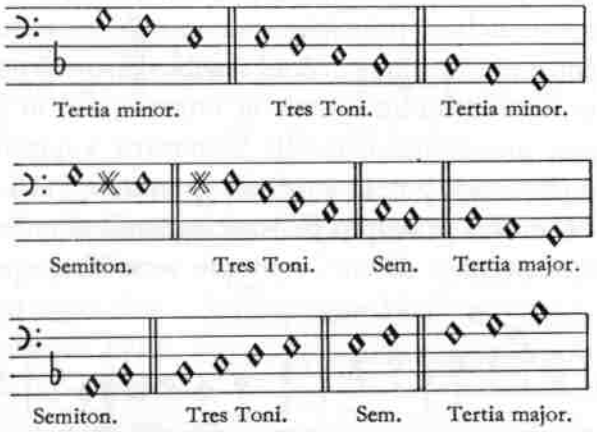
XII. In Octava *e*.	*SL. S. LS. SD. SL. S. SD.* *vel* S. *LS. SD.*	Hic aequipollentia minima.
IV. In Octava *A*.	*SD. S. LS. SD. SL. S. LS.* *vel S. LS. LS.*	Aequipollentia mediocris cum superioribus. [1]
IX. In Octava *d*.	*SD. S. LS. LS. SD. S. LS.* *vel S. DS. LS.*	

71 III. Vt semitonium sit loco tertio, ut in Lydio fuisse credo, aequipollent vulgò ex speciebus nostris hae.

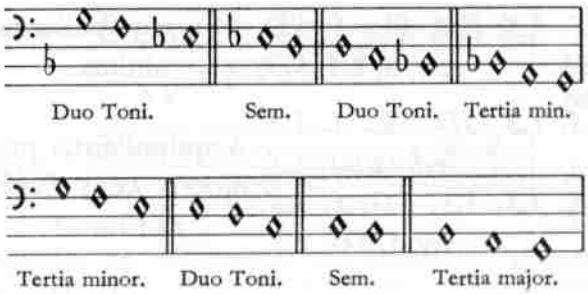
II. In Octava *G*.	*LS. SD. S. LS. SD. S. LS.* *vel SL. S.*	Aequipollentia in imo diapente vera.
VII. In Octava *c*.	*LS. SD. S. LS. LS. SD. S.* *vel S. DS.*	
V. In Octava *A*.	*SD. SL. S. SD. SL. SL. S.* *vel S. LS.*	Aequipollentia minor.
X. In Octava *d*.	*SD. SL. S. LS. SD. SL. S.* *vel S. LS.*	
XIII. In Octava *e*.	*SL. SL. S. SD. SL. S. SD.*	Aequipollentia minima.
In Octava *f*.	*LS. LS. S. DS. LS. S. DS.* *vel SD. S.*	

Possunt ergò secundùm vulgi de Tono majori et minori sententiam, plurimae fieri transpositiones Melodiarum de literis in literas, mediantibus signis *b* et ♯.

Restat ut examinemus quaenam ex nostris XIV. speciebus Octavae per articulationem elementorum concinnorum possint fieri multiplices. Nam specierum discrimen quintuplex oritur à contiguitate Tonorum; aut enim tres toni se invicem sequuntur deinceps, aut bini tantùm. Quod si tres, oportet ut vel in medio octavae stent non naturaliter, utrinque habentes singulos tonos et singula semitonia: vel ut ad alterum Systematis extre-



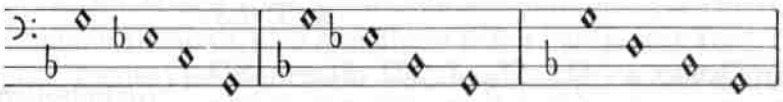
9) LS. SD. S. LS. SD. SL. S. 10) S. LS.



mum vergant, et tunc necessariò in illo extremo est semitonium, propter leges 8. et 3. Sin autem bini tantum Toni se insequuntur, intercedentibus semitonijs, tunc semitonio locus in extremitatibus non est; et duae tonorum bigae vel suprà stant, vel infrà, tertia mollis in extremo contrario, eaque inferiùs recta, habens semitonium suprà; superiùs inversa, Semitonium infrà habens.[1]

Hoc pacto in nostris XIV. speciebus reperiuntur interspersae aliae X. quaternis primis locis coincidentes cum prioribus, aut etiam quinis; ubi verò incipiunt differre, praemissa est particula, *vel.* 72

Quod si jam accesserit ultima causa, discriminans Tonos, scilicet τονὴ et πεττεία: triplicabitur Numerus, et fient 72. species. Omne enim sceleton Octavae ex omnibus 24. habet et tertiam et quartam concor-

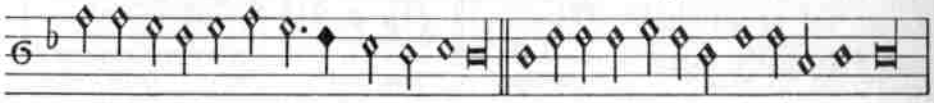


dantem cum primâ, et quintam et sextam. Si ergò hae partes cantus potissimùm circa quartam et sextam occupentur, tunc statuunt infimo loco Diatessaron: Sin circa tertiam et sextam, Diatessaron est in medio, sin denique circa tertiam et quintam, Diatessaron est loco supremo.

Haec autem non ideò dico, quod necessaria sit tam minuta concisio, cùm sciam, plerumque misceri ternas formas in uno cantu: sed ut ex hoc numero possit judicium ferri de discriminibus Tonorum, quae Moderni tradunt; quae partim talia sunt, ut mihi videantur illorum tot statui posse, quot sunt omninò cantiones, caetera unius Toni. At si observamus haec principia, numerus Tonorum utcunque magnus, finitus tamen est. In summâ, Toni realibus distincti metis et discriminibus, non respectu altitudinis vocis in Organo, sed in ipsâ etiam humana voce, quae principium naturalis Systematis à quacunque voce altâ vel profundâ facere potest, sunt vel 3. tantùm, vel 14, vel 24, vel 72.

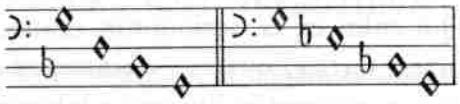
Cum his principijs meis sic ego concilio Tonos octo vulgares, quos Ecclesiasticos dicunt: erantque veteribus, opinione quorundam,

I. Dorius. II. Hypodorius.



Adam primus Homo. *Noe secundus.*

Hae sunt duae species Cantus mollis, ex specie octavae, quae est mihi Prima inter XIV. Nec video aliam differentiam, quàm in altitudine merâ, quam primus habet majorem, secundus minorem: nisi velis illos per causam ultimam distinguere, quòd primus quidem observet hoc sceleton, secundus hoc.

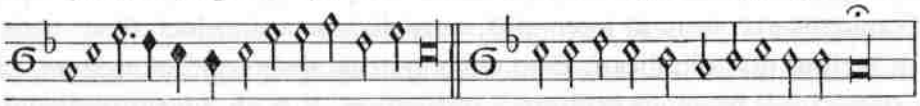


Tertius vulgaris Phrygius. Quartus vulgaris Hypophrygius.

Tertius Abraham. *Quatuor Evangelistae.*[1]

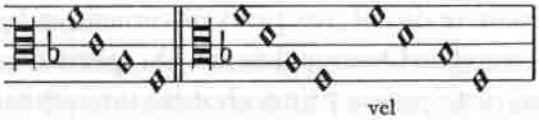
73 10 Nihil manifestius quàm hos duos Generis duri pertinere ad nostram speciem XI. et scribendos ex *e*, estque rursum vix ullum discrimen aliud quàm *altitudinis, nisi haec illis velis accommodare sceleta seorsim.

Quintus vulgaris. Lydius. Sextus vulgaris Hypolydius.



Quinque libri Mosis. *Sex hydriae positae.*

Et hi similiter manifestissimè scribendi sunt

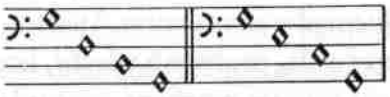


20 ex *f*. suntque generis vel mollis, distinguunturque altitudine vel sceletis hisce, ex nostra XIII.

Septimus vulgaris Mixolydius. Octavus vulgaris Hypomixolydius.

Septem artes liberales. *Et octo sunt partes.*

Etsi apparet consilium inventorum, quòd Primum et Secundum ex *d*. scribere voluerint, Tertium et Quartum ex *e*. Quintum et Sextum ex *f*. Septimum et Octavum ex *G*. certum tamen est ex ijs quae supra disputavimus, etiam hos generis Duri cum Primo et Secundo ex eadem



30 clavi *G*. scribi debere, quibus ex nostrâ specie II. competunt haec sceleta.

14) accomodare

* Triplex est altitudo Toni. 1. Absoluta et materialis quodammodo, ut in voce humana etiamque in Organis si ex *G*. ascendat radix Systematis in *g*. ubi non mutatur forma Systematis: de hac jam nihil. 2. Formalis ipsius radicis cujusque Toni in Systemate naturali composito ex duobus diapason. Neque haec hoc loco intelligitur: importat enim mutationem Toni permutatâ Clavi radicali Systematis. 3. Iterum formalis, altitudo Melodiae respectu suae radicalis clavis, quâ manente manet quidem Tonus idem, sed aliud quasi schema induit: ut si non ad Octavam radicis ascendat, sed infra sextam, quintam aut quartam se contineat, vel infra radicem sese crebro demittat, rediens tamen in fine ad radicem. Itaque sceleta ista non sic sunt intelligenda, quasi Melodia om-

nes ejus articulos vel notas hic pictas pervadat: sufficit si aliquas, aut si earum diapason inferiores. Hos igitur sese sic demittentes infra radicem possemus cum antiquis appellare Plagios: caeteros Authentas.

Hac igitur applicatione vulgarium octo Tonorum ad meas species Octavae I. XI. XIII. II. ego multò evidentius discrimen ostendere possum inter hos Tonos, quàm Musici nostri, quia comma contemnunt. Qui enim ex *G.* scribuntur, omnes quatuor habent consonantias legitimas, tertiae, quartae, quintae, et sextae cum primâ. Qui verò ex *F.* et *e.* consonantijs utuntur adulterinis, infrà quartâ majori *e a.* et *f bb.* et quinta majori *e* ♮♮. et *f cc.*

Quid igitur cum reliquis decem speciebus, inquies? cùm omnes usitati Toni redigantur ad quatuor? Nimirum ad hoc serviunt, ut sciant Musici, si Systemata principalis Octavae ex *G.* descriptae, temperemus ut natura suadet; tunc nequaquàm ita facilè et variè transponi posse cantum sine mutatione sinceritatis suae, ut ipsi habent in usu. Liberum igitur illis est, vel rejicere omnes residuas 10., et cum ijs etiam transpositiones suas: vel fateri, quòd plures Formae Melodiarum, plures nempe Modi vel Toni possint existere, ijque differentes ab his positis, alij[1] magis 74
alij minus; pro ut aequipollentias ad marginem supra vides annotatas. Nam si superiorum unius Octavae intervallorum rationem habemus nullam; dantur sanè transpositiones aliquot à *G.* in *c.* et ab *A.* in *d.* et aliae.

Quaeras ultimò, quid impediat illas transpositiones, toties jam à me rejectas? Videntur enim aures illas non impedire, cùm in confesso sit, Commatis excessum in intervallis, quae disjuncta sunt locis Systematis, ab auribus non dijudicari. Esto enim systema quàm optimè tensum, ad naturae leges hactenus explicatas, pulsentur *G a.* et *a* ♮. rogenturque omnes homines, quotquot audiunt, utrum intervallorum horum sit majus, nescire se dicent; nec prius discernent, quàm conjuncta fuerint intervalla loco eodem Octavae; hoc est, ubi spacio chordae per circinum dispuncto, pars octogesima prima chordae intersepiatur, et sic duae longitudines 80. et 81. pulsatae momentis proximis, inter se fuerint comparatae?

Respondeo, etsi auditus non distinguit, pulsatis tribus solis chordis Octavae (duorum intervallorum terminis) at pulsatis omnibus unius Octavae chordis, sic tandem distinguit Octavam *G.* primogenitam et naturalem, ab Octavis aliarum clavium. Insunt enim in omnibus Octavae speciebus, eadem intervalla Concinna septem, quae semel expressa pulsatione chordarum, statim haerent in memoria de propinquo; ut facilè pateat auditui, quo loco Octavae naturalis quilibet Tonus incipiat. Hoc pacto Commatis sensus erit implicitus in distinctione Octavarum. Quemadmodum enim Auditus Consonantias ipsas, et Concinna omnia intervalla, probat ab effectu, licet non numeret longitudines chordarum, quae causam praebent concordantiarum: sic idem auditus advertit etiam affectum commatis 80.81. etsi id non numeret, adeòque nec actuali discreta sensione capiat seorsim.

CAPVT XV

QVI MODI VEL TONI, QVIBVS SERVIANT AFFECTIBVS

Hactenus de principijs, ex quibus Toni constant, et contra se distinguuntur: jam pauca dicam de effectu, consentanea quidem meis principijs.

Primùm admonendus est lector, non hic agi de dispositionum animi differentia, quae efficiunt, ut homo potius canat, quàm ut oratione planâ et sedatâ utatur: neque de ijs, quae hinc cantum, inde simplicem orationem consequuntur in auditore. Nam ut alacritas animi est, quae omnem omninò cantum in canente praecedit, eique veluti dictat Melodiam; sic etiam omne genus Cantionum concinnarum voluptas audientium consequitur.

75 Separanda est nobis haec generalis dispositio Animi, seu potius, [1] loco materiae subjicienda illi affectuum diversitati, quam hic quaerimus.

Cùm autem omnes partes Cantus concinni et naturalis comparatae sint ad ciendos affectus, imitatione sonorum, quos edunt animalia, ad testificanda sua desideria: hinc patet, variam et multiplicem esse hanc disputationem, adeòque infinitae similem; quae cum meos lacertos superet, rectiùs transmitteretur universa Empiricis, hoc est, Musicis practicis: quippe qui sine praeceptionibus, solo naturae ductu, admirabilium Melodiarum subinde authores existunt: quod ipsis longè est facilius, quàm ut, quid sit cantus, et in quo consistat, aut quomodo factus sit, oratione longâ et disertâ eloquantur.

Cùm enim, ut Oratio prosa, Carmine, sic voces et gestus Animantum Cantu repraesententur et veluti depingantur: certè ut Poëtice, sic etiam Musica cantus componendi facultas, usu et exercitatione sola, si fuerit ingenium etiam Naturâ factum ad hoc, est addiscenda.

Quia tamen pars est honestissimarum Animi recreationum, indagare rerum causas, aut ab alijs repertas comminus intueri: adeò quidem ut etiam ARISTOTELES Problematum suorum partem non minimam contemplationibus dederit Harmonicis: conandum etiam hîc est aliquid, proferendique Philosophiae fines, et Methodi legibus adhibitis coercenda illa disputationis infinitas, adque generalia capita revocanda; ut per singularia postmodùm de similibus idem possit esse judicium.

I. Cantus ipsius, affectuumque qui cantus species sequuntur, proportionalia sunt elementa, totidem ferè numero utrinque. Nam etiam voces ipsae Partium Cantus, ἀγωγή, τονή, πεττεία, πλοκή, ad affectus alludunt certos. Prima simplicitati servit, ultima luxuriae; illa corpori similis est, haec coloribus; Tones aequalitas attentionem movet; Pettia, seu lusi-

tatio ad delectationem et recreationem est comparata. Haec sunt generalia per omnes Modos Musicos.

II. De Agôge hoc peculiare monet GALILAEVS, duas ejus esse differentias, unam sursum, alteram deorsum, quarum illa laetitiae serviat, haec moestitiae et fletui. Causa est naturalis: infrà enim vox gravis motu tardo editur, suprà vox acuta motu concitato: cùm ergò vox descendit, quieti appropinquat; cùm ascendit, in motu proficit, propterea in chorali cantu plaerumque in imo desinimus: illîc igitur vox languescit, hîc viget. Atqui etiam in moerore languet mens omnesque functiones, in hilaritate vivit et actuosa est.

III. Est etiam saltûs vis magna; qui est veluti potentialis Agoge: habet enim temeritatem, motum, audaciam, est militaris, virilis, impudens, si creber sit, praesertim per diapente, cujus figura, Trigonus, acutis constat angulis, totumque circulum tribus lineis absumit. Contrà saltus per sextam mollem unicus ascendens, sequente Agoge deorsum, magnitudinem doloris exprimit, aptus ejulatibus, ob similitudinem vocis: ut in *In Me transierunt* ORLANDI.

IV. Multum etiam interest, quantam altitudinem in Octavae systemate ab imâ radice cantus potissima pars occupet. Nam si totam Octavam percurrat, aut excedat, animosus cantus est; sin Diatessaron solum, modestus et jucundus; Diapente mediocritatem habet; Tertia mollis[1] demissionem et pusillanimitatem. Hoc quidam tribuunt descensui infra 76
radicem per diatessaron; hujusque formae tonos appellant plagios, seu plagales suorum Authentorum.

V. Inter generalia elementa referenda est potissimùm etiam celeritas et tarditas rhythmi, seu tactus; quarum illa irae, motui, pugnis, hilaritati apta est; haec affectionibus, quibus per quietem fruimur, moerori, amori, desiderio, voluptati ex potiundo.

VI. Adde et modum, hoc est Rhythmum ipsum: alia enim tripli dicti, alia dupli est vis: quam fortè multam trahit ex imitatione saltantium chorearum: quae motuum in ijs alternata varietas cùm omnibus nota sit, admonet statim audientes, eos velut in rem praesentem adducens. Triplus igitur turbulentus et actuosus est, duplus quietior, pacatior, modestior. Sed de Rhythmis eorumque signis, nihil hoc libro: quare missos eos faciamus.

De Enharmonio scribit ARISTOTELES, eo impleri animos furore divino: contrà magistratus Spartanorum, quod effaeminatum hoc et fucatum genus cantus haberetur, authorem ejus

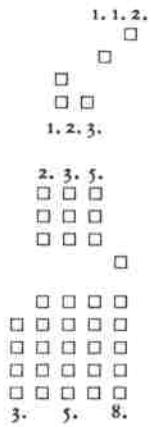
VII. Veniendum nunc est ad illa, quibus propriè Tonos discriminari diximus; quorum praecipuum est, diversitas generum Cantus. Atque hic seges disputationum copiosissima succrescit, quodnam ex tribus veterum generibus cui fuerit affectui tributum: quam nos intactam praeteribimus; cùm nec naturalis sit distributio cantus in genera numero tria, nec veteres sibi constent in hac materia. Mihi de naturalibus duobus

cantus generibus sermo erit, Duri scilicet et Mollis; quae voces quos affectus cieant, ipsae produnt. Nam ut foemina ad patiendum potissimùm facta est, mas ad agendum, praesertim in generationis negocio; sic Molle genus passionibus animi foemineis, Durum actionibus virilibus accommodatur; quarum rerum discrimina ex sequentibus magis elucescent.

recipiendi notatum ignominia urbe pepulerunt. †

VIII. Non enim Genera tantum cantus, sed etiam Toni in universum situ semitonij differebant. Hic semitonij situs animat afficitque tàm Genus quàm Modum seu Tonum: aliter tamen de hoc situ disputandum est, respectu generum, aliter respectu tonorum omnium. Genera enim diximus oriri primum omnium in Octavâ principali, quae à *G* incipit, in qua semitonij situs loco penimo format Genus molle, loco antepenultimo, genus durum: illic imo loco est tertia mollis, hic dura. Quae est igitur hujus situs connexio cum affectionibus? aut quid commune tertiae minori cum foeminis, cum passionibus, cum mollitie; quid item Tertiae durae cum virilitate, duritie, actionibus, efficacia?

Primùm igitur memineris, Tertiam duram ortam esse ex Pentagono; pentagonum uti sectione secundùm Extrema et Medium, quae proportionem formant divinam. In hac verò proportione pulchra inest Generationis idea. Nam sicut pater gignit filium, filius alium, quisque sibi similem: sic etiam in illa sectione, cùm pars major additur toti, continuatur proportio, capitque composita locum Totius, et quae prius erat tota, locum partis majoris. Quae ratio etsi numeris exprimi nequit, datur tamen aliqua series numerorum, quae continuè propiùs ad verum accedit, in qua serie, ipsa differentia numerorum à terminis genuinis (qui sunt non numerabiles sed ineffabiles) admirabili vicissitudine mares foeminas progignit, membris sexus indicibus distinctas. Vt si pars major sit primò 2. minor 1. totum 3. Hic non est planè 1. ad 2. ut 2. ad 3. differentia enim est unitas, quo minus rectangulum extremorum 1. 3. aequet quadratum[1]
77 medij 2. Tunc addito 2. ad 3. fit novum totum 5. et addito 3. ad 5. totum 8. etc. Rectangulum ex 1. 3. foeminam creat, deficit enim à quadrato de 2. unitate; Rectangulum ex 2. 5. marem; excedit enim quadratum de 3. unitate; Rectangulum ex 3. 8. foeminam, deficit enim à quadrato de 5. unitate. Rursum ex 5. 13. mas oritur, respectu quadrati † de 8. ex 8. 21. foemina, respectu quadrati de 13. hoc sic in infinitum.



Haec cùm sit natura hujus sectionis, quae ad quinquanguli demonstrationem concurrit; cùmque Creator Deus ad illam conformaverit leges generationis; ad genuinam quidem et seipsâ solâ perfectam proportionem ineffabilium terminorum, rationes plantarum seminarias, quae semen suum in semetipsis habere jussae sunt singulae: adjunctas verò binas Numerorum proportiones (quarum unius deficiens unitas alterius

excedente compensetur) conjunctionem maris et foeminae: quid mirum igitur, si etiam soboles quinquanguli Tertia dura seu 4.5. et mollis 5.6. moveat animos, Dei imagines, ad affectus, generationis negocio comparandos? Vbi repetendum ex capite III. quod quamvis 1.6. sit ex sexangulo, Residuum tamen 5.6. non consonet propter sexangulum, sed propter derivationem ex tribus circuli decimis, per terminorum duplicationem et dimidiationem; itaque etiam Residuum hoc, ejusque Soboles, Tertia minor, est ex Quinquangulari figurarum classe. Hoc igitur stabilito, quòd societas duarum Tertiarum repraesentet societatem maris et foeminae: nullo jam negocio cuique sexui sua assignatur Tertia. Major enim tertia virilis evadet, Minor, foeminea; cum eadem sit ipsorum etiam corporum, viriumque tàm corporis quàm animi proportio. Cùmque major sit ex imparilaterâ, sc. ex Quinquangulo, minor verò originaliter ex parilatera Decangula; consentaneum est etiam PYTHAGORAE placitis, qui numeros impares mares dixit, pares, foeminas (quod confirmatur illa excessuum et defectuum speculatione, cùm impar sit et excedens); ut illa masculini sexus habeatur, haec foeminei.

Accedat his rationibus etiam intervallorum concinnorum contemplatio, quorum minimum est Semitonium; semper enim Semitonium succedens, invitat vocem ad se superandum, ob parvitatem; est enim instar jugi in clivo mollescente. Et quoties Semitonium versus superiora occurrit; illa quaedam quasi meta cantus habetur, ad quam tendat, indeque veluti jugo superato, confectoque conatu, reverti crebrò solet ad inferiora. Certè, si canamus *RE*, *MI*, non satiatur auditus, sed expectat ut et *FA* addatur. Cùm igitur tertia dura, quae habet imum locum in Tono Octavo, careat semitonio, quod demum accedit ad complendum Diatessaron: meritò habetur pro actuosa, et conatuum plenâ, cujus vis γόνιμος, et ἀκμὴ ἄσχετος, quaerens finem suum, scilicet Diatessaron, cujus semitonium est ei quasi ἔκχυσις, toto conatu quaesita. At tertia minor imo loco Toni Primi consistens, cùm semitonium complexa sit, à quo superato solet fieri reversio; quasi seipsâ contenta, suâque naturâ ad superationem et passionem facta: semper se, veluti gallina, sternit humi, promptam insessori gallo. Et ecce causas affectuum in Generibus, inque Tonis systematis primarij, ex *G* surgentis. [1]

Nunc eundem semitonij situm contemplemur etiam respectu Tonorum promiscuè omnium: ubi attemperabo orationem, ut hactenus etiam, ad Tonos vulgares, uti eos ex meis principijs distinxi. Nam de reliquis X. speciebus Octavae, quas addidi comparationis causâ, an Toni dici mereantur, Musicorum erit judicium. 78

Saepe dictum, naturaliter quidem, ex concinnis intervallis majora, sibi postulare locum imum dari, ut magna magnis associentur. Nam et soni

graves, qui sunt itidem infrà, magnitudine aliqua, id est, longis chordis determinantur, acuti brevibus: seu quod idem est, sonus gravis magno et tardo motu editur, acutus parvo et celeri. Naturalis igitur series est, cum in Tetrachordo perfecto, primo loco est Tonus major, secundo Minor, tertio et supremo Semitonium. Atqui cùm omnia secundùm naturam habent, laeti sumus: Laeti ergo Toni sunt, qui Tetrachordum inferius sic divisum habent: habent autem Septimus et Octavus; quos mirâ inconstantiâ nunc, Phrygios, nunc, Mixolydios à veteribus appellatos, putant: quanquàm ego magis inclino, ut Lydios potius Veteribus
10 dictos credam; quia testantur de suo Lydio, quod impleat animos furore divino, id est alacritate et spiritibus militaribus; quales sunt nostri, Septimus et Octavus.

Cùm igitur eversa est ratio, ut imo loco sit Semitonium; quod fit in Tertio et Quarto Ecclesiasticis, qui Phrygij veteribus: verso naturae ordine, querulum, fractum, et lamentabile quippiam sonari consentaneum est. At cùm Semitonium est loco medio, medius est affectus tranquillitatis, humanitatis, jucunditatis ex colloquijs et narrationibus: quibus apti Primus et Secundus, generis sc. mollis et foeminini; quos Dorios olim dictos putant. Dorium sanè sic describit VINCENTIVS GALILAEVS,
20 quòd sit Naturâ stabilis, quietus, sine violentia, aptus ad gravitatem et severitatem: quod de duobus hisce secundùm magis et minus verum est. Nam semper molliores oportet esse Tonos pari numero dictos; quippe plagales suis authentis, ab impari denominatis, ex causa quae paulo antea No. IV. allata fuit. Itaque etiam GALILAEVS Plagium Primi facit languidum flebilem meticulosum; motum enim versus gravia languoris, versus acuta vigoris esse. Etsi malim ego et temperare ista Epitheta, et causam distinguere. Non est n. Doriorum proprietas languor, fletus, et metus sed in genere excursuum ad gravia et descensus crebri infra radicem.

30 IX. Hactenus de situ semitonij; nec dum tamen omnibus Tonis suas assignavimus proprietates. Sequitur igitur ut etiam de consonantijs imperfectis et adulterinis dicamus, quibus articulantur sceleta octavarum. Et primum quidem illarum veluti essentia erit inspicienda, postea locatio in Systemate.

Cùm igitur naturalis et primaeva est systematis Octavae dispositio, in qua cum imâ chordâ perfectè consonat tertia, quarta, quinta et sexta: Tonus talis omnia illa in animo ciet, quae habent secundùm naturam, mollis quidem passiones, durus actiones, vel affectus ijs aptos. Haec proprietas competit Primo et Octavo ex *G* surgentibus: quo nomine
40 non injuria GALILAEVS affirmaverit Octavum cum primo coincidere; intellige tamen, servata cuique sexus seu generis proprietate. Ita duplici

nomine Septimus et Octavus caeteris praestant, tam ob situm semitonij, quam etiam ob perfectionem.[1]

E contrario, Quintus et Sextus, Tertius et Quartus consonantijs infrà 79
utuntur adulterinis et auctis, ille Diatessaron, hic Diapente: quae res vim illis conciliat moestitiae et affectuum ab humana temperatione discedentium.

Nam in Quinto et Sexto, Diatessaron quidem est ὄρθιον, naturali situ semitonij in summo, non minus quàm in Septimo et Octavo; at duo majores toni sunt infimo loco, post eos semitonium; ex quibus conflatur Diatessaron commate abundans. 10

Quare magnitudinem etiam ij modi promovent affectus, ut Devotionem, Admirationem, Amplificationem, Dolorem; rursum Spem, Fiduciam, quasi elevationem mentis supra sortem praesentem.

In Tertio verò et Quarto, praeter ipsius Diatessaron formam inversam, accedit etiam haec consonantiarum fermentatio, augetque tristitiam et languores animi.

Quòd si licet analogiam prosequi ultra tonos usitatos, ad speciem III. ex meis, cantus mollis, ex *A* descriptam; quia illa semitonium quidem infrà, Diatessaron verò perfectum habet: hanc igitur ego jucundae tristitiae accommodarem: ut cùm nobis placemus in mollicie animi, in 20
Amoribus et Desiderijs; aut cum lacrumas gaudium exprimit.

Haec de Consonantijs ratione sui; nunc ratione loci in systemate, quid efficiant, videamus.

Cùm igitur τονή et πεττεία circa quartam et sextam chordas potissimùm occupantur, sic ut appareat, Diatessaron loco imo ab ijs statui; quia hoc est Tetrachordi intervallum, quod omnes tres concinnorum species est complexum, eòque praecipuum est in hac Tonorum animatione: tunc haec forma cantum ad humilitatem invitat; ex causa eâdem quam suprà No. IV. usurpavi. Sin occupentur hae partes cantus circa tertiam et quintam, statuentes Diatessaron superiùs; excitatur etiam et elevatur 30
cantus, praesertim si ad octavam excurrat: qualis fuisse videtur Νόμος ὄρθιος veterum: Si denique circa tertiam et sextam, ut Diatessaron redactum sit in medium, quod in Primo et Secundo frequentiùs fit, quàm in Septimo et Octavo medius etiam promovebitur affectus. Crebrò autem inter se permiscentur hae sceletôn articulationes, ut in diversis partibus cantus sint diversae, pro varietate textus, et ingenio artificis, textum cantu pingentis.

X. Quòd si verum est, quod quidam imparis numeri Tonos I. III. V. VII. faciunt altiores; paris II. IV. VI. VIII. humiliores, etiam respectu radicis Octavae: certè altitudo respondet excitationi Animi, profunditas 40
demissioni: tunc sanè distribuere poterimus quatuor classium affectus

in classes octo, secundùm tonos totidem: ut habeat Septimus iram, violentiam, fortitudinem; Octavus hilaritatem, alacritatem, voluptatem acutam: Tertius dolorem acutum, desiderium; Quartus fletum, amorem; Primus festivitatem, nuptias, comessationes; Secundus modestam hilaritatem, colloquia, narrationes; Quintus Panegyres, exclamationes, fiduciam, spem; Sextus devotionem, dolorem magnum, etc. [1]

80 Et jam tempus est, ut ad principium revertatur oratio. Nam illud admonendus est lector philosophus; quòd Musici nostri omnes promiscuè affectus in omnibus Tonis exprimunt, id ipsos ita et facere, quia omnis promiscuè cantus voluptatem parit auditori, alacritatem requirit in authore; et posse facere quia instrumenta ciendis affectibus plura sunt, partim initio recensita, quae passim per omnes promiscuè Tonos adhiberi possunt. Si tamen omnia praesidia studuerint adhibere, ad idem intentum facientia; non facilè negligent Tonorum delectus, ad affectuum hypothesin idoneos. Verùm ij viderint de eo, quod est illorum praxi permissum; mihi hactenus Theoreticè processisse sufficiat.

CAPVT XVI

QVID SIT CANTVS PER HARMONIAM, SEV FIGVRATVS

Etsi vox, Harmonia, veteribus usurpatur pro Cantu; non est tamen intelligenda sub hoc nomine, Modulatio per plures voces, harmonicè consonantes. Novitium enim inventum esse, veteribusque planè incognitum, Concentus plurium vocum in perpetuâ harmoniarum vicissitudine, id probatione multâ non indiget. Videatur hac de re VINCENTIVS GALILAEVS in opere Musices Italico. Solet quidem objici, relegatio cantus per Harmoniam, à Republica Platonica, quasi jam tunc ille fuisset in usu: at intelligitur locus de Organis, de Syringe, Vtriculo, Testudine, cùm una vox aut perpetuò intonat, aut intermittit, locum cedens appropinquanti dissonae. In illo more nullum erat apud veteres majus artificium, quàm apud nostros utricularios.

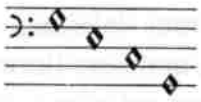
His ultimis saeculis, haec ratio canendi, Figurata ideò dici caepit quia primi authores diagrammata non ita simplicia fecerunt, ut sunt in Chorali cantu; sed varijs usi sunt figuris et coloribus, et punctis; quorum signorum aliqua silentium, aliqua sonum imperant, quaedam longum, alia brevem; aliqua ad Tonos, aliqua ad Modos mensurales discriminandos, ad Fugas, ad Repetitiones, et similia, adhibita.

Nobis igitur Concentus harmonicus sic definiatur; quòd sint duae, tres, quatuor vel plures voces seu Melodiae Concinnae et aptae, quales Capite XIII. descripsimus, omnes ejusdem Generis, ejusdemque aut

cognatorum Modorum, sic simul incedentes; ut concordantias aut meras, aut brevissimo Concinnarum dissonantiarum interpunctu fermentatas faciant; non eas tamen perpetuo tenore identicas, nec easdem deinceps; sed ipsâ successionum alternatione ad delectationem variatas. Quemadmodum enim est in proportione, Consonantia duarum vocum ad Vnisonum: sic est Cantus Harmonicus ad simplicem unius | vocis 81
Melodiam; à quo principio dependent omnia definitionis membra, quae deinceps explicabo.

I. Primum igitur hic illud circa pluralitatem vocum occurrit adnotandum, quod Artifices vel maximè consentaneum Naturae constituerunt, ut quamvis saepe concinant voces benè multae: omnes tamen quatuor solummodò nominibus appellentur, ad numerum perfectae harmonicae mediationis in uno perfecto systemate diapasôn. Discantum enim nominant, vocem acutissimam, Altum, quae illi proxima, Tenorem è gravibus superiorem, Bassum infimam. Nam inter duas Diapason sonantes voces, duae solùm intersunt medietates harmonicè simul consonantes cum extremis identisonis, ut capite III. explicatum.

Discant.
Altus.
Tenor.
Bassus.



Quamquam origo vocabulorum istorum Italica, videtur ad Systema compositum magis respicere, ut in eo partes oppositas teneant Altus et Bassus, non ille quidem altissimus existens; sed quia hae duae crebrò (licet non in fine) faciunt diapason, illa quidem superior et acutior, haec inferior et gravior. Sic Tenori, vocabuli origo dat Ideam et modulationem cantus simplicem, Discanto nomen dedisse videtur perpetua volubilitas et divagatio à plagâ, Tenori per diapasôn oppositâ. Itaque si comparemus partes Cantus Cap. XIII. ex EVCLIDE allatas, etsi omnes illae sunt Vocum omnium; Tenor tamen potissimùm in Ἀγωγῇ occupatur, Discantus in Πλοκῇ, Altus in Τονῇ, Bassus in saltu per intervalla harmonica; omnium verò quatuor communis est Πεττεία, insignior tamen in Alto.

Disc.
Alt.
Ten.
Bass.

Hae proprietates quatuor vocum ex ipsa rerum Natura desumptae sunt. Nam quia per definitionem traditam, concentus perpetuò mutandus est ex alio in alium; necesse fuit id fieri sic, ut intermediarum una, comparatione ad caeteras, in angusto Systematis spacio obversaretur. Nam si omnibus laxa ex aequo sit libertas, necesse est id consequi, ut inferior crebrò superioris oberret spacium et vicissim; fietque insana confusio, et irrita reddetur distinctio Vocum quatuor. Has verò angustias mediarum potius una debuit occupare (Altus vel Tenor), quàm extremae, Discantus vel Bassus.

Nam si tale quid in extremis factum esset; omnis intervallorum variatio in unam solam plagam versura fuit, puta vel in acutum vel in grave. Melius igitur erat, Concentum ex aliqua intermediâ voce, velut uno partium ipsius termino, in angusto loco figi seu alligari; variationem verò intervallorum, ab ea partim sursum tendere, partim deorsum. Non debuit verò mediarum vocum, quae est inferior, coarctari; quia Idea cantus, Tenori, mediarum inferiori, adscripta, debet et libera esse, et per mediam totius Systematis quantitatem incedere, ut sint voces circumstantes, nihil aliud quam illius colores et ornamenta seu Emblemata. Inferiora verò intervalla semper majora sunt superioribus cognominibus. Vt igitur Tenor medium quantitatis locum haberet, oportuit illum
82 esse inferiorem ex medijs; atque sic Altum[1] in angustum oportuit redigi, non Tenorem. Restant igitur pro Discanto et Basso evagationes, sed cum hoc discrimine, quòd Bassus qui grave sonat, magnoque motu et longis chordis exprimitur, tardis etiam mensuris, et magnis, eoque harmonicis intervallis vagetur, Discantus qui acutum sonat, supervolitatque, et brevibus chordis, celerique et angusti spacij motu elicitur, brevibus etiam, eoque crebrioribus mensuris, minimisque concinnis intervallis omnia pervagetur. Haec igitur vocum proprietas est. Nunc et reliquas definitionis particulas declarabo.

II. Nam quod attinet primarium illud et praecipuum Cantus Melodici condimentum, Dissonantiam; Primùm illas oportet desumptas esse non ex intervallo quocunque ἀναρμόστῳ, sed ex intervallis concinnis. Nam quia voces singulares, ad communem concentum concurrentes, nulla admittunt intervalla nisi concinna, inter sonos deinceps succedentes; sunt verò ejusdem generis et Toni, ut in definitione praemissum: facile patet, si una aliqua inter tales constituatur harmonia (cùm harmonia omnis in concinna dissolvatur elementa) nullâ singularum divagatione ab Octavae suae radice fieri unquam posse, ut binae inter se aliud quam concinnum faciant intervallum; licet id non semper sit consonum. Secundò etsi praestantes artifices utuntur interdum dissonantijs majoribus, sic ut dissonans vox tono integro distet ab illa, quae consonantiam faceret; id tamen non fit aliter nisi ad gravissimos animi motus exprimendos et eliciendos. Ordinaria verò, et cum jucunditate conjuncta eòque naturalis quodammodò dissonantia, semitonio conficitur. Hujus rei causa rursum, ut respondeant ultima primis, repetenda est ex penitissimis Geometriae fundamentis, ex cap. I. Axiomatibus II. et III. exque libro primo et contemplatione Quindecanguli. Cum enim semitonium contineatur numeris 15. 16. et verò non tantum Sedecangula figura demonstrationem habeat, sed etiam Quindecangula: parum equidem abfuit, quin 15.16. nobis definiret proportionem harmonicam, nec minus

Dissonantiae.

Vide Joannis Mariae Artvsii Bononiensis lib. II. de arte componendi, qui totus est de dissonantijs. †

Vis Pentekaedecagoni in delectu dissonantiarum.

Lib. II. 29 et 30. Lib. I. 44.

et derivatae ab ea 15.8. et 15.4. et 15.2. et 15.32. et 15.64. ante omnes 15.1. illae sc. quas creberrimè componistae admittunt, ad dissonantias legitimas conformandas: nec erat nobis exceptio alia, quàm haec, quòd demonstratio Pentekaedecagoni non esset conformata numero angulorum figurae immediatè, ut caeterae, eòque non propria, sed ex differentibus figuris, Trigono et Pentagono transsumpta, et sic mutuatitia et remotissimi gradus: item, quòd angulus quidem Pentekaedecagoni congrueret alijs ad implendum locum planum, at tota figura cum omnibus angulis congruentiam non admitteret. Cùm igitur 15.16. et sociae, ratione causae conformantis tam propè Consonantias accedant; quid mirum illas etiam usu crebro inter consonantias admisceri. Contrà verò Toni 8.9. et 9.10. alteris terminis Nonangulo participant, figura penitus
Lib. I. 47. indemonstrabili. Quare non suaves sed omninò horridae sunt dissonantiae, per illos, eorumque socias proportiones (4.9. et 2.9. et 1.9. et 9.16. et 9.32. sic 9.5. et 18.5. et 36.5. et 9.20. et 9.40. etc.) admissae; multòque horridiores, quae ex Tritono, et mutilo Diapente, similibusque intervallis conflantur: de quibus vide [1] ARTVSIVM: oriuntur enim 83
post Tonos, Majorem et Minorem et Semitonium, sc. ex horum ut Elementorum compositione non naturali: semper autem quantum à Natura, tantum à suavitate disceditur.

Tertiò caeteras dissonantiarum leges alterum earum nomen insinuat,
Syncopatio. cùm Syncopae appellantur: etsi hoc est commune accidens tam dissonantiarum, quàm imperfectarum consonantiarum, sed nunc de dissonantijs agimus. Ordinariè enim hoc tenent, ut eâ utantur ceu fermento aut sale aut aceto in Opsonijs; scilicet, ut ex illis non fiunt integra fercula; sic etiam hîc non totae cantiones, nisi magnae emphaseos causâ, scatent dissonantijs; nec cum ipso tactus principio vox una aliqua incipiens incurrit in caeteras consonantes, ipsa dissona: sed furtim et veluti tergiversata, dissonantiam admittit; dum in uno loco systematis, quem occupavit sublato tactu, et sic posteriori minusque principali parte tactus incipiens sonum certum, consentientibus reliquis, post illas finitas, ipsa diutius et ultra principium sequentis tactus moratur, sic ut voces aliae omnes, plaerumque graviores ipsâ (ut illa sc. parvitate et imbecillitate et celeritate, quippe acuta existens, minus obstrepat) communi concentu ad principium tactus sequentis, locum occupent ab illius loco dissonum, priusquàm ipsa illo suo loco excesserit, indeque illam veluti lentam expellant, inque inferiorem plerumque protrudant: qua occasione etiam concordantijs et clausulis, quae dissonantias absumunt, natum esse
Cadentiae. nomen Cadentiarum, videtur.

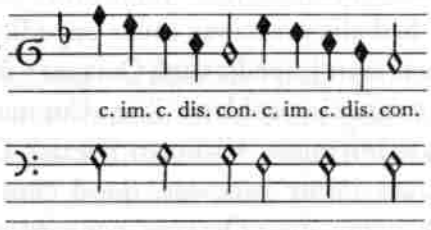
Quin etiam hoc observant, ut pugna Dissonantium ordinariè committatur non tam crebrò ex intervallo propinquo, et inter secundas, quàm

inter septimas: ut ita vox superior, depulsa hoc pacto de illo suo loco, per Semitonium aut Tonum defluat ad sextam, aut evolet ad Octavam cum praevertentibus designandam.

Sunt et aliae dissonantiae creberrimae, minus artificiosae, cùm vox gravis continuat sonum suum, manens in unisono, at vox acuta ab illius soni gravis diapason, excurrit celeribus sonitibus, ad aliquam per diapente vel diatessaron illi consonam, per loca concinna intermedia omnia pervolitans, sic ut alternis consonet dissonetque: semper autem ordine prior consonat; dissonantia et brevis est, quippe in transcensu, et in sono, qui est ordine posterior: ut si Tactus proportionis duplae, quinque Discanti sonos cum uno Bassi copulet, prima, tertia, quinta Discanti consonabunt, secunda et quarta dissonabunt, aut imperfectius consonabunt. Ecce

Dissonantiae vulgares.

III. Hujus igitur rarioris mixturae, ratio est eadem naturalis, quae illius alterius frequentissimae et perpetuae; dum variantur Consonantiae. Quemadmodum enim in simplici Melodia, deductio vocis unius singularis, à radice systematis, per intervalla dissona, sed Concinna tamen tendit ad loca harmonicè contemperata Radici, inque ijs immoratur: sic concentus melodicus, ab unisono ferè incipiens, per Concordantias minores, vulgò imperfectas dictas, aut etiam per dissonantias has, tendit ad majores et perfectas consonantias, et plerumque (praesertim in fine) ad Identisonantiam.



Alternatio consonantiarum.

IV. Rursum sicut in Cantilenis simplicibus earum linguarum, quae Rhythmo constant et longitudine vel brevitate syllabarum, brevium quidem ratio habetur non magna; longas verò syllabas, et fines versuum, ad loca primo sono consona dirigimus: sic etiam in concentu, sunt consonantiae, minores dictae et imperfectae, quas cursim pervolitamus: sunt et perfectae, ad quas tendimus, quae ideò dictae sunt Clausulae.

Imperfectae consonantiae.

Clausulae.

V. Amplius sicut ipsae Consonantiae singulae seorsim consideratae, sunt eo nomine gratae, quòd non planè identicè sonant, sed figuratae sunt quodammodò et diversisonae, et latitudinem aliquam qualitativam occupantes in auditu, naturam trahentes à figuris planis regularibus, à quibus et oriuntur: sic jam Concentus Harmonicus, seu sequela plurium Harmoniarum perpetua, sine earum varietate gratiam omnem perdit.

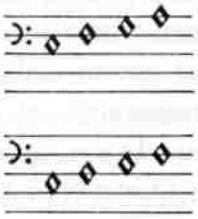
Perfectae non deinceps locandae.

Ex hac explicatione definitionis, causae tradi possunt legum, quas observant Componistae in coaptandis concordantijs. Nam quaeri potest, quae sit causa naturalis, cur licitum sibi putent, Tertias et Sextas natu-

Cur duo diapente etc. deinceps.

rales aliquot ordinare deinceps; Quartas et Quintas et Octavas et similes, ex speciebus singulis aliquot, non admittant deinceps?

Respondeo, causam hanc esse, quòd Tertiae vel Sextae se mutuò consequentes altitudine, sint plerumque reverâ diversae, una major, altera minor: et quamvis interdum duae Tertiae minores proximè consequantur invicem; sunt tamen minimae consonantiae et imperfectae. Canat enim primus *Vt Re Mi Fa*, secundus ijsdem Temporis articulis *Mi Fa Sol La*, quatuor se mutuò consequuntur Tertiae; quarum prima *Vt Mi*, est major; secunda *Re Fa*, et tertia *Mi Sol*, sunt minores; quarta *Fa La*, rursum est Major. E contrario, Quartae omnes habentur vulgò pro intervallis magnitudinis ejusdem; ut et Quintae, et multò maximè Octavae. Itaque si hae perfectae concordantiae plures ejusdem speciei ordinarentur deinceps, altitudine differentes, Cantus consonantijs varius non esset.



Sed alia praecipua causa impedit, Quintas aliquot ordine in altum cani, quae non impedit cani Octavas: de quo quaerendum sibi putavit ARISTOTELES in problematibus: Cur modulentur Octavas (verbi causa, Mares cum Foeminis, Viri cum Pueris), Quintas et Quartas non modulentur? Causa igitur haec est, quod cùm duae Tertiae faciant consonantiam Diapente, duae Octavae, consonantiam Disdiapason: contrà duae Quintae faciunt Nonam, duae Quartae Septimam, intervalla dissona. Vox ergò illic per consonantias Octavas et Tertias decurrens aequaliter, manet in Tono seu modo, observans eandem speciem Octavae: hic si per aequalia decurrat, modum vel Tonum mutat insigniter, quod est contra definitionem.

VI. Circa delectum concordantiarum aliqua etiam sunt notanda, primò quòd in genere magna intervalla magnos animi motus exprimant (ut in illis Orlandicis, *Vbi est Abel*, et *Tristis est Anima mea*); parva et alta, laeta; humilia et parva, tristia.[1]

Deinde cùm cantus harmonicus plerunque desinat in Identisonantiam: 85
ut igitur magnum, pro hypothesi textus, intervallum in fine complectamur; oportet non Bassum tantum descendere, sed etiam Discantum, contra naturam finiendi cantum, ascendere, imitatione fistularum et chordarum Pandurae. Atque tunc vel maximè enitescit vis semitonij, priori capite explicata; quòd naturalis et ordinarius finis cantionis per ascensum, amat in fine superare semitonium, in ijs quidem Tonis, qui non habent semitonium proximè supra radicem suae Octavae.

Cur magna intervalla jucundiora.

Tertiò quaestione dignum censuit GALILAEVS, cur Diapente epidiapason jucundiùs sonet, quam Diapente simplex, et sic consequenter,

semper una Harmonia sit jucundior aliâ. Causas, quas ipse attulit, non est operae examinare, cùm obscurae et incertae sint. Ex meis verò principijs causae hujus rei apparent clarissimae. Nam quia per Axioma II. capitis primi, gradus scientiae, quibus differunt inter se latera figurarum, transplantantur etiam in ipsas proportiones, figurarum soboles: consentaneum equidem est, ut etiam illi gradus, quibus distant et Partis circuli, et Residui demonstratio, discriminent suavitatem et Partis et Residui. Ergò quae Harmoniae existunt immediatè per ipsam sectionem circuli, quae sc. sunt inter Totum et Partem rescissam, perfectiores et jucundiores sunt ijs, quae sunt inter Residuum et Totum, quae demum derivantur ex prioribus, per admixtionem Identisonantiarum ex bisectione vel duplicatione Chordarum. Sic 1.3. primas tenet, est igitur jucundior, quàm 2.3. et 1.6. quàm 5.6. et 1.5. quàm 4.5. et 1.4. quàm 3.4. et 2.5. quàm 3.5. et 3.8. quàm 5.8. Priùs enim Pars fit consona, per se ipsam, non propter Residuum; posteriùs, et sic imperfectiùs, Residuum demonstratur esse consonum, scilicet propter Partem sociam vel alienam.

Reliquas artis Compositoriae Regulas, Artificibus ipsis relinquo comprobandas, aut rationem earum reddendam. Mihi enim quae huc usque disputavi, abunde sufficiunt, cùm ad naturam Cantus illustrandam, primis saltem et generalibus ejus fundamentis in Natura monstratis, tum maximè ad speculationes libri V. sequentis: cujus libri materia mihi unicus in toto opere finis est propositus. Astronomus enim ego sicut de figuris regularibus disputo, non tam geometricè (nisi ubi illa adhuc incompleta visa est) quam astronomicè et metaphysicè; sic etiam de cantus proportionibus scribo non tam musicè quàm geometricè, physicè, denique ut prius, astronomicè et metaphysicè; quia sicut corporibus quinque regularibus ex Geometria, sic etiam Proportionibus, totoque apparatu Harmonico ex Musicâ, opus habeo ad explicandas causas proportionis Orbium coelestium, Eccentricitatumque et motuum in Apsidibus. Artem verò componendi cantus, quae praxis est Musica, nequaquam profiteor; quam ex ARTVSII supra dicti, exque † SETHI CALVISII, amici quondam mei libris, de arte compositoria Cantus editis, rectiùs qui volet petet: quos ipsos tamen, non quòd optimos putem, sed quia alios non vidi, nomino. [1]

Scopus totius hujus operis.

DE TRIBVS MEDIETATIBVS DIGRESSIO POLITICA 86

Folio 29. linea 9. paragraphus sequens loco suo exclusus est, quod operae folia exemplaris incautè distribuissent. (quippe 7.10.)

Vide locum pulcherrimum in BODINO de Repub.

Neque tamen ob id reprehendendi sunt authores, qui proportiones hujusmodi titulo Harmonicarum, in Remp. recipiunt. Nam etsi paucae ex sic formatis, meras Harmonias definiunt, reliquae omnes ab Harmonijs alienae sunt: omnes tamen hujus definitionis hoc habent, quod contemperatae sunt ex ambabus proportionibus, Arithmeticâ et Geometricâ: ex quâ contemperatione inest illis haec in Rep. aptitudo. Vicissim verò in Rep. si qua vis est Harmonicarum, ut Harmonicae; neque nostrae medietates Harmonicae sperni poterunt, quas laxiori definitione sic trado:

Quòd sit omne id, quod intercedit inter duas voces consonantes, consonans et ipsum cum illarum utrâque. In sectionibus igitur etc.

Medietas Harmonica quid verè sit.

Hactenus omissa. Cum autem BODINI *meminissem in margine, jamque finito libro tertio, et addito superiori paragrapho, satis operatum esse Mathematicis speculationibus censuissem; finitâ hac spinosa materia, placuit ex ipso* BODINO *praecipua disputationis hujus politicae capita transcribere, verbis et ordine ut plurimum ex meo loci illius captu conformatis: ut et lucis aliquid afferrem loco per se obscuro, quippe* BODINVS *ex Mathematicis disciplinis non satis ad hanc speculationem praesidij attulit: et ut taedium morosarum demonstrationum Mathematicarum, quibus totus liber constat, interpositione popularis iucundae materiae lenirem, ususque ejus non nullius in cognoscenda Rep. gustum exhiberem. Incipiam autem ab explicatione rei Mathematica fusiori, adque lectoris non Mathematici captum accommodatiori.*

Quando numeris aliquot, non attentâ eorum magnitudine, adduntur aequalia, tunc est proportio Arithmetica. Vt

	3.	9.	5.	10.	17.	38.	*Quantum enim* 6. *major est quàm* 3.
Adde	3.	3.	3.	3.	3.	3.	*tantum (totidem sc. unitatibus)* 12. *est*
	6.	12.	8.	13.	20.	41.	*major quam* 9.

Haec proportio in hoc exemplo est disjuncta. Ergo proportio conjuncta vel progressio arithmetica est, quando initio facto ab aliquo numero quocunque, adduntur illi aequalia continuè.

Vt	3	vel	38
	3		3
	6		41
	3		3
	9		44
	3		3
	12		47

Cum ergò inter 3. 6. 9. 12. item inter 38. 41. 44. 47. sit progressio continua arithmetica; fit ut trium talium numerorum deinceps locatorum medius appelletur Arithmetica medietas; ut inter 6. 12. Medietas est 9. inter 38. 44. Medietas Arithmetica est 41.

Quando verò numeris aliquot, attenta eorum magnitudine adduntur similia, tunc est proportio Geometrica. [1]

87 Vt

3.	9.	5.	10.	17.	38.
9.	27.	15.	30.	51.	114.
12.	36.	20.	40.	68.	152.

Nam sicut ad 3. additur triplum 9. sic ad 9. additur triplum 27. quod est tanto majus quàm 9. quanto 9. est majus quam 3. et quanto 15. est majus quàm 5. etc. Sicut ergò 3. ad 12. sic 9. ad 36. Et sicut 3. ad 9. sic 12. ad 36.

Rursum haec proportio in hoc exemplo est disjuncta. Ergo proportio Geometrica conjuncta seu progressio est, quando initio facto ab aliquo numero, semper additur illi vel pars vel multiplex similis.

Vt	3	10	8
	9	30	4
	12	40	12
	36	120	6
	48	160	18
	144	480	9
	192	640	27

Ad initialem additur triplum in duobus primis exemplis, dimidium in tertio: Rursumque ad eum qui hinc est natus, additur eadem multiplex vel pars. Ergo ut 8. ad 12. sic hic ipse 12. est porrò ad 18. sic etiam 18. ad 27. Vbi 12. est medietas Geometrica inter 8. et 18. Sic 18. medium Geometricum seu proportionale est inter 12. 27. etc.

Haec prius sunt cognoscenda, ut intelligatur, quid sit proportio Harmonica. Nam illa sic definitur à Bodino, quòd *in ea Rationes aequalium et similium sint modicè confusae*, id est rationes priores arithmeticae, et posteriores Geometricae.

Porrò haec definitio vera non est. 1. Multi enim modi sunt etiam in numeris non harmonicis, quibus modis rationes aequalium et similium possint esse modicè confusae: neque tamen hoc sufficit, ut sit proportio harmonica; oportet enim accedere alias etiam numerorum habitudines, ex cap. I. II. III. petendas. 2. Multae vicissim sunt copulationes numerorum harmonicae, in quibus neque aequalium neque similium rationes continentur. 3. Quin etiam sunt harmonicae proportiones, in quibus est simplex Geometrica proportio, ut 1. 2. 4. etsi Identicae sunt, nec gratiam solae pariunt praecipuam: adeò ut Bodinvs neget illas ex seipsis efficere concentum ullum, intellige figuratum: sunt vicissim aliae harmonicae proportiones in quibus est simplex Arithmetica proportio ut 1. 2. 3. sic 2. 3. 4. quas etiam Bodinvs sui oblitus pro harmonicis agnoscit, etsi nihil habeant analogiae Geometricae admixtum. Sic 3. 4. 5. sic 4. 5. 6. sic 1. 3. 5. sic 2. 5. 8. etc. quas posteriores Bodinvs per-

peram negat harmonicos efficere concentus, authoritate veterum contra sensum auditus insurgens. [1] †

Est tamen assertio vera quadamtenus de ea proportione, quam veteres 88
falsa persuasione dixerunt Harmonicam. Dico, quadamtenus; si nimirum pro *Rationibus aequalium*, intelligas Mediationes Arithmeticas, in alios numeros transformatas, in quibus non sit expressa aequalitas Excessuum actualis, quae erat in primis tribus. Nam Veterum Harmonica Medietas propriissimè sic definitur, *quòd sit excessuum inter tres numeros, eadem proportio, quae extremorum*, ut in 3. 4. 6. Quicunque tales tres numeri sunt, sive verè sint harmonici, sive non sint, semper in ijs verum 10
est, *rationes aequalium* (seu potiùs arithmeticas) *et similium* (seu Geometricas), *esse confusas* uno certo modo. Modus autem est hic. Datis extremis, ut 2. 5. datur medium arithmeticum, quod ne fractionem habeat, sumantur hic extremorum dupli 4. 10. horum medium arithmeticum est 7. Jam in tali mediatione arithmetica 4. 7. 10. excessuum 3. 3. aequalium, semper constituuntur duae proportiones, una major, inter terminos minores 4. 7. altera minor, inter majores 7. 10. Qui jam vult mediationem Harmonicam efficere ex hac Arithmeticâ mediatione, et ei aliquid admiscere Geometricae mediationis, is ponat minorem
* 7. 10. proportionem loco priori, et majorem loco posteriori, sic* et quaerat 20
4. 7. numerum, qui sic habeat ad 10. sicut 4. se habet ad 7. erunt tres numeri sic 7. 10. 17s. in integris inter se primis 14. 20. 35. Huic trigae est admixtum aliquid de Arithmetica progressione, non manente tamen ejus aequalitate expressâ. Nam utraque proportio mediationis Arithmeticae inter 4. 7. 10. collata huc est, tantùm situ mutato: sicut enim ibi priores termini, scilicet 4. ad 7. sic hic posteriores 20. ad 35. Et sicut ibi posteriores 7. ad 10. sic hic priores 14. ad 20. Est eidem vicissim etiam admixtum aliquid de Geometrica mediatione. Nam minor proportio, 7. 10. posita est ad terminos minores 14. et 20. major 4. 7. ad majores, 20. et 35. et denique fit, ut sicut est minimus terminus 14. ad maximum 35. 30.
sic sit differentia minor 6. ad majorem 15. Haec omnia verò sapiunt similitudinem aliquam Geometricae proportioni familiarem; quia in ea ut minimus terminus ad medium, sic est medius ad maximum.

Haec tenenda sunt ex Mathematica: quae Bodinvs non satis videtur percepisse, dum Harmonicam proportionem proponit in quinque numeris 3. 4. 6. 8. 12. deque ijs affirmat, *quòd aequalia et similia spacia quodammodo temperata existant*. Nam cùm videret excessus esse 1. 2. 2. 4. aequalitatem expressam agnovit in 2. 2. similitudinem in 1. 2. 4. Atqui in definitione veterum sufficiunt tres: nulla etiam in eâ continetur temperatio aequalitatis expressae cum similitudine. Nam in 3. 4. 6. 40.
nulla est aequalitas expressa excessuum.

Jam est operae precium, videre, quomodo BODINVS, qui hac in materia copiosissimus est, applicet ista ad Moralia et Politica variè: Cui plerumque hoc accidit, ut pro Harmonicis mediationibus tam veterum, quàm veris, meras compositiones proportionum Arithmeticarum et Geometricarum arripiat, vitiosae suae definitioni innixus: quod sicut statim initio praefandum fuit, ita in sequentibus saepius erit iterandum.

I. Cum tres sint Politiarum formae, Popularis Optimatum et Regia; [1]
89 popularem ille comparat Arithmeticae proportioni, Optimatum Geometricae, Regiam Harmonicae. Nam sicut in Arithmetica aequalia sunt
10 incrementa numerorum omnium, tam magnorum, quàm parvorum, sic in Rep. populus vult aequalia esse omnium onera, et commoda, et honores, et magistratus; nec vult tolerare respectum ullum personarum; vult exempli gratiâ omnibus esse jus venandi, sive nobiles sint, sive ignobiles, sive divites, sive pauperes. Quod si qua res est, quae non patitur divisionem inter multos; eam populus vult sortiri; quia sors caeca est, non internoscens nobilem ab ignobili, divitem à paupere, benè meritum ab immerito, virtuti deditum à vitioso, ingeniosum à stupido. Tum demùm enim aliquis se putat aequari caeteris, si cum ijs sortitur super talibus, sive jam bona, sive mala sorte adipiscatur. Vbi
20 sortis loco possunt esse etiam alia acquirendi media; ut si electio permittatur ei, cujus nihil interest, aut qui personas non respicere creditur. Ita Romae Consulatus erat communis omnium certi ordinis; eumque licebat petere à populo, at non largitionibus, ne corrumperetur populus, et divites praeferrentur tenuioribus. Etsi in hoc casu tacito consensu respicitur virtus, deque ea et de benè meritis, judicium permittitur populo.

E contrariò sicut in Geometria, Excessus numerorum assimilantur numeris ipsis, ut magnus numerus magnum habeat excessum, parvus parvum: sic in Optimatum Rep. distinguuntur personae, distinguuntur
30 et onera, praemia, Magistratus, munia; et praestantissima reservantur Optimatibus, reliqua relinquuntur populo. Vbi necesse est, seorsim inter singulas factiones admitti etiam arithmeticam proportionem: de ijs enim quae sunt populi, sortientur omnes, qui sunt in populo; de ijs, quae Optimatum, omnes Optimates. Nisi enim hoc fiat, perpetui erunt etiam in populo gradus Optimatum, usque ad imam populi faecem; perpetui etiam inter Optimates, usque ad Reip. Principem; qua ratione Resp. non erit, sed Regium civitatis genus.

Regius verò status, etsi vel maximè proportioni Geometricae assimilatur; eo quod omnia jura Majestatis Regi reservantur, sicut ipse vel
40 Nobili prosapia, vel armis vel virtutibus praestat caeteris omnibus: gubernandi tamen ratio in hoc statu rectissimè potest temperari ex

utroque Proportionis genere. Nam unus Rex arbiter omnium, non coeco impetu, ut sors, sed virtutis, meritorum, ordinis, graduumque rationibus, qua licet, omnia inter Optimates populumque dispensat, omnes justitiae distributivae et commutativae partes exsequitur; quae utriusque proportionis conjunctio BODINO sufficit ad proportionem Harmonicam constituendam; at juxtà omnia consilia non tam ad singulos, vel Ordines vel homines, quàm ad totum Civitatis corpus, ejusque salutem mutuamque charitatem et concordiam refert; non secus ac si in numeris, proportiones ab aequalitate et à similitudine non nihil deflexae, sic ut illae destruantur si est opus, ad communem omnium harmoniam referantur: quomodo meis medietatibus Harmonicis utetur.

Judicium Cyri pueri.

II. Ex Cyri paedia exemplum proponit BODINVS, quo omnia tria genera proportionis explicari possunt. Cyrus puer, cùm hominem procerum curtâ tunica indutum conspicatus esset, pumilum juxtà tunicâ laxâ, censuit commutandas illis esse tunicas, ut cuique quod commodum esset obveniret: Magister cuique suum relinquendum edixit. Quod si procero fuisset injunctum, ut pumilo aliquid pecuniae solveret, et sic demum permutatio fieret: optimè conciliatus fuisset Magister discipulo. Hic Cyrus Geometricam ursit proportionem, admensus corporibus vestes, Magister arithmeticam, possessiones utrique suas tuitus: at tertius ille, respexisset utrumque simul, tam corporum indigentiam, quàm copias cuique suas salvas: itaque Harmonicam in sensu BODINI asseruisset proportionem, quippe ex utraque priorum mixtam: harmonicam verò etiam in sensu meo; quia non dubitaret, alteri quod esset panni superfluum, alteri pecuniam eripere, ut utrique consuleretur: quia commune utriusque commodum comparatur suavitati concentus. Accidere autem dixi, ut interdum Geometrica proportio sit etiam harmonica, ut 1. 2. 4., sicut hîc commodum est, ut procerus longam vestem habeat; interdum verò Arithmetica proportio est etiam Harmonica ut 2. 3. 4.: sicut hic commodum est, ut possessor longae vestis pumilus, retineat quidem suum, sed in pecuniam commutatum, qua rectius uti potest, quàm superfluo vestis.

Justitiae species.

III. Cùm gubernandi rationes omnes complexa sit justitia, ex ARISTOTELE allegat partes ejus duas, commutativam in aequalitate arithmetica versantem, distributivam in similitudine Geometrica; ipse tertiam speciem justitiae suadet ex utraque priorum conflatam, quae et rerum copiam certis personis viliori precio vendi vult, quàm caeteris, et non semper magnis magna distribui; et sic, utrumque genus justi violari quadamtenus, si salus universorum id postulet, aut si commodum inde publicum emergat. Non benè conflatur proportio ex speciebus duabus alijs, si utramque peremit. Est igitur applicatio haec meis

medietatibus Harmonicis aptior. Vt in numeris 2. 3. 5. nec arithmetica est excessuum aequalitas, nec Geometrica progressio, est tamen inter eos Harmonica.

Huc in fine libri Poetas accommodat, qui Themidis (quae justitia est) tres fingunt filias Εὐνομίαν, ἐπιείκειαν, εἰρήνην: Leges, Aequitatem, Pacem, quasi trium proportionum Tutelares, Arithmeticae, Geometricae, Harmonicae.

IV. Leges connubiorum, praecipuum civitatis vinculum, luculentum exemplum subministrant trium proportionum. Si Patricij patricias ducere jubeantur, plebeij plebejas, Geometrica similitudo est. Sin jus omnibus promiscuè connubia vel sorte quaerere, vel formâ, opibus, virtute, sine generis respectu, contendere quantum possis, nec ulla conditio vetita: haec erit aequalitas arithmetica. Verùm ibi civium animi divelluntur in factiones, hîc confunduntur ordines; utrumque perniciosum Reipub. Suadet igitur Bodinvs, Patricijs tenuioribus interdum permittere connubia plebeia opulenta, Plebejis divitibus patricias inopes. Hoc enim utrique ordini commodum, nobilibus quidem, ut aucti opibus tueantur locum quem obtinent, et foeminae hujus ordinis maritentur; plebi verò, ut patefacto ad honores aditu, virtuti [1] dent operam; denique Reip. ipsi, ut Ordines mutua sese charitate complectantur. Leges connubiales.

Rursum hic peremit Geometricam Analogiam, ut Harmonicam efficeret, neque tamen eam ad meram aequalitatem Arithmeticae progressionis redegit. Vt si 1. 3. 9. Geometrica perimatur, fiatque 1. 3. 8. quantum hic recessum est ab 1. 3. 9. tantum illic derogatum patricijs: et quantum in 1. 3. 8. quorum excessus 2. 5. (cum prius essent 2. 6.) accessimus ad progressionem arithmeticam 1. 3. 5. (quia horum excessus 2. 2. aequales) tantum illic datum plebi: ut in numeris quidem Concordantia constitueretur inter 1. 3. 8. in Rep. verò concordia inter Patritios et plebem, manente tamen distinctione ordinum. Haec commutatio 1. 9. in 1. 8. occurret libro V. etiam in coelo ipso.

V. Inepta est Arithmetica aequalitas in Symposijs, si promiscuè omnes accumbant, nulla sexus, conditionis, aetatis, habita ratione: insulsa vicissim mera similitudo Geometrica. Nam si docti tantùm doctis jungantur, quid proderunt imperitis? si foeminae solis foeminis, quae voluptas? si clamosi clamosis, quis author ijs modestiae? At si neque caecam aequalitatem admittas, neque morosam similitudinem, sed misceas utramque, modicè tamen et cum judicio rationis, proportio erit harmonica. Efficies enim, ut Senes juvenum, Viri foeminarum aspectu gaudeant, juvenes prudentiâ senum, foeminae virorum authoritate regantur, tetricos urbani excitent, vicissimque et vereantur, nec in scur- Lex Symposiorum

2) Geometria

rilitatem sese profundant. Rursum haec non compositio est integrarum specierum, sed violatio nonnulla, ut Harmonica existat.

Consessus in ludis.

VI. Ad arithmeticam pertinet aequalitatem, quòd antiquitus Patres cum plebe promiscuo consessu ludos spectare soliti; ad geometricam proportionem, quod postea Patres à plebe sejuncti. Hoc quidem sic est, si solos ludos consideres. At si universa Reip. commoda uno mentis complexu teneas; cùm ex ijs plurima Patribus vindicata fuerint ratione geometricâ, populo secluso; pertinuit equidem haec ipsa in ludis, utriusque ordinis exaequatio, ad contemperationem illam, sensu BODINI harmonicam totius gubernandi formae: quippe qua et plebs deliniebatur, ut pueri solent rebus leviculis, adque diligendos Ordines superiores invitabatur, neque quicquam derogabatur dignitati ordinum. Quadrat etiam ad meas Medietates, quatenus proportio non tenetur, ut teneatur concordia. Priùs in certis personis Ordinum, derogabatur Analogiae, nunc in certis praemijs.

Amicitia.

VII. Amicitias animat harmonica contemperatio. Quod enim est in proportione Concordantia, hoc est in totius humanae vitae ambitu Amor, qui fundamentum est Amicitiae. Quòd si mera aequalitas officiorum inducitur, lege arithmeticâ, nulla erit nisi inter aequales amicitia: et si inter inaequales mera et exquisita similitudo Officiorum Geometrica: neutrobique amicitia erit, sed ibi perpetua negociatio nundinatioque officiorum, commodi sui causâ; hîc necessaria Patroni et Clientis consociatio, nulla Amoris demonstrandi libertas, nihil spontaneum. Amicitia etsi consistere cum crebris injurijs non potest, leges tamen respuit, omniaque ad sobrium et sanum Amoris arbitrium refert, nunc ae|qualia rependens nunc proportionalia, et ubi neutra, semper talia, 92
quae pro re natâ facere videntur ad conservationem Amoris: qui etiam ut Harmonia dissonantijs, et ut ignis ferri stylo, foditur injurijs nonnullis, earumque condonatione gratuita vires renovat.

Regula Lesbia.

VIII. Aequalitatem Arithmeticam BODINVS pulchrè comparat Regulae POLYCLETI ferreae, quae frangi priùs quàm flecti posset; similitudinem Geometricam, Regulae Lesbiae plumbeae, quae omnibus angulis accommodabatur. Ipse Harmonicam proportionem, suae definitionis, adumbrat Regulâ ligneâ, quae flectitur quidem, at è vestigio redit.

Leges Aequitas.

IX. In gubernatione omnis generis Politiarum, rigor legum et Judicis officium comparantur aequalitati Arithmeticae, qua non tantum suum cuique ad amussim tribuitur, sed etiam poenae irrogantur delinquentibus aequaliter, sine personarum respectu, et qua astringuntur Judices ad leges, adque allegata et probata, ut secundum eas judicent,

15) proemijs 26) est ubi

etiamsi iniquae leges videantur. Vicissim Aequitas, et arbitrium Magistratus merum, qui tamen bonus sit, et ex conscientia agat, Geometricae Analogiae naturam induit. At BODINVS Harmonicae contemperationis exemplo, medium interponit officium vel superiorum Curiarum, vel omnium, vel summi Magistratus, quibus neque licet ex arbitrio agere mero; et tamen permittitur, ut leges pro ratione circumstantiarum flectant non frangant, et eas in judicijs secundum aequitatem interpretentur; ut tamen per singulares curiarum sententias nihil legi derogetur. Vult leges haberi similes suae Normae, ut cedant quidem in flexum, at statim redeant. Quamquam hoc loco BODINVS exemplo suo verum demonstravit, quod de Juris consultis affirmaverat antea; ipsos Mathematica ista propter sui obscuritatem minus percipere. Nam non quadrat ejus de Numeris disputatio ad normam nostrae disciplinae; cùm ait, fieri non posse, ut Proportio Geometrica, quae est inter quatuor terminos, ullâ terminorum transpositione pereat; eandemque asserit analogiam esse in 6. 3. 4. 2. quae est in 3. 2. 4. 6. Minimè 3. est ad 2. ut 4. ad 6. E contrario Proportionem Harmonicam putat turbari transpositione. Sanè, si proportionem inter duos terminos solos, agnoscit nullam, vincit.

Quid mihi proportio.

Haec est n. nonnullorum subtilitas loquendi, conjuncta cum summa obscuritate, ut id quod Graeci λόγον appellant, Latinè Rationem velint dicere, Proportionem verò, quod Graeci 'Αναλογίαν. Vellem equidem id imitari posse, ut fecisse me memini ante hac: at λόγος Graecis nunquam in communi usu loquendi sumitur pro voce αἴτιον, Latinis verò Ratio creberrimè sonat causam, vel Modum. Oportet igitur tenere morem à Barbaris Graecorum Elementorum interpretibus introductum, et proportionis vocem tam pro λόγῳ quàm pro 'Αναλογίᾳ sumere; quod toto hoc libro crebrò facio.

Jam igitur distincta sunt, Proportio et Concordantia, et haec illius veluti qualitas quaedam, illaque hujus subjectum. Concordantia verò inest Proportionibus primò et per se, quatenus illae sunt inter duos terminos; non quatenus est inter plures terminos continuitas quaedam
93 proportionis. Et consonant duo proportionis termini non causâ situs, in quo prius est et posterius, sed quatenus simul pulsantur eodem tempore duae chordae; nec mutatur haec concordantia, mutato situ characterum in scriptura aut in Testudine eversâ. Proportioni verò, quae est inter tres vel plures terminos, accidit concordantia secundariò, propter singulares terminorum bigas: in quibus etsi mutari potest mutato situ, Analogia, id nempe, quod in illis est de Geometrica proportione admixtum; nequit tamen simul mutari qualitas Harmonica. Quare quod disputat BODINVS, quatuor ista, Legem, Legis actionem, Aequitatem, Magistratum, comparari quatuor numeris, Harmonica proportione col-

ligatis; et quemadmodum transpositis numeris pereat concentus, ita si Processus forenses et exsecutio potiores habeantur Legibus, si Magistratus prior aequitate, civitatis harmoniam turbari: id quidem nulla ratione ad id quod in proportionibus est Harmonicum, sed simpliciter ad ipsarum proportionum naturam, quâ Geometricam quâ Arithmeticam, est referendum, hoc est, ad id proportionis genus, quod ex utraque temperatum, Veteres persuasione quadam infirmâ, Harmonicum appellarunt. Commune enim hoc est omnibus Analogijs sive simplicibus, sive mixtis, contrà quàm tradit BODINVS, ut vel mutentur in species alias, transpositis terminis, vel planè destruantur. Sed ad rem redeo.

Legum necessitas.

Si merum arbitrium habet Magistratus gubernandi sine legibus, neque legem observat Naturae, neque boni et innocentis viri officio fungitur: non magistratus erit, sed Tyrannus. Cùmque bonorum Principum numerus oppidò parvus existat, non est consultum Reipublicae, sese huic periculo committere, quoties renovatur magistratus. Etsi verò contingat illi bonus quandoque magistratus, diuturnus tamen esse status iste nequit: at nec salutaris Reipub. quia ut bonus sit Moderator, prudens satis non semper erit, qui quid aequum sit, sine legum norma videat; et ut ipse videat sequaturque, quod rectum, cives tamen calumniabuntur etiam optima; nisi leges sint, quibus ille facta sua tueri ad populum possit: Cives legum disciplina sunt erudiendi, poenarum imagine, quae legibus praescribuntur, à malefactis absterrendi. Legibus igitur carere Resp. nequit.

Aequitatisque.

Vicissim leges, Graeco vocabulo Νόμοι, distributivam justitiae partem signant; quae in statu populari sequitur arithmeticam aequalitatem. Quod si omnia ad legum rigorem examinentur, injuria fiet plurimis. Leges enim de factis statuunt, nullâ circumstantiarum varietate definitis; facta verò singula circumstantijs suis descripta sunt, quibus vel mitigantur, vel aggravantur: quarum cùm sit varietas: nullis unquam legibus illae comprehendi possunt. Neutra igitur ratio per se sola tuetur Resp. sed miscendas docet BODINVS, ut et leges sint, sed paucae, quia legum multitudo seges est uberrima litium; et multa Magistratus arbitrio reserventur, non facta tantùm singularia, sed etiam integrae nonnullae factorum species, certaeque aliae legum materiae, imprimis [1] poenarum intensio et remissio, legumque ipsarum interpretatio, et ad facti circumstantias applicatio. Hîc non de triplici Reip. forma, sed de uniuscujusque gubernandi forma triplici agitur; mera aequitatis ratio, soluta legibus, est aristocratica gubernandi ratio, etiam in Populari, inque Regio statu. Legum vincula, gubernationem popularem faciunt, etiam in Regio. At si Leges quidem sint, ijs verò derogetur in loco et tempore, pro arbitrio gubernatoris, à summa potestate constituti; gubernator

iste, licet à populo detur, Regulum quendam agit. Tales plerumque Praesides Provinciarum. Is igitur aut leges observat, aut ex aequo judicat, eatenus, dum Reip. salus patitur: si secus, non dubitat exorbitare. Vt si quis proportionum species, quae harmoniam faciunt, admittat, ut 2. 3. 4. vel 1. 2. 4: quae dissonantiam, eas turbet, inque consonantes commutet, ut 1. 3. 9. in 1. 3. 8. et 3. 5. 7. in 3. 5. 8.

X. In legibus ipsis, quae sunt de mulctis pecuniarijs, ut plurimùm quidem arithmetica servatur aequalitas, ut mulctam legibus statutam solvat, quicunque deliquit, sive dives sive pauper. Videre tamen est, ubi et Geometrica similitudo sit, ut si mulcta cuique pro ratione census irrogetur, aut si temerè litigans aliquotam partem amittat aestimatae litis. Sin autem inter locupletes omnes, major aliqua mulcta nuncupetur, inter tenues levior, eaque à singulis cujusque ordinis exigatur aequaliter; temperamentum id erit proportionis, BODINO dictae Harmonicae. Non mutantur hic proportionum species, sed componuntur, aut distribuuntur potius in distincta subjecta, ad idem totum pertinentia. Mulctae

XI. Leges vestiariae plurimum habent de proportione Geometrica; ut quanto quisque altiori dignitatis gradu consistit; tanto preciosior ei permittatur ornatus vestium: aequalitas Arithmetica intolerabilis hîc est. Quia tamen neque sola varietas ordinum, in vestitu distinctionem postulat, sed aliqua hic ratio habenda copiarum, aliqua meritorum; neque facilè omnes Ordines unâ lege possunt enunciari: temperamentum aliquod utriusque proportionis, partim legibus ipsis inseri solet, partim arbitrio Moderatorum permittitur. Id temperamentum BODINVS harmonicum censet, quia Harmonias conjunctione duarum specierum proportionis definit. Mihi harmonicum non est, cùm affectetur proportio alia, et exprimeretur perfectè, si posset. Leges sumptuariae

XII. Idem ferè de ijs Legibus dicendum, quae cùm de poenis sint, personas illustres periculo capitis, Nobiles suspendio eximunt, poenarumque genus commutant, more à plurimis gentibus recepto. Nam reus dignitatem quam habebat amittens graviùs hoc dedecore punitur (Geometricâ lege observatâ), quàm si qui in dignitate nulla fuit, virgis caedatur publicè: itaque dissimilium poenarum aequalitas quaedam esse potest, et distributio Harmonica sensu BODINI, qui hic ARISTOTELEM rejicit, qui in praemijs quidem Geometricam proportionem, in poenis verò Arithmeticam servandam docuerat. Poenae.

XIII. Est et alia in Legibus poenalibus observabilis proportio eodem temperamento; quae non delinquentem attinet, sed personae laesae honorem et vindictam. Graviùs enim punitur qui Principem Civitatis, [1] quive unum è Collegio Electorum occidit, quàm qui agricolam; gravius qui liberum, quàm qui servum. Nam etsi haec varietas ad Geometricam Satisfactio.

est referenda similitudinem inter personam et illatae eidem injuriae vindictam; rara tamen est: plurimum vicissim in poenis homicidij aequalitatis arithmeticae, praesertim inter Christianos, ex lege divina, qua homo homini aequiparatur, et sanguis sanguine rependitur. Haec igitur utriusque generis rationum confusio pertinet ad BODINO dictam Harmonicam: Inprimis illud, quòd in lege divina sicarij omnes morte puniuntur arithmetica aequalitate, at genus mortis in potestate judicis est, Geometrico responsu, factis, circumstantiarum varietate dissimilibus, irrogandum; ut BODINVS refert, puto ex Rabbinis.

Neque tam personis singulis laesis haec poenarum inaequalitas tribuitur, quàm saluti totius reip. quae omnes hostes patriae impune occidi permittit, civium simul omnium salutem in Principis, Optimatumque incolumitate, inque tranquillitate publica conservata, tuetur. Saepius autem dictum, Bonum publicum habere responsum quendam ad suavitatem concentus Harmonici. Quae una summa lex, legum omnium mater, si observetur: Vt id sanctum et legitimum esse jubeatur, in quo salus vertitur Reip. jam statim constat de similitudine cum Harmonicis rationibus, ex mea ipsius etiam sententia descriptis, etiam si nihil lex illa simile praetereà contineat neque Geometricae, neque Arithmeticae proportionum. Nam neque hi numeri 15. 20. 24. 30. qui Harmoniam continent dulcissimam, proportionem observant vel unam vel alteram: excessus enim sunt 5. 4. 6. neque aequales, neque similes proportione, terminorum proportionibus, sed neque eodem cum illis ordine crescentes.

Aestimatio mulctae.

XIV. Aliud exemplum, Geometricae disciplinae familiarius, affert BODINVS in Legum de mulctis interpretatione; ut quae antiquitus statutae sunt mulctae pecuniariae, pro ratione praesentis publicae opulentiae vel inopiae aestimentur. Hic intolerabilis aequalitas Arithmetica omnium temporum; neque tamen observatu facilis proportio Geometrica in omnibus. Itaque pro sua prudentia judex, proque rerum circumstantijs, medium sectabitur harmonicum, cavebitque ne vel leges violasse videatur, vel legum interpretatione malitiosâ inopes opprimantur, locupletibus ac potentioribus peccandi licentia detur. Quin etiam ejusdem harmoniae studio interdum pecuniariam, quae contemneretur, in corpoream permutabit.

Poena furti.

XV. Legem quae fures suspendio punit, BODINVS eatenus probat, quod nititur ratione, ne fures augeantur, ut peccata quae frequentia futura fuerunt, gravius puniantur, quod Geometricam sapit proportionem. Eandem reprehendit ob aequalitatem Arithmeticam. Frequentissima quippe actio furti per omnia oppida pagosque, judices plerumque plebejos habet, qui dum aequaliter omnes ad supplicia rapiunt, non

intelligunt se iniquissimam inducere poenarum inaequalitatem, dum peccatis circumstantiarum varietate inaequalissimis eandem poenam irrogant. Plerisque reis deest judicij firmitudo, qua sibi magis ab infortunio, quàm à magnitudine sceleris cavere deberent: quos occasio, 96 fa[l]mes, liberorum studium, fiducia latendi, alienae opulentiae opinio, fures facit; cùm ipsum per se facinus, ad alia comparatum, naturali judicio vilipendatur, quod etiam lex divina, quae quadrupli tantùm restitutione furtum punit, confirmare videtur. Si tamen aequum et sanctum est, illam hominum partem, quae dolis et tenebris nata, murium natu- 10 ram refert, parietes perfodit, non fortunarum tantùm, sed etiam vitae securitatem publicam turbat, Reip. potius causa, ut caeteras feras rapaces, minui: certè respectus Reip. ut saepè dictum, respondet concentui harmonico, nec sine accuratissima temperatione harmonicâ, quaestio haec exerceri debet; ne, dum Reip. consulitur, multis qui spem boni civis in posterum praebere possunt, vita temerè ob hoc genus criminis eripiatur.

XVI. Etiam illud in poenis irrogandis ad Geometricam pertinet aequitatem, quòd pueri quàm adulti, juvenis quàm senis, foeminae quàm viri poena est lenior. Nihil hic iniquius aequalitate arithmetica perpetuâ; quae tamen si adimatur prudentiae judicis, pro re natâ usur- 20 panda; turbabitur nihilominus Harmonica proportio. Poena excusati.

XVII. Harmonicam proportionem Bodinvs in ijs legibus demonstrat, quae cùm primum actum sceleris aequaliter in omnibus levi mulctâ ulciscuntur, veluti admonitionis loco, relabentes posteà gravius puniunt, tertiò peccantes iterum gravius, et denique morte plectunt. Est enim mixta aequalitas arithmetica in primo actu, Geometricae proportioni in repetiti, eoque gravioris sceleris graviori poena. Haec Bodino compositio duarum in unam, visa est harmonicam constituere proportionem. Relapsi.

XVIII. In genere quòd poenae sive legibus sive judicis arbitrio pro diversitate et magnitudine criminum dispensantur, universumque adeò 30 jus Talionis Geometricae analogiae tribuendum est: quòd quidam legislatores aequaliter inaequalia generibus peccata vindicant: arithmetica haec ratio inter homines locum non habet, in Deo, cujus aequaliter omnes creatura sumus, querelis nostris ut reprehendatur, fas non est. At quòd legumlatores quaedam leviora per se crimina gravissimis, irrogatione poenarum, Reip. causâ exaequant, et quòd in jure talionis non dens pro dente, sed loco dentis aestimatum precium, de quo inter litigantes convenire potest, rependitur, nec ei qui mihi de duobus oculis unum eruit, cùm ipse unoculus esset, caecitas mera infligitur, eruto suo: id Harmonicae Bodino contemperationis est: Sic enim et singula pec- 40 cata poenas habent arithmeticè aequales; et diversa, poenis etiam distinguuntur. Talionis.

Propositi. XIX. Qui conatus animi puniunt poena non leviori, quàm si voluntatem consequatur effectus, et qui factum puniunt, à quo aberat animus, plebeiam arithmeticam aequalitatem vitio non levi stabiliunt, illic in dissimilibus animi conatibus, hîc in dissimilibus facinoribus. Qui distinguit hîc inter conatuum varias formas, ut poenam sceleris habeat, qui omnia fecit, quae animus meditatus ad eventum afferre potest, sive perpetraverit, sive scopo aberraverit; non habeat, qui occasionibus quidem insidiatus est; ad rem tamen, cujus imagine consceleratâ [1] poterat 97
absterreri, non venit: hic geometricam aequitatem observat: nec minus qui nudam persuasionem sceleris levius punit, quam in patratore scelus 10
ipsum: et contrà qui authorem et impulsorem graviùs, quàm ministrum, ut qui alienum scelus patravit: qui denique levius eum, quem vis magna libidinis vel irae transversum rapuit, quàm qui quietior ab ijs, omnia praemeditato animo peregit. Idem de eventuum varietate tenendum. Eandem poenam meretur, qui viatorem spoliat triobolo, si animo magnae praedae inhiavit, quam, qui talentum eripuit: minorem contrà, qui cùm totum posset auferre pondus auri, modicum abstulit, quàm qui crumenam eripuit, in qua pauculi asses. Has quidem Geometricas distinctiones BODINVS ad philosophicam criminum aestimationem refert; poenas verò, quibus exempla publicè statuuntur, ad publicam tranquilli- 20
tatem pertinentes, omnimodâ illa aequalitate eximit: ut ita crebrius in facta, quae in civium oculos incurrunt animadvertatur publicè; crebrius conatus à scopo aberrantes, quippe inconspicui vulgò, impuniti, aut levius quàm geometricè par erat, puniti transmittantur, ut crudelitatis minus penes judicem reperiatur. Tot respectus boni publici Harmonicum quid sapiunt.

Lex suffragiorum. XX. In judicio inque consultationibus Arithmetica est ratio suffragiorum, si ea numerentur; Geometrica, si ponderentur, seu gravitate ferentis, seu bonitate argumentorum: harmonica (BODINI sensu) mixtura fuit apud Romanos, quorum Consulares sententiam oratione ex- 30
plicarunt, caeteri pedibus in eam ibant sententiam, quam probabant. Mihi quod necessitatis lege factum (non suffecisset enim tempus audiendis omnibus) id Harmonicae proportioni non videtur comparandum.

Commutativa justitia. XXI. In commutativa justitia requirebat ARISTOTELES Arithmeticam aequalitatem. BODINVS nec hic analogiam exulare dicit Geometricam. Etsi exempla confusa videntur. 1. Vt si quis publicè scandalo dato etiam privatum laesit; privato quidem seorsim satisfaciet aequalitate arithmeticâ, nec plus ei pro re sua restituetur ab homine nobili, quàm ab agricolâ: exemplum verò pessimum aliter luet ille, aliter iste, proportione servata statuum Geometricâ. Quo loco conciliatur ARISTOTELES 40
BODINO.

2. Quod verò bona ejus, qui non est solvendo, pro crediti cujusque magnitudine distribuuntur, sine creditorum respectu, dummodò tempore et qualitate crediti pares fuerint, id equidem proportione fit merè geometricâ; quod ut non negavit ARISTOTELES, ita omissum ab illo per incogitantiam videtur, rectèque à BODINO suppletum. Etsi hoc fundatur aequalitate arithmetica soluti et crediti, si Bona sufficerent. Nec tamen vetatur penitus superior magistratus harmonicâ contemperatione uti, et creditores inopes aliquatenus et pro re nata, praeferre locupletioribus. Creditores.

3. Illud etiam harmonicum quippiam (sensu BODINI) sapit; quòd gentium quarundam more res furto ablatae non simplo pensantur, sed quadruplo, res aliae quintuplo; aequaliter quidem ab omnibus, inaequaliter tamen diversae res, in quibus aestimatur geometricâ ratione injuriae diversa magnitudo, non nudum rei precium. [1] Restitutio furti.

98 4. Evidentior est harmonica ratio in pensatione damnorum non dolo malo illatorum: ubi plurimum situm in contrahentium utriusque factorum circumstantijs, quae aliquando, vel legibus vel Magistratu jubente, aequalem et arithmeticam compensationem, aliquando nullam, est ubi et ex aequo et bono moderatam requirunt. Damna.

Hujus generis videtur et illud, quòd superior magistratus non ex aequo omnibus inter se jure experiri concedit, nec in causis omnibus, sed prout circumstantiae fuerint, arbitros vel ipse dat, vel eorum electionem litigantibus permittit; ut vel utriusque commodis vel Reip. consulatur. Arbitri.

5. Etiam usurae ad commutativam justitiae partem spectant; neque tamen aequales omni hominum generi ab omnibus legislatoribus permittuntur; sed geometricâ mixturâ, inaequales diversorum ordinum personis, aequales singulis ordinum: quae compositio BODINO harmonica est. Vsurae.

6. Egregiam exceptionem ab arithmetica commutationis aequalitate verbis BODINI exscribam. *Medicus ad calculum diviti detrahendum aureos saepe D. accipit* (imò exigit) *ab egente verò X. aut V.* (imo nihil, ex formula juramenti HIPPOCRATIS): *ac siquidem arithmeticam aut geometricam undiquaque Analogiam consectarentur, alter quidem calculo, alter fame interiret: sed harmonica ratione huic quidem opes, salus illi* (non equidem eâdem certitudine) *comparantur.* Remuneratio.

7. Quam quidem ad rationem et judices suam operam et honorarium in causis disceptandis exigere consueverunt. Litium n. saepe levissimarum difficultas major est, quam si de rebus gravissimis quaeratur, judicibus tamen infructuosa. Aequum igitur est, ut ex rerum amplissimarum vindicijs adjudicatis plusculum exigatur mercedis: tunc scilicet, si judices non sufficiens à Rep. salarium capiunt, sed consilio minuendarum litium, ex partium litigantium tributis operae locatae compensationem quaerere Merces judicis.

jubentur. Quanquàm hunc ego concentum Harmonicum authori Bodino Gallo remitto: penes nos Germanos judicia in praecipuis civitatibus et provincijs procul arcentur ab hujusmodi sordibus; nec ultra legum praescriptum quicquam licet exigere.

Haereditatum divisio.

8. Haereditatum distributio aequabilis in capita sexus utriusque, arithmeticis legibus peragitur: ut origine aequales, proportionibus etiam substantiae ab eodem patre relictae aequentur. At dum Reip. consulitur, praedia ad masculos, qui militiae necessariae sint apti, pecuniae ad foeminas et ad personas Deo consecratas devolvuntur, dumque primogeniti caeteris vel majori portione, vel totius assis possessione praeferuntur, reliquis vel portionibus inter se aequalibus, vel legato vel usufructu solo providetur ut imago quaedam principatus, utilis reip. in familijs statuatur; id fit rationibus harmonicis, quae interdum durae sunt admodum et dissonantes, quoad singulos, quippe turbatâ arithmetica aequalitate: ad conservationem tamen universae civitatis conspirant.

Formae Reip.

XXII. In populari imperio, quod ex Arithmetica aequalitate conformatum est, et in optimatum, quod ex Geometrica similitudine; saepe tamen aliqua cóntemperationis ratio habetur. Vt cùm Populus ipse[1] rerum 99
potens, sponte sua patricijs potissimùm, honores, magistratus, sacerdotia mandat; aut cùm Optimates plebem honorum nonnullorum participem faciunt, fructuosissima munera solis plebejis concedunt, injurias eis ab Optimatibus illatas gravissimè ulciscuntur, libertatem tribuunt fruendarum voluptatum; quae per se statum popularem sapit; suffragij quoddam jus plebi permittunt, in Candidatis ex gente Optimatum certo numero nuncupandis, ex quo numero ipsi postea Optimates, quibus volunt, Magistratus credunt.

Quae communio, quandiu sponte ejus Ordinis penes quem summum est imperium, consistit; suavissimus concordiae civium concentus durat: at si revocetur, primùm querelae emergunt partis multatae, deinde discordiae, quasi turbato concentu, denique vel transfertur imperium, vel tota civitas hostibus succumbit. Idem de Regio statu, cui familiaris est harmonica ratio, tenendum erit: in quo unus quantum caeteris omnibus praestat, tantum etiam solus summum jus imperij possidet: caeteri sub illo degunt arithmetica aequalitate.

Hac igitur in Politiae forma, potest esse gubernandi ratio trium generum, quod supra etiam No. IX. tangebamus, sed illic de re, hîc de personis, seu Ordinibus, Reip. membris agimus. Nam si omnia munia Rex ex aequo communicet, nulla distinctione nobilitatis à plebe, popularis erit et arithmeticae similis moderatio, non decora majestati sum-

5) Haereditatem

mae: quippe summus ipse cum infima faece copulabitur, nullo medio interjecto ordine, quod Natura tamen amat. Quin imò cives generosae indolis regno excedent, si nullus generis respectus.

Sin omnia conferat in nobilitatem, seclusa penitus plebe, Geometrica haec imperandi forma erit, sed periculosa, et harmonicâ suavitate carens: populus enim pollens multitudine, tandem offensus, Nobilitatem Magistratibus et honoribus, Regem ipsum imperio expoliabit. Et quamvis argutiùs distinguat Moderator Ordines in plures gradus, distinguat et munia; si tamen cuique ordini sua soli conservet; ut Romae Tribunatus plebis solius erat, Consulatus patritiorum tantum: alienabuntur ab invicem Ordines, nec firmâ inter se concordiâ in unum corpus coalescent. Nam munia inferiorum cum ipso ordine contemnentur: adeò ut Romae Tribunatum gerere patritius non potuerit, nisi ejuratâ nobilitate; et cùm extorsisset aliquando plebs consulatum, tamen plebeji Consules ipsi pauci numero, plebem exinde contemnerent.

Harum disputationum ideam Bodinvs in numeris proponit: et primùm in his 4. 6. 7. Hic 4. Regem repraesentat. 6. Nobilitatem, interque hos esse harmoniam monet, 7. verò plebem, quem numerum recte affirmat ab utroque priorum discordare. Potuisset melius uti hisce 4. 6. 9. Nam ut 6. cum 9. harmoniam facit, 4. cum eodem 9. nullam facit, ita Nobilitati facilior est consociatio cum plebe, quàm Regi: et ut 6. est medium Geometricum inter 4. et 9. concordans utrique: sic Nobilitas pro vinculo interjecta est inter Regem et plebem infimam.

Aristocraticam vero Regni gubernandi formam repraesentat numeris proportionis Geometricae disjunctae 3. 6. 5. 10. Disjunctionem comparat dissidijs in Civitate, ex ordinum seclusione nimium accuratâ;[1] non ineptè. At hoc male, quod hanc disjunctionem discordantiae ream agit. Omnes n. hi numeri 3. 6. 5. 10. communem harmoniam faciunt. Nihil enim ad Harmoniae affectionem attinet Analogia Geometrica, ut saepe dictum; nihil illius analogiae differentia, disjunctio. Ac tametsi se veluti corrigens eâdem pagina aliud numerorum exemplum subjiciat disjunctae proportionis, eidem intento destinatum, scil. 2. 4. 9. 18: in quibus verè dissident soni per 2. 4. notati, à sonis 9. 18. non est tamen haec discordantia musica, ab illa disjunctione Geometrica, sed à suis causis proprijs, ex eo sc. quod latus Nonanguli non est inter ἐπιστητά. Denique temperamentum utriusque gubernandi formae in statu Regio; ut sc. Nobilitatis munijs misceantur aliqui plebeji, sed pauci, et copijs oneri pares, aut virtute aliave re commendati; utque interdum Nobilium tenuiorum unus plebejae fructuosae functioni praefectus, decus illi circumjiciat splendore generis, quo magis id sit in posterum ad plebem

Regiae Gubernationis Temperamentum.

17) representat

commendabile: ut Duumviratus ex Nobili et plebejo constituatur, solatio utrique ordini: ut curiae constituantur ex omnium ordinum personis; ut in deliberationibus de bono publico tenues locupletibus misceantur: ut non meri virtutis et pietatis cultores habeant omnia, sed aliqua etiam fortibus, aliqua ingeniosis, aliqua prudentibus, aliqua experientiâ pollentibus reserventur; cuique illa, ad quae dotes aptas et praesidij plurimum affert: hoc inquam temperamentum exprimit BODINVS Numeris 4. 6. 8. 12. ratus se, ut ipse loquitur, continentis Analogiae, ut Geometrae verò, continuae proportionis specimen edere. Rursum fallitur; non est enim 4. ad 6, ut 6. ad 8: at hoc verum, omnium quatuor 4. 6. 8.12.vel in minimis 2. 3. 4. 6. communem esse concordantiam, quantumvis aliter 2. 3. consonent, aliter etiam 3. 4. aliter denique 2. 4. vel 3. 6. Quicquid igitur similitudinis est in numeris cum Rep. id illis inest, quatenus seorsim à Musica geometricis vel arithmeticis progressionibus consociati sunt, vel mixturâ utrarumque. Aut vicissim si quam lucem Politijs cognoscendis afferunt proportiones Numerorum Harmonicae; faciunt id per se, seorsim à respectu proportionum geometricarum.

Harmonice vera, idea Optimae Reip.

Atque ego sanè si Reip. notitiam mihi comparassem, et hoc libro Politicum agerem; distinctione rerum usus, totum BODINI locum sic interpolarem, ut et ARISTOTELI sua placita manerent inconcussa, et BODINVS ex mea hac Harmonica, seorsim ab illo, disceret melius in politia philosophari. Aliud dicerem esse statum Civitatis, ejusque gubernandi formam, aliud justitiae administrationem, differunt enim ut pars et totum; quemadmodum in Mathematica aliud sunt Geometricae Arithmethicaeque numerorum proportiones, aliud concentus Musici numeris expressi. Judicia sanè constituunt, qui rerum potiuntur, sive unus sit, sive pauci, sive omnes: at ijdem tutelâ Reip. sunt occupati, judicia rarò ipsi exercent, nisi cùm licet arbitrio uti, soluto legibus. Contrà Judicibus rarò superiora munia mandantur; leges potiùs praescriptae sunt, quibus tenentur. Itaque Geometricam Arithmeticamque progressiones ad judicia relegarem cum ARISTOTELE, non admixto respectu concentuum harmonicorum, qui ijs accidunt. Nam quae BODINVS hactenus in judicijs temperamenta desideravit: ea provocationibus tandem ad ipsum Reip. summum moderatorem devolvuntur. Atque tunc ille cùm proportionibus, quas ARISTOTELES Judicijs et justitiae dedit, derogat; [1] non jam judicat, sed officio superiori fungitur, tuens Remp. et singula ejus membra. Huic sanè Moderatori, sive rex sit, sive Optimates, sive Populus universus, ego suaderem proportiones Harmonicas, nullo geometricae Analogiae, nullo Arithmeticae aequalitatis, sed nudo concentuum respectu; juberemque subtiles illas Analogias Harmonicis concentibus,

Proportiones Geometr. et Arith. non ad Rationem status pertinere, ut Harmonicas, sed ad judicia tantum.

38) nulla

sic rigidam utriusque justitiae administrationem summis imperijs et saluti Reip. in loco cedere. Proh Deum quanta hic disputationum seges, si quis comparando per singula vellet ire? Considera n. naturam utriusque rei. Geometrica analogia communis est Numeris et quantitati continuae, sic ut posteriùs in numeros veniat, tunc nimirum, cùm figuratio quantitatibus hoc dat, ut numero efferri possint. Jam creberrimè fit, ut ineffabiles sint termini Analogiam Geometricam complexi, et quo progredimur longiùs, hoc magis ab Effabilitate degenerent. E contrario numeris effari potest omnis Harmonica proportio. Quid hoc sibi vult aliud, ad politica applicatum, quàm sententias judicum justissimas, adque legum aequitatisque normam, ventilationibus Jurisperitorum subtilissimè exactas esse oportere: moderationem contrà Reip. solutam tantis necessitatibus, prout tempora fuerint, sine multo strepitu, ad salutem universorum, arbitratu imperantis accommodandam. Hic diducenda esset quaestio in partes, quomodo Arithmeticae progressionis ratio rudis, sine nobili aliqua forma, solis materiae dimensionibus insistens, commercijs, opificijs, victui plebejo assimilaretur, Geometrica similitudo (legem unam solam observans, nec quicquam pensi habens, linea quam intuetur, latus quinquanguli sit, an trianguli, effabilis an ineffabilis) simplex judicum officium adumbret; at rationes Harmonicae, ex multis ortae figuris regularibus scibilibus, genere differentibus in unum compaginatae, multa distincta imperij munia repraesentent, quorum unicuique sua propria lex, secreta à caeteris. Hîc cum PTOLEMAEO (infra in appendice ad lib. V.) ex generibus harmoniarum et cantus, Molle quidem Paci daretur, Durum bello; dissidiaque generum eadem, quae in civitate utrorumque temporum. Verum haec alijs curanda relinquo, quibus vitae ratione magis conveniunt: ipse nunc ad sequentes meae professionis materias propero. Itaque BODINVM prius expediam. Ad ejus enim libri finem, simulque ad hujus mei tertij principium pervenio.

Pax à Gen. Molli, Bellum à G. duro.

XXIII. Jam enim BODINVS totus ad musicam, ut est à me descripta seorsim à proportionibus Geometricis, transiens; eamque ut mihi quoque placet, Politijs accommodans, nihil speciosius toto libro disputat, quam de Regni forma expressa numeris 1. 2. 3. 4. qui ut primi sunt naturâ, et unitas quidem numerorum principium; ita quantitatum principio Puncto, indeque speciebus earum tribus, 2. lineae, 3. superficiei, 4. corpori, penè eodem modo, quem initio hujus III. libri ex Pythagoricis recensui, jucundo ingenij lusu comparati sunt. Deinde unitas illi Rex est, Dei praepotentis in Rep. vicarius. 2. Sacer ordo. 3. Militaris seu Equestris. 4. Populus, et is quidem omninò quadruplex: Agricolae, Scholastici, Mercatores, Opifices. Hic inter hos numeros harmonias comprehensas eodem modo recenset, quo ego supra sum usus: vanam

Regni idea in Numeris.

tamen metus causam habet, ad quinarium progrediendi, quasi turbetur harmonia, quod falsum esse ex toto hoc libro patet. Sint sanè et valeant aliae causae subsistendi in Quaternario. Quin etiam in Homine ipso relucere demonstrat hanc Reip. formam [1] ex PLATONE, in qua 1. Mens, 102
2. Ratiocinativa facultas, in syllogismos sese diffundens, 3. Irascibilis,
Anima. 4. Concupiscibilis facultates; quarum etiam sedes in cerebro, in pectore, in ventre, PLATO harmonicis etiam intervallis dislocatas demonstrat: earumque primae Imperium, secundae Consilium, tertiae Militaris ordo, quartae Plebs assimilantur, ejusque plurimum possident. Hinc quatuor Rerump. columnae, Justitia, Prudentia, Fortitudo, Temperantia, verè 10
cardines dicti, cuique Ordini sua potissimùm commendata. Adeoque musicus est factus BODINVS, dimissa Geometria et Arithmetica, ut ne dissonantiarum quidem fuerit oblitus; cujus rei sub imagine, suadet interdum etiam immerito alicui magistratus, honores, caeteraque virtutum praemia non iniquo animo permittere: quia ut ex oppositione unius dissonantiae, concentus reliquus tanto melius dignoscitur, tantoque avidiùs hauritur: sic quicunque fucum hujusmodi commodorum Reip. intuentur exsecranturque, universi ij vitia consimilia fugere, virtutes sectari, magis atque magis consuescant.

XXIV. Tandem BODINVS Regnum à se conscriptum mundo ipsi com- 20
Mundus. parat, ostendens, quomodo Deus creator junctis aequalium et similium rationibus in unum concentum Harmonicum, opus illud suum exornaverit. In proposito illi assentior, ut qui maximè; quaeque ipse aut praecedentes philosophi ne attigerunt quidem, de harmonica contemperatione accuratissima motuum certorum; ea libris sequentibus ego suppleo, demonstrationibusque clarissimis in lucem profero. Non desino tamen, ne in calce quidem, obloqui BODINO hallucinanti: non existunt enim verae Harmoniae ex mixtis aequalium et similium rationibus, ut saepius dictum. Ergo BODINVS, Harmonias in mundo se demonstrare putans, medietates potius geometricas demonstrat et aequalitates, et similitu- 30
dines. 1. Harmonicas quidem in facultatibus Animae; at illas Symbolicas tantùm, nulla demonstrationum evidentia in solidam aliquam effigiem, ut Mathematica amant, expressas; quippe cùm intelligi non possit, quomodo insint in Anima quantitates, proximum et immediatum harmo-
In quavis sc. ejus facultate numerus ille ipse, quem ei BODINVS assignat. niarum subjectum. 2. Aequalitatem inter Mundi corpus, et universam vim materiae. 3. Similitudinem (qualitativam potius ex figuris, quam Relativam quantorum terminorum) inter Archetypum aeternum et Mundi formam; quo loco BODINVS praecordia mihi tangit, materiâ Mysterij mei Cosmographici, quanquam per ignorantiam, attactâ.

Quantò verò plausibilius in meae Epitomes Astro. Copernicanae 40
libro IV. haec aequalium et similium commixtio de Mundi partibus prae-

cipuis est demonstrata, de Motore Sole, Locante sphaerâ fixarum et Intermedio, quod mobilibus concessum. Aequalitas enim est in partibus materiae statuta; ut tantundem sit ejus in Sole, quantum vel in extimae sphaerae orbe, vel in spacio intermedio. Materiae verò, ut populo, debetur arithmetica aequalitas. Vicissim Geometrica proportionis similitudo in densitate trium horum corporum; et rursum alia inter diametros Solis motoris, regionis Mobilium, et sphaerae ultimae Locantis immobilis. 4. Medietates porrò Geometricas quodammodò: ut inter duo ge-
103 nera motuum, alterum in ortum, alterum in occasum, tertium Tre[1]pida-
10 tionis motum, sed ex quibus duo posteriores solâ visus imaginatione, secundum COPERNICI placita constant. 5. Inter terram et tophum, argillam. 6. Inter metalla et lapides, aerosas glebas. 7. Inter stirpes et lapides, Corallia. 8. Inter animalia et stirpes, Zoophyta. 9. Inter Quadrupedes et pisces, Amphibia. 10. Inter aves et pisces, volantes pisces. 11. Inter Homines et Bruta, Simias, aut Mulieres ex PLATONE. 12. Inter bestias et Angelos, Hominem, mortalem corpore ut illas, immortalem animo ut hos. 13. Inter coelestia beatorum habitacula et Elementarem regionem, coelum stellatum. 14. Quibus adde ex principio libri hujus, bina media; scilicet Aërem et Aquam inter Ignem et Terram; et caetera.

20 At non paulò melior admonitio de ijs, quae in mundi gubernatione, rationem habent dissonantiarum: in Anima vitia; in animalibus monstra; in Coelo deliquia; in Geometria ineffabilia (quae tamen necessitate materiae quantitativae cùm existant; sequentibus libris longè rectiùs coelestium motuum varietati comparabuntur) in providentiae operibus Exempla irae et ultionis divinae: inter Rationalia Diabolus. Quae omnia à Deo supremo moderatore ad bonum finem, rerumque omnium Concentum absolutissimum diriguntur: cui omnis spirabilis creatura meritissima laudum sacrificia indesinenti pietatis exercitio deferat; ipseque adeò si visum illi fuerit, non moriar sed vivam, librisque sequentibus
30 narrabo Opera Domini.

Finis Libri III.

1) spherâ 16) illos

IO: KEPLERI
HARMONICES MUNDI
LIBER IV.

DE CONFIGVRATIONIBUS HARMONICIS RADIORUM ſideralium in Terra, earumq; effectu in ciendis Meteoris, alijſq; Naturalibus.

PROCLUS DIADOCHUS
Libro I. comment: in I. Euclidis

De Mathematices uſu in Phyſiologia & Politica: quæ potiſſimùm partem illius Harmonicam de Radiationibus concernunt.

Ad contemplationem Naturæ præcipua omnia ſuppeditat, declarans Rationum ordinem pulcherrimum, ſecundùm quem fabricatum eſt totum hoc Vniverſum; proportionumq; Analogiam, quæ omnia mundana inter ſe connectit, ut loquitur alicubi Timæus, quæq; amicitiam inter pugnantia, reſponſum & mutuam affectionem inter longiſſimè diſſita, conciliat. *Et poſt pauca.* Inde & angulationes commodas poſſibile eſt ratiocinando venari. *Rurſum*, Hoc opinor & Timæus ſignificare voluit, dum paſſim per voces mathematicas, tradit contemplationem de Natura totius univerſi, ortumq; elementorum, Numeris & Figuris depingit, facultatesq; & affectiones illorum, etiamq; effectus, his (*figuris*) acceptos fert; angulorum acuta vel obtuſa, laterumq; aſpera vel lævia, *&c.* cauſas conſtituens omnivariarum mutationum.

Ad Politicam verò dictam doctrinam, quî negari poſſit, illam plurima & mirabilia conferre; dum opportunitates rerum gerendarum dimetitur, variosq; circuitus totius univerſi *&c.* Numeroſq; Harmonicos, vitæ moderatores, aut incongruentiæ authores, & in univerſum impetus aut remiſſionis opitulatores *&c.*

Cum S. C. M. Privilegio ad annos XV.

LINCII AVSTRIÆ,
Excudebat Johannes Plancus.

ANNO MDC.XIX.

Proportiones Harmonicas in abstracto consideratas tribus primis libris formavimus, quorum primus figurarum singularum proprietates Geometricas, secundus junctarum Congruentias exhibuit, tertius ex figuris harmonicas proportiones propagavit.

Restabat ut Harmonicas rationes hactenus descriptas in Mundum introduceremus tribus libris alijs, quorum primus Deo coelorum Conditori, secundus Naturae motuum variorum administrae, tertius Homini vocis, quae ex motu gignitur, compoti, tribueret Harmonias: verùm persuasit nobis conditio rerum dicendarum, ut non tantum ordinem verteremus, initio ab humano cantu facto, transituri inde ad Naturae opera, et sic demum ad opus Creationis, quod omnium primum et perfectissimum fuit; sed etiam finem speculationis abstractae cum principio concretarum Harmoniarum in Cantu, conjungeremus eodem libro tertio. Initio igitur facto hujus in Mundum introductionis libro antecedenti; et transcriptis Harmonijs humano cantui, quem Artis generali vocabulo complecti solent alij; sequitur nunc quartus liber, qui in hoc ordine inverso secundas Harmonices concretae partes Naturae tribuit.

Etsi verò sparsim libro III. disputationem de harmoniarum Essentia tetigi; plenam tamen hujus metaphysicae disputationis tractationem in principium hujus libri quarti eodem consilio reservandam censui. Cùm enim vulgò philosophi Harmonias non alibi quaerant nisi in cantu; sitque inopinabile plerisque Acroama, cùm docetur aliud quid esse sonos, aliud Harmonias, quae inesse putantur in sonis: dandum aliquid fuit imbecillitati captus, et Harmoniarum ortus explicandus terminis potius Musicis vulgò notis; nec turbanda fuit aviditas lectoris importunâ subtilitate metaphysicarum quaestionum.

Atqui SOCRATES apud PLATONEM, citante PROCLO lib. I. in EVCL. Musicum illum definit; qui ab ijs Harmonijs quae insunt in sensu progreditur ad insensiles harmonias, proportionesque earum investigandas. Qui tandem evadit ipsi in Philosophum, expergefactus harmoniâ utraque, ad contemplandum Primum verum Ens, veritatemque ipsam. †

At jam porrò, cùm Harmonias in Natura inque Coelorum motibus patefacere sit animus; vulgus verò philosophorum statim ad primam Harmoniae mentionem concipiat siderum Musicam vocalem, auditu percipiendam; et cum Scipione Ciceroniano arrectis auribus adstet, excepturus *tantum et tam dulcem sonum*: Cùm proclive sit, rerum imperitos cum illo ipso somniatore CICERONE argumentari, *Non posse silentio tantos incitari motus*, et cum Pythagoraeis ex ARISTOTELE rationem reddere, † cur coelestis sonus non exaudiatur in Terris: quae praeconceptae opiniones plurimùm obstant lectoribus, ad Naturae penetralia contendentibus; adeòque et absterrere possent multos judicio pollentes, veritatisque

22) philosophorum

sectatores, ut nugamenta ista Pythagorica, vix eminus agnita, aspernantes, librum non lectum abjicerent: his de causis idoneus mihi visus est hic ipse locus, in quem disputationem hanc summè necessariam referrem.[1]

Movit me et PTOLEMAEI exemplum: qui cùm libris 2. prioribus operis 107
sui Harmonici absolvisset doctrinam Harmonicam, quae est de cantu, jamque libro tertio demonstrandum suscepisset, omnes naturas perfectas Harmonicâ vi participare: disputationem et ipse incipit ab hac eâdem quaestione: *Sub quod genus rerum referenda sit Natura seu vis Harmonica, ejusque scientia.* Etsi igitur examen et censuram PTOLEMAEI, ego in hujus mei operis appendicem rejeci: at quid ad hanc PTOLEMAEI 10
quaestionem ex meis principijs respondendum videatur, id ob dictam causam hoc quartò libro praemitti debuit. Nec id tantùm ad praemuniendum lectorem, avertendasque sinistras opiniones pertinet; sed etiam ad explicationem fundamentalem totius quarti libri; ut quia de Harmonijs radiorum sideralium dicturi sumus, quae et quot sint numero, quibusque geometricis principijs formentur; prius sciamus, quae sit Harmoniarum essentia, citra et sonorum, qui hîc nulli sunt, et ipsorum etiam radiorum considerationem; et quodnam earum proprium subjectum, qui termini; sintne in rebus extra intellectum, an in solâ animâ, quo medio percipiantur, introrsumque recipiantur; quâ re dijudicentur; quis 20
effectus hanc perceptionem et agnitionem, quo authore seu primo motore, consequatur: quibus rebus tam generaliter quàm specialium subjectorum collatione explicatis, postea nobis facile erit de Animorum, ipsiusque Naturae sublunaris essentia et proprietatibus, Metaphysicè disserere, Naturaeque arcana paulò, quàm erant hactenus, in majori luce locare.

CAPITA LIBRI IV

Caput I. De Essentia Proportionum Harmonicarum tam sensilium, quàm Intellectualium.

Caput II. Quot qualesque sint Animae facultates secundùm Harmonias. 30

Caput III. Quae sint Genera rerum seu sensilium, seu immateriatarum, in quibus expressae sunt Harmoniae, sive à Deo, sive ab Homine, et quomodo?

Caput IV. Quid discriminis sit inter Harmonias hoc libro quarto, et inter illas libro tertio consideratas.

Caput V. De causis efficacium Configurationum, earumque Numero et Ordine graduum.

Caput VI. Quae sit cognatio Aspectibus cum Consonantijs Musicis in Numero et causis ejus.

Caput VII. Epilogus habet contemplationem Naturae sublunaris, facultatumque Animae inferiorum.[1] 40

108

CAPVT I

DE ESSENTIA PROPORTIONVM HARMONICARVM TAM SENSILIVM, QVAM INTELLECTVALIVM

De Harmoniarum essentia disputaturo mihi dubitare contingit; utrum clarius sit, veterum sententias primùm exquirere, deinde cum mea comparare; an ab expositione propriae sententiae incipere. Prior philosophandi ratio recepta est ab omnibus; et crebrò commendatur ab ARISTOTELE: posterior magis convenire videtur praesenti materiae. Disputationes n. de Essentia Harmoniarum in specie pauci attigerunt: et si qua dixerunt de subsistentiâ Generum et specierum Mathematicarum, quod Harmonijs in specie possit applicari; id necesse est in philosophiâ Gentilium obscuritatis esse plenum; eòque lectoris animum inter amorem speciosissimorum dogmatum et suspicionem fictae rei fluctuare dubium. In coetibus Christianorum, et si quis sacrosanctum Trinitatis Mysterium, ortumque rerum omnium ex historia Mosaicâ, firmâ fide amplectitur; disputationis capita et clariùs proponi possunt, et procliviores inveniunt lectorum animos ad credendum. Vt igitur methodum dicendorum expediamus, à divisione incipiendum erit. Aliud enim est Harmonia sensilis, vel ei analoga, aliud Harmonia secreta et pura à rebus sensilibus: illae multae sunt, tam ratione subjectorum, specie differentium, quàm ratione individuorum: at sincera Harmonia et à subjectis sensilibus secreta, in qualibet specie una est et eadem. Verbi causâ, est una et eadem species Harmoniae, quae à proportione duplâ oritur: haec si inest in sonis, Diapason dicitur; si in radiationibus, Aspectus Oppositus nuncupatur: et in Musico quidem systemate vel superior est vel inferior, vel acutior vel gravior, vel vocum humanarum, vel sonorum ex organis: nec minus in Meteorologia est multiplex; vel enim Saturni et Jovis vel alterius copulae, et vel ex signis aequinoctialibus vel ex Tropicis.

Divisio Harmoniarum.

De utroque igitur genere quaeritur, quomodo subsistant, quodque per se, num seipsis, an in rebus alijs. Quod igitur sensiles harmonias attinet ad earum ESSE quatuor ista concurrunt: 1. Duae res sensiles ejusdem generis, et quantae, ut inter se comparari possint causâ quantitatis. 2. Anima comparans. 3. Receptio sensilium introrsum. 4. Idonea proportio, quae definitur Harmonia. Horum uno sublato, tollitur sensilis Harmonia. Facile enim est intelligere, Naturam Harmoniae non esse definiendam per solas res sensiles, ut per sonum vel radium stellae. Aliud n. est sonus aliud ordo certus inter diversos sonos: dico autem ordinem hoc loco, non causa situ in aliquo loco physico, nec causâ temporis, sed causa acuminis et gravitatis. Possunt igitur esse soni di-

Harmoniae sensiles.

Ad Esse Harmoniarum requiri Ordinem.

versi, at nisi sit inter ipsos certus ordo, qui certis proportionibus definitur, re mathematicâ; nulla erit inter voces Harmonia. Vicissim sono sublato, quaenam confingi possit Harmonia audibilis, et radijs planetarum sublatis quaenam Harmonia con'figurationum? Amplius quia Harmonia musica non est sonus, sed plurium sonorum Ordo, hinc sequitur illam esse in praedicamento Relationis. Ordo enim, de quo hic loquimur, relatio est, et ordinata, sunt ad invicem relata. Qua igitur re soni sunt harmonia, id accidens est, quippe quod in subjectis inest, nec seorsim consistit, potestque abesse citra subjectorum corruptionem. Deinde, sicut quantitas in universum à corporibus nequit separari suis, sed potest benè augeri et minui cum ipsis corporibus, et tamen accidens est; sic etiam Ordo ipse sonorum, cui ut generi Harmoniam subjecimus, tolli non potest à sonis, pluribus uno, quantitate acuminis et gravitatis inter se distinctis: nam aut plures esse desinent; aut si plures, erit inter ipsos ordo secundùm excessum et defectum; mutabilis ille quidem, si subjectorum relatorum alterum mutetur. Ordo igitur cum quantitatibus, et in specie cum numero pari passu ambulat. Tertiò sicut Numerus definitur esse multitudo ex unitatibus conflata; in quo ARISTOTELES agnoscit aliquid materiae analogon, unitates scilicet ejus, aliquid formale, mentis conceptum, quae unam, quocunque respectu separatam à caeteris, multitudinem illarum unitatum singularium agnoscit; itaque alibi philosophus idem sublatâ Animâ numerante, tolli ait omnem numerum, at non unitates singulas: ut ita numerus materialiter sit in rebus ipsis, nihil praeter illas; nisi accedat Mens numerans; tunc demum enim, numerus praeter res ipsas, et à rebus abstractus, est diversum aliquid ab ipsis, est sc. conceptus in mente pluralitatis rerum individuarum: sic etiam ordo ipse sonorum et aliorum sensilium, quo de hîc agimus, non est quicquam aliud, quàm ipsi soni plures; nisi accedat Mens, comparans sonos inter se, differentes acumine: et in genere relatio omnis, sine Mente nihil est, praeterquàm sua relata; quia relata non sunt id quod dicuntur, nisi mens aliqua supponatur, quae referat unum ad alterum.

109

Harmonia sensilibus accidit.

Ad esse Harmoniae requiri Animam.

Quod igitur in genere de ordine, deque relatione verum est; id multò maximè subsumendum de Harmonia, quae in proportione consistit, inque numeratione partium quantitatis aequalium: scilicet, ut subsistat, et ut ESSE possit aliqua sensilis harmonia, praeter duos sensiles terminos oportere et Animam esse comparantem: hâc enim sublatâ, termini quidem erunt duo sensilia, sed non erunt una Harmonia, ens rationis.

Ad esse Harmoniae sensilis requiri receptionem externorum in Animam.

Videndum nunc etiam de tertio, sc. de receptione rerum sensilium in animum, ejusque necessitate et modo.

Nimirum Harmonia est res una, termini sensiles foris extra Animam non sunt res una, nec uspiam nisi intus in anima possunt adunari. Non possunt verò intus esse, nisi introrsum recipiantur, quod multis verbis ab experientia probari non est opus. Potest quidem Musicus Symphoniarum artifex intus in animo suo meditari Harmoniam duarum pluriumvè vocum, quas tamen introrsum non recipit: at illa harmonia non est illo actu sensilis, nos verò de sensilis essentiâ loquimur.

Qualis verò est illa receptio? nonne soni, ut exemplo notiori utar loco omnium, perstant foris extra aures, in aere, et ante sonos motus corporum, ad quorum quantitatem soni sequuntur? nonne ij manent in suis corporibus? quomodo ergò ingrediuntur? Respondeo, [1] partim agendo, partim patiendo; agendo, dum species emittunt, pulsata motus sui, sonos; lucida luminis et coloris sui, radios, et sicut loquimur, cùm objecta dicimus movere sensus; movere verò est agere: patiendo verò, non ipsae res per se, sed speciebus suis, quae dum sentiuntur, memorantur, comparantur, semper aliquid pati debent ex usu loquendi. Et omninò haec ipsa duorum terminorum adunatio in Animo, per quam resultat Essentia Harmoniae sensibilis, ipsum scilicet referri et comparari est rebus junctim sumptis tale quippiam, quale quippiam est rebus singulis, videri, audiri, eoque minus etiam. Sunt quippe haec omnia, passiones quaedam, sed aequivocè dictae, magno significationis ambitu.

Passionum aequivocarum gradus.

Sed constituamus gradus passionum. Primùm patitur verbi causâ, Aqua, cùm egelida existens, ignibus admotis tepescit. Alter significatus, pati dicit humorem, cum aliquid agit ipse, scil. humectando arida: nam pars ejus rapitur in meatus exsiccati, eique miscetur, quod est pati: sic et patitur aqua cum gustatur: partem enim deglutit siticulosus, digeritque. Sed tertio etiam significatu patitur aqua in gustatu, cùm à lingua saltem contingitur, non tantùm quia linguae calore calefit, cùm ipsa suo frigore linguam frigefaciat; nec tantùm ideò, quia haeret aliquid aquae in lingua, sed simpliciter quia tangitur à lingua, quod est quasi lenissimè feriri, aut pulsari, aut impelli, unde est motus localis partium in toto; Moveri verò est Pati. Quartus esto significatus, quo pati dicitur aqua, cum emisso vapore ferit nares, odoratuque percipitur, percipi autem, est pati: et hîc quidem patitur non ipsa, sed effluxus ejus corporeus, qua passione etiam absumitur ejus aliquid. Quintus gradus, quo pati intelligitur aqua, cum strepitus ejus auditur: primùm enim ipsa aqua in motu est, deinde species immateriata aquae, ut movetur, diffunditur ab ipsa in omnem ambitum, recipiturque in meatus aurium; haec receptio est passio, non ipsius aquae, sed speciei ejus, seu defluxus ejus immateriati: et in hac receptione deperditur aliquid tempore et multiplicitate

receptionum. Nam obtusior est sonus, qui magnae multitudinis auribus, aut vestibus, accidit, aut qui inter nives decidentes emittitur.

Sextò etiam cùm videtur aqua, patitur aliquid: emittit n. à superficie vel quasi, nimirum à coloribus suis, in quantum colorata, radios ad oculum, qui radij tanguntur, repercutiuntur, refringuntur, coguntur ad punctum, excipiuntur à retiformi tunica coacti: quae omnia sunt passiones non ipsius aquae, sed speciei immateriatae, seu radiorum. Et hi radij, jam in hac receptione nihil perdunt, neque locis, neque tempore: remoto enim quod tangit, pergunt ulteriùs, penitus illibati, quod non facit sonus.

Septimò, postquàm hae species, ipsumque adeò corpus aquae in corporea sensuum instrumenta prius aliquid egerunt, illa sc. sibi conformiter affecerunt, sibique assimilarunt, ut et linguae et cutis membranulae frigus et saporem, narium spiritus odorem perceperint, spiritus auditorij ejus sonitu perstrepant, visorij ejus luce colluceant, itaque typus et species ejus sensoria fuerit formata, quam oculi certè circumgestant, etiam ablatâ illâ, saepè invito homine: jam hae species sensiles ab sensuum vestibulis [1] seu orificijs, recipiuntur introrsum per vim repraesentativam seu phantasticam, cognoscuntur per sensum communem, conduntur per memorativam, promuntur per reminiscentiam, dijudicantur per superiorem facultatem: quae omnia pati intelligitur aqua non in se, sed in suis speciebus sensilibus et mentalibus. Tunc igitur etiam suprema facultas animae, quae numero comparationibusque praeest, ex pluribus rerum speciebus mentalibus, unam sibi fabricat formatque, relationis, ordinis, comparationisque speciem, resque foris existentes inter se comparat: quae comparatio, ut supra dicebamus, cùm fiat super rebus ipsis, sine ipsarum opera, passio quaedam illarum esse intelligitur: eodem fere sensu, ut cùm de famâ absentis et ignari in judicio agitur, aut cùm is capitis damnatur, aut proscribitur. Omninò quidem apta similitudo; sicut enim talis aliquis, etsi secum ipse tunc mali nihil sentit, adeòque nihil patitur, tamen paulò pòst vim ejus, quod passus est, re ipsa experitur: sic etiam voces, et quicquid omninò congruentiae particeps est, prout menti placuerint in hac comparatione, pro eo vel continuantur, vel respuuntur, fugiuntur, prohibentur, impediuntur, opprimuntur, finiuntur. Etsi jam non hoc eventûs consequentis respectu sonos pati dico; sed illo ipso actu, cùm eos inter se mens comparat; sufficitque per longum explicasse, quo significationis aequivocae gradu hanc comparationem mentalem, passionem dicam. Sed non frustra prolixus fui in recensendis his significatibus: hac enim operâ jam porrò mirificè adjuvabimur in agnoscenda Naturâ Facultatis Harmonicae et

9) ulteriùs

complenda hac parte Metaphysicae, quam ARISTOTELES ne per transennam quidem aspexit.

Ex hisce quoque clarum est id quod antea contendebam, sc. quòd Harmoniae sensilis ipsum formale, quâ harmonia, accidat sensilibus; nimirum sicut eisdem accidit, videri et audiri et caetera. Patet secundò Harmonias etiam sensiles, esse res, ab ipsis quodammodo rebus abstractas, quatenus nimirum non res ipsae foris, sed species rerum per sensus ingressae, adque tribunal animae perductae, fiunt termini proportionis harmonicae sensilis. At vicissim duplici nomine harmoniae istae sunt adhuc concretae; primùm quia species hae rerum sensilium, non sunt earum nudae quantitatis species, sed etiam qualitatis sensilis, puta soni vel lucis etc: deinde quia species hae sensiles, ut sensiles, intus in animo nequeunt relucere, nisi res ipsae, quarum illae sunt species, foris etiam praesto sint et maneant. Nam ijs ablatis, desinunt etiam earum species intus, lucis quidem, quoad suam radiationem, in ipso instanti, soni verò intra brevissimum temporis momentum. Relinquitur quidem in sensorijs instrumentis aliqua impressio, ut in oculo lucis, sed illa non est rei forinsecae, sed potiùs speciei species altera, in corpus impressa, jam corporis momentanea qualitas facta; quemadmodum in opticis, colores luce Solis purâ minimeque coloratâ, vim concipiunt radiandi quaquaversum coloratè. Et hoc est quod initio quoque contendebamus; oportere terminos sensiles et Animam praesentes esse, mutuasque tradere operas, agendo, patiendo, illos sc. movendo sensus, hanc comparando; ut constituatur essentia Harmoniae sensilis.

Harmoniae sensiles Concretae sint an abstractae?

112 Objiciat hic aliquis, Animam comparando non facere, sed in|venire idoneam proportionem: quod quartum suprà et formale principium erat harmoniae sensilis: ergò videri animam abesse posse, salvâ Essentia Harmoniae.

Quatenus Anima faciat Harmonias et quatenus inveniat.

Respondeo per inversionem; Idoneam invenire in sensilibus proportionem, est detegere et agnoscere et in lucem proferre similitudinem illius proportionis in sensilibus, cum certo aliquo verissimae Harmoniae Archetypo, qui intus est in Animâ. Quemadmodum igitur Athenienses virtutem aliquam invenerunt in ZENONE, Prytanei sui jus in eo non invenerunt, sed illi contulerunt, quod ZENO sine Atheniensibus consequi non poterat: sic Anima ordinem et proportionem in sonis inque radijs invenit (etsi ne hanc quidem foris invenit, sed saltem terminos, ut dictum) at ut haec proportio sit harmonica, ipsa sui Archetypi collatione facit: quae harmonica dici non posset, nec vim ullam sortiretur in movendis animis, si hic Archetypus non esset. Satis igitur de Sensilibus Harmonijs.

Quid sit Harmonia insensilis?

Jam enim transeundum nobis est ad puras et secretas Harmonias, alterum sc. divisionis nostrae membrum: illas nempe, quas jam modò statuimus Archetypos seu Paradigmata sensilium harmoniarum. Nam si Archetypi suam haberent subsistentiam extra Animam; fateor equidem, magno nos argumento privari, pro asserenda necessitate Animae, ad essentiam Harmoniae constituendam. Atqui extra Animam illos constituere, est oppositum in adjecto, ut audiemus.

Ejus termini.

Verae enim et archetypicae Harmoniae, quae nulli speciei sensili confusa existit, principia sunt nihilominus divisa et numero plura. Cùm enim et illa sit proportio, requirit igitur et ipsa suos terminos binos. Hi verò termini, ut libris prioribus usurpavimus, sunt Circulus totus et Pars ejus vel partes, aliquota vel aliquotae, demonstrativè rescisso arcu. Haec est specifica proportionis harmonicae differentia, quâ non tantùm harmonica proportio distinguitur à proportionibus alijs, sub eodem genere locatis, sed etiam pura et archetypica à sensilibus: nisi quatenus usu vulgi tritissimo, sola sonorum Congruitas, Harmonia dicitur. Nam in hoc ipso clarissimum apparet discrimen inter puram Harmoniam, et Harmoniam sensilem seu concretam; quòd in purâ termini sunt ex mathematicis generibus, Circulo et Arcu, certo modo formatis: habet n. circulus suam formationem seu figurationem ex seipso, habet arcus ex Subtensa terminos, ex circulo figuram; in sensilibus verò Harmonijs non est opus hac speciali formatione, possunt enim esse vel rectae lineae, vel aliter figuratae quantitates sensiles; dummodò sint hujus archetypicae suae Harmoniae fida exemplaria, in quantitate quaelibet suâ: quantum quidem potest esse fidae imitationis in rebus sensilibus: quia quod in ijs vero propinquum est, secundùm magis et minus, id pro ipso vero recipitur. Hi sunt igitur termini Harmoniae archetypicae.

Ad esse Harmoniae abstractae, Mentem requiri.

Deinde, praeter terminos, rursum ut prius dictum in sensilibus, requiritur etiam Mens, comparans terminos, et dijudicans, num ij, nimirum arcus circuli, tales sint, quos de toto circulo rescindat latus aliquod figurae demonstrabilis. Itaque tria quodammodo sunt principia Harmo|niae Archetypicae, duo ex parte terminorum, Materiale, ut analogicè *113* loquar, Circulus, et pars ejus; Formale, rescissio partis per figuram demonstrativam; et unum ex parte ipsius relationis terminorum, scilicet Efficiens (quodammodò) Mens.

Harmonia est Relatio qualitativa.

Cùmque proportio omnis, et sic etiam haec partis circuli ad totum, sit in praedicamento Relationis, jam haec certa et descripta proportionis forma, habet se ut qualitas quartae speciei. Est enim Harmonia, Relatio quodammodò qualitativa seu figurata, quippe à figuris regularibus formata.

Quod si priùs ad Essentiam Harmoniae sensilis pertinuit, ut sensilia per speciem influerent in animam: quanto magis etiam hic necesse est, ut quos diximus Harmoniae secretae terminos, Circulum et Arcum ejus; ij sint in mente ipsa intus: sive id quis per species intrò receptas factum esse dicat, sive cum ipsa Mente perennaverint, ante omnem receptionem intus praesentes; de quo jam porrò nobis omnibus ingenij viribus erit dispiciendum.

Quomodo Genera et Species rerum Mathematicarum insint in Anima.

Cùm autem ad hunc locum jam devenerimus; non equidem sine luculenta injuria tàm lectoris, philosophiae cupidi, quàm Veterum, qui hanc philosophiae partem ante nos triverunt, ipsorum placita de rebus ijsdem dissimulare possumus, quantum quidem nobis de ijs constiterit. Vnum tantum praemittendum censeo; distinguendum esse inter species ipsas mathematicas, Circulum, et Arcum ejus, interque comparationem eorum: et hoc ideò; quia si species ipsae, ceu termini, collocandae sunt intus in anima sine receptione; multò magis Harmonia, quae est inter illas partes, in mente collocanda erit, ut non habeat essentiam suam extra illam, quippe cum ejus essentia consistat in actione aliqua mentis circa species illas. Et circulus quidem cum arcubus sic sunt in Anima, ut citra controversiam sint etiam in sensilibus: at Harmonia, quae est inter circulum ejusque partem; quoad formale suum, nullo modo est extra animam; ut supra patuit exemplo Numeri. Jam veterum argumenta sunt praecipuè de speciebus ipsis, re simpliciori; Harmonia verò res est magis composita.

Et hoc est discriminis inter ARISTOTELEM, PLATONEM, PROCLVM, ex una parte, interque PTOLEMAEVM ex altera. Illi enim de ESSE specierum disputant, PTOLEMAEVS de ESSE Harmoniae. Sed PTOLEMAEI Textum nos in Appendicem totius Operis rejiciemus; ne nobis, quod initio capitis hujus verebamur, turbas concitet; illos verò, qui appositissimè ad praesentem speculationem loquuntur, jam audiemus.

PLATONIS dogma de subsistentia Mathematicarum rerum.

Et PLATONIS quidem de rebus Mathematicis sententia haec erat, Mentem humanam omnes et species seu figuras, et axiomata, et conclusiones de rebus, seipsâ edoctam esse; cùm verò videtur erudiri, id nihil aliud esse, quàm admoneri per diagrammata sensilia, rerum earum, quas secum ipsa sciat. Id singulari artificio repraesentat in dialogis, introducto puero, qui rogatus à magistro, respondet omnia ad votum.

ARISTOTELIS dogma contrarium.

ARISTOTELES contrà in Metaphysicis, commentum hoc appellat, λόγον πλασματώδη, πρός τὴν ὑπόθεσιν βεβιασμένον: Nec enim haec Mathematica seorsim à sensilibus usquam subsistere: nec [114] aliam esse illorum subsistentiam, ne quidem in Mente, nisi ea ratione, qua caetera universalia sunt in Mente, cùm essentiae ipsius, rerum sensilium singularium, species per definitionem formatur in Mente: itaque priora quidem esse

Quid nocuerit ARISTOTELI.

sensilibus, et abstrahi à sensilibus, at non re, sed conceptu mentis. Vbi notandum, quòd ARISTOTELES, quoties ferè usu venit ut nominet generum Mathematicorum unum aliquod exempli gratiâ, semper aut Punctum nominet, aut Lineam, aut Superficiem, aut Corpus, aut Numerum; quae sunt in praedicamento Quantitatis summa genera: quantitatum verò, in quantum sunt figurae, et in quarta specie qualitatis (ubi aliud est ipsarum materiale, quantitas, aliud formale, figura) per has quidem disputationes, fit mentio rarissima; in quantum Relationes, planè nulla. Adeò quidem etiam Harmonicam scientiam ponit speculari de nulla re, nisi de vocibus; deque ijs non aliter, nisi in quantum illae sunt lineae, planè ut Optica. De intervallis verò linearum, quae sunt proportio (relatio nimirum, et ea quidem qualitativa et figurata) ne somniat quidem unquam ARISTOTELES. Nullum itaque dubium est, quin ulteriùs progressurus fuisset in hac speculatione, si Mathematicis profundioribus (de intellectuali figurarum possibilium et impossibilium differentiâ, qua de nos egimus libro I.) fuisset imbutus. In quantum igitur de summis quantitatis generibus disputat, facile vincit, nemine repugnante; quòd verò in universum* concludit, et PLATONEM stultitiae hujus, quam ipse sibi est imaginatus, reum peragit; denique quòd picturae Platonicae, de puero αὐτοδιδάκτῳ, ipse opponit picturam contrariam, Mentem asserens seipsâ vacuam, non tantum cognitionis caeterae, et Mathematicorum generum sed etiam specierum, et planè Tabulam rasam, ut in qua inscriptum sit nihil, ne mathematicorum quidem, inscribi verò possint omnia: hac inquam in parte nec in Christianâ religione tolerandus est, et invenit post aliquot saecula cùm alias multas εὐθύνας, ut loquitur PROCLVS; tum PROCLVM ipsum adversarium; quanquam hic ARISTOTELEM ipsum nomine non citat: PLATONEM verò, quem defendit, nominatum, apertè ducem suum profitetur.

*etiam de speciebus individuis (*formaliter*), ut circulo, Trigono etc.

ARISTOTELIS tabula rasa, mentis idea.

PROCLI Philosophia de Essentia rerum Mathematicarum.

Hujus igitur PROCLI philosophiam de speciebus rerum mathematicarum, quas ego terminos profiteor proportionis Harmonicae purae et secretae à sensilibus, operae precium est ex ejus libro I. in EVCL. huc transcribere de verbo ad verbum.

Sic ille: *Reliquum est, ut videamus, quaenam Subsistentia, seu Essentia debeat assignari Mathematicis Generibus et speciebus? Concedendumne sit, illa à sensilibus subsistentiam accipere, sive per abstractionem, ut mos est loquendi, sive per collectionem eorum, quae sunt per partes dispersa, in unam communem Rationem (seu definitionem) anne etiam ante haec, ipsis danda subsistentia, ut* PLATO *usurpat, et universitatis rerum progressio demonstrat?*

Species mathematicas constitutas non esse à singularibus sensilibus quantis.

Primùm itaque, si affirmamus, species Mathematicas à sensilibus constitui, dum Anima à Trigonis aut Circulis materialibus, speciem circularem aut Trigonicam, secundariâ quadam geniturâ, in seipsâ format: quaero un\de veniat 111

rationibus (seu definitionibus) illa tanta certitudo, tantaque accuratio? Erit enim aut à sensilibus, aut ab ipsa anima. At impossibile, à sensilibus; multò namque major subtilitas et exactio inest Rationibus istis? Ab anima igitur, quae imperfectis perfectionem, minimè accuratis, subtilitatem illam accuratam conciliet.

Dic enim ubi inter sensilia inveniatur natura impartibilis (puncti) *et latitudine carens* (ut linea), *et profunditate* (ut superficies), *aut ubi aequalitas linearum ex Centro, aut ubi Proportiones semper constantes laterum* (materia mei libri I.) *aut ubi angulorum rectitudines? Non equidem video, ut sunt commixta et confusa inter se omnia partibilia, nihil sincerum, nihil à contrario suo purum; omnia partibilia, et quae locis dissita, et quae unita. Quomodo igitur immobilibus ipsam durabilem essentiam ex mobilibus, aliâsque aliter habentibus conciliabimus? Quicquid enim subsistentiam suam habet à motis essentijs; habere eam mutabilem concedunt ipsi. Et quomodo accuratis et certis speciebus à non accuratis impetrabimus accuratiam suam? Omne namque, quod causa est notionis semper mutabilis, ipsum multò magis est tale. Supponendum ergò erit, Animam ipsam genitricem esse Mathematicarum specierum et Rationum. Atqui si illa continens in se, ut prima exempla seu Paradigmata, secundùm essentiam ipsa subsistere facit, ut ita sint generationes* (Christianus subaudit, creatio rerum sensilium) *nihil aliud, quam propagationes specierum, quae in illa priùs inerant* (rationes creandorum corporum mathematicas, Deo coaeternas fuisse, Deumque Animam et Mentem esse superexcellenter; Animas verò humanas esse Dei creatoris imagines, etiam in essentialibus suo modo, id sciunt Christiani) *tunc* PLATONI *consentiemus, haec dicentes, et vera Essentia Mathematum nobis inventa erit. Sin autem Anima, cùm non haberet, nec priùs alicunde accepisset Rationes Mathematicas* (si cùm non fuissent ipsi concreatae) *nihilominus admirabilem hunc ornatum immateriatum texit, pulcherrimam hanc speculationem enititur; quomodo ergò discernet sic genita, sintne subsistentia et constantia* (μόνιμα non γόνιμα lego) *an in ventos evanida, et spectra potiùs quàm vera? Quibus normis usa veritatem eorum metietur? Imò quomodo, cum essentiam eorum non haberet, gignit tantam varietatem rationum? Nam hoc pacto fortuitam illorum subsistentiam faciemus, neque ad ullum scopum vel terminum tendentem. Sunt ergò Animae ipsius soboles, species Mathematicae, nec habet illa Rationes, quas constituit, à sensilibus; quin potiùs haec ab illis propagantur; suntque hi enixus ipsius, et haec puerperia, permanentium et perennium specierum, evidentia.*

Vera mathematicarum rerum essentia in Anima.

Secundò si ab infrà et à sensilibus colligimus Rationes Mathematum (seu definitiones) quomodo non meliores erunt demonstrationes quas constituunt sensilia, demonstrationibus universaliorum et simpliciorum specierum? Dicimus enim, ad quaesitae rei investigationem, ubique principia et propositiones, esse demonstrationibus seu conclusionibus cognatas. Si igitur singularia universalibus,

Mathematicas species non esse collectas in unum à singularibus quantis.

Allegationes ex ARISTOTELE.

si sensilia ratiocinativis sunt causae, quomodo fieri potest, ut demonstrationis terminus ad magis universalia, non ad partialia referatur; utque intellectualium quam sensilium essentiam cognatiorem demonstrationibus probemus? Sic enim loquuntur; Non si quis demonstrat, Aequicrurum habere[1] *angulos duobus rectis* 116
aequales, idem Aequilaterum, idem Scalenum, hoc scire est legitimum; sed is scientiam propriè dictam habebit, qui de omni Triangulo simpliciter hoc demonstraverit. Item: universalia meliora esse ad demonstrationem, quàm particularia. Amplius; magis universalium esse demonstrationes; ex quibus verò constant demonstrationes, illa priora esse, et naturâ praecedere singularia, et causas esse eorum, quae probantur. Multum igitur absunt scientiae Apodicticae ab hoc, ut 10
circa posteriora ortu et obscuriora sensilia, propositiones suas mendicatò colligant. Dicam insuper et hoc tertium; illos Animam viliorem facere ipsis speciebus, qui haec dicunt. Nam si materia suscipit à Natura illa, quae sunt essentialia, et magis Entia, et evidentiora; Anima verò posteriori actu accipit ab illis, Exemplaque et Imagines ortu posteriori fingit in seipsâ, respiciens ad Essentias viliores, et abstrahens à materiâ, quae secundùm ipsius naturam sunt inseparabilia; nonne Animam ipsâ materia obscuriorem, indigentioremque faciunt? Nam et materia locus est materiatis rationibus, sicut Anima speciebus (immateriatis). Esset verò illa locus prioribus, ista secundarijs et illa ducatum obtinentibus in essendo, ista subsistentiam habentibus ab illis: denique illa factis 20
secundùm essentiam, ista nuncupatis secundùm intentionem. Quomodo igitur Anima, Mentis et intellectualis primae Essentiae particeps, et quae cognitionem indè consummatam habet; quomodo inquam etiam obscurissimarum totius vitae specierum erit receptaculum, infimi scilicet in rebus gradus, omniumque imperfectissimi ad essendum? Verùm hanc opinionem oppugnare pluribus, quae dudum à multis est flagellata ex merito, supervacuum existimo.

Animam hic intelligit Mundi praecipuè, Deum creatum PLATONIS: Mentem verò, quam Christiani dicerent ipsum Deum Creatorem: cujus imagines sunt omnes Animae creatae, corporibus vivificandis praefectae.

Quod si non existunt Mathematicae species per abstractionem materiatorum, neque per collectionem eorum, quae insunt in singularibus communia: neque omninò sunt ortu posteriores, aut ex sensilibus: necesse utique fuerit, ut Anima vel à seipsa vel à Mente transsumat illas, vel denique et à se et à Mente simul. 30
Verùm si à se solâ, quomodo erunt imagines intellectualium specierum, quomodo erunt mediae inter partibilem et impartibilem naturam, cùm nullam à primis consummationem ad essendum sortiantur? quomodo denique Prima Exempla, Paradigmata vel Ideae, quae sunt in mente, sunt universorum Principes?

Sin verò à Mente sola transsumuntur in Animam; quomodo Anima manebit ipsa seipsâ operans, seque ipsam movens; si Rationes, quae sunt in ipsâ, ad normam subsistentiae illarum rerum, quae ab alio cientur, influxerunt in ipsam aliunde? Et quid differet Anima à Materia, quae solùm potestate est omnia, nihil verò de materiatis speciebus generat?

Christianis et sunt Animae exemplaria Creatoris, et

Restat igitur, ut Anima et à seipsâ et à mente transumat ista, et ut ipsa sit 40
absoluta consummatio specierum, quae ab intellectualibus primis Exemplis seu

Paradigmatibus à seipsis genitis subsistentiam habent, et accessum ad ipsum ESSE *sortiuntur. Itaque nequaquam est Anima Tabula rasa, ab omnibus rationibus vacua; sed est scripta semper tabula; scribitque et ipsa in seipsam, et scripturis impletur à Mente. Est enim Anima, Mens, seu Intellectus quidam, qui seipsum secundùm priorem se Intellectum revolvit, imago illius, et figura seu*
117 *typus foris factus. Si igitur ille omnia intellectuali*[1]*ter est, erit et Anima omnia animaliter; et si ille exemplariter; Anima imaginis in modum; et si ille contractim et unitim, anima divisim. Quod cùm et* PLATO *intellexisset, Animam ex omnibus constituit, divisitque secundùm numeros, revinxitque Analogijs et*
10 *Rationibus Harmonicis; inque ipsam contulit Principia prima, Figurarum effectricia, puta Rectum et curvum, movetque circulos, qui sunt in ipsâ intellectualiter. Omnia ergò Mathematica primùm sunt in Anima; et ante Numeros Numeri seipsos moventes, et ante figuras apparentes, figurae vitales, et ante Concordata vel concinnata, ipsae Rationes concordantiarum, seu Harmonicae; et ante corpora, quae moventur in circulum, ipsi inconspicui cycli conditi sunt; estque Anima omnium rerum Consummatio; et haec est exornatio quaedam alia (praeter sensilem) quae et ipsa seipsam adducit (ad res) et à familiari et cognato principio adducitur; quaeque vitâ et seipsam implet, et à Creatore impletur, incorporeo et indistanti modo.* (Non longè abest ab unoquoque; in ipso
† 20 vivimus, movemur et sumus.) *Et cum profert explicatque Rationes ejus: tunc et Scientias detegit omnes, et virtutes. Essentiatur igitur in hisce speciebus Anima; nec existimandum, Numerum, qui in ipsa inest, esse multitudinem unitatum; neque forma et idea eorum quae locis sunt dislocabilia, subaudienda est corporea: sed omnia vitaliter et intellectualiter supponenda, et prima exempla apparentium Numerorum et Figurarum et Rationum et motuum: et sequendus hic Timaeus, qui omnem ipsius ortum et fabricam à Generibus Mathematicis consummat et perficit, inque ipsâ rerum omnium causas reponit. Septem enim illi termini Numerorum omnium secundum causam in ipsa praeextiterunt. Rursum Figurarum principia architectonico seu fabrili modo in ipsa reposita*
30 *sunt; et motuum omnium primus et principalissimus, qui motus reliquos omnes circumdat incitatque, unâ cum ipsâ extitit; omnium enim quae moventur, principium est circulus, et motus circularis. Sunt igitur essentiales et seipsas moventes Mathematicarum rerum Rationes, quae consummant Animas: quas Anima proferens et propagans evolvensque, omnem varietatem scientiarum Mathematicarum facit subsistere. Neque erit unquam ut desinat illa progignere et eruere semper alia post alia; dum Rationes suas impartibiles simplicitate exuit. Omnia enim prius accepit, specierum principum et primaevarum in modum; et secundùm infinitam suam facultatem, ex principijs anticipatis, omnis generis speculationum propagationes architectatur.* Hactenus
40 PROCLVS.

sustentantur etiamnum ab illo per quandam velut irradiationem vultus divini in ipsas.

In Timaeo, qui est citra omnem dubitationis aleam, commentarius quidam in primum caput Geneseos seu lib. I. Mosis, transformans illum in Philosophiam Pythagoricam: ut facile patet attentè legenti, et verba ipsa Mosis identidem conferenti.

Animam Mundi Timaeus intelligit.

Puto 1. 2. 4. 8. 3. 9. 27.

19) longà 28) ipso

Totum locum exscribere volui, quia non tantùm genuinos Harmoniarum terminos, Circulos et arcus à figuris rescissos, inter caetera mathematica, in Anima, inque mente statuit essentialiter, sic ut haec mathematica fiant ipsi animae, vicissimque Anima ipsis (in quantum sunt secreta à singularibus) quaedam velut Essentia: sed etiam quia mihi similia proferenti, demit invidiam rejecti hinc inde ARISTOTELIS; totamque hanc philosophiam eximiè commendat.

De Numeris quidem haud contenderim; quin ARISTOTELES rectè refutaverit Pythagoricos: sunt enim illi secundae quodammodò intentionis, imò et tertiae, et quartae, et cujus non est dicere terminum: nec habent in se quicquam, quod non vel à quantitatibus, vel ab alijs veris et realibus entibus, vel etiam à varijs Mentis intentionibus accepe|rint: itaque 118
nec Platonicis Numeris, conversioni Rerump. tributis, quos BODINVS in Methodo Historiarum usurpat; nec Climactericis dictis, propter quidem seipsos, quicquam tribuo: nisi in quantum ij Revolutiones Astrorum Configurationumque numerant: ut nuper in Prolegomenis Ephemeridum non obscurè significavi. †

Climactericis.

At quod attinet quantitates continuas, omninò adsentior PROCLO; etsi oratio fluit ipsi torrentis instar, ripas inundans, et coeca dubitationum vada gurgitesque occultans, dum mens plena majestatis tantarum rerum, luctatur in angustijs linguae, et conclusio nunquam sibi ipsi verborum copiâ satisfaciens, propositionum simplicitatem excedit. Opinor igitur, si meas ego rationes, cur Harmonijs insensilibus, Circulum intellectualem, ejusque partes, terminos constituam, jam subjunxero (conceptas prius quàm PROCLVM legissem) me non tantum consentanea PROCLO dicturum, sed etiam compendium quoddam loci descripti facturum, quantum quidem ille meo servit instituto.

Termini Harmoniarum insensilium, quantitates abstractae.

Non dicam inter rationes, quòd cum primùm foris, deinde in sensu fuissent illa, quae comparantur; ultimò et à rebus, et à sensilibus rerum speciebus abstracta fuerint, quem sensum propriè vox abstrahendi gignit: nam ut supra dictum, haec abstrahendi ratio pertinet ad sensiles Harmonias Sonorum et Radiorum, habetque locum tunc tantùm, cùm, uti civium benè vel malefacta ex legibus antiquitùs latis, ita Soni et Radij ex Archetypica Harmoniâ jam anteà intus praesente, dijudicantur.

Sed haec est causa, cur quantitas intellectualis esse dicatur, quae terminos praebet Harmonicis proportionibus, quia oportet illam quantitatem demonstrationis longè subtilissimae capacem esse: demonstratio verò illa ex sensilibus diagrammatis nunquam habetur, etsi ijs adjuvetur: nec ex collectionibus oritur multorum singularium sensilium in unum Axioma, sed à priori comparatur. Quod cùm suprà PROCLVS verè objecerit ARISTOTELI, sic in genere intellectum, possum ego in specie

luculentissimis argumentis ex libro primo petitis reddere munitissimum. Figurarum enim quae Harmonicum arcum circuli rescindunt, differentia specifica, qua ut parte definitionis, explicatur earum essentia, est ista, quòd oportet illas esse scibiles. Jam verò quae scibilitas sine Mente, scientiae capace? Neque dixeris, rem esse posse, ut scientia ipsa rei non sit: Nam scientia consistit in comparatione, ut cùm latus figurae est aequale Semidiametro. Jam aequalitas quae sit sine mente, praesertim in ijs, quae loco seclusa sunt, id intelligi non potest: revolvimurque ad argumentum jam suprà pro Harmonijs etiam sensibilibus allatum.

Neque tantùm scibiles sed etiam scitas oportet esse; ut Archetypalis Harmonia luceat actu intus in animo. Nam possibilitas ad sciendum nobis ad Criterium harmoniarum sensilium non sufficit. Cujus igitur pars essentiae est intus in animo, adeòque in ejus Operatione seu Energiâ, illam ipsam rem intus oportet statui, terminos scilicet Harmoniarum, Circulum, ejusque Partem. [1]

119 Quaeras quî possit inesse scientia rei, quam nunquam mens didicit, nec fortasse discere potest, si sensu rerum externarum destituatur? Ad hoc respondit suprà PROCLVS, verbis in sua philosophia tritis: nos hodie, nî fallor, vocabulo Instinctus rectissimè utemur. Menti quippe humanae caeterisque Animis ex instinctu nota est quantitas, etiamsi ad hoc omni sensu destituatur: illa seipsâ lineam rectam, ipsa intervallum aequale ab uno Puncto intelligit, ipsa per haec sibi circulum imaginatur. Si hoc, potest multò magis in eo demonstrationem invenire, itaque oculi officium in aspiciendo diagrammate (si tamen opus eo habet) supplere. Quippe mens ipsa si nullius unquam oculi compos fuisset, posceret sibi ad comprehensionem rerum extrà se positarum, Oculum, legesque ejus formandi ex seipsâ petitas praescriberet (siquidem pura et sana et sine impedimentis, hoc est, si id solum esset, quod est), ipsa enim quantitatum agnitio, congenita menti, qualis oculus esse debeat, dictat: et ideò talis est factus Oculus, quia talis Mens est, non vicissim. Et quid multis? Geometria ante rerum ortum Menti divinae coaeterna, Deus ipse (quid enim in Deo, quod non sit Ipse Deus) exempla Deo creandi mundi suppeditavit, et cum imagine Dei transivit in hominem: non demum per oculos introrsum est recepta.

Anima habet scientiam Mathematum ex instinctu.

Eadem penè PROCLVS paulò post locum, prius adductum: Essentijs Mathematicis assimilari veritatem circa deos, et Opificem totius universi usum archetypis mathematicis, sibi coaeternis, in conformatione Mundi.

Cum igitur demonstrabilitas quantitatibus insit, non quatenus figurae subjiciuntur oculis, sed quatenus mentis oculis patent, id est, quatenus non tam abstractae à sensilibus, quàm nunquam ijs concretae fuerunt: abstractam igitur quantitatem, jure terminos statuimus proportionibus

11) oportes

harmonicis Archetypicis, quippe quae sunt ex circuli divisionibus demonstrabilibus.

Est alia causa cur abstractas quantitates eligam, quia circulus, qui figura est, quartae nempe qualitatis species, quamvis sit quantitas, tamen in hoc negocio, purè ut figura consideratur, sine magni vel parvi discrimine, adeò ut etiam ab ipsa quantitate, veluti à suo subjecto abstrahatur quodammodò, possitque vel in puncti angustiâ ejus agnosci natura. Hoc opinor PROCLVS voluit, dum Mathematicas res in Anima dixit inesse incorporeo et indistanti modo.

Symbolismus rerum divinarum humanarumque in quantitatibus.

Est denique et haec summa et decumana ratio, quòd quantitatum est mirabilis quaedam, et planè divina politia, rerumque divinarum et humanarum communis in ijs symbolisatio. De sacrosanctae Trinitatis adumbratione in sphaerico scripsi passim, in Opticis, in Commentarijs Martis, in doctrina sphaerica, quae hic repetita volo. Sequitur igitur recta linea, quae ex fluxu puncti in centro, in punctum unicum superficiei, prima rudimenta creationis delineat, aemula aeternae generationis filij (egressu centri, versus infinita puncta totius superficiei, lineis infinitis, sub aequalitate omnibus perfectissimâ, figuratae et depictae), quae recta linea elementum scilicet est formae corporeae. Haec in latum ducta, jam ipsam Formam corpoream adumbrat, Planum creans: plano verò sectum sphaericum, Circulum sectione repraesentat, mentis creatae, quae corpori regendo sit praefecta, genuinam imaginem: quae in ea proportione sit ad sphaericum, ut est mens humana | ad divinam, linea scilicet ad superficiem, utraque tamen circularis: ad planum verò in quo et inest, se habet ut curvum ad rectum, quae sunt incommunicabilia et incommensurabilia: inestque pulchrè circulus tam in plano secante, circumscribens illud, quàm in Sphaerico secto, mutuo utriusque concursu; sicut animus, et in corpore inest, informans illud, connexusque formae corporeae, et in Deo sustentatur, veluti quaedam ex vultu divino in corpus derivata irradiatio, trahens inde nobiliorem naturam. Quae causa sicut stabilit proportionibus harmonicis Circulum pro subjecto et terminorum fonte, sic vel maximè abstractionem commendat: cùm neque in certae quantitatis circulo, neque in imperfecto, ut sunt materiales et sensiles, insit divinitatis animi adumbratio; et quod caput est, tantum à corporeis et sensilibus deceat esse abstractum, circulum; quantum curvi rationes, Animi symbolum, à recto, corporum umbrâ, secretae et velut abstractae sunt. Satis igitur muniti sumus ad hoc, ut Harmonicis proportionibus, animi solius objectis, terminos ex abstractis potissimùm quantitatibus petamus.

Animi quaedam definitio.

Vt igitur hunc locum concludamus: praecipua fasciculo colligemus. Commune enim habent Harmoniae sensiles cum Archetypalibus, quòd

terminos requirant, eorumque comparationem, ipsius Animae energiam: in hac comparatione, utrarumque essentia consistit. Sed sensilium termini sensiles sunt, extraque Animam praesentes adesse debent: Archetypalium termini sunt antea intus in Anima praesentes. Sensilibus igitur opus insuper est receptione per speciem ex se emissam, quae receptio fiat à sensibus, Animae ministris; opus est et alia comparatione, singulorum terminorum sensilium, cum singulis Archetypalibus, puta circulo, ejusque parte scibili: at Harmoniae Archetypali neutra re est opus, cùm termini antea sint in anima praesentes, ei congenitae, ipsaque adeò
10 Anima; nec imago sint veri sui Paradigmatis, sed ipsum suum veluti Paradigma. Ita simplex tantum comparatio, quam instituit anima, suarum ipsius veluti partium inter se, absolvit Archetypicae Harmoniae essentiam omnem. Denique Anima ipsa, versans in hac energia, est proposita nobis Harmonia, sicut, sine respectu hujus energiae, est circulus ejusque pars, termini sc. Harmoniae: tandemque Harmonia penitus animificatur, adeòque deificatur.

CAPVT II

QVOT QVALESQVE SINT ANIMAE FACVLTATES SECVNDVM HARMONIAS

20 Diximus hactenus de proportionibus harmonicis, quid illae sint, et ubi consistant: neque dum nobis videmur attigisse quaestionem instituto nostro convenientem; quod non tàm in ipsis proportionibus harmonicis, quàm in facultate Animae harmonica, scilicet agendi se-
121 cundum proportiones, versatur. Hactenus igitur de | proportionibus egimus causa ipsarum Essentiae: nunc de ijsdem agendum causa ipsius Animae.

Quot facultates Animae circa Harmonias occupentur?

Duplex autem facultas circa harmonicas proportiones existit, altera per discursum, mentalis, vel quasi, altera operativa: et mentalis quidem rursum duplex, aut enim inventiva proportionum ipsarum ex abstractis
30 quantitatibus, aut agnitiva seu animadversiva electarum proportionum in rebus sensilibus. Facultas igitur quae indagat rationes harmonicas, est eadem, quae et reliquas scientias artesque complectitur, Animi scilicet humani pars superior. De Deo enim hîc nihil, ut qui non discursu et studio quippiam indagat, sed scit ab aeterno.

Facultas illa quae proportiones nobiles in sensilibus, vel etiam in alijs rebus extra se constitutis, animadvertit agnoscitque, est inferior animae facultas, sensus proximè informans, aut adhuc inferior, scil. tantùm fa-

22) nostrum

cultas animae vitalis, quippe quae nec discurrit, ut Philosophi solent, methodove ad hoc utitur; nec in solo inest homine, sed etiam in feris et pecudibus, inque Anima sublunari. Quaeras? si illa non compos discursus, eoque non possit apprehendere scientiam Harmonicarum proportionum, unde ergo hoc habeat, ut agnoscat forinsecus oblatas? Nam agnoscere, est externum sensile cum Ideis internis conferre, eisque congruum judicare. Quod pulchrè exprimit PROCLVS, vocabulo suscitandi, velut è somno. Sicut enim sensilia foris occurrentia faciunt nos recordari eorum, quae antea cognoveramus: sic mathemata sensilia, si agnoscuntur, eliciunt igitur intellectualia, antè intus praesentia: ut nunc actu reluceant in Anima, quae prius veluti sub velo potentiae latebant in eâ. Quomodò igitur irruperunt intrò? Respondeo, omninò Ideas seu formales rationes harmoniarum, ut de ijs suprà disserebamus, inesse ijs, quae hac agnoscendi facultate pollent; sed non demum introrsum recipi per discursum, quin potius ex instinctu naturali dependere, ijsque connasci, ut formis plantarum connascitur numerus (res intellectualis) foliorum in flore et cellularum in pomo. Quod experimentum in plantis, simile rationibus harmonicis (numerus enim et proportio, res cognatae sunt, ut suprà patuit), efficit, ut ne vegetativae quidem animae facultati, Plantisque ipsis, facultatem agnoscendi harmonicas proportiones Radiorum sideralium, confidenter possim adimere; etsi sine experimentis proprijs nihil statuo. Sic igitur fit, ut pueri, ut rudes, agricolae, barbari, ipsaeque adeò ferae, percipiant harmonias vocum, etsi nihil sciunt de scientia harmonica. Si quaeras unde illis hic instinctus? aut ad Deum confugiam, qui has corporibus formas, omnes sui ipsius imagines, secundùm magis tamen et minus, efformat et praeficit, secumque ipsis harmonicas rationes circumgestare facit, uti ipse eas ab aeterno mente complexus est, inque creatione expressit, ut suprà dictum: aut, quod eodem redit, allegabo cognationem, cap. I. tactam, animarum harum, etiam inferiorum, cum circulo, ad quem, velut ad normam legemque, compositae et conformatae sint, cumque ipso circulo, ejusque demonstrabilitate, Ideam etiam proportionum harmonicarum inde dependentium induerint. Valde enim confirmant hanc Philosophiam Geneses, cùm videamus, characterem confluentiae [1] radiorum coelestium ad idem punctum, velut ex circulo communi, imprimi in nascentis animum: de quo infra cap. VII. plura.

Animis connasci rationes harmonicas.

Animam esse quodammodo circulum.

Fundamentum influxuum Genethliacorum.

Media quibus Anima percipit Harmonias.

Porrò media quibus utuntur istae facultates Animae inferiores ad percipiendas harmonias externorum, sunt eadem quibus et externa ipsa objecta introrsum recipiunt. Si sensilia sunt, sensibus etiam percipiuntur, facultatibus sc. animae, sensus informantibus, quae et ipsa non minus

25) ipsis

quàm superior, in comparatione versantur rerum certarum, sed id instinctu, non discursu. Sic soni auditu, eique praefectâ potestate, consonantes discernuntur à dissonantibus. Sic proportiones Architectonicae oculis percipiuntur, et facultate illa, quae visui est praefecta, pulchrae et congruae ab incongruis discernuntur. Sin autem res ipsae, in quibus est harmonica ratio, sensiles non sunt, sed fortè aliâ facultate perceptibiles, eâdem et ipsae proportiones rerum in animâ relucent: uti comparatum est cum proportionibus radiorum sideralium: quae quomodo ab anima sublunari percipiantur, infra Capite VII. disquiremus.

Qualis perceptio?

Est tamen obtusa et obscura haec Harmoniarum perceptio in facultatibus Animae inferioribus, et quodammodò materialis, et sub nube quasi ignorantiae: nec enim sciunt se percipere; ut cùm videntes aliquid, non tamen animadvertimus, nos id videre. Tales sunt motus illi, et pavores, à Stoicis celebrati, naturales sine consilio, praeterque voluntatem talis etiam affectus Odij vel Amoris naturalis, miro cumprimis ingenio; qui membrorum commensu, vocisque et temperamenti qualitatibus, bonitatem vel similitudinem aestimans Animae alterius cum suâ, mirificè in illam exardescit. Amat igitur insanus adolescens puellam; nec scit cur, aut quid in ea potissimum amet, quod ei non possit praestare quaevis obvia meretrix, si inhonestus amor, aut quaecunque nubilis puella, si legitimus. At Physiognomicus superveniens, invenit in utraque personâ similitudinem aliquam morum; qui si vitiosi, litigijs perpetuis in conjugio praebent occasionem; si boni, tranquillitati vitae. Adeoque huc referendus est universus instinctus Physiognomicus; qui quamvis mutus, et quodammodò brutus (minimè verò arte comparatus, etsi per eam excoli potest), rerum tamen humanarum interpres et arbiter est unicus. Tantum enim quilibet prosperitatis (naturaliter loquendo) obtinet, quantum ejus facies, commensus corporis, incessus motusque membrorum, arridet rerum potientibus, quantumque ijs irrepit, nullo etiam super ea re consilio usis, veluti latens; ut saepe testentur, se amare vel odisse quempiam, nescientes ob quam causam. Talis inquam est in Animae facultatibus inferioribus sensus proportionum sine sensu. Adeò neque distinguunt proportionem à Terminis seu subjecto suo (ut cum auditâ jucundâ cantilenâ, praeter sonos ipsos, nihil de artificio ipso cogitamus) nec planè distinguunt inter se diversas Harmonias; tantùm n. quòd sint, animadvertunt, quid vel quàm variae sint, nesciunt. Quippe ipsae etiam Ideae Harmoniarum, quas hae inferiores Animae facultates secum habent intus, non planè purae ipsis sunt instinctae, sed cum involucris speciei subjectae, ejus sc. quae cujusque facultatis sit objectum. Nimirum facultas auditus (ut exemplo sonorum concordantium utamur loco om-

Amoris instinctus.

Physiognomicus instinctus.

Fascinum aspectus.

24) Physiognomonicus

nium) corpori proximè astans, crassa nimis, eòque et inhabilis fuit ad recipiendam purissimam proportionis Ideam, ut jam statim pluribus explicabo. [1]

Nunc enim ad energeticas Facultates venio, quae circa proportiones 123
Harmonicas occupantur. Est n. haec quoque duplex: nam aut in seipsâ est operosa, aut in rebus extra se, utrinque assimilans opera sua proportionibus, aut inducens has in illa. Et illa quidem passivae similis est, ista citra controversiam in agendo exercetur, illa igitur inferiorum Animae facultatum rursum est soboles, ista superiorum: illa Naturae viribus subest; haec voluntati hominis. Illa sanè motu pollet alterationis, quam corpori suo inferat, ut omninò facultati subsit vitali. Quod enim delectamur Harmonijs sonorum, speciem passionis habet, quippe delinitionis demulsionisque, unde etiam à Philosophis à patiendo Sympathia dicitur animorum cum Cantu; est tamen reverâ operatio animae, naturali motu agentis in seipsam, seseque exuscitantis: ad quod illa non consilio, nec voluntate, sed instinctu naturali fertur: habetque jam ab ipso ortu connexas et in unum quasi conflatas Ideas, et Harmoniarum in sonos incorporatarum, et affectionum animi respondentium: ut non aliter ipsi sit implantata Idea Harmoniae, quàm quatenus laetificat, estque delectabilium aliquid, et quatenus est Ideae motus conformis implexa. Hoc opinor PROCLVM supra voluisse, cùm affirmaret, Paradigmata rerum Mathematicarum (et sic etiam, multòque magis Harmoniarum) inesse in Mente *intellectualiter, in Animâ verò †vitaliter: sic n. inerunt etiam in facultate auditus sonorè, in vitali sublunarium radiosè et operativè; sc. non sunt ipsa Paradigmata pura interna, sed Icones illorum, foràs derivati.

Quid secundum Harmonias patiatur Animus.

* νοερῶς
† ζωτικῶς

Quòd verò non tantùm delectamur Harmoniâ cantus, sed etiam digitorum, oris, pedum, corporisque motus accommodamus: id jam praestamus facultate animali, junctâ voluntate. At cùm etiam vocem ad Harmonias intelligibiles accommodamus, meditantes concinnum cantum, antea non auditum: hîc supremis infimisque omnibus facultatibus utimur: supremis quidem, quòd et volumus, et consilio utimur; inferioribus verò, quòd possumus, et quòd etiam sine intellectione proportionum, solas Ideas intervallorum, naturâ inplantatas, cantu exprimimus, inconcinnis omnibus exclusis, per sola intervalla concinna divagantes.

Vt Animi agant secundum rationes harmonias.

Hactenus igitur explicatas, facultates harmonicas essentialis illa Harmonia, Deus ipse, expiravit creando, ut qui est οὐσία ἐνεργείᾳ, inspiravitque hanc particulam suae imaginis, in Animas omninò omnes, secundùm magis tamen et minus, qua inculcatione finem impono, et huic capiti.

Vnde Animis insint facultates Harmonicae.

CAPVT III

QVAE SINT GENERA τῶν ἡρμοσμένων, HOC EST, RERVM SEV SENSILIVM SEV IMMATERIATARVM; IN QVIBVS EXPRESSAE SVNT HARMONIAE, SIVE A DEO, SIVE AB HOMINE, ET QVOMODO?

Distinctas esse quaestiones facile patet. 1. Cui insint Harmoniae tanquam Agenti, Formanti, seu Opifici. 2. Cui insint tanquam operi formato. De priori egimus hactenus: de posteriori nunc porrò agendum accuratiùs. [1]

124 10 Res igitur omnes vel sunt immateriatae, vel materia participant. Immateriata est Anima (respectu quidem corporis) atque haec, ut hactenus usurpavimus, tota respectu suae essentiae, descripta est à Deo in has proportiones Harmonicas, quaeque priùs inerant Animae ut Opifici, sc. ut est Energia, nunc insunt eidem, ut operi Dei. Quae verò materiâ participant illa simul et Numero et Magnitudine participant. At magnitudinem sequitur earum situs in loco; quibus denique accidit Motus localis. Numerus igitur est aliquid naturâ prius Harmoniâ, quia oportet terminos harmoniae cujusque esse numero plures uno. Habet tamen et Numerus primorum Mundi corporum suas ex Geometria causas, quas 20 infra lib. V. ex Mysterio meo Cosmographico repeto. Quantitatem sequitur figura, individua ejus proprietas; quae cur globosa sideribus, ipsique adeò Mundo deberetur, sc. ex Sphaerici Archetypo, id alibi passim solet explicari. Figuras corporum diversorum statim sequitur certa proportio, eaque triplex: una diametrorum, altera superficierum, tertia spacij seu corporum. Igitur si causae harum Proportionum aliae non suppeterent, probabiliter possemus affirmare, ex Harmonijs esse desumptas. Quaecunque tamen eae sunt, illas Globi coelestes sine ulla mutatione custodiunt; quippe qui nullo motu temporisve decursu majores minoresve fiunt. Secus est cum ijs Proportionibus, quae insunt corporibus 30 causâ situs, et causâ motuum localium: illae enim retinent ingenium Motus ipsius; qui ut in continuo FIERI, nunquam in ESSE versatur, sic etiam Proportiones motuum inconstantes sunt, alijsque temporibus aliae. Verum quidem est, si motus corporum coelestium non variaret eorum intervalla à communi meta seu Basi mundi, h. e. si nullus esset eorum motus in altum et profundum, sed omnis in merum circulum concentricum; tunc non tantùm intervallorum proportio constans, sed etiam merè Harmonica futura fuisset, si causae aliae non suppetijssent.

1. In Anima.

2. An in Numero Planetarum.

3. An in molibus corporum.

4. An in intervallis.

10 11) Imateriata 15) partipant illa

5. An in motuum celeritate constanter.

Idem de motu dicendum, causa suae essentiae, id est causa suae celeritatis verae per aetherem: quae si constans singulis esset et perpetua, dubium nullum est; quin hae diversorum celeritates et tarditates ad leges Harmonicas fuissent attemperatae. Idem denique de eodem motu

6. An in motibus apparentibus sub Zodiaco constanter.

dicendum etiam causa confecti spacij sub Zodiaco apparentis. Nam si omnes planetae eodem motu apparenti sub Zodiaco debuissent incedere, nec unquam longius alter ab altero separari: non est dubium, quin Deus talem illorum situm ad se mutuò sub Zodiaco constituisset inde ab initio (siquidem libera et non alijs necessitatis legibus nexa fuisset illorum dispositio) qui undiquaque Zodiacum rationibus dispesceret 10

7. An in situ eorum initiali apparente sub Zodiaco.

Harmonicis. Id adeò et in principio motuum (cùm principium temporis consideretur sine tempore) fuisse consentaneum est; ut ex communi situ et configuratione Harmonica (qualis vel ex Terra, vel potius ex Sole apparere potuit) velut à carceribus, in sua quilibet spacia seu itinera ex-

In multis non constanter.

currerit. At quia Planetae moventur in altum et profundum, situs intervalla mutantes; et quia ad hunc motum necessitate physicâ sequitur etiam realis intensio et remissio motuum, causâ celeritatis: denique quia per inaequales diversorum celeritates apparentes, Zodiaci spacium, quod videntur illi trajicere, dividitur aliâs aliter: hisce tribus nominibus, tam sitibus, quàm motibus idem contingit causâ temporis, quod quantitati- 20

Vide fol. 23. 24.

bus ipsis sine respectu temporis. Sicut enim non in [1] toto circulo, vel 125
rectâ inque omnibus ejus punctis sunt termini seu metae rationum Harmonicarum, sed saltem in certis aliquibus: sic etiam hîc non toto tempore motus, existere possunt Harmoniae, neque in intervallis, neque in motuum celeritate, neque in spacijs Zodiaci inter planetas interceptis: possunt tamen omninò in certis temporis momentis, et possunt hoc citra ulteriorem Dei operam, semel initio motus dato. Nam qui extrema praescripsit motibus, et mutationem indulsit ab uno extremo in alterum; idem etiam intermedia largitus est omnia, tam incongrua, quae sunt infinita, quàm etiam congrua et Harmonica, certo numero in- 30

8. In itinerum celeritatibus.

congruis interjecta. Neque enim haec mutabilia Deus reliquit sine omni cura ornatus Harmonici: quin potiùs eorum aliqua (ut motus Planetarum proprios) extremorum ipsorum praescriptione in ordinem Harmonicum redegit: quae materia libri V. erit: in alijs, ubi non dantur ex-

9. Itinerum longitudinibus per Zodiacum.

trema, sed quantitas motionis circulo connexa est secum ipsâ, satis habuit Creator, sic conformare animas, creaturis mundanis praefectas; ut et expectarent et observarent et animadverterent harmonias, per totum circulum, suis temporum momentis provenientes; et operationes suas ad illarum praescriptum accommodarent. Sic fit cum motibus planetarum ex Terrâ apparentibus sub Zodiaco; materia hujus IV. libri 40
propria.

Igitur cum operibus Dei nobis notis, res sic habet: ad quae si jam comparemus ea, quae Homines ad harmonicas leges ordinant, partim eadem nobis dicenda erunt, partim diversa. Primùm in Cantibus etsi non minus quàm in coelo datur continua quantitatis augmentatio et diminutio: haec tamen in coeli motibus, certis naturae legibus est necessaria; in voce humanâ neque necessaria est, neque etiam facilis. Guttur n. distinctione circulorum ad voces articulatas factum est: faciliùsque ab acuto in grave, et vicissim, per saltuum veluti intervalla, sonitusque discretos pervenimus, quàm si juberemur uti intensione continuâ. Nihil igitur mirum, in motibus coelestibus, cum ipsa augmentatione et diminutione continuâ, quae vitari non potuit, mansisse etiam intervalla inconcinna, mixta concinnis et consonis: in cantu humano, eliminatis omnibus inconcinnis, sola concinna et consona observari. Neque habet ideò, quo glorietur Cantus, prae motionibus coelestibus: illis n. aliud officium quod peragant, est demandatum; harmonica contemperatio ipsis est accessoria tantùm: cantus praeter Harmonias, nihil quod spectet habet, nihil extrà requirit, in unum solum finem delectationis intentus est.

10. In Cantu. Differentia Harmoniarum coelestium et cantus humani.

Cur vox hominis non continuis augmentis intendi possit: ut instrumentum vel chorda? Cur non merae harmonicae configurationes, ut in cantu mera concinna?

Sunt et alia opera humana, in quae mens proportiones harmonicas, obscuriùs tamen et viliùs, introducit: ut cùm Cantus non qualitate tantum acuminis et gravitatis, sed insuper etiam mensurâ tactus, proportionis duplae et triplae participe, informatur: et rursum in motu corporum; cum saltatur in Choreis, primum in aequalitatis, posteriùs in duplâ proportione. Quod idem et poetae imitantur, concinnatione pedum ex syllabis, longâ et brevi; quarum illa ponitur esse dupla hujus: ubi Iambus ⏑ –, Trochaeus – ⏑ vel Tribrachys ⏑ ⏑ ⏑, ad Spondaeum – –, Dactylum – ⏑ ⏑, Anapaestum ⏑ ⏑ –, vel Amphibrachyn ⏑ – ⏑, vel Proceleusmaticum ⏑ ⏑ ⏑ ⏑, est, ut 3. ad 4; ad Bacchios ⏑ – –, – – ⏑, Creticum – ⏑ – et Paeonas – ⏑ ⏑ ⏑, ⏑ – ⏑ ⏑, ⏑ ⏑ – ⏑, ⏑ ⏑ ⏑ –, ut 3. ad 5. ad Molossum – – –, Choriambum – ⏑ ⏑ –, | Ionicos et compositos suos, ut 1. ad 2. ad eosdem Spondaeus, Dactylus, et qui totidem cum ijs tempora habent, ut 2. ad 3; et hi ijdem, ad Paeonas, ut 4. ad 5. Paeones verò ad Choriambum et socios, ut 5. ad 6.

11. In tactus mensura. Vide lib. III. fol. 14.

12. In Saltatione.

13. Harmoniae pedum poeticorum.

– – ⏑ ⏑
⏑ ⏑ – –
– ⏑ – ⏑
⏑ – – ⏑
⏑ – ⏑ –

Adeòque delectantur Poetae et Grammatici etiam nominibus proportionum, usu peculiari, pedes quadrisyllabos, unâ brevi, Epitritos, h. e. Sesquitertios appellantes: quia ut in proportione 4. ad 3. lineis parallelis expressa, tres quidem primae unitates duplici lineâ repraesentantur, quarta tantùm simplici excedente: sic in pede tres syllabae sunt duorum temporum, quarta unius tantùm. Cùmque vox ipsa Pedum ad Choros alludat, partem Comoediarum et Tragoediarum: videntur histriones etiam motu pedum proportiones istas omnes expressisse, non

Vnde pedibus
– – – ⏑
– – ⏑ –
– ⏑ – –
⏑ – – –
nomen Epitriti.

Harmoniae histrionicae.

Architectonicae.

minùs quàm hodie dupla et tripla exprimitur. In Architectonica quaecunque proportiones longitudinis ad latitudinem vel crassitiem plurimùm probantur, etiam à non Mathematicis spectatoribus, eae quàm proximae harmonicis inveniuntur. Quod verò his omnibus exactiores sunt sonorum proportiones, ijsque Natura hominis delectatur impensiùs exprimendis, fit inde, quia sonos vel maximè in potestate habet animans omnis; quippe intra se formatos, ab ipsis praecordijs emissos, ad omnem mentis nutum, omnem cordis motum promptissimos: et quod priùs dictum, quia instrumentum etiam nactus est aptissimum, Guttur in longum porrectum, instar chordae seu potiùs fistulae: qua in longitudine rectilineâ vox sursum deorsum errat expeditissimè.

Harmoniae ex humanis solae cantus cur exactissimae?

Cur harmoniae in quantitatibus quiescentium non insint evidenter.

Generaliter autem in omnibus rebus, in quibus quantitas, et secundùm eam Harmoniae quaeri possunt, insunt illae multò evidentiores per motum, quam sine motu. Nam etsi inest in unaqualibet lineâ rectâ, ejus dimidium, tertia, quarta, quinta, sexta, earumque multiplices: latent tamen eae, inter partes alias, toti incommensurabiles, in una et eadem confusione cum totâ, sic absconditae, ut si maximè secunda linea aequalis aliquotarum partium alicui, stet juxta totam, verbi causa, trabs superliminaris trium pedum, juxta postem quinûm; ejus tamen proportio ad totam non ita facile innotescat, ac si motus aliquis comparabiles longitudines discernat, constituat et determinet. Causa haec est, quòd ubi quantitas est sine motu secundùm eam, ibi omnia quae insunt in quantitate, simul sunt eodem tempore, omnes sc. partium omnium proportiones ad totum: at si quantitas aliqua motu quodam pertransitur; tunc (ut est motûs essentia) quae pertransitae sunt proportiones, eae non sunt amplius, quae nondum sunt pertransitae, nondum etiam sunt; et una quaevis proportio sola est, cùm motus in ejus vestigia pervenit. Ita fit successione motuum, ut enucleentur proportiones harmonicae ab inconcinnis, et secretae à mixturà illarum, veluti purae in luce constituantur, adque comprehendendum sensibus exporrigantur. Adeòque ne mens ipsa quidem in datâ quantitate, proportiones harmonicas, sine quadam motus imagine, discernit ab inconcinnis infinitis, antè et pòst stantibus: sed pertransitis (verbi causa in circulo) subtensis infinitis, in subtensa tertiae aut quartae partis circuli et similibus, operosa est, ejusque demonstrationem exquirit: praestatque cogitatu, quod praestat manus ductâ lineâ, ut eam hoc actu secernat ab infinitis, non cogi|tatis, et non ductis, ut ejus congruentiam aut incongruitatem 127
seorsim à caeteris mens intueatur.

Cur motu potissimum enitescant proportiones.

Mens quidem ista potest, quia voluntate utitur, suoque arbitratu saltat in illa quantitatum infinita divisione, quae tota menti simul praestò est ad cogitandum: sensiones verò, perceptionesque aliae naturales,

motus denique corporum, per quos adjuvantur perceptiones, non sic in animantis potestate sunt; ut, si infiniti soni, aut binorum planetarum infinitae angulationes per totum circuli ambitum, simul eodem tempore inter se confusae essent, possint se subducere à rejecticijs, inque solos placentes sese recipere: opus igitur habent motu, quo intercedente, omnia quae quantitatis causâ confusa essent, per tempora succedentia evolvantur, ut singula sola sensibus accidant. Quòd si oculi simile quid menti possunt, ut ex confusione infinitâ unâ praesentium sine motu, eligant praestantiora (ut si manuum usi ministerio, ex infinitis circuli subtensis possibilibus eligant delineentque subtensam tertiae parti, latus sc. trianguli): id ipsum non tam oculi, quàm mens ipsa per oculos censenda est facere, nec hoc planè sine motu, ut dixi, manuum.

Hoc tamen infra serviet nobis exemplum, adumbrandis Harmonijs radiorum, quadamtenus.

Vt igitur hanc observationem prioribus pronunciatis applicemus: oportet, si res aliqua genuinum debet esse subjectum proportionis harmonicae, oportet inquam et quantitatem, longitudinem sc. in illa re inesse, et signa esse bina ad minus, si longitudo est circulus, vel trina, si recta linea, quorum vel unum vel omnia, motu quodam longitudinem rei percurrant, terminique fiant partium longitudinis, inter quas sit proportio: et hoc ad minimum. Atque id fit ex parte in configurationibus, hujus lib. IV. proprio subjecto. Nam ut dicetur capite sequenti, Harmoniae quidem in angulis, quos metitur Zodiacus, considerantur sine motu: anguli tamen ipsi, alij ex alijs, corporum radiantium motu per Zodiacum constituuntur. Sunt tamen modi praestantiores, ad eundem finem tendentes: ut cùm corpora, quae habent longitudinem, ipsa et determinantur talibus signis, sursum deorsum errantibus, et trunci qualibet vice intercepti, simul moventur: ut ita non jam corpora, sed motus ipsi corporum, causâ longitudinis et brevitatis non temporalis, sed corporeae (quippe species motuum incorporatorum, seu corporum in motu constitutorum) inter se comparentur. Quemadmodum se res habet cum sonis: nam sonus est species emissa è corpore, et ut quantum illud, et ut figuratum quadamtenus, et ut in motu constitutum est: quia pro aptitudine figurae est et motus et sonus.

Quomodo debeant esse comparata sensilia, ut in ijs harmoniae insint.

Quomodo sonantia fiant harmoniarum subjectum.

Atque haec jam altera magisque evidens causa est, cur natura hominis, sonorum potissimùm proportionibus harmonicis sit dedita. Fit n. hoc rursum ob conformationem sui corporis: in quo guttur illud corpus est, quod pro superioris vel inferioris circuli cartilaginei in asperâ arteriâ constrictione, nunc longum nunc breve est, quodque impulsum spiritu ex pulmonum follibus expresso, cavitate sua (figurâ nempè) motum edit similem, cujus et species accidit auribus, et sensio (arteriae ipsius, ut est in motu constituta) animae sentienti praestò est: quippe hoc

Quid aspera Arteria sonis conferat ad Harmonias exprimendas.

9) usae 38) expressi

communi sensu sentire est, frui speciebus membrorum corporis, ut sunt illa varijs affecta et quasi formata motibus: quae species, ut in Dioptricis explicavi, spirituum continuitate feruntur à membris cor|poris, 128 †
etiam remotis, ad sedem sensus communis. Fit igitur, ut quia homo crebrâ sensione asperae suae arteriae in motu constitutae, combibit ideam quandam conformationis corporum quomodolibet sonantium, idem tanto facilius agnoscat, et dijudicet quasi, conformationes corporum extra se, motorum, eoque motu sonitus emittentium, eosque inter se comparatos ad leges harmonicarum proportionum examinet.

Quomodo mens hominis ex sono quantitatem sonantium dijudicet.

CAPVT IV

QVID DISCRIMINIS SIT INTER HARMONIAS QVARTO, ET INTER ILLAS TERTIO LIBRO CONSIDERATAS

Quanti res momenti sit ad bene philosophandum, distinguere rerum fines; inter se cognata conferre, ne pro ijsdem habeantur; opposita committere, ut illustrentur; id nihil attinet longiori sermone praefari. Quare operae precium fuerit, omnia quae hactenus ad hoc utilia, vel sparsim vel obscuriùs vel obiter dicta sunt, sub unum aspectum proponere, et sicubi opus est, ampliùs illustrare, adque praescriptum capitis lemma ex professo accommodare. Quintuplex igitur discrimen est inter hujus et praecedentis libri contemplationes harmonicas, Vnum in re ipsa Harmonica, causâ suae amplitudinis, Alterum in Terminis ejus sensilibus, Tertium in causa, quae conciliat Harmoniae suam essentiam, Quartum in modo inessendi, Quintum in ordine causarum quae formant Terminos proportionis harmonicae.

Harmoniae angustiores hoc libro.

I. Quod rem ipsam attinet, quae Harmonica proportio dicitur; illae libro tertio primùm ortae à sectionibus circuli per figuras regulares planas demonstrabiles, mox ad rectas lineas translatae, interque se commissae et conjugatae, copiam non mediocrem harmonicarum partium (ut sunt Sectiones harmonicae, Toni, Genera, Modi, Systemata et similia), interque eas admirabilem quandam politiam progenuerunt; atque illa penè tota suppellex, quantaquanta est, etiam infra libro V. erit perscrutanda et adhibenda: at nunc hoc libro quarto ab ijsdem quidem Circuli sectionibus initio facto, non tamen ad rectas lineas progressuri sumus; sed intra circuli metas toto disputationis ambitu consistemus: causa dicta est Cap. praecedenti, diceturque amplius infra cap. VI. ubi et de cognatione, et de effectu hujus discriminis agemus pluribus.

Harmoniae istae sunt angulorum.

II. Quantum ad Terminos harmoniarum istarum seu subjectum earum sensile, illud libro III. erant Soni acumine et gravitate differentes:

itaque et sub motus genus referebantur, et figurati quodammodò motus erant. Hoc quarto verò libro non sunt voces, ut in praeambulo dictum, non aliqui motus, inter quos quis agnoscat harmonias; sed insunt illae in angulis, quos bini planetae, radijs lucidis emissis, formant in terrâ, quatenus talis angulus cum angulis rectis quatuor, unum punctum con-
129 cur'sus circumstantibus, comparari potest. Atque hîc opus habet lector aliqua luculenta admonitione. Possum enim hos quidem terminos explicare clariùs ad percipiendum, sed non possum sine periculo confusionis in benè philosophando, nisi diligenter lectorem philosophum
10 praemuniam. Cùm enim termini proportionis debeant differre quantitate; angulorum verò quantitas, hoc est mensura, sit arcus circuli, ex concursus angularis puncto descripti, ut in Geometria docemur; in toto quidem mundi spacio, quod est hinc à terrâ usque ad fines rerum, non possumus uspiam describere aut descriptum sensibus percipere circulum, radiorum angulis dimetiendis idoneum magis, nisi illum ipsum sensibilem circulum in summo aethere, creberrimis fixis stellis expressum, à quibus in certas animalium formas redactis, ille nomen adeptus est Zodiaci; quippe et sub quo ipso Planetae semper versantur, locumque ejus unum singuli nobis corporum suorum objectu tegere videntur,
20 et in cujus centrum, Tellus domicilium nostrum, non suo tantum centro, quod punctum est, sed totius mole corporis, per cujus superficiem dispositi sumus homines, abditum esse videtur. Nihil igitur est perceptu facilius, quàm si dicamus, ut cap. praecedenti, proportiones harmonicas, de quibus hoc libro sumus acturi, esse inter totum circulum Zodiacum, et inter ejus arcum, quem duo planetae visibili illo corporum objectu designare, terminare vel resecare videntur.

Quomodo arcuum Zodiaci.

Hoc etsi sic est comparatum, exque Geometricis et Astronomicis Rationibus optimè pronunciatum: diligentissimè tamen cavere debet lector Philosophus, ne animo praesumat, harmoniam hanc (libri quidem
30 quarti materiam) in coelo ipso, inque Zodiaco circulo, aut etiam in planetis inesse. Minimè gentium; inest enim haec harmonia Zodiaci partibus, non propter seipsas, cùm planetae radiantes immenso intervallo consistant infra hunc circulum, sed propterea, quòd illae mensurant angulos radiorum in Terra concurrentium; imò propterea, quòd non ipsae actu mensurant, sed illarum loco, Icon exactus Zodiaci coelestis in Animâ sublunari, hoc mensurandi officium subit: inest radijs planetarum non quatenus ij singuli vel à planeta descendunt suo, vel lucis sunt soboles (etsi non sine hoc): sed quatenus binorum planetarum bini juncti hîc in Terris certum aliquem harmonicum formant angulum.
40 Vtroque nomine Terrestre est hoc harmoniae subjectum (formaliter, et in quantum radij fiunt Termini Proportionis harmonicae) minimè verò

Non verò coelestes.

Sed Terrestres.

coeleste, nisi tantum materialiter, et respectu sui ESSE proprij, sine consideratione Harmoniarum; scilicet quatenus angulos in terra factos, proprium scil. hujus harmoniae subjectum, conformant radij lucidi, res coelo oriunda, sed in terram jam delapsa. De verè coelestibus verò harmonijs libro V. ex professo agemus. Breviter Termini harmoniarum libro tertio, fuerunt Hominis seu Artis opus; hoc libro IV. erunt Naturae opus: Libro denique V. erunt opus Dei Creatoris.

III. Quantum jam ad Rationalem causam, quae harmonijs suum ESSE conciliat: discrimen librorum Tertij et Quarti in genere nullum est, sed saltem in specie. Influebant enim libro III. harmoniae ratione[1] sui subjecti materialis (sonorum) in sensus, recipiebantur et 130 dijudicabantur, ratione suae formalis essentiae, quâ harmoniae sunt (id est formabantur) ab instinctu Menti concreato, rationis sine discursu participe. Et hactenus Harmoniae tantummodò seipsis considerabantur.

Deinde verò per occultum sed confessum tamen commercium facultatum animae, transfundebantur harmoniae introrsum receptae in affectus cordis varios, per quasdam sui similitudines seu Icones; transfundebantur et in locomotivam, ut homo conceptam animo speciem harmoniae non voce tantum exprimeret, sed etiam motu corporis imitaretur. Ita Harmoniae vices alicujus causae subierunt.

Similiter et hîc Animam supponere necesse est, cui inde à creatione rerum sit instinctum hoc proportionum Harmonicarum κριτήριον, et quae angulum duorum radiantium siderum, quomodocunque intrò receptum (seu id fiat aliqua re sensuum analoga, sive suae essentiae, qua anima est, proprietate; de quo et dictum capite praecedenti, et dicentur in sequentibus plura) secum ipsa aestimet, ad quatuor rectos comparet, harmonicum à non harmonico dijudicet, et sic harmoniae suum ESSE intellectuale conciliet, quod anguli hi foris extra mentis limina nondum habebant.

Harmoniae istae relucent, 1. in Anima hominis.

Quod si quaeratur, cujusmodi haec anima sit, ubi vel in quo corpore collocetur: respondeo, primùm tales esse omnium hominum animas. Sed libro tertio erat facultas quae praeest auditui, et sic sensibus: hic non est sensitiva facultas. Oculi enim, quorum objectum sunt Lux, et radij lucidi, nullum faciunt idoneum indicium harmonicae radiationis binorum planetarum. Nec est Ratiocinativa facultas: etsi enim ex Observationibus Astronomicis per oculos administrandis, ratio invenit et computat, qui quovis tempore sint aspectus: id tamen non agit naturaliter, quippe non apud omnes promiscuè homines, sed voluntariè, apud paucos astronomiae singulariter deditos. Sed sunt animae humanae subjectum harmoniarum illarum, primùm ratione instinctus naturalis, in quantum ani-

mae sunt exemplaria Creatoris, ut dictum Cap. II. secundò ratione facultatum, Vitalis et Naturalis motuumque vitalium et naturalium, seu
5 Platonico more, Concupiscibilis et Irascibilis partium: ratione quidem illius, in quantum Harmoniae sunt, ratione verò harum, in quantum species Harmoniarum imprimuntur in has facultates, fiuntque causae operum Naturae, tam in animo quàm in corpore, impultrices et stimulatrices.

Deinde praecipua anima in quam hae radiationum Harmoniae influunt, est illa philosophis dicta Natura sublunaris, per totum Telluris,
10 alumnae nostrae, corpus diffusa, inque ejus aliqua certa parte non aliter quàm anima humana in corde, radicata; ex quo ceu foco, fonte, vel penetrali, per speciem sui exit in circumfusum Terris Oceanum et superfusum utrisque Aerem. 2. In Natura sublunari seu animâ Terrae.

Quemadmodum verò, qui Melodo suaviter canenti auscultat, is laetitiâ frontis, voce, plausu manuum pedumve, ad Melodiae mensuram attemperato, testatur, se quod est in melodia harmonicum, percipere et approbare: non aliter Natura sublunaris commotione insigni et evi-
131 denti viscerum Telluris, ad illos potissimum dies, quibus Errantia sidera radijs suis harmonicè configurantur in Terris, testatur de eo, quod
20 jam praemisimus; se scilicet non minus instinctu quodam naturali valere ad percipiendum proportiones angulorum harmonicas, quàm pollet facultate naturali, vitalis nostrae simili, ad corpus Telluris, officinasque subterraneas in montanis, certis Harmoniarum temporibus calefaciendas exagitandasque; ut illae magnam vaporum nebularumque copiam exhalent, ex qua, per Antiperistases frigoris superni, omnis generis meteora conformantur.

In Terrae enim corpore ponenda est haec anima: quia nec anguli harmonici radiorum in ulla alia parte mundi, quàm in Terrâ existunt; et opera Naturae, quae ad configurationes radiorum sequuntur, ex Terrae
30 visceribus, montiumque cavernis ortum trahunt. Vide Cap. VII.

IV. Quartum discrimen consistit in modis, quibus Harmoniae diversae in suis insunt subjectis.

Nam Libro III. cum in Cantu inessent; in illo toto inerant, toto scilicet tempore, quo durabat cantus. Et quamvis intervalla vocum, ut omnia quantitate participantia, continuam admittant divisionem; non erat tamen ibi transitus cantui à sono inferiori per intermedios infinitos, usque ad eum, qui primo consonus aut concinnus esset, sed cum saltu et silentio trajiciebantur intermedia omnia, omnis verò vocalis commoratio erat in sonis inter se concinnis. Eodem modo in Concentu,
40 quamvis inter Diapason et Dihex intersint infinita intervalla, non fiebat Dissimilitudo harmoniarum harum et Musicarum, in continuitate.

1) Cap. VI. 22) facultatem

tamen intensio vocum continua, per omnia intermedia, quoad ex Diapason fieret Sexta, sed saltu ferebantur voces à mera Diapason in meram Sextam, intermedijs omnibus silentio transmissis. Et in organis quidem saltabatur ab una canna ad aliam, in tensis, ut Instrumento et Harpe, ab una chorda ad aliam, vel si multisonae chordae usurparentur, ut in Clavichordio, Pandura, Chely, Cythara, ab uno tactu, aut in fistulis, ab uno foramine ad aliud; in gutture humano ab uno circulo arteriae asperae ad alium. Non sic in Libro IV. Nam quas in eo considerabimus harmonias, illae ut dici ceptum capite praecedenti, non semper existunt inter binorum planetariorum radiorum angulum, et inter quatuor rectos; sed fit continua separatio planetarum, quibus quidem hoc datum est, sub Zodiaco circulo, per intervalla ἀνάρμοστα omnia, in harmonica, quorum extremum, duo recti, semicirculus, seu oppositio: indeque retrogrado ordine per intervalla rursum inconcinna et dissona omnia, usque in conjunctionem: nullus hic saltus fit ex uno angulo harmonico in alium, verbi causa ex Trigono in Quadratum; sed transitus ab illo ad hunc continuus est, per intermedia omnia. Propterea tempus universum motuum coelestium occupant configurationes radiorum inconcinnae, dispungunt verò saltem certis momentis, configurationes binorum, aut interdum trinorum, aut etiam quaternorum, harmonicae: reliquis in incongruentia pergentibus; ut si septem cannae Organicae sonos totidem dissonos continuâ tensionis alteratione emitterent, fieretque tensionum obviatione mutuâ, ut interdum[1] binae vel trinae consonarent, 132
caeteris dissonantibus. Ita verè et propriè loquendo, ipsissimae harmonicae configurationes non sunt in tempore, sed in momentis indivisibilibus perficiuntur. Etsi verum juxta et hoc est, commotiones, quae ex hisce harmonijs in Animis existunt, non esse momentaneas; movent enim harmonicae configurationes, quatenus sunt in fieri, et in ipso momento quo perfectae fiunt, rursum remittit earum stimulus: opera verò Naturae, quae per hos stimulos sollicitantur, jam à conditionibus materiae mensuras accipiunt sui temporis, durantque saepe longè ultrà momentum, quo perficitur radiatio. Sic machina aenea explosa, vi succensi pulveris pyrij ignescit, nec statim, consumptâ materiâ ignis, à calore remittit. Sic corpus animalis, ut exemplum sit accommodatius, jactatum febrili paroxysmo; quamvis facultas animae vitalis, author inflammationis, à conatu suo remittat, quippe defuncta suo munere, et materiâ febrili vel colliquatâ, vel ejectâ ex intimis sedibus, versus exteriora, non tamen statim omni calore liberatur; haeret enim is in materiâ corporis, carne, ossibus, nervis diu, quoad ipse quoque tractu temporis expiret.

Sunt momentaneae.

Non tamen momentaneus earum effectus.

14) ordines

Sunt igitur hae Harmoniae ex earum numero, quas supra Cap. II. diximus non subjacere providentiae liberae, sed necessitate motuum misceri cum infinitis sui generis incongruis: quibus Deus mentes ordinavit, quae illas cum incidunt, agnoscerent. Atqui longè foelicior est Natura sublunaris in his, quàm aures in cantu, dignoscendis. Auditus enim non valde delectatur Harmoniâ binarum vocum, si quinque aliae dissonantes obstrepant: Natura sublunaris, assueta perpetuis incongruis configurationibus, eas pro nullis habet, quia novi nihil animadvertit; in harmonicum verò angulum sic est intenta, ac si is solus esset. Sic cùm Prognosticum aliquod millies errat, negligitur tamen hoc; at si semel scopum attingit, hoc memoria dignum censetur, hoc omnium sermonibus celebratur.

Fol. 124. Sunt mixtae incongruis inefficacibus.

Ex his igitur intelligi datur, Harmonias, in vocibus quidem arbitrio constitui consilioque canentis: in angulis verò radiosis nullo naturae sublunaris consilio, sed mera necessitate geometricâ motuum provenire. Nam quia duo Planetae separari debent, per totius semicirculi seu Graduum 180. longitudinem, fit necessariò ut suis certis momentis, etiam particulis ejus harmonicis, scil. 30. 60. 90. 120. etc. graduum distent. Itaque harmoniae cantus quaeruntur intus à canente, harmoniae radiorum expectantur deforis à Naturâ sublunari, observantur cùm incidunt, dignoscuntur à non harmonicis (et sic ab illa suum ESSE accipiunt), excipiunturque et applicantur. Breviter, configurationes praecinunt, Natura sublunaris saltat ad leges hujus cantilenae.

Sunt necessariae non procuratae.

V. Quintum discrimen est quodammodò annectendum primo. Nec enim latitudine tantùm differunt Harmoniae hujus et praecedentis libri, sed etiam ordine respectuum diversorum, quibus Figurae Geometricae gignunt utrumque genus Harmonicarum proportionum: tertio namque libro potior fuit respectus Scibilitatis, quarto isto potior erit Congruentiae. Sed de hoc quinto discrimine jam Cap. V. ex professo agemus, in explicatione Axiomatum. [1]

Dissimilitudo in causarum ordine.

133

CAPVT V

DE CAVSIS EFFICACIVM CONFIGVRATIONVM, EARVMQVE NVMERO ET ORDINE GRADVVM

Definitio I

Configurationis vox sumitur pro binorum radiorum, cujusque à Planeta suo descendentis, angulo illo, quo angulo radij hîc in Terrâ (quae puncti rationem habet) coëunt: vel quod eodem redit, sumitur

21) dinoscuntur

pro arcu circuli magni, in Zodiaco descripti, qui arcus mensura sit dicti anguli, seu quem arcum bini Planetae corporum suorum objectu terminare et quasi praecidere nobis terricolis videntur.

Notandum primo de nomine, PTOLEMAEVS *in quadripartito, in Opere magno, inque Harmonicis* Σχηματισμοὺς *appellat, quod Arabes, Aspectus, verterunt; quasi Schema sit idem quod vultus, facies; quod etiam noster Teutonismus habet, qui faciem solet nominare* das Angesicht *| Aspectum, et personatorum Schemata, faciei obtenta,* Gesichter *| quae Itali Mascaras. Invenitur tamen et vox* προσβλέψεις, *quas non tantum ex Arabicis Aspectus vertimus, sed etiam boni Autores Latinè Intuitus, et signa Intuentia dicere solent. Sed hoc sensu vox non tam planetis competit, quàm signis seu Dodecatemorijs Zodiaci; quae cùm longitudines habeant, ijs cavis sibi mutuò obverti secundùm magis et minus possunt. Nam contigua signa se mutuò nequeunt intueri, quippe vultibus non in se mutuò, sed juxta invicem in eandem plagam versis.*

Deinde nota, quòd quo tempore duo Planetae Angulum in terrâ faciunt, eodem et in alijs locis mundi faciant alios angulos; at nuspiam tantos, quàm in arcu circuli per ipsorum et terrae corpora traducto, aut circa lineam, quae ipsorum corpora connectit, veluti circa axem circumacto. Extra haec loca radiationes eorum coëunt angulis longè alijs, sive ij sint etiam Harmonici, sive incongrui, ut ferè per totum reliquum mundum. Inprimis nota, quòd in alterutro corporum planetariorum nullus constituatur angulus. Ad angulum enim requiruntur duo radij: at radius omnis extra corpus est, nullus in ipso corpore. Quod ideò notandum, quia angulationem in terrâ, sequitur effectus in terrâ etiam; ex qua sub tempus Aspectuum, expirat materia pluviarum et caeterorum meteororum: ut de sede causae, moventis meteora, disputare possimus; quòd illa non sit in Planeta vel uno, vel altero, nec in loco alio mundi vacuo, sed in ipsa terrâ.

Tertio non frustrà addita est mentio, quòd Terra puncti rationem habeat: ex eo enim sequitur, etsi animantes in terra innumeri, radijque ex quolibet Planeta in illos et reliqua terrae puncta infiniti: eundem tamen, ad sensum, esse angulum radiorum à binis Planetis venientium eodem tempore, per omnia terrae puncta, sive in centro, sive in superficie, sive in cavernis montium: omnes illi aspectus licet numero infiniti, pro uno aspectu habentur: Omnes quippe ad sensum inter se aequales sunt. [1]

Definitio II 134

Efficax configuratio dicitur, cùm binorum Planetarum radij talem faciunt angulum, qui sit aptus ad stimulandam Naturam sublunarem, facultatesque inferiores Animantum, ut circa opus quaeque suum fiat operosior, sub tempus configurationis.

Tribuitur efficacia configurationi, quae formaliter Ens rationis est, sed non efficacia in rem ipsam immediata, quasi pluviae et similia ex ipso coelo, scilic.

à planetis configuratis delaberentur, quae vulgi stulta persuasio est; sed mediata et objectiva. Nam sicut objecta movent sensus, sonus auditum non oculos, et color visum non auditum: sic etiam hîc, certa qualitas Relationis hujus, quae configuratio dicitur, movet non sensus corporis, sed facultatem animalem, Rationis ex instinctu capacem sine discursu. Facit igitur hoc Configuratio, vi non propriâ, sed vi Animae, quae pati dicitur, cùm reverâ potius agat, ipsa in seipsam. Posteà anima seu Natura sublunaris, sic mota seu stimulata ab aspectu, suique admonita, se ipsam exsuscitat ad eliciendam ex terrae visceribus materiam omnis generis tempestatum. Si nulla esset in Terrâ Anima, quam dicimus Naturam sublunarem; planetae ipsi neque per se, neque per commodum aspectum quicquam in Terram possent. Absurdum enim est cogitatu et joci lususque poëtici simile, quòd ex coitu binorum radiorum harmonico, velut ex maris et foeminae concubitu, concipiatur vapor, materia venti vel pluviae: quasi verò, ut semen est de substantia parentum, sic humor et caetera quae ex terrâ expirant, sit de substantia vel Harmoniae, quae est relatio, vel Anguli, quae est qualitativa quantitas, vel Lucis adeò ipsius, quae qualitas est, nequaquam verò substantia. Quemadmodum verò ex nihilo nihil fieri dicimus; sic etiam ex immateriato aliquo, naturaliter, materiatum nihil educi potest. Vide plura Cap. VII.

Axioma I

Arcus circuli Zodiaci, quem rescindit latus figurae vel stellae congruae et scibilis, metitur angulum Configurationis efficacis.

Axioma II

Angulus figurae vel stellae scibilis et congruae, est modulus angul Configurationis efficacis.

Duobus Axiomatibus totum negocium nititur; quae ideo duo feci, quia duo sunt modi probabiles, quibus Animae et Naturae sublunares in notitiam Configurationum, quae sunt quovis tempore, venire possunt.

Aut enim figuram illam percipiunt, cujus latus de circulo Zodiaco rescindit arcum, Configurationis seu anguli radiosi mensuram; aut figuram illam, cujus elementum fit ille ipse configurationis angulus. Quas inter figuras quodnam sit discrimen, quae vicissim cognatio, ex hisce Schematibus, quae hinc ordine se
135 *mutuò*[1] *consequuntur, ad oculum patet. Bina namque Schemata sunt* ἀντιπεπονθότα, *primùm diameter sibi ipsi, seu bisecet circulum, ducta per centrum, seu tangat, cùm duo radij pro angulo duos rectos seu potius angulum nullum faciunt, in lineam unam rectam ordinati. Idem cogitandum de Conjunctione ♂. vel ♀. Planetarum, quae impropriè configuratio dicitur. Nam si duo Planetae fuerint sub eodem puncto Zodiaci; tunc in centro angulus nullus est, in circumferentiâ infiniti, et latera figurae sunt puncta: circulus scilicet est veluti Figura Infinitangula. Haec configuratio non habuit opus repraesentatione oculari.*

Deinde Tetragonus etiam sibi ipsi ἀντιπέπονθε, *quia angulus, quem duo latera formant in circumferentia, aequatur angulo in centro, quem subtendit unum latus. Ex eo Trigonus Hexagono, Pentagonus stellae Quinquangulae, Octogonus stellae Octangulae, Decagonus Stellae Decangulae, Dodecagonus Duodecangulae* ἀντιπεπόνθασιν; *ut si unius ex socijs anguli omnes inscripti sunt in circumferentiam; latus ejus subtendit angulum reliqui unum in centro collocatum.*

Centra autem circulorum omnium adumbrant Terram, velut in medio sitam; circuli ipsi vel Zodiacum, ex terra imaginatum repraesentant, vel quemcunque alium circulum Zodiaco subordinatum, metiendorum angulorum causâ imaginatum: quales circuli, potestate, sunt animae ipsae, quae moventur 10 *aspectibus, circuli scil. ab ipsâ veluti quantitate abstracti, inque puncti qualitativi, et plagarum capacis, angustias redacti.*

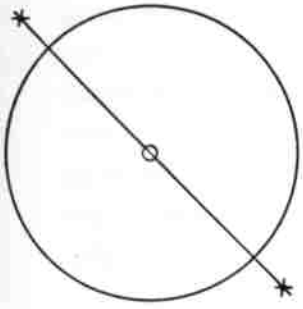
Posui autem stellas duas radiantes, extra hunc circulum, alium aliâ altiorem; ut oculari repraesentatione monerem, nihil referre ad Configurationem in terrâ, altus an humilis Planeta sit in coelo; et posse unum alio multis vicibus esse altiorem, manente eâdem Configuratione in Terra.

Porrò quòd in axiomate primo vox congrua *praecedit, in secundo vox* scibilis; *id non fortuitò sed studio factum est. Nam quòd aliquis Aspectus est efficax, in causa est utraque figura, tam illa quae inscripta est in circumferentiam, quàm illa cujus unus angulus formatur per radios in centro: utraque tam propter Sci-* 20 *bilitatem, quàm propter Congruentiam; non id tamen aequaliter. Quae omnia indigent explicatione paulò prolixiori; quae cur tam sit spinosa, causa est unica; ut Aspectuum numerus philosophicis rationibus minui, vel saltem in gradus cer-* 1 *tos distingui possit. Nam si ad usitatos octo, quatuor insuper admittere voluis-* 136 *sem sine omni discretione; potuisset haec disputatio carere aliquot sequentibus quasi propositionibus, quippe tantùm in comparatione occupatis.*

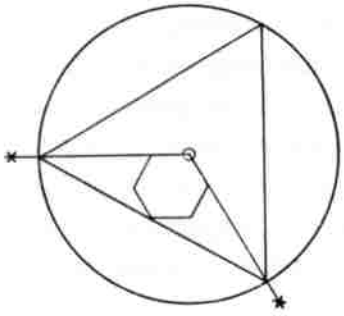
Propositio I

Major est Radiationum cognatio cum Circulo ejusque arcubus, quàm erat Consonantiarum.

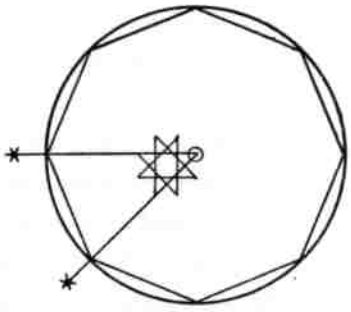
Cujus fundamenta libro III. *praemissa sunt, id jam in librum IV. meritò* 30 *transsumeretur, ut Axioma: probatur tamen sic.* 1. *Consonantiae sunt sonorum, soni consistunt in motibus; illorumque acumina et gravitates, quibus Consonantiae exprimuntur, oriuntur à celeritate et tarditate motuum, per demonstrata libri* III. *Atqui sonitus celeres et tardi eliciuntur ex tensis pulsatis, non tantum si circularis sit tensio, sed etiam, et multò magis, si rectilinea. Non respiciunt igitur consonantiae immediatè circulum ejusque arcus, causâ suae figurae circularis, sed causâ longitudinis partium, proportionis sc. illarum mutuae; habentque quod habent, à circulo, etiam tunc, si circulus destructus, inque rectum extensus est. Aspectus contrà per definitionem* I. *sunt anguli, quos metitur circulus*



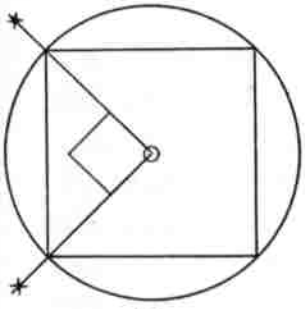
I.



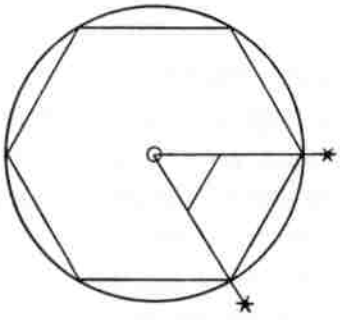
III.



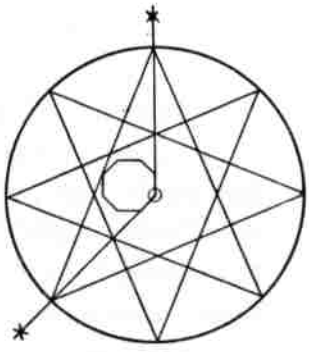
V.



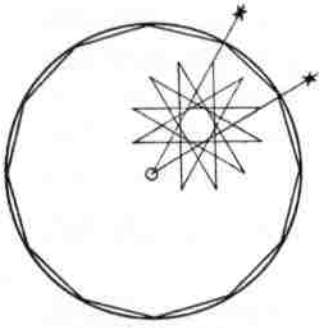
II.



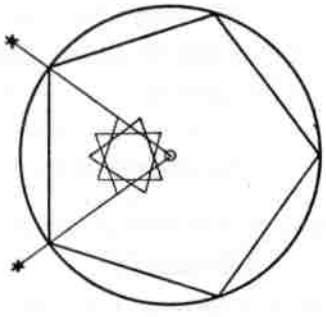
IV.



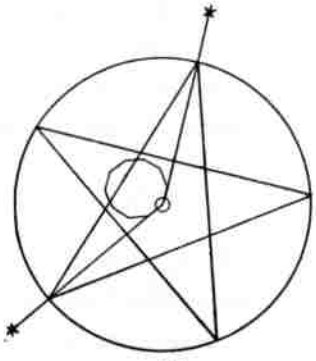
VI.



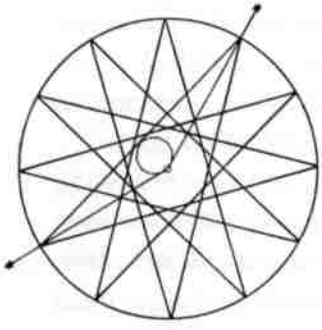
VII.



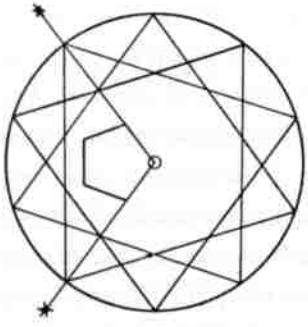
IX.



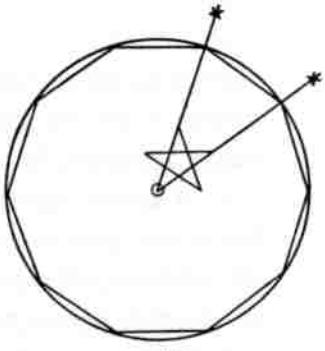
XI.



VIII.



X.



XII.

suis cum arcubus, non aliter, nisi maneat id quod esse dicitur, quatenus sc. et figuram habet circularem, et eam integram retinet.

2. *Consonantiae non omnes aequali propinquitate propagabantur à circulo ejusque partibus; nam aliquae ortum suum referebant ad partes circuli, quatenus ipsis non ut circuli partibus, sed ut rectis lineis, accidebat aliquid, eadem sc. divisio, quae circulo toti: ut ostensum libro* III. *Contrà est in Aspectibus: ejus enim, quod tantùm circulo respondet, mensura, nullo modo potest habere respectum rectitudinis.*

Propositio II

Major est Radiationum cognatio cum figuris Regu|laribus, quàm 10 137
erat Consonantiarum.

Probatur primùm à circumferentiali figura. Nam ubi circulus integer, ibi et figura regularis integra: sed magis est circulus integer in dimetiendis radiationum angulis, per I. *ergò et figura respectu radiationum magis ut integra considerari potest. Contrà in Consonantijs, ut circulus ejusque partes in rectum poterant extendi, salvis consonantijs, sic etiam omnia figurae latera in eandem et unam rectam extendi poterant, eaque cum uno figurae latere rectilineo facere Consonantiam. Hoc verò pacto, uti circulus, sic etiam figura rectilinea, suam figurationem amittit, ut figura amplius non sit.*

Probatur secundò à centrali figura. Anguli sunt figurarum elementa; jam duo 20 *radij faciunt angulum in centro, qui aliquoties repetitus consummat figuram, ut apparet ex schematibus hisce. Id autem non fiebat in ortu Consonantiarum; nullus enim ibi fuit respectus anguli in centro. Magis igitur familiares sunt figurae Aspectibus, quàm Consonantijs.*

Propositio III

Congruentia figurarum plus potest in constituendis Configurationibus efficacibus, quàm in Consonantijs.

Argumenta hujus rei multa suppetunt. 1. *Congruentia est proprietas figurae, quatenus figura tota est, speciemque habet: atqui figura quatenus hanc speciem tota habet, primùm ipsa per se magis est cognata configurationibus, quàm Con-* 30 *sonantijs, per* Pr. II. *deinde dividit circulum ut totum harmonicè, circulus verò etiam magis est configurationibus cognatus, quàm consonantijs, per* Pr. I. *Quare utroque, et privato figurae nomine, et communi figurae et circuli, Congruentiae quoque figurarum, in configurationibus quàm in consonantijs, vis est major.*

2. *A numero figurarum. Vsurpavimus enim hoc, per Axiomata praemissa, figuras esse efficaces per suas proprietates. Vbi ergò magis respondet Numerus effi|ciendorum, ibi major causae cognatio cum effectu, saltem probabiliter. Atqui* 138 *ut Congruae figurae paucae sunt, ita etiam Aspectus pauci, quod experientia testatur: nisi enim pauci essent, magna esset confusio illorum, magna frequentia;*

ita ut singuli seorsim suis diebus observari non possent: at possunt observari, non sunt igitur infiniti numero: contrà consonantiae possunt infinitae esse, augmentatione intervallorum per Diapason; ut scibiles figurae infinitae sunt.

3. *Ab Essentia Terminorum, in quibus consistunt proportiones hinc et inde. Motus, quorum affectio Soni, in* FIERI *considerantur, et quatenus tempus occupant; Radiationes magis in* ESSE *momentaneo. Sicut enim hoc momento est aliquod corpus, sic etiam hoc momento est aliqua radiatio: de Motu verò quod praeterijt, id non est amplius, quod sequitur, id nondum est, in momento nihil est. Congruentia verò magis videtur eorum esse quae* SVNT, *quàm eorum quae* FIVNT. *Congruunt enim latera seu parietes domus, ut sit domus; non ut demum et perpetuò quidem aedificetur.*

4. *A cognatione congruentiae ut causae, cum configurationibus. Sunt enim eae anguli: at congruentia quoque inest figuris, propter angulos.*

Hactenus fuerunt inter se Oppositae, Consonantiae et Configurationes: in sequenti fiet oppositio alia in solis configurationibus, Congruentiae et Scibilitatis.

Propositio IV

Ad configurationum Efficaciam plus potest Congruentia figurarum, quam Scibilitas.

Probatur à conditione Animae sublunaris, facultatumque etiam humanae animae, quae percipiunt aspectus. Hae igitur omnes sunt inferiores facultate discurrente et Intellectu: et cognatiores facultati sensitivae et praefectae operibus sensilibus: quin etiam instinctus illius, ut Cap. III. diximus, tanto est obtusior instinctu humano, quanto rudius est corpus Terrae, corpore hominis. Atqui etiam Congruentia est posterius aliquid Scibilitate, et quasi porrectum foràs,
139 *in aliquod*[1] *opus, quod habet Ideam operum sensilium. Par igitur est credi, facultates has animales Congruentiâ potius, quàm Scibilitate figurarum moveri afficique.*

Opponebantur Congruitas et Scientia, in eodem genere Configurationum. Jam opponentur figurae duae inter se, primùm causâ solius Congruentiae, posteà causâ Configurationum.

Propositio V

Congruentia est proprietas magis figurae Circumferentialis, quàm Centralis.

Habet enim potiorem locum in illa figurâ, quae potest fieri tota, ratione loci à quo denominatur; quia congruentia est figurarum totarum, ut ex libro II. apparet. At de Centrali non plus uno angulo in centro stare potest, per def. I. In circumferentia verò potest esse tota Circumferentialis: ergo.

Propositio VI

Ex duabus figuris, quas sibi vindicat Aspectus quisque, potior est Circumferentialis Centrali.

Est enim Congruentia potior in hoc negotio Scibilitate, per IV. At illa potior est in figura circumferentiali, per V. Quare in quo id quod praepollet, plus inest, idipsum etiam praepollere facit, circumferentialem scilicet figuram.

Idem etiam sic probatur ex intimis Animae proprietatibus, Cap. III. tactis. Cùm enim Anima sit, quae Configurationum Harmonijs suum conciliat ESSE *formale; certè quo discrimine anima vel circulus est, vel punctum, centrum circuli; eodem discrimine etiam familiares illi erunt figurae, Circumferentialis, et Centralis.*

Etsi verò omnis Anima circuli quandam Ideam gerit, abstracti quidem illius non tantum à materiâ, sed etiam à magnitudine quodammodò, ut dictum Cap. III. eòque circulus et centrum hîc ferè coincidunt, ipsaque vel circulus potentialis, vel punctum plagis distinctum, et sic quodammodò qualitativum dici potest: tamen discrimen hoc videtur observandum, quòd aliae facultates animae potiùs ut circulus considerandae sunt, aliae potiùs ut punctum. Quemadmodum enim circulus sine centro cogitari nequit, omne[1] *vicissim punctum circa se habet regionem scribendo circulo: sic in Anima quoque operatio nulla est sine impressione imaginativâ; omnis vicissim interna receptio vel meditatio, est propter motum externum; omnis animae facultas interior, propter magis exteriores. Ipsa princeps et suprema Animae facultas, Mens dicta, quid est nisi Centrum? quid Ratiocinativa, n si Circulus? Nam sicut centrum intus est, circulus exteriùs; sic Mens secum ipsa manet, ratiocinatio telam quandam exteriorem texit: et sicut centrum, circuli, sic Mens ratiocinationum basis, fons, et origo est. Rursum omnis haec Animae facultas tàm Intellectus, quàm Discursus, denique etiam Sensitiva, sunt Centrum quoddam; at facultates Animae motrices, Circulus: quia rursum ut circulus externus circumponitur centro, sic operatio ad extrà est, cognitio meditatioque perficitur intus, et ut circulus ad punctum, sic quodammodò se habet Actio externa, ad Contemplationem internam, motus animalis ad sensionem. Punctum enim, quia undique oppositum circumferentiae, aptum natum est repraesentando Patienti; et Anima sensitiva, vel hîc Radiationum perceptiva, quid aliud sentiendo et percipiendo, quàm patitur? sc. quia movetur objectis.*

Comparando etiam utramque comparationem; ut idem utrinque centrum, sic etiam eadem quodammodo cognitionis forma est, mentalis princeps, et sensitiva, vel ei analoga, perceptiva Radiationum: neutra discursu in seipsa, quatenus talis, utitur, sed cognoscit citra illum. Vt ita sit haec illius, Natura dico sublunaris, aut etiam sensitiva, Mentis humanae Principis, tenuis quaedam imago: sicut ille discursus rationis, harum actionum aut operationum animae imago est, utraque circulus.

Quatenus igitur Animae percipiunt radiationes coelestes, et sic ijs quasi moventur secum ipsae intus, nobis puncta sunto, quatenus verò vicissim movent, hoc est, quatenus perceptas radiationum harmonias transferunt in opera sua, ijsque stimulantur ad agendum: considerari debent ut circulus.

Sequitur igitur, ut in quantum cognoscit Harmonias radiorum, occupetur potissimum circa centralem figuram; in quantum verò operatur, ciens meteora (et quae similia in homine) circumferentiali sese accommodet. Et verò in aspectu, prior est nobis cura efficaciae, quàm modi, quo is percipiatur ab Anima operante; prior igitur, et circumferentialis quàm centralis figurae respectus. [1]

141 10 Hic figura figurae in uno et eodem aspectu fuit collata; in sequenti geminâ, suppositâ eâdem figurâ, opponetur ejus Congruitas Scibilitati.

Propositio VII

In figurâ circumferentiali praestat Congruentia Scibilitati lateris; in centrali vicissim, praestat Scibilitas lateris, Congruentiae figurae.

Pertinet haec propositio ad consummationem rei, Prop. III. inchoatae. Etsi enim potior in IV. quam in III. est Congruentia, potior etiam libro III. fuit demonstrabilitas: haec tamen à constitutione Aspectuum non penitus est separanda: cùm nulli Congruentiae sua desit scientifica determinatio, adeòque ab illa dependeat, cùm lateris, tum praecipuè areae comprehensae à figurae lateri-
20 *bus: ab angulis enim, in quibus residet aptitudo ad congruendum, arcessitur demonstratio.*

Quod igitur propositionem hanc ipsam attinet, videtur contrarium ejus verum esse, tam in uno, quàm in altero. Nam quòd figuram centralem attinet, ejus unus angulus per radios actu ipso est expressus; Circumferentialis nullus exprimitur angulus, sed tantùm latus quadamtenus: Congruentia verò est angulorum: ergò videtur illa potissimùm in Centrali spectanda. Nam si natura sublunaris percipit quantitatem anguli, quem duorum planetarum radij formant in terrâ, videtur etiam percipere posse ejus anguli aptitudinem, quam habet cum alijs, ad congruendum.

30 *Quòd vicissim in circumferentiali potiùs sit spectanda Scibilitas lateris quàm Congruentia figurae, id sic patere videtur. Scientia enim, qua scitur figura, ut libro primo demonstratum est, consistit in aequalitate, vel lateris, cum parte effabili diametri, vel quadrati de latere, cum parte effabili de quadrato diametri, vel areae Figurae, cum eâdem; vel in alia connexione et determinatione sive lateris, sive ejus quadrati areaeve, ad diametrum vel ejus quadratum. Posito igitur, quòd Natura sublunaris habeat sensum circuli Zodiaci, circuli nimirum sensibilis, foris stantis, quem ipsa examinet ad ideam circuli abstracti intellectualis, quam ipsa secum habet intus connatam seu concreatam: tunc sanè sequitur, quòd ordine naturae priùs sentiat, quantus arcus Zodiaci sit à duobus planetis inter-*
40 *stinctus, et quanta recta illi subtendatur, cujus qualitatis, sitne effabilis longi-*

tudine, an solâ potentiâ quadrati; anne cum aliâ quadam effabilem faciat summam quadratorum, et rectangulum effabile; in qua proprietate fundatur Effabilitas areae: haec inquam priùs innotescere Naturae sublunari videntur ordine naturae, quia latus priùs est figurâ, ex lateris multiplicatione descriptâ; posteà demum, ubi tota figura descripta fuerit in Zodiaco circulo, patescunt ejus anguli, eorumque quantitas, et an ij sint ex congruis, et an figura omnibus angulis concurrat ad eandem congruentiae speciem, et an continuabilis sit congruentia. Breviter congruentia est affectus angulorum, scibilitas laterum. Vbi ergò priùs innotescit figurae angulus, quam latus; ibi priores et potiores videntur esse partes Congruentiae, quam Scibilitatis; ubi posteriùs, posteriores. At figurae ad centrum pertingentis prius innotescit angulus; figurae verò in superficie descriptae (per duos puta solos planetas) priùs innotescit latus: rectè ergò fieri videtur, si in figura centrali potior habeatur congruentiae ratio, in superficiali, potior scibilitatis. [1]

Haec igitur in contrarium nostrae propositioni allata, sunt nobis dissolvenda; eâdemque operâ, veris argumentis roborandus ordo proprietatum, Congruentiae et Scibilitatis. 142

Primùm igitur etsi verum est, de figura centrali formari per duorum Planetarum radios unum angulum; non tamen inde sequitur, ut mens percipiens quantitatem anguli, percipiat naturae ordine priùs, figurae, cujus futurus est angulus, Congruentiam. Causa patet, quia Congruentia in quantum est unius anguli, ejusque aequalium aliquot, in unum locum planum, nimis est generalis: sunt enim infinitae angulorum sic congruentium formae, tanto semper plures numero, quanto singuli sunt minores. Non est igitur haec illa Congruentia, de qua nos disputamus libro II. *quae angulis non seorsim accidit, sed figuris integris, propter angulos, nec figuris singulis, sed pluribus inter se junctis.*

Itaque non tantùm dissolvitur sed etiam retorquetur objectio; quod enim illa de Circumferentiali usurpaverat, possumus nos aequo jure de Centrali usurpare, Congruentiam, quae nobis hic est proposita, in eâ posteriorem esse Scibilitate, quare potiores esse oportere hujus quàm illius partes, concessu quidem adversarij. Priùs enim figuram oportet fieri, quàm tota congruere possit. Jam verò nisi latus figurae scibile sit, figura fieri non potest. Nam etsi verum est, dato uno figurae angulo, quem radij duorum planetarum formant in centro, dari numerum omnium, et per illos, figurae totiùs aptitudinem ad congruendum, nec in hanc demonstrationem ingredi lateris naturam: at non datur illè unus figurae angulus, id est, non agnoscitur pro angulo figurae congruae, nisi per latus scibile. Priùs ergò (ordine naturae) Anima scit latus, quàm agnoscat, sibi dari angulum congruum.

Quòd si comparemus hîc figuram utramque, minus equidem datur latus vel area figurae centralis, ipso radiationis actu, quàm latus figurae circumferentialis: hoc enim semper determinant radij ipsi, illa non semper, sed in quibusdam

tantùm figuris; ut in Trigono, quia latera circumferentialis anguli singula, subtendunt arcum aequalem intercepto. Remotior igitur est figura centralis ab actu sciendi, quàm circumferentialis: remotior igitur etiam Congruentiae notificatio: objectio verò nitebatur contrario, quasi Congruentia Centralis esset propior notitiae, quàm Congruentia Circumferentialis.* Figura IV. Figura III.

Ampliùs, si anguli quantitas percipitur, quâ re percipietur, nisi mensurâ suâ, id est, arcu circuli illius, qui ex anguli propositi puncto, quod terra est, describitur? non verò primò circuli illius, qui figurae centrali circumscribitur, per terram transiens. Quare in perceptione quantitatis anguli de figurâ centrali, oportet ut Anima potentiam illam exserat, quâ circulus est, non illam, quâ exile punctum est, ad quod pertingit angulus. Atqui eodem typo circularis suae essentiae percipit etiam circumferentialis figurae latus, ejusque arcum, idque primò: posteà demum, duplicato hoc arcu, emergit etiam arcus circuli minoris, qui figurae centrali circumscribitur, per prioris centrum ductus; qui arcus servit inscriptioni centralis figurae in circulum. Nam ordo qui est in ratiocinatione, idem etiam in instinctu est. Rursum igitur demonstratur via ad perceptionem figurae centralis, longior, et sic etiam ad ejus Congruentiam. Quare seipsam evertit objectio, quae praepollentiam collocabat in perceptione priori.

Ad rationes pro altero membro sic respondendum: verè quidem etiam in circumferentiali figurâ priorem esse Scibilitatem lateris, Congruentiâ figurae totius,
143 *ob argumenta dicta, quae hic etiam valent. At non sequitur, ut ex duabus re\bus, quarum altera alterius est causa, illa quae causa est, porrò etiam fortiùs moveat tertium aliquid. Nam pro captu animae, quae debet moveri, saepè minus in illam valet causa, quàm effectus; ut hic Animam sublunarem, in quantum quidem perceptiva est, plus movet scibilitas figurae centralis; in quantum verò operativa, plus congruentia figurae circumferentialis.*

Argumenta verò mea propria ad propositionem probandam sunt ista: prius usurpavimus Prop. VI. centrum esse quandam ideam mentis Theoreticae, seu intellectus; circumferentiam facultatis Practicae seu operativae: quia ut centrum circuli basis est et origo, sic meditatio actionis. Figura igitur, quae porrigit angulum ad centrum, sc. ad Terram, ubi Anima sedet, figurae perceptrix, porrigit se quasi ad sciendum et dijudicandum, cùm centrum tribunal scientiae repraesentet. Igitur in centrali figura potiùs spectari debet scientia; non obstante, quòd illa per circulum tanquam instrumentum comparetur, ut paulò antè dictum.

Contrà figura, quae ordinat angulos in circumferentiâ, magis se applicat ad imitandum, exprimendumque in opere Animae, veluti ad ideam operum concurrens. Atqui potius congruentia, quàm scibilitas habet operum sensilium aedificationumque ideam, quia sequitur figuras totas, cùm latus, quo figura scitur, sit ejus saltem elementum. Quare in figurâ circumferentiali potiùs congruentia est respicienda, quam scibilitas.

Alterum argumentum pro hac secunda parte nititur eâdem consideratione Animae. Praestat id, propter quod sunt caetera. At propter opus Naturae sublunaris, adeòque etiam Animae humanae, facultatum inferiorum, percipiuntur configurationes; scilicet in id percipiuntur, ut opere exprimantur; major est igitur dignitas facultatis motoriae in hoc negocio. Sed scibilitas figurae Circumferentialis, perceptioni servit, Congruentia operationi, ut hactenus: igitur et congruentia figurae circumferentialis, praestat ejusdem scibilitati.

Propositio VIII

Arcus circuli, qui constituitur à figurâ incongruâ, nullam conciliat Efficaciam radiationibus binorum planetarum, arcum determinantium. 10

Nam si congruentia est causa potissima Efficaciae, per Prop. III. IV. et VII. hac igitur deficiente, non erit sufficiens, causa hoc loco vilior, scibilitas. Etsi enim haec praepollet congruentiae in Centrali figurâ, per alteram partem Pr. VII. at vicissim circumferentialis figura est centrali potior, per VI. Et in illâ potior congruentia, per primam partem Pr. VII. Adhuc igitur congruentia figurae circumferentialis praepollet scibilitati figurae centralis.

En causam, cur cùm figurae scibiles sint infinitae, diversorum quidem graduum: Aspectus tamen pauci sint.

Axioma III

Arcus circuli, quorum figurae pluribus potioribusque congruentiae, 20 scibilitatisque gradibus pollent, efficaciores etiam recipiunt configurationes.[1]

Si duo prima axiomata sunt consentanea vero, erit et hoc: quia propter quod 144 *unumquodque est tale; illo intenso, istud etiam magis erit tale. Sic autem intellige; quòd in figura circumferentiali prior sit comparatio graduum Congruentiae, in centrali prior graduum Scibilitatis, denique potiores partes circumferentialis figurae.*

Propositio IX

Configurationes efficaces sunt, quae intercipiunt Arcus circuli Zodiaci istos: 30

Gr. 180. Oppositio ☍, ex Diametro circuli: ut in fig. I.

Gr. 90. Quadratus □, ex Tetragono: ut in fig. II.

Gr. 120. Trinus △, et 60. Sextilis ⚹, ex Trigono et Hexagono: ut in fig. III. IV.

Gr. 45. Octilis vel Sequadri, et 135. Trioctilis vel Sesquadri ⚻, ex Octogono et Stella ejus: ut in fig. V. VI.

Gr. 30. Semisexti ⚺, et 150. Quinquuncis, ex Dodecagono et Stella ejus: ut in fig. VII. VIII.

Gr. 72. Quintilis ⚹, et 108. Tridecilis seu Sesquintilis: ex Pentagono et Stella Decagonica: ut in fig. IX. X.

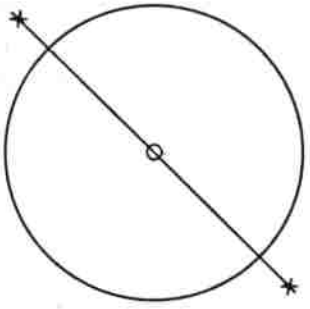
Gr. 144. Biquintilis ☆, et 36. Semiquintilis seu Decilis: ex Stella Pentagonica et Decagono: ut in fig. XI. XII.

Quòd hae figurae sint Scibiles et demonstrabiles, ostensum est Libro I. quòd et Congruae, libro II. Quòd verò configurationes expressorum à talibus arcuum sint efficaces, id habent axiomata I. II. praemissa.

Propositio X

Efficacitatis Aspectuum gradus primus et fortissimus, est Conjunctionis ☌ et Oppositionis ☍.

Nam in Conjunctione congruunt radij duo in eandem lineam, et ab eadem plaga descendunt; in Oppositione ☍ à plagis quidem diversis descendentes, nihilò tamen minus fiunt partes unius continuae lineae. Haec verò perfectissima est Congruentia et principium quoddam omnis congruentiae. Sic cùm conjunctionem repraesentet punctum signatum in circumferentiâ circuli; oppositionem verò, Diameter; haec certè sunt principia, illa et mensura omnis in hoc genere scientiae; cùm omnis in circulo lineae rectae scientia contineatur determinatione demonstrativâ per Diametri vel longitudinem vel potentiam: ut libro[1] primo patuit. Ergò per Axioma III. principium etiam Efficacitatis in his est Aspectibus.



Characteres usitati.

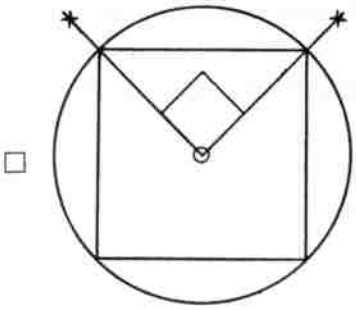
☍

Propositio XI

Secundus in Aspectuum Efficacitate gradus est Quadrati □.

In Quadrato enim concurrunt praerogativae multae, quarum prima, quod similis est centralis figura, circumferentiali: quare quoscunque illa gradus obtinet in Congruentia et Scibilitate, ij quodammodo duplicati intelliguntur, respectu caeterorum Aspectuum. Sicut enim Quadratus primus post Oppositum ab exilitate lineae explicatur in aliquam latitudinem seu amplitudinem superficialem areae Tetragonicae: sic caeteri Aspectus ab identitate figurarum Aspectus Quadrati, discedunt in aliquam figurarum alteritatem. Cùm igitur aliàs in physicis unita virtus sit fortior, erit etiam in hac ideali et objectivâ impressione, major gradus fortitudinis, ubi figurae locis distinctae, altera sc. centralis, altera circumferentialis, specie eaedem fuerint.

Deinde quantum ad Congruentiam, illa in Tetragono perfectissima est et omnivaria, nam secum ipsa congruit haec figura in solido ad cubum formandum, qui mensura est omnis soliditatis, et congruit simplicissimè, ternis tantum angulis



ascitis: congruit et in plano secum ipsa, quaternis angulis: congruit rursum in solido cum Trigono, Pentagono, Hexagono, Octogono, Decagono variè, ad formandas figuras solidas, congruit cum ijsdem omnibus, insuperque et cum Dodecagono et Icosigono quadamtenus, ad planitiem sternendam: qua in proprietate illa à nullâ aliâ superatur.

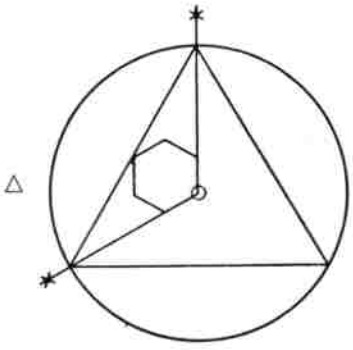
Tertiò area Tetragoni est effabilis, quod principium est singularis alicujus et eximiae Congruentiae in plano; ut certus arearum hujus figurae numerus absumat certum quadratorum diametri numerum, et sic figurae non tantùm ipsae inter se angulis et lateribus congruant, sed quodammodò, certis sc. suis lineis, etiam cum quadrati diametri lateribus. In hac proprietate Quadratus aspectus solum Semisextum habet ex parte socium. Vide lib. II.

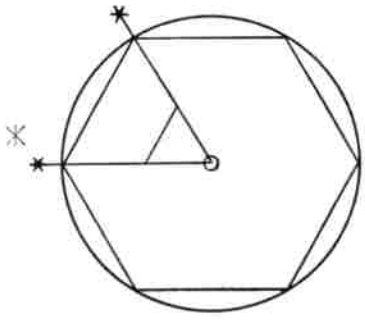
Quartò, nec ignobilis est gradus scientiae lateris, quod est effabile potentiâ; quo gradu praecellit caeteris figuris omnibus, excepto Sexangulo: neque tamen illi propterea loco cedit; cùm Scibilitas non sit comparanda Congruentiae, ut explicatum est suprà; et verò valeat accumulatio praerogativarum, ad augendam Efficaciam, per Axioma III. *hujus.*

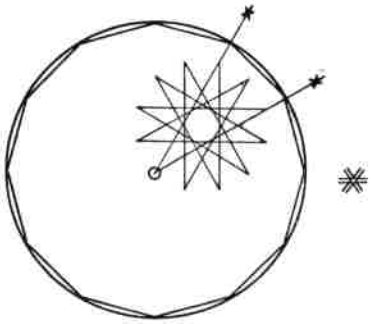
Propositio XII

Tertius Efficacitatis Gradus est Trini △, Sextilis ✳, et Semisexti ❋

Quod Trinum, Sextilem, et Semisextum, in eodem gradu colloco;[1] *facit proprietatum non identitas, sed aequipollentia. Primùm eorum figurae principales, in congruentia plana tradunt mutuas operas: coëunt n. et inter se variè et cum alijs, ut quadrato. Praecellunt quidem hic Trigonus et Hexagonus, quia etiam secum ipsae singulae species congruunt; praecellit Trigono Hexagonus, quia perfectissimam obtinet in plano congruentiam, solis sc. ternis angulis: praecellunt ambo Dodecagono, quia etiam in solido congruunt illi cum figuris alijs, quod non potest Dodecagonus. At vicissim praecellit reliquis Dodecagonus effabilitate areae, cùm illorum areae sint mediales et sic ignobiliores: quae arearum differentia, ut jam modo dictum, redundat in congruentiae perfectionem. Sic etiam Trigonus praecellit rursum Hexagono, eo quòd secum ipsa Trigonica species in solido congruit variè, gignitque tria corpora regularia; Hexagonus tantùm cum figuris alijs congruit. Ita pensatis inter se diversarum proprietatum ponderibus, Congruentia,* 146





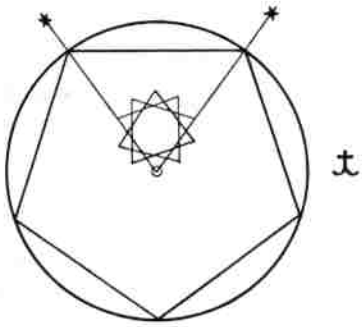


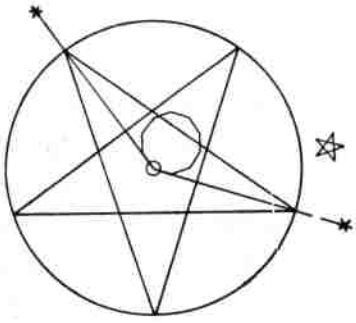
quae primum et praecipuum elementum est efficaciae, penes hos tres propemodum ad aequilibrium perducitur. In scibilitate primas tenet Sexangulum, cujus latus effabile; secundas Trigonus, occupat enim eundem cum Tetragono gradum, habens latus effabile potentiâ, viliori tamen proportione: ultimus hic est Dodecagonus, habens latus ineffabile. Verùm scibilitas nec praecipuum est ad Efficaciam argumentum, nec in figura praecipuâ, hoc est circumferentiali, consideratur; sed tantum in centrali minus praecipuâ. Quae si quid potest, Trinum paulò reddit efficaciorem Sextili, quia Trinum format angulus Hexagoni in centro; paulò minus utrisque efficacem Semisextum, quem metitur angulus Stellae Dodecagonicae in centro. Est tamen caeteris sequentibus nobilior scientia Semisexti, quia latus centralis figurae, in Ineffabilibus nobilissimae est speciei, sc. Binominum, et in earum subdivisione duplici, semper priores tenet, adeò ut cum sociâ suâ, latere circumferentialis figurae, rectangulum effabile formet, quod est nota perfectionis penè absolutae; adeòque etiam cum Trigono et Hexagono hanc figuram scibilitate facit contendere, propter hanc pensationem ineffabilitatis suae, ponderosam admodum.[1]

147 20

Propositio XIII

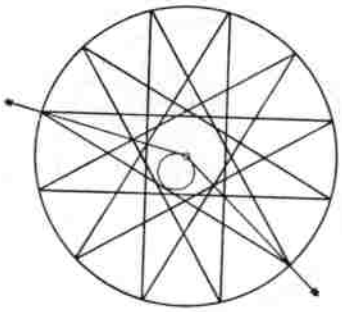
Quartus in Efficacitate Configurationum Gradus est Quintilis, Biquintilis, et Quincuncis.





His enim communis est congruentia figurarum primariarum totarum in plano, non tamen singularum specierum secum ipsis; sed primarum duarum inter se mutuò, ultimae cum alijs sibi cognatis. Praecellunt duo priores aspectus eo, quòd congruunt figurae, Pentagonus et stella ejus, etiam in solido, faciuntque duas figuras solidas regulares; qua nobilitate penè associant aspectus suos Trino et Quadrato; stella Dodecagonica in solido non congruit. At vicissim praecellit et Dodecagonica, congruentiâ planâ; quam habet continuabilem in infinitum; cùm illae non longè continuari possint sine mixturâ irregulari. Vide haec omnia libro II.

Quod scibilitatem attinet laterum in figuris centralibus, hîc etiam medio loco consistunt latera Decagoni et Tridecilis et Dodecagoni, quae sunt



hac in classe centrales, inter latus Trigoni praecedentis, et latera Pentagoni, stellaeque Pentagonicae, centralium figurarum in classe sequenti. Nam libro I. demonstratum est, prius esse in scientia, Decagonicum latus Pentagonico, Tridecile stellari Pentagonico. Itaque et Scibilitas eodem ducit, quo et Congruentia, per pr. VII: quae hujus potissimùm demonstrationis causâ fuit praemittenda, ne Decilis vel Tridecilis praeferrentur Quintili et Biquintili. Si verò quis missâ figurâ centrali, Scibilitatem potiùs in circumferentiali quaerere velit, non minus quàm Congruentiam: etsi fatendum est, hoc pacto praelatum iri Decilem Quintili, Tridecilem Biquintili; at meminerit is, praecipuas esse partes Congruentiae, ut[1] *ostendimus pr. IV.* 148 *majus igitur est, et plus ad efficacitatem potest, creare figuram solidam (quae est veluti idea quaedam mathematica efficacitatis physicae) quàm latus habere perfectiori gradu scibile. Latus quidem Dodecagoni hoc pacto confert aspectum suum in eandem classem cum subtensis decimae parti circuli, tribusque decimis: quia contendunt inter se praestantiâ scibilitatis. Nam sicut sociantur inter se duae illae subtensae, fitque minor majoris pars, in proportione divinâ sectionis secundùm extrema et medium: sic etiam latus Dodecagoni et latus ejus stellae sociantur, et hoc etiam respectu sectionis et compositionis alicujus, non tamen proportionalis. Et haec quidem biga posterior cadit in primam speciem Ineffabilium, quae complectitur Binomines et Apotomas; at vicissim illa prior biga acquirit novam proprietatem sectionis secundùm extrema et medium: ut videre est lib. I. Quare non tantùm pensantur hi gradus, sed etiam praecellit nonnihil Decanguli latus. Rectè igitur factum, quod Aspectum Quincuncem seu Gr.* 150. *cum Quintili Gr.* 72. *et Biquintili* 144. *eodem gradu locavi, primâ tamen sede his datâ.*

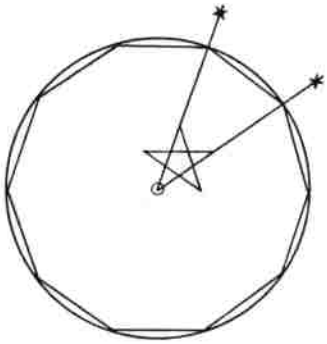
Propositio XIV

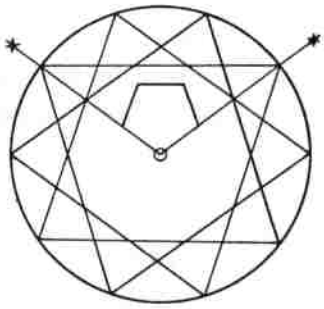
Quintus, ultimus et imbecillissimus aspectuum Gradus est Decilis et Tridecilis, Octilis et Trioctilis.

*Quintum locum feci Decili et Tridecili (*MOESTLINVS *Semiquintilem, et Sesquiquintilem appellat) quos in Ephemeridibus hactenus omisi: quibus associavi Octilem et Trioctilem seu Sequadrum, et Sesquadrum; quos Calendariographi ex mea quidem suggestione et nonnullâ* PTOLEMAEI *authoritate, sed nimis calidè et inconsideratè arripuerunt. Probandum igitur est utrumque, primùm imbecilliores esse hos quatuor, Quintili et Biquintili; deinde, Decilem et Tridecilem, fortiores Octili et Trioctili, parùm admodùm.*

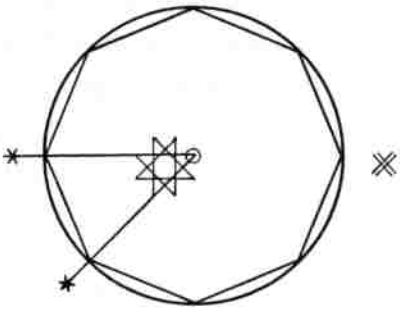
Cùm igitur Propositiones nostrae praecipuum ad Efficaciam momentum collocent in congruentia figurae praecipuae, hoc est circumferentialis: manifestum

est, Pentagonum et stellam ejus, congruere cum suae quamque speciei figuris, ad solidum perfectum formandum, ut jam modo dictum; congruere etiam inter se pulchrè ad planum sternendum. Decagonus vicissim et Octogonus cum stellis suis, quaeque cum suae speciei alijs, in solido congruere non possunt. Congruunt quidem, Decagonus et Octogonus, sed cum alijs non omnibus sui generis; stellae verò inchoant aliquam congruentiam in solido at non absolvunt: etiam in plano ignobilior est earum congruentia, quia nec mutuas tradunt operas, quaevis figura cum suâ stellâ solitariae, ut Pentagonus cum suâ: sed cum illis suis stellis, et Octogonus cum Tetragono, in societatem veniunt, congruen|tiae alienae, illamque, quo minus continuari possit, ipse Decagonus impedit: Stella ejus etiam hiulcam in medijs interceptis spacijs facit congruentiam. Octogonus verò et stella ejus, alternis juvant continuationem congruentiae, admixtis Quadratis; Congruentia fit diversiformis. Ita penè pares sunt hae quatuor in congruentiâ planâ; praesertim cùm areas utraeque figurae habeant ineffabiles. At in scibilitate multùm praecellit secta Pentagonica. Primùm si centrales figuras consideremus, quae sunt hîc jam Pentagonus et Stella ejus, illarum quidem latera sub eandem speciem ineffabilium cadunt, cum lateribus Octogoni et stellae; existentia Elasson et Mizon: sin circumferentiales, quae hic sunt latera Decagoni et stellae ejus: illa non tantum sunt ex specie nobiliori Binominum et Apotomarum, cùm Octogonicae lineae sint ex quarta specie, quae est Mizonum et Elassonum: sed acquirunt etiam omnia latera Pentagonicae sectae, nobilissimam proprietatem sectionis secundùm extrema et medium; quae planè nihil attinet lineas Octogonicas. Quòd si Octogonica secta nonnihil praepollere visa est in Congruentiâ; hic jam vicissim, multò fortiùs deprimitur à Pentagonicâ. Rectè igitur utrasque, ut de praestantia contendentes, in unam classem redegi, praemissâ tamen Pentagonicâ. Consulatur de his identidem liber I.

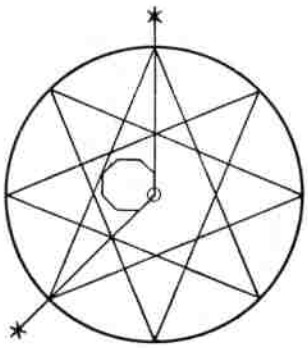




Est et peculiaris praerogativa Biquintilis, prae Tridecili et Trioctili, etiamque Quincunce, quòd stella Pentagonica, primaria sc. illius figura, aptissimum et Trigonici aemulum habet angulum: quia ut tres anguli Trigoni, sic etiam quinque anguli stellae Pentagonicae, junctim utrinque aequantur duobus rectis, ut sic latera angulos formantia, circuli arcus,| quaeque suos,



intercipiant; non verò bina et bina portionem aliquam circuli communiter: quod in stella octo, decem, duodecim radiorum, ob Paris numeri conditionem, inque caeteris figuris primigenijs, ob anguli magnitudinem fieri non potest.



Excussi omnes loculos, ut argumentis idoneis fidem facerem; ne nimius fiat numerus aspectuum, confusionem in experiundo pariturus: intra Quadratum igitur et Quintilem Biquintilemque subsistendum esse, nec ad eorum derivatos quatuor, ultimi gradus, utpote imbecillissimos progrediendum; licet hos quoque prima propositio admittat. Si tamen ista non satisfaciunt, et si tanta est primae Propositionis dignitas, ut intercessio omnis sublata sit: age, cuique per me liberum esto, respicere ad hos etiam Aspectus, praesertim ijs temporibus, quibus caeteri omnes defuerint. Par enim est, super his quoque audiri testificantem experientiam: ut quae et caeteris primam fidem fecit, ante rationes.

Propositio XV

Lib. I. Prop. XLIV, et Lib. II. Consec. XXIX.

Sunt aliquae configurationes, quae inter efficaces et non efficaces ambigunt: nimirum Arcus Graduum 24. ex Pentekaedecagono, et Gr. 18. ex Icosigono.

Nam scibiles sunt figurae, sed illa impropriè, haec remoto gradu, ut libro I. demonstratum. Et congruae sunt, sed illa non omnibus angulis aequaliter, in eâdem formâ Congruentiae: haec omnibus quidem angulis, sed Congruentiâ planè non continuabili: quod ostensum Libro II. Rudimentum igitur quoddam est Efficacitatis, et veluti conatus; at effectus vel nullus vel imperfectus.

Multas habent hae figurae stellas, illa quidem quinque, quarum latera subtendunt arcus circuli hos, Gr. 48. Gr. 96. Gr. 112. Gr. 156. Gr. 168. haec verò quatuor, quarum latera subtendunt arcus circuli Gr. 54. Gr. 126. Gr. 162. Gr. 171. At cùm hae stellae cavos habeant angulos, in quos non recipiuntur anguli alij congrui (sic ut in cavos angulos Pentagonicae et Decagonicae recipiuntur anguli Pentagonici, in Octogonicae, angulus Tetragoni, in Dodecagonicae angulus Trigoni); restat igitur ijs sola acutorum, quos Radios dicimus, Congruentia: sunt igitur viliores ipsis suis primigenijs.

CAPVT VI

QVAE SIT COGNATIO ASPECTIBVS CVM CONSONANTIIS MVSICIS IN NVMERO ET CAVSIS EJVS

Quibus Occasionibus detectae sint Configurationes efficaces, auctusque earum Numerus: non est hujus loci commemorare, pertinet enim hoc ad Astrologiam; egique de ea re ante annos 12. in libro de stellâ novâ et Trigono igneo, cap. VIII. IX. X. ubi non tantum discrimen
151 ingens ostendi inter Aspectus et inter caetera[1] commenta, verè vanitates Astrologicas: sed etiam JOH. PICI MIRANDVLAE Comitis rationes
10 philosophicas huic etiam Astrologiae parti oppositas, solidè ut opinor dissolvi, quâ dissolvenda et refutanda fuerunt. Cùmque ante novem annos HELISAEVS RÖSLINVS M. D. et Philosophus non incelebris, libro Teutonicâ linguâ edito, novam hanc philosophiam, ipse veteri Astrologiae deditus, impugnandam sumpsisset; itemque alius Medicus, PHILIPPVS FESELIVS, in contrarium, Astrologiae capita promiscuè omnia, interque ea et doctrinam de configurationibus, oppugnasset; ego utrique restiti, editis duobus libellis Teutonicis: quorum alteri Titulus, *Responsio ad objecta Röslini;* alteri, *Tertius interveniens.* Et in hoc quidem veritatem defendi Aspectuum, in illo verò modum causae, quo Aspec-
† 20 tus sint efficaces, asserui. Itaque viri docti, scriptis ad me literis, testati sunt, nunc demum Astrologos à me puriorem philosophiam doceri. In omnibus libellis cognationis memini, quae Musicis consonantijs intercedat cum Aspectibus: sed in primo adhuc haesi circa numerum Aspectuum, quosdam spurios: vel certè imbecilles, observans inter praecipuos, quosdam fortiores penitus negligens: in Teutonicis verò cepi hos defectus speculationis meae detegere; quod paulò pleniori declaratione, loco sic postulante, repetendum censui nuper in Prolegomenis Ephemeridum, fol. 33. 34. 35. 36. Quae verò ibi loci propter institutam brevitatem explicari fusius non potuerunt ea jam hic, ordine sic ferente,
30 supplebo. Axioma, quod anno 1606. usurpatum, loco citato Ephemeridum sumpsi examinandum et refutandum, hoc erat: *Creatorem Deum, aut ex Harmonijs Cantus infra Octavam, libro III. descriptis, desumpsisse leges ordinandorum Aspectuum; aut ad coelestes Aspectus, attemperasse aures hominis, Concordantiarum illarum judices.* Hoc Axioma si verum undiquaque esset, oporteret esse totidem numero aspectus, quot sunt Concordantiae, usque ad Diapason. Nam Sextilis respondet Tertiae molli, Quintilis Tertiae durae, Quadratus Diatessaron, Trinus Diapente, Sesquadrus Sextae molli, Biquintilis Sextae durae, Oppositus Diapason: quia si auferas à chorda totâ tantam portionem, quantam portionem de

circulo aufert quilibet aspectus; residuum chordae facit cum totâ illam Consonantiam, quae hîc cuilibet Aspectui est adscripta. Cùm igitur numerus iste Septenarius Concordantiarum, seu potius Sectionum harmonicarum, quas singulas singulae Concordantiae infra Diapason insequuntur, certus sit et demonstrativus, non minus quàm est in Geometriâ numerus Quinarius corporum Regularium, ut libro III. cap. II. patuit: esset igitur ratio demonstrandi numerum Aspectuum facilis et expedita, per susceptum hoc Axioma: nec fuisset opus operoso isto novorum Axiomatum libri IV. apparatu.

Et sanè si observationes Meteorologicae huic septenario Aspectuum fuissent astipulatae ex asse: acquievissem Ego in suprà posito axiomate, nec de ijs, quae ex rationum Harmonicarum ortu, exque metaphysicae causae consideratione poterant objici, valde fuissem sollicitus. Sed quia crebrò deprehensum est, Naturam sublunarem stimulari etiam à Semisexto, qui duodecimam partem circuli intercipit, cùm tamen ablatâ portione duodecimâ de chordâ, residuum, partium unde|cim, non con- 152
sonet cum Tota; et quia infidae deprehensae sunt extimulationes Tempestatum per Sesquadrum, qui dispungit tres Octavas circuli; cùm tamen ablatis tribus Octavis de chordâ, residuum 5 Octavarum omninò consonet cum tota 8; hinc orta mihi fuit necessitas, causas dissensus et diversitatis hujus hoc IV. libro rimandi profundiùs. Quod etsi rectè peractum, et causas clarissimas erutas existimo: summam tamen disputationis totius iteratò inculcare non nocuerit: cùm id requirat instituta hoc loco explicatio eorum, quae in Praeambulo Ephemeridis concisiùs sunt dicta.

1. In formanda concordantia, valet Residuum circuli, non valet in formando Aspectu.

Causa igitur, cur *non quot sunt in Musica sectiones Harmonicae, totidem etiam sint Aspectus, uti usque ad annum* 1608. *credideram, est haec quia Musica septenarij sui principia nonnulla ex ipsâ rectitudine chordae trahit: cùm circulus, in quo notamus Aspectus, in seipsum redeat; nec possit, ut ex chordae, sic etiam ex Zodiaci Residuo fieri circulus alius.* Verba sunt dictorum Prolegomenon fol. 35. quae sic explicanda sunt. Nam ut Cap. IV. hujus dictum, aliter oriuntur sectiones Harmonicae, aliter Aspectus, licet ex eodem circulo oriantur utrique. Nam libro III. sic comparata sunt Axiomata, ut quaelibet chorda, chordaeque pars, seu longa seu brevis, possit iterùm comparari toti circulo, non minùs quàm tota seu longissima chorda eidem circulo comparabatur: At hoc libro IV. non potuit arcus circuli, seu major semicirculo, seu minor, comparari toti. Dicam clariùs; quotcunque modis circulus dividitur demonstrativè, omnes illi modi possunt transferri in lineam rectam, hoc est chordam, ejusque partem quamcunque. At non sic divisio circuli totius demonstrativa, verbi causâ, in tria aut in quinque, potest ideò etiam in arcum ejus

quemcunque transferri: quod satis est demonstratum in propositionibus ultimis libri primi. Causa est in figurâ; recta enim manet recta, sive truncetur, sive prolongetur; at circulus truncatus non manet circulus. Datur igitur sectio proportionalis binarum quarumcunque rectarum, datur et binorum quorumcunque circulorum, sed non datur binorum quorumcunque arcuum unius circuli. Haec sic ad propositum accommodantur. Si dividatur chorda in partes octo, divisione sc. circuli demonstrativâ; una Octava consonat cum totâ, consonant et tres Octavae, propterea, quia una Octava circuli demonstrativè rescindi potest, ut
10 et tres octavae. Eadem demonstrativa determinatio est etiam inter causas, cur Octilis et Trioctilis sint efficaces. At hoc est discrimen, quòd illic nondum est constituta sectio harmonica, nisi etiam Residuum, septem octavae et quinque octavae, consonent tam cum tota, partium octo, quàm etiam cum partibus rescissis, 7. cum 1. et 5. cum 3. Atqui demonstrativa determinatio partis 1. et partium 3. non dat illarum residuis 7. et 5. ut sint et ipsae consonae: nam 5. quidem est consona, 7. verò est dissona. Itaque sectio totius 8. in 5. et 3. est harmonica, in 7. et 1. non est harmonica. Vnde igitur habet Residuum 5. suam consonantiam cum tota 8. Residuum 7. suam ab illa dissonantiam? Nimirum
20 inde, quia circulus in 5. divisus, habet subtensam duabus quintis, demonstrativam; unde est, quòd chorda in quinque divisa (ut hic pars proposita de chorda 8.) consonat cum parte quae est 2. portiones longa;
153 quare etiam cum[1] 4. et 8. quae sunt cum 2. in proportione continuè duplâ. Contrà circulus in 7. divisus, non facit chordam unius septimae portionis demonstrativam, quare Residuum illud chordae, quod habet 7. dissonat ab 1. et sic etiam à 2. 4. 8. Ecce ut sectio harmonica totius 8. in 3. 5. unam tantùm consonantiam habeat ex Octogono, alteram verò ex Pentagono. Quin et tertiam habet ex aliâ figurâ, sc. ex Decagono. Non consonaret enim Pars 3. cum Residuo 5, nisi consonaret anteà cum
30 ejus duplo 10; idque ideò, quia circulo in 10. diviso, subtensa tribus decimis est demonstrativa. Haec verò copulatio plurium figurarum, locum non habet in circulo, ejusque partibus. Nam si primò scripseris in toto circulo Octangulum regulare, posito quòd possis arcum, qui habet tres Octavas, dividere in quinque (quanquam impossibile est ut id fiat demonstrativè): certè Quinquangulum illi inscribi ad divisiones factas non poterit: fieret enim et irregularissimum, et potius sexangulum, cùm arcus habeat duos terminos ante sui divisionem. Cùm ergò ingens sit diversitas Residuorum, hinc chordae, inde circuli; patet, quòd nisi à circulo progrediamur etiam ad lineam rectam, Residui ratio haberi
40 nulla possit. Atqui Aspectus est angulus, cujus mensura non est aliqua

4) quarumque

recta, sed arcus circuli ex concursus radiorum puncto descriptus: non metitur ergo circulus Aspectum, non format eum, non efficacem reddit, ratione Residui; sed tantùm ratione arcus ab aspectu intercepti. Si non ratione Residui; non igitur ratione sectionis harmonicae chordae, ex illa divisione circuli ortae: quia sectio harmonica sine Residuo definiri non potest. Eodem ex fundamento etiam sic ratiocinabimur. Aspectus est angulus, quem metitur arcus semicirculo minor: Residuum est majus semicirculo; nullum igitur metitur angulum, nullum aspectum: quare Residuum non consideratur in constitutione aspectuum. At consideratur in constitutione sectionis harmonicae. Non igitur cohaerent inter se, sectio chordae harmonica, quae Residuo utitur, et sectio Zodiaci efficax, quae non utitur. Et sic profligatum est axioma illud, quòd proportiones harmonicae cantus, sint Aspectuum causae. Nec sequitur, Respondet Trioctilis seu Sesquadrus Sectioni harmonicae, quae gignit sextam mollem; et est efficax; ergò ejus efficacia est a sectione harmonicâ circuli, ut talis. Sed hoc verum est, *Magnam*, ut habent Prolegomena dicta *cognationem esse Harmonijs cum Aspectibus, eandem utrique generi originem, ex figuris nobilibus, circulo inscriptilibus:* id est, demonstrativam scibilitatem subtensae trium Octavarum circuli, inter elementa esse, ex quibus et harmonica sectio in Musica, et Aspectus efficax in Physica constituitur. Loquor autem ex hypothesi, quasi sola scibilitas figurae sufficeret ad efficaciam, sicut sufficit ad simplicem Partis Consonantiam cum Toto. Nam si accuratè agamus, etiam illud discrimen est; quòd in Consonantijs quidem plurimum valet Scibilitas, in Aspectibus verò Congruentia figurarum praecellit; estque Semiquadrus et Sesquadrus efficax non tantùm quia latus Octogoni et stellae scibile; sed etiam et maximè, quia Octogonus et stella ejus sunt figurae congruae.

Qualis cognatio Section. Har. cum Aspectibus.

Haec adeò causa est, cur Dodecagonus potissimùm gignat Aspectum validum, at non gignat sectionem harmonicam, id est Consonantiam triplicem, licet gignat simplicem. Nam Residuum 11, ablatâ duodecimâ, impedit sectionem harmonicam, non impedit efficacitatem partis duodecimae. Sed de hoc jam paulò pòst plura dicam.

2. Non est verus sed opinabilis tantum responsus Concordantiarum minorum et Aspectuum.

Nam ut vera, mathematica, et causalis existat comparatio Concordantiarum cum Aspectibus: planè evertendum est Axioma, quip|pe 154
quod non tantum est insufficiens, sed etiam veritati è diametro contrarium. Nullus enim aspectus propriè respondet ulli concordantiae minori, praeterquàm Oppositus Concordantiae Diapason, sed respondent singuli concordantijs majoribus, minorum socijs, ex triga sectionis uniuscujusque. Nimirùm Aspectus quidem definiuntur Segmentis circuli ijsdem quibus et majores concordantiae: minores verò concor-

15) tertiam mollem

dantiae, circuli Residuis. Verbi causâ, Trigonus aspectus non respondet concordantiae Diapente, sed Diapason Epidiapente: Quadratus non respondet Diatessaron, sed Disdiapasôn: Quintilis non Tertiae durae, sed compositae ex hac et ex Disdiapasôn: Sextilis non Tertiae molli, sed Disdiapasôn epidiapente: Biquintilis non Sextae durae, ut supra opinabamur, sed compositae ex Tertiâ durâ et ex Diapason: Sesquadrus non Sextae molli, sed compositae ex Diatessaron et ex Diapasôn: ut patet ex eadem utrinque proportione partis ad Totum.

In hac igitur correspondentia nullus occurreret finis aspectuum; cùm majores concordantiae infinitae sint: et qui hac solâ causâ nituntur, ex qua stabiliant Semiquadrum Aspectum, quia nimirum ille respondet concordantiae Trisdiapasôn; excusationem nullam habent, quin et Decilem recipiant et Tridecilem, et Vigintilem, et plurimos alios, quos tamen rejiciunt; respondent enim et hi suis concordantijs majoribus, quae toties accumulant unam Octavam ulteriùs, quoties divisio circuli duplicat numerum portionum.

3. Verus responsus majorum concordantiarum cum Aspectibus, non format numerum eorum.

Quid igitur est illud, quod metam ponit numero Aspectuum? et cur nullus Semiquadratus vel Octilis, nullus Decilis vel Tridecilis, nisi tantùm post principia, introducitur? cur Sesquadrus Musicâ cognatione nobilitatus vel omittitur vel vilis habetur, Semisextus in Musicâ peregrinus non inseritur tantùm, sed et inter primos ostentatur? Quia non Musica format Aspectus, sed Geometria utrumque genus; alijs tamen legibus illam, alijs hos. Est enim et Harmonicum in Musica, et efficax in Meteoris, quicquid est à figura nobili, quae singularia aliqua habet in Geometriâ privilegia. Sed sunt diversae veluti gentes, Meteorologia et Musica, ex eadem patria Geometria oriundae, quarum altera, hoc est, proportiones Harmonicae lib. III. patriam quidem circulum fatebantur, eique suam originem ferebant acceptam, non minùs quàm hîc Aspectus; sed tamen illae egressae velut ex circulo, coloniam propriam deduxerunt, suisque legibus degentes sese propagarunt: Aspectus intra circulum patriam suam manentes, legibus non alijs utuntur, quàm quas circuli rotunditas ipsis praescribit, desumptas ex figuris planis Regularibus Congruis et circulo inscriptis.

Hinc corrige Libro de stella nova, cap. IX. fol. 38. et 40. quippe ex hoc libro, quem ibi fol. 41. vides promissum. Hinc etiam supple in meo Tertio interveniente numerum LIX. sub finem.

4. Praecipua causa ad formandos aspectus, est Congruentia Figurarum.

Nam in Musicâ septemviratus ille sectionum constituitur ex Matrimonijs certis, accensitis etiam foeminis. Verbi causâ, subtensa tribus Octavis, seu stella Octangularis, ex civibus quidem est in Geometria et classe figurarum regularium; at praecipuae nobilitatis non est: In Musicâ verò, arcus ejus (tres Octavae circuli), locum est nactus, quia natus est ex connubio, quo plebeia foemina, cui nomen est Residuum (sc. tres Quartae circuli) juncta erat Patricio (parti sc. Quartae circuli): cujus nobilitas in Geometriâ est ex Tetragono. Nam ex hac matre

(tribus [1] quartis) per generationem musicam (per additionem unius 155
Diapason) nata est Pars, tres octavae; cui, salvo honore senatorio, licet jam ducere aliam plebeiam, cui nomen quinque octavae; cujus ortus eadem est conditio; nam mater illi quoque Residuum, scilicet quatuor quintarum; pater patricius, una quinta, cujus nobilitas Geometrica est ex Quinquangulo.

Duodecima verò circuli pars, etsi jus civitatis habet in Musica, cùm ejus subtensa sit in Geometriâ praecipuae nobilitatis, tam suâ virtute partae (ob Congruentiam) quàm à parentibus acceptae (sunt enim figurae nobiles Sexangulum et Triangulum, ex quarum laterum duplicatione 10
est Dodecagonus, praestantior illis, ob aream effabilem) at quia haec pars duodecima uxorem habet, undecim duodecimarum Residuum, quae in Musicâ, adeòque et in Geometriâ peregrinae est originis, genus ad Vndecangulum referens, figuram non demonstrabilem, eòque civitatis jus adipisci non potest: nullum igitur maritus in Musicâ jus habet septemviratus, ad constituendum numerum divisionum monochordi.

Contrà in Meteorologia mos est alius. Nam ut quisque ipse nobilis seu ortu seu meritis (Scibilitate sc. aut Congruentia) ita plurimùm valet authoritate, reliqui volitant velut umbrae: foeminarum ratio habetur nulla. 20

Hîc igitur Octilis vel Sequadrus, et Sesquadrus, posthabito suo jure in Musicâ, quia subtensas habent ignobiles, sunt de populo, cujus potestas nulla, nisi per absentiam magistratuum, urgente mole negociorum. Hoc est, si diu nulli essent Aspectus primarij; facerent fortassis aliquid etiam hi Aspectus, praesertim si terra humore plena sit, quo casu se ipsam exonerat quandoque sine omni configurationum stimulo. At quia plerumque praestò sunt primarij, Natura sublunaris ab ijs fatigata, non sentit stimulos hos minores.

Decilis verò et Tridecilis, ex illustri quidem sunt familiâ, divisionis circuli denariae, quae utitur proportione divinâ; genus tamen suum 30
factis non illustrarunt (quia in solido non omnimodè congruunt); nec capita sunt familiae: et si quid etiam possunt (congruentes aliquatenus in plano, etiamque cum alijs in solido) id omne praeripitur ipsis ab optimatibus ex alijs familijs; aut offuscatur eorum gloria, splendore majori. Nam si natura per Aspectum 30. graduum satis fuit exercita, terra satis per illum exhausta; parum relinquitur aspectui vicino 36. graduum imbecilliori, quod operetur.

Semisexto denique Gr. 30. nobilitas est praecellens ex Dodecagono, et Scibili et Congruo eximiè: nec connubium peregrinum, quod in Musica praestruxerat illi aditum ad honores, in Meteorologia ullatenus 40
obstat. Post hunc Dodecagonum quae sequuntur figurae, tam in tribus

secretis familijs, Tetragonicâ, Trigonicâ, Pentagonicâ, quàm in mixtura Quindenaria, praeterquàm quod omnes jam sunt nobilitatis inferioris, nulla etiam planè habent merita propria (Congruentiae); itaque lege civitatis inviolabili, honoribus et potestate constituendi Aspectus arcentur. [1]

156 Ex his apparet id, quod in Prolegomenis Ephemer. dixi, *in Aspectuum constitutione valere causas diversas, earumque concursum: et Naturam habere delectum eorum, qui pluribus sunt instructi praerogativis: et Semisexto quaedam jura esse communia cum Quadrato;* nimirum Effabilitatem areae in figurâ; *quaedam cum Sextili*, sc. multivariam congruentiam in plano; *quibus junctis copijs semisextus* quodammodo *potentior evadit ipso sextili*, quatenus nimirum potior est Dodecagonicae areae effabilitas, effabilitate lateris Hexagonici; quia illam sequitur perfectior in plano Congruentia. Etsi hoc libro IV. Semisextum ego sequi jussi Sextilem, sed eodem in gradu.

Trinum etiam et Quadratum, et Quintilem et Biquintilem Prolegomena Ephemeridis faciunt *aequales in primâ et validissimâ causa;* puta Congruentiae purae in solido, ad constituendas figuras solidas Regulares; *Trinum et Quadratum* dixi *addere causam secundam, non multò leviorem;* intellige Congruentiam puram figurarum in plano. Haec quidem etiam Sextili communis est; verùm eam ille non addit primae, sed separatam ab illâ possidet. Quemadmodum *Quadratus et tertiam causam addere* perhibetur, puta Effabilitatem plani: non quod eâ non etiam Semisextus participet; sed quia quae sunt in caeteris singulae, illae in Quadrato cumulantur, ut fiat omnium potentissimus.

Sic in colligendis suffragijs pro sextili, *aliquam nobilitatem ei communem cum Opposito esse* dixi, Effabilitatem innuens lateris figurae, quia est dimidium diametri circuli. Rursum eidem *aliqua nobilitas est communis cum Trino et Quadrato;* nimirum Congruentia pura in plano, de qua priùs. Nam *ejus aliqua solùm particula*, hoc est, Congruentia cum aliarum specierum figuris, *competit Semisexto, et caeteris ignobilioribus. In hac verò* Congruentiae *particulâ primum gradum obtinent Semisexti et Octilis* figurae: cui posset associari etiam Semisexti stella: quia Congruentia, quam inchoant, continuabilis est, sine mixtura formarum diversarum: *secundum* gradum habent Quintilis et Biquintilis, nisi quòd ijdem nobiliorem habent congruentiam in solido: item Trioctilis, *Decilis et Tridecilis*, quia eorum figurae continuant quidem Congruentiam; sed non sine mixtione diversarum formarum; et omnes istae congruunt quadamtenus etiam in solido, secundùm magis et minus: exceptâ *Quincuncis* stella Dodecagonicâ; quae ideò *in Tertium gradum* refertur: cui etiam *Sesquadrus*, seu Octogoni stella adjungi potest, propter obscuritatem scientiae.

Extendi quidem gradus etiam ulteriùs, ad *Vigintilem et Quindecilem*, hoc est, ad figuras Quindecim et Viginti angulorum; quibus *Quartum gradum* (in dictâ congruentiae particulâ solâ) dedi: causam continet nostra pr. III. hujus Libri. *Stellis verò earum Quintus gradus* fuit assignatus, quia Scibilitate pares sunt figuris suis primaevis, Congruentiâ longissimè posteriores, ut quae tantum eorum angulos singulos attinet. Verùm id non erat necesse, ut facerem: cùm ne quidem ad tertium gradum usque, gignantur aspectus planè indubij; possimusque speciosè metam figere pullulantibus Aspectibus, in solidi Congruentiâ, et in perfectâ lateris vel plani Effabilitate. Quare potiùs ex finibus librorum I. et II. petantur gradus nobilitatis Figurarum: ex quibus hoc libro distincti sunt gradus Aspectuum. [1]

CAPVT VII

157

EPILOGVS, DE NATVRA SVBLVNARI, FACVLTATIBVSQVE ANIMAE INFERIORIBVS, PRAESERTIM IIS, QVIBVS ASTROLOGIA NITITVR

Multa de hac contemplatione capite secundo, multa toto hoc libro IV. nonnulla etiam libro III. sunt dicta, et ante annum in Prolegomenis Ephemeridum, inque Epitomes Astronomiae Copernicanae libro I. fol. 125. rursum anno 1610. in Tertio interveniente, Numeris à 40. in 43. et à 59. in 72. et 113. etc. inque Responsione ad objecta Röslini; et anno 1606. in libro de stella nova, cap. VIII. IX. X. et XXIV. XXVIII. praesertim à fol. 171. in 175. et anno 1604. in Astronomiae parte Opticâ fol. 26. 27. et fol. 224. Nam prognostica, quibus de fundamentis Astrologiae certioribus subinde vel praefatus vel interfatus sum, consultò praetereo, ut quae non latè sparsa sunt.

Cùm autem celeberrimis nonnullis Philosophiae et Medicinae Professoribus visus sim novam philosophiam condere, eamque verissimam; omni curâ fovenda et educanda est tenella plantula, ut sunt nova omnia, ut radices agat in animis philosophantium; neque suffocetur humore nimio vanarum sophisticationum, neve vulgatarum opinionum torrentibus eluatur, aut negligentiae publicae frigoribus obrigescat: quod si mihi cavere contigerit; non ego illi à ventis calumniarum, ne frangatur; non à solidae censurae Sole, ne exuratur, quicquam metuo.

Cùm igitur cap. I. Animae quidem tetigerim essentiam, sed propter solas Harmonias, cùm secundum Caput non ex professo de Anima sit, sed de Harmonijs propter Animam: lubet nunc jam hoc capite disserere de Animâ propter seipsam, paulò generaliùs: lubet ex Epilogo Syllogum

facere omnium, quae ad praesentem materiam spectant; quaeque sparsim, quae obiter, quae latenter dicta; hic sub unum aspectum referre, totamque rei naturam, continuo orationis filo explicare.

Esse aliquam totius universi Animam, praefectam motibus astrorum, generationi elementorum, conservationi animantum et stirpium, denique sympathiae superiorum inferiorumque mutuae, TIMAEVS Locrensis ex Pythagoricis placitis apud PLATONEM defendit; PROCLVS verò, cùm aliâs, tum praesertim verbis in cap. I. hujus libri IV. transcriptis, stabilivit. Hanc diversam à Mente fecerunt; et quòd Mens simplex esset, Anima ista multiplex facultatibus; et quòd Ideae omnium sensilium in Mente inessent primò per se, purae et identicae; in Anima secundariò, propter Mentem, et ab eâ acceptae, magis ad materiam inclinantes: unde et nominum distinctione usi, Intellectuales quidem vel Mentales, PARADIGMATA, appellarunt, Animales verò, Paradigmatum illorum ICONES. Summa eo redit, ut Christianus aliquis facilimè pro Mente Platonica Deum creatorem, pro Anima, Naturam rerum intelligere possit. [1]

Fol. 115. 117.

158 Quibus illi potissimùm ventis contemplationis agitati ad haec dogmata appulerint, alijs relinquo excutiendum: ego de meipso dicam. Et primùm quidem de Anima totius universi etsi non repugno; nihil tamen hoc libro IV. dicam: Videtur enim (si est talis aliqua) in centro Mundi, quod mihi Sol est, residere, indeque in omnem ejus amplitudinem commercio radiorum lucis, qui sint loco Spirituum in corpore animali, propagari.

Vide Epilogum lib. V.

De Natura verò, quae praeest elementis, quamque usitato epitheto sublunarem appello, jam à viginti annis ego non dissimilia statuere cepi; motus verò sum ad hoc, non lectione vel admiratione Platonicorum; sed solâ et unicâ tempestatum observatione, Aspectuumque, quibus illae cientur, contemplatione.

Vidi enim, magnâ constantiâ turbari statum aeris, quoties planetae vel conjungerentur, vel aspectibus, vulgò Astrologorum celebratis, configurarentur; vidi tranquillitatem plerunque esse in aere, si nulli, vel si pauci inciderent Aspectus; vel si celeriter conficerentur transigerenturque. Hoc verò negocium ego non ita leviter considerandum esse censui, uti vulgus Prognostarum solet; qui sic describunt siderum apotelesmata, ac si illa Dij quidam essent, coeli terraeque potentes, omniaque ex arbitrio agentes: securissimi quo medio illa unumquodque perficiant apud nos in terris, cùm ipsa in coelo maneant, nec quicquam, quod sensibus pateat, ad nos, praeter radios lucidos, demittant. Haec praecipua scaturigo est foedissimarum superstitionum Astrologicarum. At non valdè Progno-

Vide supra fol. 123. 125. 130. 131. 132. 140. 143.

Oscitantia Astrologorum.

19) reliquo

stas miror, genus hominum plerumque populare, puerile et somniatorium: magis increpandi videntur Philosophiae professores celebres; qui cum recipiant hoc ab ARISTOTELE suo, vitam animantum, plantarumque foveri virtute Solis; non perpendunt, percipi ergò ab illis creaturis, virtutem Solis. Iners omninò et somnolenta philosophia, quae patitur Solem in haec inferiora agere, ut statuarius agit in materiam exanimem: cùm sculpra Soli et caela et dolabrae desint, et omnia instrumenta corporea. Quantò vigilantior philosophis hisce, poëta VIRGILIVS, quantò et sapientior? qui ne pluvijs quidem, quae sunt tamen et ipsae, pars materiae, transcribit omnia; sed Terrae sinus comparat *gremio Conjugis* et quidem *laetae*, hoc est, percipientis, quid sibi fiat, cum voluptate, motuque idoneo maritum adjuvantis: quae omnia VITAE sunt indicia, Animamque supponunt in corpore patienti. Nec enim facilè fuerit Soli, militibus idoneis destituto, invadere arcem hanc viscerum terrae; nisi concurrat anima qualiscunque, sedens intus, cum hoste colludens, eique portas aperiens. Videas laborare hujus considerationis neglectu, ceu veterno quodam, plerosque, qui vel minimum Astrologiae tribuunt: adeò quidem, ut cùm exorirer ego, qui modum demonstrabam, quo sequeretur ex Aspectu mutatio tempestatum; existeret vir celebris, qui ut me refutaret, magnâ asseveratione contendebat, pluviarum materiam (quod suprà fol. 134. in vulgo etiam ridebamus) coelestem esse: neque tamen, ne sic quidem, docebat, quo pacto fiat, ut cum semper in Terra coëant planetarum radij, pluviae tunc potius decidant, si radij binorum Pla|netarum faciant angulum 60. graduum, quàm si 59. aut 61. 159

Et Philosophorum.

Principatus influxus coeli est penes Animam sublunarem.

Pluviarum materia ex Terra.

Ego vero ante omnia Jo. PICI MIRANDVLAE Comitis libros XIV. contra Astrologiam mihi legendos censui, rationesque, quas is cuiquè capiti opponeret, excutiendas: qua re factum, ut non tantùm confirmarer in damnatione plurimarum superstitionum; sed etiam in quibusdam nova mihi lux oriretur; dum vim objectionum, ingenij contentione discutiens, rem ipsam penitiùs introspiciebam. Denique fecit liber ille refutando nonnulla, ut ijs ego fidem adhiberem; quibus anteà ut fidem derogarem, astrologi defendendo effecerant. Sic fuit cum Aspectibus. Cùm enim ex unâ parte respicerem ad constantissimam experientiam; non quidem nivibus, aut ventis, aut tonitrubus, alijsque, quae praedicere solent astrologi, sic in specie inhians; sed *generaliter animadvertens, statum aëris quocunque modo commoveri, si essent aspectus, verbi causa, si essent conjuncti Mars et Jupiter; quiescere, si non essent: ex altera verò parte MIRANDVLANVM audirem, quaerentem; quare potiùs credat, Jovem et Martem, cùm videntur simul esse, majora facere, quàm cum sunt separati? quippe conjunctione non augeri lumina, quantum

* Cave ambiguitatem. Ad Effectus Meteoros generaliter concurrunt Aspectus inter causas: at aliquam longam partem anni, ejusque qualitatem continuam et generalem

30) trospiciebam

enim possederant separati, tantum afferre in congressum: quod si diversarum qualitatum planetae coirent, videri alterum ab altero potiùs impediri: hîc inquam ego responsionem quaerens, ut Aspectus tuerer, ad quos Meteora sequi videbam: primùm illos, ut causam, deinde haec, ut effectum, diligentiùs considerare coepi. Aspectus enim forma, quae ex configuratione vel angulatione promiscuâ Aspectum facit, quantitas qualitativa erat, imò Relatio talium quantitatum erat, ens sc. rationis. Vt igitur commoveret aërem: oportebat, ut Rationem aliquam priùs moveret, quae vel aërem, vel id quo is turbatur, in potestate habet. Simul ob oculos versabatur comparatio Aspectuum cum Concordantijs † Musicis, à PTOLEMAEO tradita, à CARDANO explicata, à MIRANDVLANO verò nimis temerè explosa, quâ analogiâ plurimùm sum adjutus in causarum indagatione. Nam pleraque, quae MIRANDVLANVS aspectibus opponebat, opponi posse videbam et contemperationi duarum vocum. Nihil sanè efficit ne sonorum quidem duorum tripla proportio vel sesquialtera, causâ acuminis; et tamen grati sunt soni, si sunt in tripla vel sesquialtera; contrà abhorrent, si sunt in septupla vel sesquisextâ. Cùm igitur Rationalem oporteat esse rem, quae triplam à septuplâ dijudicat, Animam sc. auditui praefectam; oportebit et in Radiationum negocio, Rationalem esse creaturam, quae discernit inter 60. graduum, interque 59. vel 61. subtensas; sive illa discursu ad hoc utatur, ut homo intelligens Geometriam: seu à solo instinctu concreato id habeat, ut formae plantarum, quae numerum certum foliorum inde à rerum ortu sibi creditum custodiunt, semperque architectantur. Nulla hic vis est mixtionis, velut ad mensuras medicas exactae, nulla corporis instrumentorum; nec delectant soni, animantve radij, quia sic sunt contemperati, ut cùm calidae frigida miscetur, quoad resultet qualitas, corpori loturo respondens: Nam in talibus mixturis optima temperatura esse solet unica, caeterae illi omnes secundùm magis et minus appropinquant. At
160 inter configurationes, [1] interque sonorum intervalla, plures sunt metae, et in solis his metis est ratio hinc Consonantiarum, inde Aspectuum; ab ijs metis si vel parùm digrediaris, jam statim perijt ratio in solidum. Vt primùm enim Sol, verbi causâ, Saturni quadratum superavit; jam omnis Naturae extimulatio deferbuit, cessatque per triginta dies totos (quoad Saturni quidem et Solis radios) eousque dum Sol ad Trinum Saturni venerit; tunc iterum incitantur tempestates unico die, cessantque iterum, illo transmisso. Tales non sunt alterationes corporum: ut quae tempus omne ab initio ad finem occupant, nunquam intermittentes, sed cum augmento causae, cumque tempore crescentes, iterumque diminutâ illâ, remittentes. Vno verbo, sicut se habet linea ad Numerum, sic vulgò notae corporeae commotiones, se habent ad hos configurationum stimu-

Aspectus quotidiani non causantur, sed agunt in dies tantum singulos, in quos incidunt. Vide infra.

Consideratio causae Tempestatum.

Non sunt naturales.

Sed Animales.

los. Quae si quis diligenter perpendit, nullâ is difficultate secum concludere poterit, ut Numerum, sic has quoque commotiones momentaneas, ab Aspectu, Rationis Ente, profectas, non corporis esse sed Animalium facultatum: Animam itaque esse oportere, quae ab Aspectu admonita et velut excitata, cieat meteora et tempestates.

Anima in terra.

Quae verò aut cujusmodi haec esset Anima, potissimùm ab ejus sede in mundo colligere potui. Cùm enim aspectus, ad quos moventur tempestates, sint anguli duorum radiorum, non ij qui in uno vel altero se mutuò aspicientium Planetarum; non qui in Sole, quantitatis longissimè diversae; sed qui hîc in Terra formantur: neque planetae ipsi habeant notitiam angulorum, quos illorum radij hîc in terrâ formant, nisi illos Astronomos faciamus: sequitur igitur, ut Anima, quae ad praescriptum Aspectuum ciet aërem, hîc in Terris sit. Cùmque vis illa, comitans Aspectus, per totum orbem Terrarum sentiatur; anima illa aequè latè fusa erit; et cùm materia pluviarum, ventorum, nebularum, tonitruum, chasmatum, quae tempore Aspectuum eliciuntur, sit vapor humidus, vel spiritus; alius siccus et igneus, ex terrâ ebulliens et exhalans (nam cur hîc solum ARISTOTELEM audiat Philosophus; spreto RODOLPHO AGRICOLA, imò agricolis omnibus, suisque adeò proprijs sensibus? cùm quotidie videat, ingruentibus pluvijs, montium cacumina nebularum vim magnam evomere): erit igitur anima ista, non in superficie tantummodò telluris, sed intus etiam in cavernis subterraneis, in meatibus montium; denique Terrae globus tale corpus erit, quale est alicujus animalis: quodque animali est sua Anima, hoc erit Telluri haec, quam quaerimus, Natura sublunaris, quae ad praesentiam aspectuum movet tempestates.

Vide fol. 134. 143.

Fol. 133.

Fol. 131.

Materia tempestatum ex Terra surgit.

Fol. 133.

Terra animal.

Fol. 155.

Aspectus saepè irriti.

Hic valdè me confirmavit id ipsum, quod alium aliquem absterrere potuit; scilicet, quòd non semper ad amussim respondent commotiones Tempestatum Aspectibus; sed terra subinde segnis videtur et contumax: alio tempore (scilicet post graves et diuturnas configurationes) exacerbata, indulget evaporationibus, etiam sine aspectuum continuatione. Non est quippe Terra, animal tale, quale Canis, ad omnem nutum promptum; sed tale, quale Bos aut Elephas, tardum ad iram, tantòque violentius, cùm excanduit.

Quae analogia cùm succederet, effecit, ut eandem ulteriùs prose-
querer, comparans etiam corpora Animantum cum corpore Terrae: 161
videbam pleraque omnia, quae ex corpore animantis provenientia, testantur animam in illo inesse, provenire etiam ex Telluris corpore. Vt enim corpus in cutis superficie pilos, sic terra plantas arboresque profert; inque ijs ibi pediculi, hîc erucae, cicadae, variaque insecta et monstra marina nascuntur: et ut corpus lachrymas, blennam, auriumque

Animae Terrenae opera.

19) prorijs

recrementa, est ubi et gummi ex faciei pustulis, sic Tellus electrum, bitumen: utque vesica urinam: sic montes flumina fundunt; et ut corpus excrementum sulphurei odoris, crepitusque, qui etiam inflammari possunt, sic Terra Sulphur, ignes subterraneos, tonitrua, fulgura: utque in venis animantis generatur sanguis, et cum eo sudor, extra corpus ejectus; sic in venis terrae, Metalla et fossilia, vaporque pluvius.

Terrae pabulum.

Oportet igitur, ut sicut Animantia reliqua cibum potumque hauriunt, sic etiam Tellus, canalibus certis, aliquid materiae trahat: ex quâ illa tam multiplicia excoquat, quia ex nihilo nihil fit; trahit autem sorbetque aquam marinam; quae causa est cur aeternis tot fluminum infusionibus mare nunquam redundet. Hîc quàm absurdi sint, qui metalla solius Solis operationi tribuunt, citra Telluris operam, ex antedictis colligere potes.

Quae species Anima Telluris.

Respondi etiam in libro de stella nova ad vulgarem illam objectionem, quòd Terra, si animam haberet, etiam crescere debere videatur; membraque motui apta habere: Nam prout corpus est, pro eo et anima respondet, facultatesque ejus; cùm haec anima sit ob Terrae corpus; non verò hoc corpus, sic sit ob Animam, sicut corpus hominis est ob Mentem, principem Animae facultatem: si igitur incrementis Terra opus habuisset, si pastu alio, quàm dixi, velut ex venatu; fuissent et ista munia huic Animae commissa, et idonea instrumenta data: quae SOCRATIS morituri philosophia fuit in Phaedone, omnia Menti gubernatrici, omnia deliberationi de eo quod optimum, tribuens. Itaque si quis argumentetur: quatuor solas esse facultates Animae; quarum nulla huic Animae Terrenae competat, non esse ergò aliquam in Terra animam; hunc ego jubebo hanc quintam ad numerum addere, eodem exemplo, ijsdemque argumentandi legibus, quibus illae numero quatuor, in homine scilicet, inventae sunt.

Vt autem Terrae tantò confidentiùs Animam tribuerem, moverunt me etiam alia, quae passim per libros meos caeteros inculcata, in Epitome Astronomiae Copernicanae fol. 125. fasciculo collegi: praecipuè hoc, quòd formatrix facultas est in visceribus Terrae, quae faeminae praegnantis more, occursantes foris res humanas, veluti eas videret, in fissilibus lapidibus exprimit, ut Militum, Monachorum, Pontificum, Regum, et quicquid in ore hominum est, novos insolentesque habitus. Hoc quidem rariùs; illud perpetuò, quòd in gemmis et fossilibus exprimit quinque corpora regularia Geometrica: Nam de opifice testatur opus. Quibus addat, qui COPERNICVM sequitur, volutionem globi Telluris diurnam, perpetuam et aequabilissimam: quam inter hujus Animae munia rectissimè accensebit. [1]

Animae Telluris imaginatio.

Geometria in gemmis.

Motus corporis sui.

162 Quid quòd et sensus quidam vel tactus vel auditus Telluris globo inesse videtur, argumento hoc, quòd constanti plurimarum provincia-

In Terrâ sensus Tactûs.

rum traditione confirmatur, si quis in altissimorum montium cacumina enisus, lapillum in hiatus quos habent illi profundissimos conjiciat, unde solet excitari sonitus; aut si in lacum montanum (qui procul dubio et ipsi fundo carent); è vestigio tempestates excitari. Sic enim et animalia, si quis in teneros aurium nariumve meatus titillans, aliquid inserat; horrore correpta, caput quassant, aut in cursus se praecipitant.

Terrae morbi.

Sunt et sui certis Telluris tractibus languores, et internae viscerum vicissitudines: interdum enim humore nimio abundant; interdum cruditate aut concoctionis imperfectione laborant, quando loco pluviarum tempestivarum, meri venti proveniunt; interdum veluti causo correpta, nihil humoris, sed pro eo sulphureos halitus, aut madores pestilentes exsudant. Itaque non injuriâ in libro de Nova stella, fol. 173. omnes concoctionis facultates, Attractricem, Retentricem, Expultricem, in illâ quaerendas admonui, quippe harum affectiones sunt, Morbi illi.

Terrae respiratio.

Quid verò similius est respirationis Animalium terrestrium, et imprimis, reciprocationis illius Piscium, dum sorbent aquas ore, exprimuntque vicissim per branchias; quàm ille mirabilis fluxus et refluxus Oceani semidiurnus: qui etsi ad Lunae motus se accommodat, sic ut probabile mihi sit visum, in Praefatione commentariorum Martis, undas à Luna trahi, ut ferrum à Magnete, virtute corporeâ unitionis corporum; quod et nuper in prolegomenis Ephemeridum, quo loco DAVIDIS FABRICII opinionem examino, repetij: tamen si quis disputet, Tellurem ad Solis et Lunae motum accommodare suam veluti respirationem, sicut Animalia Somni vigiliarumque vicissitudines cum diei noctisque, habent easdem: hunc ego non iniquis auribus audiendum in philosophiâ censuerim; praesertim si accederet aliquod indicium flexibilium, in profundo, Terrae partium, quae vicem sustineant pulmonum aut branchiarum. Nam si talis aliqua natura sit illarum, qualis est aëris nostri, condensabilis et extensilis; jam non opus erit ad hanc respirationem, motu superficiei Terrae, analogo scilicet motui musculorum diaphragmatis, in corpore humano respirante.

Vnde fluxus et refluxus Oceani?

Quae verò possit aptior esse ratio receptionis aquarum marinarum, introrsum in culinam veluti Metallorum, nisi haec ipsa, per Euripos istos semidiurnos perpetuos? Quid aliud suspicari facit casus ille mirabilis; quando paucis annis antè quàm frequentia mercatorum Antverpiam desereret, Fluxus et Refluxus Oceanum, die quodam deseruit (exterruitque civitatem non mediocriter); Luna cursum suum non deseruit? Nimirum Terra ipsa compos hujus reciprocationis, licet illa motu naturali participet, continuit unam illius diei respirationem; sicut Animantes

3) exitari

interdum continent Animam, quamvis motus Diaphragmatis ipse etiam naturali mixtus sit.

Quanquàm rectiùs fortè respirationem aliquam, Terrae necessariam, ex Animae praesentiâ, quàm Animam ex respiratione, probaverimus. [1]

163 Nam ut jam velut re certâ, quòd sit in Tellure anima, ad contemplationem ejus essentiae veniamus: equidem illa non tantùm aliqua lux est, qualis est ignium, et cincindularum, à se ipsâ pendens, non ab illuminatione ex Sole; argumento hoc, quòd lucidos planetarum radios quodammodò persentiscat; sed planè flamma quaedam esse videtur (respiratione scilicet, seu sorbitione fovenda), argumento caloris subterranei perpetui et sensibilis; cujusmodi sine animâ, nullus actu in materiâ nudâ perennat; at ne potentiâ quidem inest in rebus ab Animalium stirpiumque substantiâ exeuntibus, nisi ab Anima Formisque, quae igneum quid sunt, progenitus. Vide Optica mea, fol. 25. 26. 27.

Anima Telluris est ut flamma.

Vnde calor subterraneus.

Hanc Animae Telluris veluti materiam assignabimus; in quam jam sit impressa loco formae, imago vultus divini, cum Ideis tam Circuli, rationumque ejus omnium, quàm corporis sui sensilis, cui regendo praefecta est, Mundique adeò totius, in quo corpus ejus futurum erat. Habet enim Deus non exemplaria tantum geometrica secum, sed etiam conceptus creandarum omnium rerum sensilium; quae omnia simul transeunt in Animas, Dei exemplaria, pro cujusque vel captu vel usu. Relucet igitur in Anima Telluris, imago quaedam circuli Zodiaci sensibilis, totiusque adeò firmamenti, vinculum sympathiae rerum coelestium et Terrestrium; relucent multò maximè in illa Archetypi omnium ipsius muniorum, omniumque motuum, quibus corpus suum quocunque sensu moveat: quam alij δύναμιν, ego ἐνέργειαν lubentiùs nominaverim. Est enim animarum essentia haec, est veluti φύσις quaedam hujus flammae ista, quòd semper ita sunt comparatae secum Animae ipsae intus, ac si agerent id, cui peragendo factae sunt, sive actu potiantur instrumentis corporis, sive impediantur. Deus quippe est substantialis Energia, et ipsâ hac energiâ subsistit (ut de divinis humano more balbutiam): et imaginis igitur divinae essentia ἐν τῷ ἐνεργεῖν consistit, ut flammae ἐν τῷ φύειν: ut nisi Deus aeternùm illam sustentaret, irradiando ejus veluti materiam, subitò desitura extinguendaque fuerit. Quanquàm ad individuationis suae principium non tantùm corpus, cui regendo praeficitur, sed etiam haec ipsa materialis (quam prius descripsi) particula sui requiratur, distinguens illam à caeteris Animabus.

Fol. 115. 119. 121. Anima Terrae est quidam Zodiacus.

F. 129. 141. Causa sympathiae coeli et Terrae.

F. 122. 123. Anima est energia.

F. 123.

Principium individuationis Animae.

Quatenus igitur haec Anima, Circuli Zodiaci, seu potiùs ejus centri, gestat ideam; persentiscit etiam, qui planeta quovis tempore sub quo Zodiaci gradu versetur, angulosque radiationum, coëuntium in Terrâ metitur; quatenus verò ex Divinae essentiae irradiatione, rationes cir-

Fol. 139. Fol. 134. 135. 142. Aspectus cognoscit Anima Terrae proprietate essentiae. Fol. 120.124. Fol. 123.

culi Geometricas, et (per circuli comparationem cum certis suis partibus) Harmonias Archetypales suscepit, non purè quidem geometricas, sed radiationum lucidarum veluti saccaro quodam inductas, imò penitus imbutas: mensuras etiam angulorum jam agnitas, has Congruas seu Harmonicas, illas incongruas judicat: quatenus denique eadem anima complexa est ideas suorum operum (quorum unius|cujusque causâ illa 164
est veluti circulus quidam operativus); in illa etiam sua opera semper fertur; insigniùs tamen tunc, si tres hi circuli concurrerint et conspiraverint in unum, hoc est, si anima per Aspectus sui ipsius admonita, operi suo cum aliquo excessu institerit. Nunquam quidem illa cessat à coquendo, nec unquam haec coctura est sine fumo et vapore: quin ex fumo fossilia fiunt (ut ex fumis fornacum metallicarum consistit Arsenicum), ex vapore verò tepido, intus in lapidosis Terrae crustis refrigerato, inque guttas coacto, flumina ad suas destillant origines; ex eodem forâs supra Terrae superficiem expirante, aër spirabilis, qui per noctem in rores coiens deciderat, quotidiè renovatur. Hoc verò Animae Terrae opus, etsi perpetuum est: opus tamen fuit excessibus aliquibus in evaporando; non continuis toto aliquo tempore: sed ad certos dies redactis; ut ex copia vaporum forâs emissâ pluviae tempestivae, Solibus tamen intercurrentibus, suppeditarentur, superficiei Terrae refocillandae humectandaeque causâ; unde fruges et pabula Animantibus succrescere possent.

Fol. 141. 143.

Animae Terrae munia perpetua.

Fol. 130. 131. 132.

Cur excedentia per Aspectus.

Objicere quis mihi posset Africae et Peruanae penitissima, lineae aequinoctiali subjecta, quibus locis continuae pluviae per totam aestatem decidunt; ubi igitur hic distinctio Aspectuum à configurationibus inefficacibus? ubi vicissitudines Solium et imbrium? et an non cursus Solis, planetae solitarij, sine respectu configurationis cum alijs, solus facit omnia? eaque non ut Ens rationis, sed ut causa naturalis, quatenus sc. intendit ijs partibus calorem et aestum, ut ad partes sic tostas, ex terrae visceribus, expiret attenuatus humor? Respondeo, actionem hanc naturalem Soli non esse negandam; at ea non est solius Zonae torridae propria, sed etiam penes nos spectari potest. Nam Sole in nostro Hemisphaerio per aestatem obversante, plerunque copiosiores imbres decidunt, quàm per hyemem, absente Sole, solet esse ulla nix. Quod autem nobis augentur flumina liquescentibus nivibus, quae imbribus decidentibus, non adeò videntur augeri, certè non adeò diuturnis incrementis, id partim inde fit, quia nivium minutatim decidentium singulae tunicae cumulantur, et in promptuario per multos menses vi frigoris asservantur; cùm imbres aestivos, etiam largissimos, terra Solibus arens, potissimâ parte hauriat statim: partim verò inde fit, quia nix in Alpibus, nisi aestivis imbribus copiosissimis decidentibus, dissolvi non potest: ut

Solem etiam citra Aspectus ciere vapores.

Vt augeantur flumina.

sic continua illa fluminum incrementa non sint solarum nivium, sed etiam junctorum imbrium. Quare si omnia expendas, major humoris copia plerumque per aestatem exsudat etiam penes nos, quàm per hyemem. Hoc igitur impetrat objectio, ut sit concursus causarum coelestium, quarum sit alia naturalis, calor Solis; alia rationalis, Aspectus; sit etiam concursus causarum sublunarium, ut non tantum una Zona plus habeat humoris quàm alia, sed etiam in eodem climate una regio plus quàm alia, suis de causis. Interim etiam in Torrida plus pluere potest sub tempus Aspectuum, quàm diebus ab aspectibus vacuis.

Hanc verò quam secundo loco dixi, characterisationem Animae terrenae, factam à Zodiaco sensili totâque adeò sphaerâ, fixarum, illud[1] etiam confirmat: quod magno temporum omnium consensu constat, si novi quid in coelo existat, seu secundùm ordinarium coeli cursum, ut sunt rariores congressus plurium siderum, ut Eclipses Luminarium insigniores, sive praeter naturam communem, ut Cometae aut stellae fixae novae: simul etiam Naturam sublunarem turbari non usitatis affectibus; ut sunt ingens et continua vis pluviarum, praeter modulum aspectuum, aut contraria siccitas et squalores, Terraeque motus comites; denique madores aëris insueti, qui catarrhos pestilentes aliasque lues epidemicas ijs potissimùm locis inferunt, unde expirant majori vi, aut quorsum crebrioribus ventis deferuntur.

Vnde Cometis et Eclipsibus sui effectus.

Adeòque etiam aliquid simile Memoriae Animalium huic Animae inesse, monui in libro de stellâ nova, Cap. X. fol. 44. Nam haec est Natura rerum omnium, quae luci sunt cognatae, ut excitae à luce Solis, aut saltem diei, affectionem aliquam concipiant, ad certum tempus durabilem. Sic in oculis Spiritus visorij, lucis soboles, imbuti ab improvido conspectu Solis, quocunque aversis oculis, gerunt circumferuntque hanc imaginem, etiam inviti. Sic inter Chymistarum arcana est mirabile hoc et imprimis commemorabile experimentum, quod gemmas, ut nuper admodum rescivi à quodam αὐτόπτῃ, apparant, quae cùm lateant in tenebris, ut alia lumine cassa; si quis tamen illas luci solius diei exponat, incenduntur eâ ut candelae, splendoremque secum in tenebras etiam deferunt, lucentes ut oculi felium; qui brevi tempore iterum extinguitur. Tale quid accidit huic animae, quam luci et igni cognatam dixi, ut illâ in plaga (punctum enim est illa, plagis distinctum, seu circulus Zodiacus potentialis) in qua congressi fuerunt superiores planetae, aut Eclipsis apparuit, concipiat characterem conjunctionis, durabilem in aliquod tempus; itaque quoties planetarum aliquis, praecipuè Sol vel Luna, locum transit, ipsa vim suam talem exserat, qualem ad ipsam conjunctionis extimulationem exsereret. Totum hoc negocium, inquam, simile est memoriae animalium. Nam hominis semel visi speciem animo circum-

Fol. 110. 111.

Lapis à die incensilis.

Vnde locis congressuum efficacia sua.

Memoria Animae Terrae.

gesto, nec tamen eum praesentem semper habeo cogitationibus: at ubi rursum apparuerit ille aut similis aliquis, hic jam de novo elicitur et in actu cogitandi constituitur, species illa pristina, per reminiscentiam. Etsi nobilior in hoc est hominis memoria, quòd rei memoratae non tantum ab occursu forinseco admoneor, sed etiam meipsum quoties volo admoneo: quia nimirum discurrendi facultas adest homini, quae deest huic Animae. Verùm haec in contemplatione Animae humanae erunt evidentiora.

Nunc una difficultas, suprà etiam tacta, sed leviter, est dissolvenda, de modo et medijs receptionis. Nam quòd nos homines sensilium species introrsum in Animam recipimus, res videtur expedita et plana; sunt enim in propatulo foramina pupillarum, per quas ingrediuntur; est oculus, speciei formator; est crystallinus humor, Penicilli radiosi temperator; est Retiformis optici nervi tunica, picturae rerum exteriorum exceptrix. Nihil tale apparet in corpore telluris, nullus hic oculus, quo Anima terrae videat radiationes Planetarum eorumque angulos: quomodo igitur lucem sentiet sine visione, quomodo perci|piet aut excipiet angulos sine instrumento? Difficultas est aliqua, fateor: at si penitiùs rem intuearis, communis illa est et hîc et illîc. Adi meae Optices Astr. partis pag. 169; videbis antiquam querelam, etiam de visu humano. Nam etsi loco illo modum videndi à me tandem post tot frustraneos aliorum conatus solidissimè demonstratum fatentur diligentiores Optici et Medici Anatomici (quanquam Fr. Aqvilonivs, cujus magnum opus Opticorum ante 4. annos prodijt, librum meum non vidit, eoque in antiquo errore circa modum visionis, novam, sanè quàm pulchram irritò struxit pergulam): tamen ille videndi modus non ultra retiformem tunicam sese porrigit, quâ perspicui sunt humores oculi: superest adhuc quaestio, nec dum à Physicis, ad quos provocavi, discussa, quomodò pictura rei videndae, à me formata in retiformi tunicâ, inde porrò per opaca corporis introrsum recipiatur ad Animae penetralia? anne forâs anima progrediatur in ejus occursum? et quae his adhaerent. Atque ego, ut ingenuè fatear, plus in visione haereo, quam in hac perceptione anguli radiorum: de qua videor mihi balbutire aliquid non ineptè posse, cùm in illâ omninò sim mutus.

Quomodo anima Terrae percipiat aspectum.

166

Verus videndi modus.

Fr. Aqvilonivs.

Possem quidem salvâ rerum summâ subterfugere speculationis laborem, et quaerenti, quibus oculis anima Terrae videat radios siderum? respondere: Ijsdem, quibus vidit militem cum laciniosis caligis, cujus imaginem plantavit in lapide fissili. Verùm inertia mors est philosophiae: vivamus nos et exerceamur.

13) crystalinus 17) sensiet sine vilione

Primùm anima puncti rationem sortita est actu (saltem ratione alligationis ad corpus suum), circuli figuram potestate; quae cùm sit Energia, didit sese ab illâ sede puncti, in circulum; sive enim sentire debeat res externas, illae sphaericum in modum sese circumstant; sive corpus regere, corpus quoque circumjectum habet, ipsa latet intus, radicata in puncto ejus certo, unde exit per speciem sui in corpus reliquum. At qui exeat, nisi per lineas rectas? hoc enim verè est exire; quî alium exeundi morem habeat, ipsa et lux existens et flamma, quàm à fontibus suis exeunt alia lumina, lineis sc. rectis? Egreditur igitur versus exteriora corporis, ijsdem legibus, quibus circumstantia firmamenti lumina versus illam in puncto residentem ingrediuntur. Cùm autem tota dimidij globi terreni superficies, omniaque adeò puncta superficiei aëris, quo amictus est ille, ab uno et eodem Planeta irradientur radijs infinitis; ex ijs omnibus unus solus tendit versus punctum illud, quod est sedes animae. Et vicissim, cùm Anima in omnia superficiei corporis sui puncta, lineis infinitis exeat, (instar radiorum Solis, quia et ipsa lux quaedam est, et spiritus vulgò celebrati videntur nihil aliud esse, quàm hi radij rectilinei, et hae animae species): una tamen sola linea ex omnibus est, quae ex centro in illud superficiei punctum tendat, quod feritur à Planetae illo unico radio, qui versus sedem Animae tendit. Ponamus igitur, in hoc consistere perceptionem unius planetae radiorum, quando hujus incursus et illius occursus in unam lineam rectam geometricam congruunt: exemplo visionis similimo, quae in solo et unico perpendiculari, medio totius oculi radio, est perfecta et accurata. Ponamus et hoc, quod in Dioptricis prop. LXI, ut singulare arcanum sensionum omnium, 167 inculcavi, nullam fieri sensionem rei | externae, nisi quatenus eâ re sensorium instrumentum afficiatur. Anima enim per illos excursus specierum sui, fidam habet notitiam omnium membrorum corporis sui, eorumque, quae in illorum unoquoque nova fiunt quovis tempore. Quibus positis, sequitur, ut si fiat à Planeta talis impressio in aliquod punctum aëris, quae non tendat versus sedem animae, sed praeter illam, ad latus; anima illius quidem puncti sic affecti speciem, per suae speciei recursum excipiat; sed ut rem nihili, vilipendat: sin autem in aliquod superficiei aëris punctum fiat impressio talis, quae tendat versus Animae sedem; etiam hoc punctum sic affectum, Animae nuncietur, et haec sensio, ut ad Animam pertinens, aestimetur, à caeteris distinguatur; eòque in illo solo puncto Anima stellam sibi imaginetur, in caeteris jam dictis minimè. Actuatur n. et veluti illuminatur radius Animae, à radio stellae, in eandem rectam congruente; sicuti actuatur color rerum visibilium à lucis adventu; et sicut actuatur visio, cùm nos colligimus, et perpendimus nos

Fol. 135. 139. 140. 143.

Quomodo corpus suum moderetur Anima Terrae.

Quid sit sentire, et quomodo fiat.

25) prop. XLV

videre. Hoc cùm sic habeat non in uno tantùm, sed et in duobus planetis; duo etiam signa inveniet anima, in duabus partibus sui corporis. Sive jam rotundum sit ejus corpus, sive inaequale et asperum; Anima illud in sphaerae modum sibi in uno puncto sedenti circumjectum habet, radijsque, seu speciebus sui immateriatis, aut, ut alij, actibus secundis, de se circùm emissis, expirat veluti perfectum sphaericum, quousque corpus ejus patet; eòque illud ad ideam circuli, et quidem Zodiaci circuli, circa suam sedem, ut centrum, descripti, examinat, et partes ejus interstinctas dimetitur. Ita neque Terram opus est concedere pellucidam usque ad centrum; neque animam exire usque ad sidera, nihilo tamen minùs modus patet, quo configurationum anguli sentiantur ab Anima.

Hac quidem suppositione dissolvuntur omnia argumenta, quae PICVS MIRANDVLANVS ad evertendam doctrinam de Conjunctionibus magnis, deque aspectibus, attulit. Nam quia Anima omnia mundi corpora circa suae sedis punctum disponit (imaginando) in formam sphaerici, omnes planetas in forma circuli, idque lege rectarum, ex uno puncto eductarum; nihil igitur interest, magna stella sit an parva, multum an parum itineris in coelo conficiat, alta an vicina Terris sit. Haec enim omnia sic movent Animam, uti percipiuntur; percipiuntur autem ijsdem legibus, quibus et à nobis videntur, sc. omnes ut aequealti, et ut motu secundo carentes, motu verò primo diurno aequè celeres, nec magno quantitatis aspectabilis discrimine. Caetera quae ad PICI argumenta responderi possunt, require loco saepe allegato libri mei de stella nova. Satis in praesens de Anima Terrae, quam Naturam sublunarem dicunt.

Valent in Animam Terrae, ejusque opera deceptiones Opticae.

De Anima hominis.

Quicquid hactenus de Anima Telluris est dictum, id similiter etiam ad facultates Animae humanae applicari potest: pleraque tamen in his sunt evidentiora, tantòque magis multiplicia, quantò quàm illa, pluribus munijs istae praefectae sunt.

De principe quidem animae facultate, quae Mens dicitur, praeter illa, quae suprà Cap. I. ex PROCLO attuli, nihil admonet negocium Radiationum, quod dicam amplius. Est illa punctum, ut Mens; est circulus, ut Ratiocinatio; est imago, vultus divini; est Harmonia, quoad energiam unam; sunt in eâ Ideae et species mathematicae, per circulum; dat illa [1] hisce, dat et Harmonijs, ESSE suum intellectuale. Haec omnia requirat lector ex superioribus: hîc pluribus non est opus. Vnum hoc moneo de PROCLI argumentatione: Non videri illam niti bonis exemplis: dum inculcat, ideò lineas superficies et puncta in animâ statuenda: quia in sensilibus nullae purae et separatae superficies, lineae vel puncta sint. Atqui nec in Animâ est linea pura, seipsâ subsistens; sed inexistit in superficie mentali, cujus est extremitas, non minùs quàm in sensilibus

De Mente.

Fol. 140. 143. 159. 120. 121. 135. 124. 115. 117.

Aliter in mente Genera Mathematica.

quantitatibus corporeis, inest superficies mera in extremitate corporis, linea mera in extremitate superficiei, punctum merum in extremo lineae: imperfectarum enim quantitatum ESSE, est INESSE in perfectis.

Scilicet GENERA quidem Mathematica, non sunt aliter in Animâ quàm universalia caetera, conceptusque varij, abstracti à sensilibus: at SPECIERVM Mathematicarum illa, quae Circulus dicitur, longè aliâ ratione inest Animae, non tantùm ut Idea rerum externarum, sed etiam ut forma quaedam ipsius Animae; denique ut promptuarium unicum omnis Geometricae et Arithmeticae scientiae: quorum illud in doctrina Sinuum, hoc in mirabili Logarithmorum negocio est evidentissimum; ut in quibus ex circulo ortis, abacus quidam inest omnium multiplicationum et divisionum, quae unquàm fieri possunt, veluti jam confectarum. Sed satis de Principe Animae facultate; veniamus nunc ad inferiores.

Aliter Species et Circulus.

Sinus. Logarithmi Ill. L. B. NEPERI.

Facultas itaque vitalis in Homine, non Harmonias tantum radijs lucidis involutas secum habet, sed etiam Harmonias, sonorum speciebus incrustatas. Et sonos quidem auribus haurit, ut objectum proprium; Radios verò siderum, non ut oculis eos, sed ut illo ipso perceptionis paulò superiùs explicatae obscuriori modo admittit, ad Harmoniae connatas Ideas examinat. Nam ea quae videntur oculis, serviunt discursui: Harmoniarum agnitio sine discursu est. Sic innatam esse pullo gallinaceo ideam milvi, sciscit I. C. SCALIGER; non eam quidem simplicem, sed cum notâ fugiendae perniciei.

De Vitali facultate.

SCALIGER de Ideis.

Hinc igitur habent hoc Animae humanae, quòd sub tempus aspectuum coelestium praecipuos capiunt impetus, ad negocia, quae sub manibus habent, peragenda. Quod enim est bovi stimulus, equo calcar aut celetismus, militi tympanum et classicum, auditoribus oratio incentiva, turbae rusticorum modulatio per fistulam, utriculos et panduram; hoc est universis, praecipuè verò in unum congregatis, configuratio coelestis idoneorum Planetarum; ut et singuli in suis meditationibus operisque incitentur; et universi ad conspirandum, sociandasque dexteras promptiores fiant. Itaque in militiâ videas plerumque praelia, pugnas, invasiones, assultus, expugnationes, tumultus, Panicos terrores, sub tempora Aspectuum Martis et Mercurij, Jovis et Martis, Solis et Martis, Saturni et Martis etc. existere: In Epidemicis morbis plures tempore validorum Aspectuum decumbere, graviùs torqueri; aut etiam mori, Naturâ sc. deficiente in luctâ cum morbo, ad quam luctam (non verò ad mortem) incitatur ab Aspectu. Quae omnia non coelum ipsum facit sine medio, sed Animae facultas vitalis, cum coelestibus Harmonijs opera sua consocians, principatum tenet in hoc, vulgò sic dicto,

Quid possint astra in vitalem facultatem.

Quomodo tumultus bellici à coelo.

Quomodo lues.

22) milvij

influxu coeli. Scilicet haec vox Influxus fascinavit philosophos nonnullos, ut[1] cum ineptiente vulgo ipsi insanire, quàm mecum sapere 169
mallent. Quorum sanè quàm infirma est cathena, Astra agere in aërem, hunc in temperamentum corporis, hoc jam in Animam. Esto hoc in quibusdam, at quid hoc ad Aspectum, ens rationis? quomodo hunc capiet elementum aëris, quomodo corpus? nisi suâ uterque animâ, quae aspectum primò per se percipiat, modo à me dicto.

Vitalis facultas est flamma.

Flammam aliquam esse, vitalem hanc facultatem, incensam in corde (eoque mori absumpto pabulo, cum Mens perennet), probavi in Opt. Astronomiae parte, fol. 26. luculentâ comparatione cordis, ejusque re- 10
ciprocorum motuum, Systoles et Diastoles, cum clausâ lampade, in quâ flamma sit fovenda oleo, ventilatione, effumatione.

Quomodo genesis quemque sua gubernet, quo fundamento.

Hac igitur essentiae ejus proprietate nititur imprimis admirabile illud negocium genethliacum. Cùm enim vitalis facultas, incensa in corde, flagransque quamdiu vita superest, sit quidam circulus Zodiacus; cùm consistat ejus essentia in energiâ, et veluti fluxu flammeo: hinc fit, ut totius Zodiaci sensilis figura influat in illam, recens à partu incensam, inque illam inolescat penitus, (coelo licet post partus momentum in alia omnia eunte et transfigurato): in hac ideâ animali circuli Zodiaci, loca omnia signet, quae Planetae sub fixis, quae ortus, occasus, aut 20
medium coeli obtinuerunt.

Prae reliquis verò rebus Astronomicis, multò maxima necessitudo intercedit Harmonijs radiosis, cum ortu primo et formatione hujus

Fol. 120. 124.

vitalis in homine facultatis. Diximus enim, quamlibet Animae facultatem esse circulum, ratione essentiae, ut essentia; ut verò agit aliquid in seipsam ex instinctu, ut scilicet comparat circulum suum cum partibus ejus, esse Harmonias archetypicas. Jam verò facultas vitalis tunc incipit agere, tunc in actum perducitur, cùm per partum inflammatur

Cur sit potius thema nativitatis, themate conceptionis.

intus in cordis lampade, sic ut ipsi porrò sit opus respiratione, quippe ad fovendam flammam vitae. Quando igitur incipit esse id, quod est 30
tunc, cum Harmonias architectatur: tunc maximè in illam influit Harmonia radiosa Planetarum sensilis.

Quod possint Aspectus in Genesi.

Haec adeò causa est, cur qui nascuntur sub tempus multorum Aspectuum inter planetas, ij plerumque et laboriosi evadant et industrij, sive ad opes cumulandas inde à pueris assuefiant, sive rerum publicarum moderatores vel nati vel delecti fuerint, seu denique in studia incubuerint? Quo in genere vitae si cui videor ego exemplo esse posse; ei genesis meae notitiam non invidi, libro de stella nova, fol. 43. quam 1
etiam hac vice explicare commodum fuerit. Jactantiae crimen non moror, criminentur, licet ij, qui totum hoc scriptionis genus stultitae 40
damnant, seu oratione seu vitae instituto, idiotae, semidocti, titulorum,

et phalerarum, ad populum dementandum, institores, Theologi etiam, ut PICVS appellat, plebeji: apud veros sapientiae amatores cujuscunque ordinis, crimen hoc facilè diluo, utilitate lectoris mei; quia nullius neque genesin, neque internam animi dispositionem aequè certò exploratam habeo. Jupiter igitur nonagesimo proximus, quatuor gradibus superaverat trinum Saturni, Sol et Venus juncti defluebant ab isto, applicabant ad illum, utrobique Sextilibus, defluebant et à quadrato Martis, ad quem Mercurius proximè applicabat; Luna ad ejusdem trinum ibat, oculo Tauri proxima, etiam in latitudine: oriebatur autem 25. Geminorum, culminabat 22. Aquarij. Triplicem configurationem ejus diei partilem, Sextilem Saturni et Solis, Sextilem Jovis et Veneris, Quadratum Mercurij et Martis prodebat aurae mutatio; nam post gelu dierum aliquot, eo ipso die tepor ortus, glaciem solvit, pluvias dedit.

Exceptio contra Astrologiam.

Neque tamen hoc uno exemplo omnes Astrologorum aphorismos defensos et confirmatos volo; neque coelo transcribo rerum humanarum gubernacula, immane quantum adhuc abest philosophica haec observatio ab illa stultitia, seu malis insaniam dicere. Nam ut hujus exempli vestigia premam; novi foeminam ijsdem penè natam aspectibus, inquietissimo sanè ingenio, sed quo non tantum nihil proficit in literis (non mirum hoc est in foemina); sed etiam totum turbat municipium suum, sibique author est miseriae deplorandae. Primùm itaque accessit aspectibus Planetarum, imaginatio diuturna matris praegnantis, cui socrus, avia mea medicinae popularis, à patre etiam exercitae, studiosa, erat admirationi: accessit secundò quòd vir natus sum non foemina; quod sexus discrimen frustrà quaerunt Astrologi in coelo: Tertiò corporis temperaturam à matre traho, studijs magis aptam, quàm alijs vitae generibus: Quartò res erat parentibus non ampla, gleba sc. aberat, cui adnascerer, adhaeresceremque: Quintò aderant Scholae, aderant exempla liberalitatis Magistratuum in pueros studijs aptos.

Quae efficiuntur à circumstantijs rerum sublunarium, non sunt adscribenda sideribus.

Animi qualitates cum planetarum qualitatibus consentiunt plurimùm.

Hic intersere, rursum ex Genesi, Planetarum discrimina in qualitatibus. Nam si Anima lux quaedam est; discernet etiam Martis ruborem à Jovis candore, Saturnique livore: itaque fatendum est, magnum auxilium ex Marte, non tantùm, ut priùs, ad industriam; sed etiam ad acrimoniam ingenij, quae consistit in vi ignea; videasque praecipuos Philosophiae naturalis, et Medicinae peritos, sub aspectus idoneos Martis cum Sole Mercurioque nasci: quia nimirùm majus requiritur acumen, major solertia ad eruenda Naturae arcana, quàm ad reliqua vitae negocia, studiaque ijs deservientia. Largiar etiam amplius aliquid; ex Jove esse in coeli Medium elevato, quòd magis delector Geometriâ in Physicis rebus expressâ, quàm abstractâ illâ, et Saturni siccitatem prae se

23) excercitae

ferente; magis inquam Physicâ, quàm Geometriâ: et quòd Luna gibba in clarâ frontis Taurinae constellatione, impleat Animae Phantasticam facultatem imaginibus: quarum tamen multas Naturae rerum consentaneas reipsâ expertus sum, velut ex PROCLI *Paradigmatibus delapsas. At si jam de eventu studiorum meorum loquar, quid quaeso porrò invenio in coelo, quod ad illum vel leviter alludat? Philosophiae partes non contemnendas à me, vel de novo erutas, vel emendatas, vel planè perfectas esse, fatentur periti: at mea hic sidera fuere, non Mercurius orientalis in angulo septimae, in quadrato Martis: sed COPERNICVS, sed TYCHO BRAHEVS, sine cujus Observationum libris omnia, quae nunc à me sunt in clarissimâ luce collocata, sepulta jacerent in tenebris: non Saturnus dominus Mercurij, sed Caesares Augusti, RVDOLPHVS et MATTHIAS, Domini mei: non Planetarum hospitium, Capricornus Saturni, sed Austria superior Caesaris domus, ejus|demque Procerum petenti 171
mihi prompta liberalitas, exempli non usitati. Hic ille Angulus est, non Thematis occiduus, sed Terrarum, in quem Imperatoris Domini mei concessu, ex aulâ nimiùm inquietâ me recepi, et in quo per hosce annos, jam ad occasum vitae vergentes, Harmonica ista, et quae alia sub manibus habeo, enitor. Frustra ex Themate Genethliaco causas quaeret Astrologus inventarum à me anno 1596. proportionum inter orbes coelestes; anno 1604. Modi videndi; anno hoc 1618. causarum, ob quas cuilibet Planetae contigit tanta Eccentricitas, nec minor nec major; annis intermedijs, demonstratae physicae coelestis, modorumque, quibus moventur planetae, verorumque motuum ipsorum; denique fundamentorum efficaciae coelestis in haec inferiora, metaphysicorum: non influxerunt ista cum charactere coeli in flammulam illam facultatis vitalis nuper incensae, inque actum productae; sed partim intus in penitissima Animae essentiâ latebant, secundùm Platonicam doctrinam, suprà ex PROCLO allegatam; partim aliâ viâ, per oculos nimirum, introrsum recepta sunt: sola et unica Thematis Genethliaci opera fuit ista, quòd et emunxit illos ingenij judicijque igniculos, et instigavit animum ad laborem indefessum, auxitque desiderium sciendi: breviter, non inspiravit animum, non ullam dictarum hîc facultatum, sed excivit.

* Stipem hic aliquam Satyricis nostris. Nam, ut apparet, egestas ipsos premit, qui jocum meum unum hujus similem ex libro de stellâ novâ, jam aliquoties intra XII. annorum curriculum ruminarunt.

Nulli eventus individui ex astris.

Fol. 117.

Effectus astrorum generalis.

Vana Astrologiae capita.

Ex quo exemplo facilè cuivis patet, quàm procul absit ab eo Astrologia, ut ad capita illa, vulgò proponi solita, De Parentibus, De Sexu, De Substantia, De Liberis, De numero Vxorum, De Religione, De Magisterio, De Amicis, De Inimicis, De Haereditatibus, De Familia, De Regionibus, De infinitis alijs, ex uno solo Themate Genethliaco respondere exactè possit.

De vitae quidem longitudine, quatenus pronunciare possit Astrologus; hoc est, quae sit vis directionum, dicam paulo post. De Fortuna

verò nati nunc seorsim aliquid dicendum video, consentaneum suprà dictis.

Tria sunt, quibus niti videtur hominis fortuna, quoad naturalia: Animus, Physiognomia corporis, et Genius tutelaris: quorum de primo nemo dubitat, alterum occultius, nec ita vulgo notum est: de tertio nihil nisi conjecturas afferre possum. De primo hactenus egimus, de Animo scilicet, ex quo Mores dependent; de quibus vulgi proverbium tritum est, quòd Quilibet sit fortunae suae faber: quo dicto summa totius hujus philosophiae partis continetur. Age enim unum genus actionum morumque, prius etiam exemplo faeminae tactum, loco omnium ob oculos statuamus. Sic enim sunt comparatae res humanae, ut crassorum et populariter sapientium hominum, non in vulgo tantum, sed etiam in Magistratibus, inque sacro ordine, semper magna copia sit; quibus discreti, critici, reformatores, molesti sunt, proque vitilitigatoribus habentur. Vt igitur prosperâ quis utatur fortunâ, eâ dico, quae est ex hominum coetubus; huic etsi et judicio de moralibus recto, et labore industriâque in rebus proprijs, à vulgò secretis, opus omninò est: oportet tamen animo pinguedinis aliquid esse admixtum, oportet mores ei populares, modumque agendi talem esse, qui crasso populo placeat: animi nimiùm subtiles et inquieti, nisi se recipiant in aliquem secessum studiorum (hoc ipso despecti et contempti), creare sibi solent infortunia.[1]

Fortuna hominis quibus rebus mediantibus ex astris quadamtenus dependeat?

Mores fabri fortunae.

172 Itaque si quis ex figurâ coeli Genethliacâ conjecturas habet sufficientes, de qualitatibus Animi: conjecturam is etiam de fortunâ Hominis in genere, faciet non ineptam; sed conjecturam solam, praetereaque nihil: scilicet falli etiam ille potest, propter interventum plurium causarum, tam supernaturalium, quàm naturalium.

Nam ut alterum fortunae hominis fundamentum ex superioribus accersam, dignationem sc. vultus; imaginatio quidem Matrum plurimum hujus confert foetui, toto gestationis tempore, ut saepè infoelicium parentum (adeòque et aliorum hominum animaliumve, crebrò et cum emphasi praegnantibus obversantium), et vultus et mores et illis fundamentis innixa fortuna consimilis, transferatur in foetum. Sed tamen, ut supra Paradigmata mentalia Procli, multiplicabantur in animalia, vitalia, mobilia, complicata sc. ideis vitae motuumque; sic etiam hîc character coeli genethliacus immergitur in speciem vultus, occultâ vi facultatis formatricis; agnosciturque ex nati vultu, occultiore adhuc spectantium instinctu: videasque, ad eos, qui sub copulas plurium planetarum ante Solem, nascuntur (δορυφορίας appellant Astrologi), copulari etiam, veluti fascino quodam, coetus hominum popularium. Cujus rei exemplum ad omnem posteritatis memoriam commendatum videre est apud

Fol. 122. Faciei fascinum.

Fol. 117. Genesis in facie expressa.

Vnde vis doryphorijs Planetarum.

HIER. CARDANVM in Genesi LVTHERI: quanquàm causae motus publici plures concurrerunt. Qui sic nascuntur (quanquàm non una certa forma praescribi potest): plurimùm ij valent authoritate apud populum, plurimùm suffragijs in consilio, plurimùm gratiâ apud Principes Reip. quorum quidem et natura respondet: itaque saepe fortuna stat à partibus immeriti, neque alijs idoneis animi virtutibus praediti. Refer huc reliqua, quae supra de Physiognomia dixi, dicique amplius possent.

Fol. 122.

Geniorum custodia. Job. 33. Matth. 18. Luc. 15.

De Genio tutelari testantur divina oracula, singulis ijs singulorum hominum custodias esse attributas, datamque et admonitionem, et intercessionem ad tribunal providentiae dei. Nullam hîc possessionem habet Natura rerum sensilium: si tamen astrologi ex themate genethliaco praenunciare possunt casus planè fortuitos (naturaliter loquendo) hoc est tales, qui neque ex malis hominis moribus, ex temeritate, ex intemperantiâ irae libidinisve acciderunt, neque à vultus dedignatione dependent, quae duo fortunae fundamenta hactenus explicata sunt: ut quòd tegula de tecto delapsa ferit praetereuntem, quòd reptantem in sylvis ferit globus aut sagitta improvisa; quòd navis demersa miseros vectores medijs exponit in undis; quòd flammis hic interceptus extinguitur, ille ruinâ domus vel montis opprimitur; et in contrarium, quòd insperatam hic haereditatem adit, ille thesaurum fortuitò invenit: si inquam thema genethliacum continet horum casuum indicia, qui pertinent ad Angeli custodis munia citra controversiam; oportet, et huic custodiae impedimenta ex astro genethliaco provenire, promotionesque contrarias; quod num impiam sententiam in se contineat, viderint Theologi, praesertim ij, qui magno numero scribunt geneses et prognostica. Experientiam ego habeo, qualem dicam, nescio, duorum hominum, qui cùm essent nati sub constellationibus violentissimis, moresque sequerentur non diversi, adeò ut alteri eorum ludus [1] esset, saltu per praecipitia ferri, medioque volatu funem arripere, à quo si aberrasset, jam actum de ejus vita fuisset: perniciem tamen sibi temeritate sua non accersivisse sunt visi: nam alter eorum fulmine, alter globo plumbeo à venatore ictus est, cùm is feris insidiatus, visu et auribus aberrasset. Nec video quî coelum ista possit in hominem, citra genios, quod caetera quae potest, omnia per hominis Animum corpusve (quibus ad ista nulla vis inest) posse deprehenditur. Illud mihi non semel accidit, quòd cum diu multumque me excruciassem commiseratione quorundam fortuitò pereuntium, qui mihi visi sunt innocentissimi; tandem ex fide dignis rescivi, vitam illorum prae caeteris talem fuisse, quâ facile bonus angelus, ut apes fumo, abigatur, et homo caecis casibus, ut sine rectore currus, permitti soleat, velut emancipatus à patriâ Dei creatoris sui potestate, suo-

An planè fortuita mala pendeant ab astris?

Saepe peccata causae fortuitorum.

173

4) grariâ

que permissus arbitrio, imò tyrannidi Satanae. Cujusmodi aliquid num etiam de priùs positis exemplis sit statuendum, illique casus Nemesi divinae tribuendi; solus is novit, qui corda scrutatur: qui visitat iniquitatem patrum in filios, in tertiam et quartam generationem. Verum de omnibus fortuitò pereuntibus, absit ut eandem feram sententiam. Sed vitae talem impietatem, conjectores ex astris videre non possunt: nec enim in coeli figurâ descripta sunt divina auxilia, contra pravas animorum inclinationes, in quas coeli influxus post lapsum degenerat, non corrumpens, sed corruptum incitans animum: multò minus in Saturni livore, Martis rubore, sunt inscripta, velut in Pandectis, poenarum genera, peccatis singulis debita. Itaque cùm connexio naturalis harum rerum cum coelo immediata nulla sit: jam semel atque iterum per hos 20 annos dedi publicè considerandum; an sicut spirituales illi Provinciarum populorumque praesides à spiritibus insidiatoribus impediri se cap. IX. Danielis queruntur, sic etiam singulorum hominum genij ab astris naturaliter quidem impediantur: quo minùs commodè resistere possint potestatibus aëris, πανδημεὶ nobis insidiantibus, illaque impedimenta praevideantur ex themate Nati; quod fortasse etiam in Genium influxit, non minùs quam in nascentis animum; atque ad ea consequatur aliqua generalis nati infoelicitas; ut hinc natum sit proverbium *Nulla calamitas sola;* Deus verò hunc naturae invisibilium cursum non frequenter impediat, quia plerumque etiam ex illo impedimento tutelae, boni aliquid procurare novit, quod periclitanti, si is placet, bono cedat, sin displicet, justae vindictae modum impleat. Sanè si malum imminens non potest impedire Angelus custos, monet saltem, occultis modis, ut imparatum perire non sinat clientem. Qualia praesagia monitionesque etiam ruinam illam montis nuperam in Rhetis praecesserunt.

Facta hominum non ex coelo.

An genio negocij quid cum genesi clientis?

Geniorum monitiones.

Sit igitur hoc tertium fortunae hominis fundamentum saltem conjecturale, nihil enim affirmo. Redeundum nunc nobis est ad considerationem Essentiae facultatis Animae Vitalis. Quaeri n. potest, si character coeli in puncto demum Nativitatis influit; an igitur foetus in partu demum concipiat animae vitalem facultatem, et utrum eum ante partum inanimem dicam? Omninò propriam vitalem energeticam facultatem tunc demum actu concipit, cùm à matre separatur; antea maternae flammulae vitalis radijs illustrabatur per venam et arteriam umbilicales, quae arte[174]ria in cor foetus inseritur, separato meatu ab ijs duobus, quibus posteà propriam vitae flammam alens intus, hinc sanguinem inde aërem ex pulmonibus haurit. Qui separatus cordis meatus, cùm primo vitae die concidat, penitusque evanescat; ut mihi Pragae in sucula recens editâ monstravit GEORGIVS HORSTIVS, Hassiae Landgravij Medicus,

Quod sit vitae hominis in utero principium et quale?

Qualiter vivat foetus ante partum?

naturae totius consultissimus: hinc igitur argumenta duco, cor foetus, dum est in utero, non minus illo motu systoles et diastoles, quàm respiratione carere, eòque vitae propriae flammam in eo nondum incensam esse. Et ut insistam analogiae fidissimae firmiùs: uti se habet fumus tecti lignei, propter incendium tosti, ad flammam, quae illud subitò corripit: ita se habet et id, quod in foetu praecedit, ad vitalem facultatem, ab ipso partu, aut paulò anteà, incensam.

Vnde vis Transitui Planetarum per loca Geneseos?

In hac igitur facultate Hominis vitali, sic incensâ in partu, praecipuè relucet illud instar Memoriae, quod supra etiam in Anima Terrae ostendi: cùm tanta sit constantia characteris coelestis, omniumque Thematis Genethliaci partium, tanta durabilitas ejus in Anima, ut ante vitae finem non deponatur; cùm ad omnes planetarum transitus per loca thematis praecipua, sese commoveat haec facultas, perinde ac si loca illa non essent imagines nudae, superstites in animâ, rerum quae dudum transierunt, sed vera sidera; et sic non unus, sed duo, verbi causa, Soles in coelo essent, inque unum coirent; eoque coitu natura facultatis vitalis, modo supradicto, commoveretur.

Quare geneses parentum et liberorum cognatae?

Testimonium hujus rei clarissimum, omnique exceptione majus est in cognatione geneseon, sub quibus parentes, et sub quibus eorum liberi nascuntur. Cùm enim foetus est maturus, facultas animae formatrix, et generationi praefecta, tunc potissimùm se accingit ad extrudendum foetum, eâque extrusione accendendam novam animae vitalem facultatem; cùm sidera in sedes maternae paternaevè geneseos, aut in configurationes easdem reversa, admonent Animam sui ipsius, suique characteris caelestis. Vide lib. de stella nova fol. 43.

Nota fundamentum naturale Directionum.

Quid quòd non tantum veros transitus planetarum per loca nativi thematis, haec facultas observat; sed etiam successiones partium coeli, quae in Genesi planetas habebant, in loca praecipua thematum quae constituuntur exactis à partu diebus integris; proportionem observans diei ad Annum (ut cujus utraque revolutio Terrae à COPERNICO tribuitur); eâque proportione opera sua per totam vitam Hominis dispenset, ut quanto longior est Annus Die, tanto tardiùs Effectus suum in directione Signum sequatur, quàm Signum in directione partum insequitur? Vt ita impressio haec coelestis non quiescens tantùm duret, sed etiam durando, sese motu extensionis, in longiora vitae tempora propaget. Nimirum haec facultas non tantum circulus est, sed motus est circularis idealis, et is geminus; est denique, per motum, etiam Tempus ideale. Vide supra fol. 117. PROCLI verba. Cujus rei Exemplum rursum à Memoriâ, quae paulò superior est facultas, petere possumus. Nam in tabulâ quidem pinguntur, res tantùm cum circumstantia loci: in memoriâ

34) quisecens

verò, conservantur res gestae, etiam cum charactere temporis: denique
171 in hoc negocio Directionum, character situum et motuum tem|pore decursorum multiplicatur in operationes, observatâ proportione sensili mundanâ, revolutionis diurnae ad translationem sub Zodiaco annuam; sic ut operationes jam distent ratione temporis, à suis stimulis. Dixeris cum ipso corpore Nati, crescere et tempus characteris Genethliaci motuum.

An vitae longitudo aut mortis annus ex astris praedici possit.

Quicquid igitur Astrologi, de Vitae longitudine, praedicere ex themate praesumunt, totum illud in hoc caput contrahitur: Directionum
10 praeludijs ex Thematis genethliaci veluti pulpito vitalem facultatem informantibus, quo potissimùm anno vitae, humorum unus vel alter redundans, ex corpore exturbari, aut sollicitari debeat: stimulus is est Naturae, ad peragendum opus suum extraordinarium, quod vitae prorogandae cedat: mors in astris, in Themate, in Directione nulla; nedum variae Mortis formae: materia corporis est, quae flammam vitae vel inundans opprimit, vel deficiens deserit, quae naturae conatus impedit, adque perniciem detorquet: peccatum est, quod genus humanum concesso olim immortalitatis remedio privavit: quod etiamnum Angelum custodem à tutelâ vitae, contra daemonum, hominum, elementorum-
20 que insultus, abigit, impedit, repellit. Sed de hac re pluribus agendum esset in Astrologiâ, egique non concisè nimiùm in libro de stellâ fol. 43. et in Tertio interveniente Num. 65. et seq.; et fortè erit, ut libros Joh. Pici Mirandvlani cum commentario edam; si me rem studiosis Philosophiae gratam facturum intelligam, nec medijs necessarijs fuero de-
t stitutus.

Quid directio physicè.

Mortis causae gen uinae.

Ratio et vis Horoscopi seu gradus ascendentis in Genesi.

Nunc quia ad finem propero, comparationem subjungam, vitalis in homine facultatis, cum Anima Telluris, causâ influxus coelestium: videturque haec esse, quòd Anima Terrae circulus talis sit, qui nuspiam habeat initium vel finem, nec ab aliqua sui parte sit nexus; at hominis
30 facultas vitalis circulo comparatur, à pluribus punctis veluti nexo: causa est, quia Characterem geneseos Anima Terrae nullum habet, cùm semper eadem maneat, nunquam nascatur aut incendatur; hominis verò nativitas recens, mortique propinqua, characterem ortus sui recepit, qui Zodiacum certis initij finisque punctis interpungit. Et Telluri quidem, quamvis characterem Genethliacum ex prima die Creationis tribuas; totum tamen coeli spacium semper illi est obvium, nihil in illo rationem habet principij finisve, ortus occasusve; Homini superficies Telluris dimidium coeli occultat, ortus et occasus signa distinguit. Patet igitur comparationis ratio.

Mundi Genesis

22) inveniente

Crisium fundamentum.

Adeòque vera est haec comparatio, vitalis in actu constitutae facultatis, cum circulo nexo ex certis punctis; ut etiam sub principium morbi (qui nova quasi vita est, nova sc. energia vitalis facultatis, seu actio ejus extraordinaria, naturalis, praeter naturam tamen constitutionis usitatae, humorem noxium è corpore exturbare nitens) locus quem Luna possedit, influat in Animam, vimque concipiat veluti verae alicujus Lunae, in hoc suo gradu immobilis: ad cujus quadrata et opposita loca si Luna vera in coelo pervenerit, Natura hominis extimulatur, ad agonisandum cum morbo: Hac re nititur doctrina Crisium, de qua satis accuratè egi in Tertio interveniente, Num. 70. et sequentibus. [1]

Quid morbus.

Satis in praesentia dictum esto, de humanae etiam Animae facultate 176
inferiore: deque universâ hac materiâ.

Porrò haec ego de Anima disputavi hactenus, non equidem hoc consilio, ut philosophiae divinae studiosos penitus avocem à lectione Metaphysicorum authorum: utve tot PLATONIS et ARISTOTELIS interpretibus, profundissimae indaginis, Graecis, Arabibus, Latinis; PLOTINO, THEMISTIO, SIMPLICIO, PORPHYRIO, ALEXANDRO, AVERROI, et quos ille allegat suae gentis non paucos, BOETIOque, et recentissimo subtilissimoque I. C. SCALIGERO, de Anima, deque intelligentijs disputantibus oculos configerem: sed ut haec ex mea professione, exque intimo hujus operis Harmonici penu deprompta, nec dum tacta ab ijs, quod sciam, considerationibus illorum, veluti supplementi loco, adjicerem; unde ab ijs, qui post me sese huic contemplationi Metaphysicae dedituri, authores dictos lecturi, nostra haec veluti experimenta, cum illorum ratiocinationibus collaturi, et utrumque ad alterius limam liberrimâ rationis censurâ exacturi sunt (quod fateor à me hac vice factum esse minimè), haec Metaphysicae scientiae pars denique illustrior et locupletior, omnibusque numeris absolutior constitui possit: quod ut ad gloriam Nominis superbenedicti, Dei Creatoris Visibilium et Invisibilium, inque augmentum sanctimoniae et innocentiae vitae contemplatorum, denique in salutem aeternam plurimarum Animarum cedat, illum ipsum Deum Trinunum supplex precor.

Finis Libri IV.

IO. KEPLERI
HARMONICES MUNDI
LIBER V.

DE HARMONIA PERFECTISSIMA MOTUUM CŒLESTIUM,

ortuque ex ijſdem Eccentricitatum, Semidiametrorumque & Temporum periodicorum.

Ad normam doctrinæ aſtronomicæ hodiernæ emendatiſſimæ, Hypotheſeſq; Copernici, ſed & Tychonis Brahei: quarum alterutra hodiè, Ptolemæicis antiquatis, ut Veriſſimæ, publicè recipiuntur.

GALENUS DE USU PARTIUM LIBRO III.

Ἱερὸν λόγον ἐγὼ, τοῦ δημιουργήσαντος ἡμᾶς ὕμνον ἀληθινὸν σοὶ τίθημι, καὶ νομίζω, τοῦτ' εἶναι τοῦ εὐσέβειαν, οὐχὶ εἰ ταύρων ἑκατόμβας αὐτῷ πολλὰς καταθύσαιμι, καὶ τὰ ἄλλα μυρία μύρα θυμιάσαιμι, καὶ κασίας· ἀλλ' εἰ γνοίην μὲν αὐτὸς, ἔπειτα δὲ καὶ τοῖς ἄλλοις ἐξηγησαίμην, οἷός μέν ἐστι τοῦ σοφίαν, οἷός τε τοῦ δυνάμιν, ὁποῖός δὲ τοῦ χρηστότητα. τὸ γὰρ κοσμεῖν ἐθέλειν ἅπαντα τὸν ἐνδεχόμενον κόσμον, καὶ μηδενὶ φθονεῖν τῶν ἀγαθῶν, τῆς τελειοτάτης χρηστότητος ἐγὼ δεῖγμα τίθεμαι: καὶ ταύτῃ μὲν ὡς ἀγαθὸς ἡμῖν ὑμνείσθω, τὸ δ' ὡς ἂν μάλιστα κοσμηθείη, πᾶν ἐξευρεῖν, ἀκραιφνοῦς σοφίας, τὸ δὲ καὶ δρᾶσαι πάνθ' ὅσα προεῖλετο, δυνάμεως ἀνυπέρβλητος.

Id eſt:

Sacrum ſermonem, hymnum Deo Conditori veriſſimum ordior, pietatem hanc eſſe ratus, non ut hecatombas illi Taurorum plurimas immolem, odores innumeros adoleam & Caſiam: ſed ut primùm Ipſe diſcam, pòſt & cæteros doceam, & quantus ille ſit ſapientiâ, quantus potentiâ, & qualis bonitate. Velle enim omnia, quanto poſſet ornatu, decorare, nec ulli Bona ſua invidere; id ego Bonitatis conſummatiſſimæ documentum ſtatuo; hactenusq; ut Bonum celebro: Omnia verò invenire, quibus quàm maximè exornarentur, eminentiſſimæ Sapientiæ; Omnia deniq;, quæ ſtatuerat, in opus producere, Potentiæ inſuperabilis.

Cum S. C. M. Privilegio ad annos XV.

LINCII AVSTRIÆ
Excudebat Johannes Plancus,

ANNO M. DC. XIX.

PROOEMIVM

Quod ante duos et viginti annos, primum atque figuras quinque solidas inter orbes coelestes reperi, sum auguratus; quod firmiter animo persuasi meo, priusquàm PTOLEMAEI Harmonica vidissem; quod titulo libri hujus quinti nuncupato, priusquàm de re ipsa certus essem, pollicitus sum amicis; quod ante sedecim annos publico scripto
5 quaerendum inculcavi; cujus causâ vitae partem optimam Astronomicis contemplationibus impendi, TYCHONEM BRAHEVM conveni, Pragam sedem elegi: id tandem, Deo Opt. Maximo, qui mentem inspiraverat,
10 desiderium ingens excitaverat, vitam etiam et vires ingenij prorogante, mediaque caetera, per duorum Imperatorum, hujusque provinciae Austriae Supr-Anisanae Procerum liberalitatem, suppeditante, defunctus priùs Astronomicâ provinciâ, quantum sufficiebat, tandem inquam in lucem protuli, supràque quàm sperare unquam potui, verissimum deprehendi; totam Harmonices naturam, quantaquanta est, cum omnibus suis partibus, libro III. explicatis, inter Motus coelestes reperiri; non eo quidem modo, quem ego conceperam animo; pars haec est non postrema mei gaudij; sed diversissimo alio, simulque et praestantissimo et perfectissimo. Accessit hoc intermedio tempore, quo me suspensum
20 tenuit Motuum restitutio laboriosissima, praecipuum et cupiditatis meae incrementum, et propositi incitamentum, lectio Harmonicorum PTOLEMAEI, quae manuscripta mihi transmisit Vir eximius, adque philosophiam, omneque adeò genus eruditionis promovendum natus, JOHANNES GEORGIVS HERWARDVS, Bavariae Cancellarius: ubi praeter expectationem, et summâ cum admiratione, inveni, totum ferè librum ejus tertium in eâdem contemplatione Harmoniae coelestis insumptum, ante mille et quingentos annos. Verùm id aetatis multum adhuc deerat Astronomiae; potuitque PTOLEMAEVS, re infoeliciter tentatâ, desperationem alijs objicere; ut qui cum Scipione Ciceroniano potiùs suave
30 quoddam somnium Pythagoricum recitasse, quàm philosophiam adjuvisse videretur: at me cùm illa veteris Astronomiae ruditas, tum hic ipse meditationum utriusque, ex quindecim saeculorum intervallo, consensus ad amussim exactus, vehementer confirmavit in urgendo proposito. Nam quid multis opus? Ipsa rerum Natura sese proditum ibat hominibus, per diversos distantium saeculorum interpretes: digitus Dei erat, ut cum Hebraeis loquar, hic in Animis duorum, qui se totos contemplationi Naturae dedidissent, de conformatione Mundi, conceptus idem: cùm neuter alteri dux fuisset ad hoc iter ingrediendum. Jam

postquàm à mensibus octodecim prima lux, à tribus dies justa, à paucissimis verò diebus, Sol ipse merus illuxit contemplationis admirabilissimae; nihil me retinet, lubet indulgere sacro furori, lubet insultare mortalibus confessione ingenuâ, me[1] vasa aurea Aegyptiorum furari, 179
ut Deo meo Tabernaculum ex ijs construam, longissimè ab Aegypti finibus. Si ignoscitis, gaudebo; si succensetis, feram: jacio en aleam, librumque scribo, seu praesentibus, seu posteris legendum, nihil interest: expectet ille suum lectorem per annos centum; si Deus ipse per annorum sena millia contemplatorem praestolatus est.

CAPITA HVJVS LIBRI SVNT ISTA

I. De quinque solidis figuris Regularibus.

II. De cognatione cum ijs, proportionum Harmonicarum.

III. Summa doctrinae Astronomicae, necessaria ad contemplationem Harmoniarum coelestium.

IV. Quibus in rebus ad Planetarum motus pertinentibus expressae sint Harmoniae simplices, et quòd omnes illae in Coelo reperiantur, quae in Cantu insunt.

V. Claves Scalae Musicae, seu loca Systematis, et Genera Harmoniarum, Durum et Molle, à certis motibus expressa esse.

VI. Tonos seu Modos Musicos, singulos quodammodò à singulis planetis exprimi.

VII. Contrapuncta, seu Harmonias universales omnium Planetarum, easque diversas, aliam scilicet ex aliâ, existere posse.

VIII. In Planetis expressas esse naturas quatuor vocum, Discanti, Alti, Tenoris, Bassi.

IX. Demonstratio, quòd ad obtinendam hanc dispositionem harmonicam, Eccentricitates Planetarum illae ipsae, quas quilibet pro se habet, et non aliae, constitui debuerint.

X. Epilogus de Sole, ex conjecturis praegnantissimis.

Appendix habet: I. Versionem libri tertij Harmonicorum PTOLEMAEI *à capite III. qui tractat eandem materiam.*

II. Suppletionem textus Ptolemaici, in tribus ultimis PTOLEMAEI *capitibus, quorum lemmata sola posuit* PTOLEMAEVS.

III. Notas ad hanc partem Harmonicorum, quibus authorem explico, refuto, ejusque vel inventa vel attentata cum meis comparo.

33) quarum

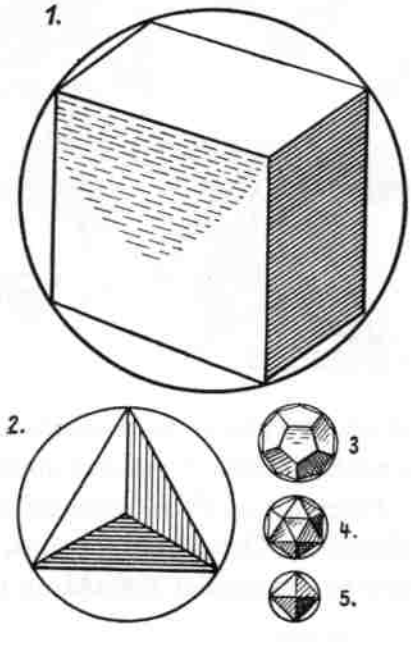
De his acturo mihi lubet Lectoribus inculcare Timaei, Gentilis philosophi, de ijsdem exordientis, adhortationem sanctissimam, à Christianis hominibus summâ cum admiratione et pudore, nisi imitentur, cognoscendam; quae talis est. 'Αλλ' ὦ Σώκρατες, Τοῦτό γε δὴ πάντες, ὅσοι καὶ κατὰ βραχὺ σωφροσύνης μετέχουσιν, ἐπὶ πάσῃ ὁρμῇ καὶ σμικροῦ καὶ μεγάλου πράγματος, Θεὸν ἀεί που καλοῦσιν, ἡμᾶς δὲ τοὺς περὶ ΠΑΝΤΟΣ λόγους
180 ποιεῖσθαί[1] πῃ μέλλοντας, εἰ μὴ παντάπασι παραλλάττομεν, ἀνάγκη θεούς τε καὶ θεὰς ἐπικαλουμένους εὔχεσθαι πάντας, κατὰ νοῦν ἐκείνοις μὲν μάλιστα, ἑπομένως δὲ ὑμῖν εἰπεῖν. Enim vero SOCRATES, cùm omnes qui vel
10 minimum Mentis habent, quoties negocium aliquod seu leve seu arduum aggrediuntur, Deum semper invocent: Nos utique, quibus de Rerum universitate disserere animus est, nisi planè ab omni sana ratione aberramus, necesse est, Deos Deasque votis conceptis precari unanimes, ut talia dicamus, quae primùm ipsis maximè, tum deinde
† et vobis sint grata et accepta.

CAPVT I

DE QVINQVE FIGVRIS SOLIDIS REGVLARIBVS

Quomodo figurae planae regulares congruerent ad formandas solidas, dictum est libro secundo: de quinque nimirum solidis (inter
20 caeteras) propter planas ibi locuti sumus. Numerus tamen illarum quinarius ibi demonstratus fuit; additumque, cur illae Mundanae à Platonicis denominatae, et cui quaelibet Elemento, quamque ob proprietatem, comparata sit. Jam in hujus libri vestibulo rursum de his figuris, ob seipsas, non ob planas, agendum erit; quantum quidem sufficit ad Harmoniam Coelorum: caetera reperiet lector in Epitomes Astronomiae parte alterâ, libro quarto.

30 Igitur ex Mysterio Cosmographico hic breviter inculco Ordinem quinque figurarum in Mundo, quarum tres primariae, duae secundariae. Cubus enim 1. extimus et amplissimus, quia primigenius, et rationem habens *Totius*, ipsâ generationis suae formâ. Sequitur Tetraëdron 2. tanquam *Pars* sectione Cubi constituta, primaria tamen et ipsa, angulo solido trilineari, ut Cubus.



Circuli angulis circumscripti adumbrant Sphaerica, sed illa paulò majora his circulis, sunt concipienda, praeterquam in 5. ut scilicet verè omnes figurae angulos stringant. Magnitudinis ratio in hoc schemate haec fuit observata, ut sphaericum ipsius 5. possit inscribi in 4. hujus iterum Sphaericum in figura 3. et hujus in 2. et hujus denique sphaericum in 1. Cubum, tangens omnia ejus sex plana in centris suis.

In priori figurâ apparet Tetraëdron ACDF latens in Cubo, sic ut quodlibet Tetraëdri planum ut ACD, tegatur ab uno cubi angulo ACDB. In secunda figura apparet Cubus AED latens intus in Dodecaëdro, sic ut quodlibet Cubi planum, ut AED, tegatur à duobus Dodecaëdri angulis seu PentaëdroABCDE quod est sectile in tria Tetraëdra dissimilia per duo plana, DCA, et ABD.

Intra Tetraëdron est Dodecaëdron 3. Vltima primariarum, similis scilicet *Compositae* ex Cubi partibus, Tetraëdri similibus, id est, ex Tetra|ëdris irregularibus, quibus tegitur Cubus intus. Huic succedit 181
Icosaëdron 4. ob similitudinem, ultima secundariarum, angulo solido plurilineari utentium. Intimum est Octoëdron 5. Cubi simile, et prima

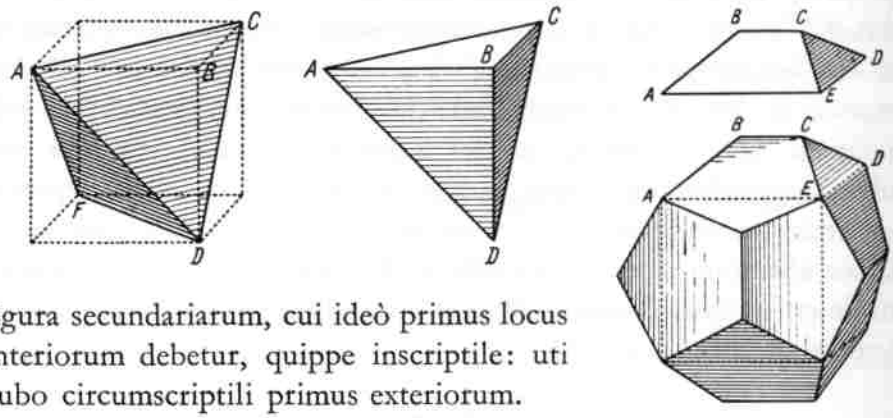
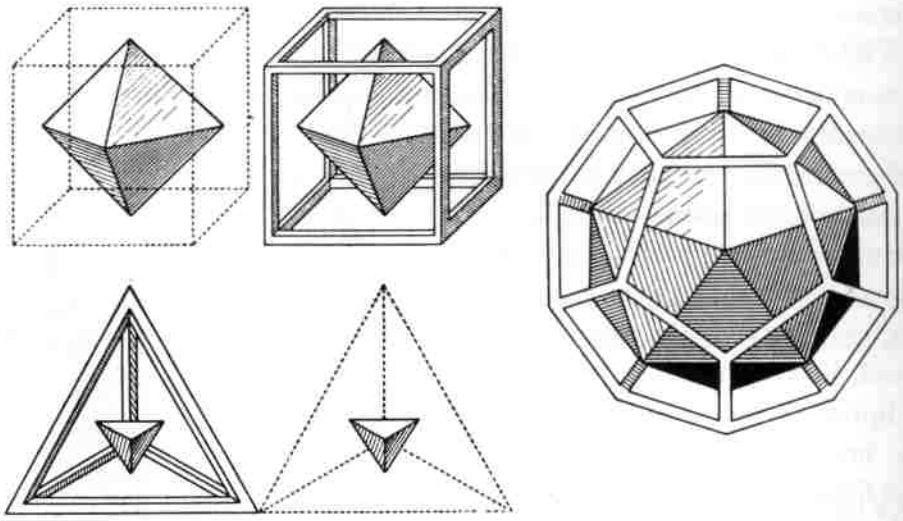


figura secundariarum, cui ideò primus locus interiorum debetur, quippe inscriptile: uti cubo circumscriptili primus exteriorum.

Sunt autem notabilia duo veluti conjugia harum figurarum, ex diversis combinata classibus: Mares, Cubus et Dodecaëdron ex primarijs; 10
foeminae, Octoëdron et Icosiëdron ex secundarijs; quibus accedit una veluti coelebs aut Androgynos, Tetraëdron; quia sibi ipsi inscribitur,



Hic vides Octaëdron inscriptum Cubo; Icosiëdron Dodecaëdro, Tetraëdron Tetraëdro.

ut illae foemellae maribus inscribuntur et veluti subjiciuntur, et signa sexus foeminina masculinis opposita habent, angulos scilicet planiciebus.

Praetereà ut Tetraëdron est elementum, viscera et veluti costa Cubi Maris; sic Octaëdron foemina, est elementum et pars Tetraëdri, aliâ ratione: ita mediat Tetraëdron in hoc conjugio.

7) inscriptili

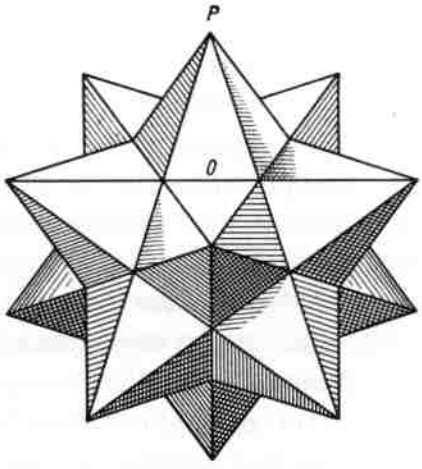
Praecipua connubiorum seu familiarum differentia in hoc consistit; quòd Cubicae quidem *Effabilis* est proportio; nam Tetraëdron est Triens de corpore Cubico, Octaëdron semissis de Tetraëdrico, sexta pars Cubi: Dodecaëdrici verò conjugij proportio est *Ineffabilis* quidem, sed *Divina*.

Harum duarum vocum copulatio jubet cavere Lectori, de earum significatu. Vox enim *Ineffabilis* hîc non denotat per se nobilitatem aliquam,
182 ut aliâs in Theologia et rebus divinis; sed denotat conditio|nem deteriorem: sunt enim in Geometriâ, ut libro primo dictum, ineffabilia
10 multa, quae non ideò participant et *divinâ* proportione. Quid autem sit divina proportio (sectoria potius dicenda) ex libro primo petendum est. Alijs enim proportionibus suppetunt sui quatuor termini, et *Continuae* terni, *divina* requirit etiam singularem terminorum habitudinem, praeterquàm proportionis ipsius, ut scilicet duo termini minores, ut *partes*, constituant majorem, ut *totum*.

Huic igitur Conjugio Dodecaëdrico quantum decessit ex eo, quòd proportione utitur *ineffabili*; tantum ex eo vicissim accedit; quòd ineffabilis proficit in *divinam*.

Habet hoc conjugium et stellam solidam, cujus genesis est ex con-
20 tinuatione quinorum planorum Dodecaëdri, ad concursum omnium in puncto unico: vide genesin ejus libro II.

Vltimò notanda est proportio Orbium eis Circumscriptorum ad Inscriptos, qui est in Tetraëdro effabilis, ut 100000 ad 33333 vel ut 3. ad 1: in Cubico conjugio ineffabilis, inscripti tamen semidiameter potentiâ effabilis, radix de tertiâ parte potentiae diametri, scilicet ut 100000
30 ad 57735: in Dodecaëdrico conjugio planè ineffabilis, ut 100000 ad 79465; in stella, ut 100000 ad 52573. dimidium latus Icosaëdri, seu dimidium
† distantiae duorum radiorum.



23) Cumscriptorum

CAPVT II

DE COGNATIONE PROPORTIONVM HARMONICARVM, CVM QVINQVE FIGVRIS REGVLARIBVS

Varia et multiplex est haec cognatio: Sunt tamen quatuor potissimùm gradus. Nam aut desumitur indicium cognationis ab externâ solùm specie, quam habent figurae: aut cum ipsa lateris constructione nascuntur proportiones eaedem, quae et harmonicae; aut resultant ex figuris jam constructis, singulis vel junctis; aut denique vel aequales vel vicinae sunt proportionibus orbium Figurae.

Primo gradu Proportiones, quarum character seu major terminus est 3. familiaritatem habent cum plano Tetraëdri, Octaëdri, Icosaëdri Triangulari; quarum verò major terminus 4; cum Quadrato plano Cubi; quarum 5. cum Quinquangulo plano Dodecaëdri.

Potest haec similitudo plani etiam extendi ad minorem proportionis terminum; ut ubicunque ternarius juxta unum ex continuè duplis invenitur, illa proportio habeatur familiaris tribus figuris primò no|minatis ut 1.3. et 2.3. et 4.3. et 8.3. etc. ubi verò quinarius, ea proportio absolutè vindicetur conjugio Dodecaëdrico: ut 2.5. et 4.5. et 8.5. sic 3.5. et 3.10. et 6.5. et 12.5. et 24.5. Minus probabilis erit cognatio, si summa terminorum exprimat hanc similitudinem; ut in 2.3. juncti termini faciunt 5. quasi ideò 2.3. sit familiaris Dodecaëdro.

Similis est cognatio ob externam speciem anguli solidi, qui est primarijs trilinearis, Octoëdro quadrilinearis, Icosaëdro quinquelinearis: itaque si proportionis alter terminus communicat cum ternario, proportio erit cognata primarijs corporibus; sin cum quaternario, Octaëdro; denique cum quinario, Icosaëdro. Sed in foemellis haec cognatio est speciosior, quia speciem anguli sequitur etiam figura characteristica, latens intus, in Octaëdro Tetragonus, in Icosaëdro Pentagonus: Itaque 3.5. propter utrumque, esset Icosiëdricae sectae.

Secundus gradus cognationis, qui in ortu consistit, sic est concipiendus. Primùm sunt aliquae proportiones numerorum Harmonicae, familiares uni conjugio seu familiae, scilicet perfectae proportiones singulae, familiae Cubicae: est vicissim proportio, quae nunquam plenis numeris exprimitur, nec aliter per numeros demonstratur, nisi longâ illorum serie, paulatim ad illam accedentium: quae proportio *Divina* dicitur, cùm perfecta est; regnatque variè per conjugium Dodecaëdricum; illam igitur proportionem incipiunt adumbrare istae Harmoniae 1.2. et 2.3. et 3.5. et 5.8, nam imperfectissimè est in 1.2, perfectissimè in 5.8. perfectior futura, si etiam 5. et 8. junctis in unum 13. superponamus 8: nisi haec jam desineret esse Harmonica.

Porrò ad constituendum latus figurae, secanda est Globi diameter: et postulat Octaëdron ejus bisectionem, Cubus et Tetraëdron trisectionem, Dodecaëdricum conjugium Quinisectionem. Distribuuntur igitur Proportiones, inter figuras, secundum hos numeros, qui illas exprimunt. Secatur verò et quadratum diametri, seu, formatur lateris figuralis quadratum, ex certâ ejus parte. Et tunc Laterum quadrata cum Diametri quadrato comparantur, constituuntque sic proportiones, Cubicum 1.3. Tetraëdricum 2.3. Octaëdricum 1.2: quare et juncta bina, Cubicum et Tetraëdricum 1.2. Cubicum et Octaëdricum 2.3. Octaëdricum et Tetra-
10 ëdricum 3.4. Dodecaëdrici conjugij latera sunt ineffabilia.

Tertiò figuras jam constitutas, Harmonicae proportiones variè consequuntur. Aut enim Numerus laterum plani, comparatur cum numero laterum figurae totius: et oriuntur hae proportiones, Cubica 4.12. seu 1.3, Tetraëdrica 3.6. vel 1.2, Octaëdrica 3.12. vel 1.4, Dodecaëdrica 5.30. vel 1.6, Icosaëdrica 3.30. vel 1.10. Aut numerus laterum plani, comparatur cum numero planorum: tunc Cubus dat 4.6. vel 2.3, Tetraädron 3.4, Octaëdron 3.8, Dodecaëdron 5.12, Icosaëdron 3.20. Aut Numerus laterum vel angulorum plani cum numero solidorum angulorum comparatur; et dat Cubus 4.8. vel 1.2, Tetraëdron 3.4, Octaëdron
20 3.6. vel 1.2, Dodecaëdron cum Conjuge 5.20. et 3.12, id est 1.4. Aut numerus Planorum cum Numero solidorum angulorum; et dat Cubi-
184 cum conjugium 6.8. vel 3.4. Tetraëdron[1] aequalitatis proportionem, Dodecaëdricum Conjugium 12.20. vel 3.5. Aut Numerus laterum omnium cum Numero angulorum solidorum; et dat Cubus 8.12. vel 2.3, Tetraëdron 4.6. vel 2.3, Octaëdron 6.12. vel 1.2, Dodecaëdron 20.30. vel 2.3, Icosaëdron 12.30. vel 2.5.

Comparantur verò et Corpora inter se, si Tetraëdrum in Cubo sit abditum, Octaëdrum in Tetraëdro et Cubo, inscriptione Geometricâ: Tetraëdron est triens Cubi, Octaëdron semissis Tetraëdri, sexta pars
30 Cubi, ut et id Octaëdron, quod est inscriptum globo, est sexta pars de Cubo, qui globo circumscribitur. Reliquorum corpora sunt ineffabilia.

Quarta species seu gradus cognationis, est hujus Operis magis proprius; quòd proportio exquiritur, Orbium figuris inscriptorum ad orbes ijs circumscriptos; et expenditur, quaenam proportiones Harmonicae ijs approximent. Nam in solo Tetraëdro diameter inscripti est effabilis, pars sc. tertia circumscripti: at in Cubico conjugio, proportio, quae unica ibi est, similis est lineis solâ potentiâ effabilibus. Nam Orbis Inscripti diameter est ad diametrum Orbis Circumscripti, in proportione semitripla. Et si proportiones ipsas inter se compares, Tetraëdricorum
40 Orbium proportio est dupla, proportionis Cubicorum orbium. In Dodecaëdrico conjugio, proportio orbium rursum est unica, sed ineffabilis,

paulò major quàm 4.5. Igitur Cuboctaëdricae proportioni orbium, approximant ex Harmonicis istae; 1.2. ut proximè major, et 3.5. ut proximè minor: Dodecaëdricae verò proportioni orbium approximant Harmoniae 4.5. et 5.6. proximè minores, 3.4. et 5.8. proximè majores.

Quòd si ob certas causas vindicentur Cubo 1.2. et 1.3: erunt ut proportio Cubicorum orbium ad proportionem Tetraëdricorum, sic hae Harmoniae 1.2. et 1.3. Cubo tributae, ad 1.4. et 1.9. Tetraëdro tribuendas, siquidem utendum fuerit hac analogiâ: sunt enim et hae proportiones illarum Harmoniarum duplae. Et quia 1.9. non est harmonica, succedet illi proxima Harmonica 1.8. pro Tetraëdro. Dodecaëdrico verò conjugio per hanc analogiam venient ferè 4.5. et 3.4. Nam sicut Cubicorum orbium proportio est ferè tripla Dodecaëdricorum, sic etiam Harmoniae Cubicae 1.2. et 1.3. sunt ferè triplae Harmoniarum 4.5. et 3.4. Nam 4.5. triplicata fit 64.125: et 1.2. est 64.128. Sic 3.4. triplicata, fit 27.64. et 1.3. est 27.81.

CAPVT III

SVMMA DOCTRINAE ASTRONOMICAE, NECESSARIA AD CONTEMPLATIONEM HARMONIARVM COELESTIVM

Initio sciant hoc lectores, Hypotheses astronomicas antiquas PTOLEMAEI, quemadmodum illae sunt explicatae in Theorijs PVRBACHII, caeterisque Epitomarum scriptoribus, penitus esse re|movendas ab hac 185
consideratione, exque animo ejiciendas: non tradunt namque veram et Corporum mundi dispositionem, et Motuum politiam.

Hypotheses COPERNICI.

In earum locum, etsi facere aliter non possum, quin COPERNICI de mundo sententiam unicè et substituam, et si possibile esset, omnibus persuadeam: at quia res apud vulgus studiosorum, etiamnum nova est, et dogma auditu plerisque absurdissimum, Terram ex Planetis unum esse, interque sidera ferri, circa Solem immobilem: sciant igitur, qui hujus sententiae insolentiâ offenduntur: speculationes has harmonicas etiam in Hypothesibus TYCHONIS BRAHEI locum obtinere; propterea quod Author ille, caetera omnia, quae dispositionem corporum et contemperationem motuum attinent, cum COPERNICO habet communia; solum Terrae motum annuum Copernicanum transfert ipse in totum systema Orbium Planetariorum, inque Solem, qui ejus medium obtinet, consensu authoris utriusque. Nam ex hac translatione motus, fit nihilominùs, ut terra, si non in vastissimo illo et immenso spacio sphaerae fixarum, at saltem in systemate Mundi planetarij, locum obtineat quovis tempore eundem apud BRAHEVM, quem ei dat COPERNI-

Hypotheses TYCHONIS BRAHEI.

Comparatio utriusque.

cvs: adeòque sicut, qui super papyro circulum scribit, is pedem circini scriptorium circumfert; qui verò papyrum seu tabulam affigit torno volubili, is immoto pede circini seu stilo, circulum describit eundem, super decurrente tabula: sic etiam hic, COPERNICO quidem Tellus circulum metatur, motu sui corporis reali, medium incedentem inter circulos, Martis exteriorem, et Veneris interiorem: at TYCHONI BRAHE, totum systema planetarium (in quo inter caeteros, sunt etiam Martis et Veneris circuli) convertitur, velut tabula in torno, applicans ad Terram immobilem, ceu ad stilum tornatoris, interstitium inter Martis et Veneris circulos: fitque hoc systematis motu, ut Tellus in eo signet eundem circulum circa Solem, Martij et Venerij intermedium, ipsa perstans immobilis: quem signat apud COPERNICVM, motu vero sui corporis, quiescente systemate. Cùm igitur Harmonica contemplatio consideret motus planetarum eccentricos, velut ex Sole visos: facilè datur intelligi, si quis contemplator in Sole esset, quantumvis mobili; Terram illi, quamvis quiescentem (ut hoc jam concedatur BRAHEO), nihilominus visum iri decurrere circulum annuum, medium inter Planetas, temporis etiam intermedio spacio. Quare etsi quis est imbecillis fidei homo, qui motum Terrae inter sidera capere non potest: is nihilominus gaudere poterit divinissimi hujus machinamenti contemplatione praestantissimâ; si, quicquid de motibus diurnis Telluris in suo Eccentrico audit, id ad apparentiam eorum in Sole applicet, qualem apparentiam etiam TYCHO BRAHE exhibet, Terrâ quiescente.

Valet Harmonica contemplatio in Hypothesibus BRAHEI.

Neque tamen causam habent justam veri Samiae philosophiae cultores, invidendi talibus, communicationem hanc delitiosissimae speculationis: ut quorum gaudium multis partibus erit perfectius, quippe ex speculationis consummatâ perfectione; si etiam Solis immobilitatem, Terrae verò motum acceptaverint. [1]

Valet multò magis in Copernicanis.

186 Primùm igitur hoc teneant lectores, rem hodie penes astronomos omnes esse certissimam, quòd omnes Planetae Solem circumeant, exceptâ Lunâ, quae sola Terram habet pro centro: cujus quidem orbis seu curriculi quantitas non est tanta, ut in hac charta delineari possit in justâ proportione ad caeteros. Accedit igitur quinque reliquis sexta Terra, quae seu suo proprio motu, quiescente Sole, seu immota ipsa, et converso toto Planetarum systemate, sextum et ipsa circulum circa Solem designat.

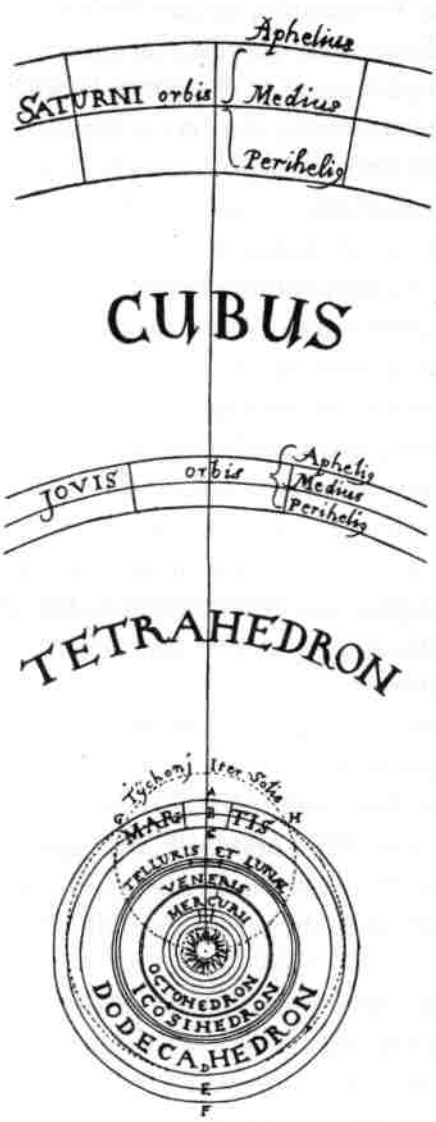
I. Quorum corporum circumitiones constituant Harmonias.

Secundò, certum et hoc est, Planetas omnes fieri eccentricos, id est, mutare intervalla sua à Sole, sic ut in una parte circuli fiant à Sole remotissimi, in oppositâ proximè Solem veniant. In adjecto schemate pro singulis planetis facti sunt circuli terni; quorum nullus indicat viam ipsam Planetae eccentricam, sed medius quidem, ut in Marte BE, est

II. Quae diversitas sit in illorum corporum intervallis.

Huc refer schema ♄ ♃ ♂ ☉ ♀ ☿

aequalis Orbitae eccentricae, quoad longiorem ejus diametrum; Orbita verò ipsa, ut AD, tangit AF superiorem ex tribus, ab unâ plagâ A, inferiorem CD ex oppositâ D. Circulus GH punctis adumbratus, et per centrum Solis descriptus, indicat viam Solis apud TYCHONEM BRAHE; qui si hanc viam movetur, omnia omninò puncta totius Systematis planetarij, hîc depicti, viam incedunt aequalem, quilibet suam propriam. Et uno ejus puncto, scilicet centro Solis, in unâ sui circuli parte stante, ut hîc in infimâ; omnia omninò puncta Systematis stabunt in imis partibus suorum quodque circulorum. Veneris etiam tres circuli propter angustiam spacij coierunt in unum, praeter voluntatem.



III. Numerus corporum Harmonias facientium quam causam habeat.

Tertiò repetat lector ex Mysterio meo Cosmographico, quod edidi ante 22. annos: Numerum Planetarum seu curriculorum circa Solem, desumptum esse à sapientissimo Conditore ex quinque figuris regularibus solidis, de quibus EVCLIDES jam ante tot saecula, librum scripsit, qui Elementorum dicitur, eò quòd ex Propositionum serie sit constructus. Quòd autem plura corpora regularia nequeant esse, hoc est, quòd figurae planae regulares nequeant saepiùs, quam quinquies, in solidum congruere; id libro secundo hujus operis patuit.

IV. Magnitudo Sphaerarum, quas permeant illa corpora, quam causam habeat?

Quartò, quod attinet proportionem Orbitarum Planetariarum, illa quidem inter binas Orbitas vicinas semper est tanta, ut facilè appareat, unamquamque illarum appropinquare proportioni unicae Orbium unius ex quinque solidis figuris, scilicet Orbis Circumscripti ad Orbem Inscriptum figurae: at non tamen planè aequalis est, ut olim ausus fui de perfectâ denique astronomia polliceri. Nam post absolutam demonstrationem intervallorum, ex observationibus BRAHEI, deprehendi hoc, Cubi quidem angulis, intimo Saturni circulo applicatis, centra planorum ferè tangere medium circulum Jovis; et Tetraëdri angulis intimo

Jovis circulo insistentibus, centra planorum Tetraëdri, tangere ferè Martis circulum extimum; sic Octaëdri angulis, ex Veneris quocunque circulo surgentibus (sunt etenim omnes tres in angustissimum intervallum redacti) Centra planorum Octaëdricorum penetrare et profun-
187 diùs descendere infra Mercurij cir|culum extimum, neque tamen venire usque ad medium Mercurij circulum: denique Dodecaëdricorum quidem et Icosaëdricorum Orbium proportionibus inter se aequalibus, omnium proximas esse proportiones seu intervalla inter Martis et Telluris, interque Telluris et Veneris circulos, easque ipsas inter se simi-
10 liter aequales; si ab intimo Martis ad medium Telluris, à medio verò Telluris ad medium Veneris computemus; Telluris enim medium intervallum est Medium proportionale, inter minimum Martis et medium Veneris: attamen has duas proportiones inter Planetarum circulos, adhuc esse majores, quàm sunt binorum illorum in figuris orbium; sic, ut Planorum Dodecaëdri centra non tangant circulum extimum Telluris, neque Icosaëdricorum planorum centra, circulum extimum Veneris: sed nec expleri hunc hiatum, per semidiametrum orbis Lunae, suprà additam Telluris intervallo maximo, infrà verò ademptam ejusdem minimo: sed aliam quandam deprehendo proportionem figuralem;
20 si nempe auctum Dodecaëdron, cui nomen Echino feci; conformatum Fol. 181.
scilicet ex duodecim stellis quinquangularibus, eòque proximum quinque corporibus Regularibus; hoc inquam, si duodecim mucrones suos collocet in circulo Martis intimo, tunc latera Pentagonorum, qui singuli singulorum radiorum seu mucronum sunt bases, attingere medium circulum Veneris. Breviter, Cubus et Octaëdron conjuges, penetrant suos planetarios orbes nonnihil; Dodecaëdron et Icosaëdron conjuges, non planè assequuntur suos, Tetraëdron praecisè tangit utrumque: illîc minus, istîc plus, hîc aequale est in Planetarum intervallis.

Ex qua re patet, proportiones ipsissimas intervallorum Planetariorum
30 à Sole, ex solis figuris Regularibus desumptas non esse; non aberrat enim ab Archetypo suo Creator, Geometriae fons ipsissimus, et, ut
† PLATO scripsit, *aeternam exercens Geometriam*. Et potuit sanè hoc ipsum colligi vel ex eo, quòd Planetae omnes intervalla per certas temporum periodos mutant: sic, ut unusquisque duo habeat insignia intervalla à Sole, Maximum et Minimum; daturque inter binos Planetas comparatio intervallorum à Sole quadruplex, vel maximorum, vel minimorum, vel contrariorum remotissimorum inter se, vel proximorum: ita fiunt binorum et binorum vicinorum planetarum comparationes numero viginti: cùm è contrario, figurae solidae solùm quinque sint. At verò
40 consentaneum est, Creatorem, si curam habuit proportionis Orbium in genere, curam etiam habuisse proportionis, quae est inter singulorum

in specie intervalla variantia; eamque curam utrinque eandem esse, alteramque ex alterâ necti: quo perpenso, obtinebimus sanè et hoc, quòd ad constituendas Orbium et diametros et Eccentricitates junctim, pluribus sit opus principijs, praeter quinque regularia corpora.

V. Axiomata astronomica motuum verorum.

Quintò ut ad motus veniamus, inter quos constitutae sunt Harmoniae; rursum inculco lectori, demonstratum esse à me in commentarijs de Marte, ex certissimis BRAHEI observationibus, quòd arcus diurni aequales in Eccentrico uno et eodem, non aequali permeentur celeritate;
1. sed quòd hae diversae *Morae in partibus aequalibus Eccentrici, observent proportionem suorum intervallorum à Sole*, fonte motus: et vicissim, [1] quòd 10 188
suppositis temporibus aequalibus, puta uno die naturali utrinque, re-
2. spondentes ijs, *diurni veri arcus eccentricae Orbitae unius, habeant inter se proportionem, eversam proportionis intervallorum duorum à Sole.* Simul autem †
3. demonstratum est à me, *Orbitam Planetae esse ellipticam, et Solem*, fontem
4. motus, *esse in altero focorum hujus Ellipsis;* itaque fieri, ut Planeta, ab-
5. soluto totius circuitus *quadrante â suo Aphelio, praecisè mediocre habeat intervallum à Sole*, inter maximum in Aphelio, et minimum in Perihelio.
6. Ex his verò duobus axiomatibus conficitur, ut diurnus Planetae *medius motus* in eccentrico, *idem sit et verus* ejus Eccentrici arcus diurnus, illis momentis, quibus Planeta est *in fine quadrantis Eccentrici ab Aphelio com-* 20
putati, licet ille quadrans verus adhuc minor appareat justo quadrante.
7. Sequitur amplius, quòd *duo quicunque arcus Eccentrici diurni verissimi, aequaliter verè distantes, alter ab Aphelio, alter à Perihelio, juncti aequent duos diurnos medios:* et per consequens, cùm sit eadem circulorum proportio, †
8. quae diametrorum, quòd *eadem sit proportio unius diurni medij ad junctos medios omnes* inter se aequales, quot sunt in toto circuitu, *quae est medij diurni ad junctos veros omnes* arcus Eccentricos, totidem numero, sed inter se inaequales. Et haec de veris Eccentrici arcubus diurnis, deque veris motibus sunt praecognoscenda, ut jam ex ijs intelligamus motus apparentes, oculo in Sole supposito. 30

VI. Axiomata Astronomica motuum ex Sole apparentium seu angulorum, quos lineae diurnos comprehendentes conformant in centro Solis.

Sextò, quantum verò attinet arcus apparentes velut ex Sole, notum est ex antiquâ etiam astronomia, quòd ex motibus veris, etiam aequalibus inter se, is qui longiùs à centro Mundi recessit (ut qui est in *Aphelio*) *appareat esse minor*; spectanti ex illo centro; qui propior sit, ut *qui est in Perihelio, idem et major.* Cùm igitur insuper etiam majores sint veri arcus diurni in propinquo, propter motum celeriorem, minores in Aphelio remoto, propter motus tarditatem: hinc ego demonstravi in Mar-
2. tialibus, *proportionem apparentium arcuum diurnorum unius Eccentrici, satis praecisè duplam eversam esse, proportionis suorum intervallorum à Sole.* Vt si planeta in unâ suarum dierum, quando est in Aphelio, distaret à Sole 40
partibus, quacunque mensura, 10. in opposita die, quando est in Peri-

helio, partibus consimilibus 9: certum est, quòd ex Sole apparens ejus promotio in Aphelio futura sit ad apparentem in Perihelio, sicut 81. ad 100.

Hoc autem verum est cum his cautionibus; primò *ut arcus Eccentrici* 3.
non sint magni, ne communicent cum distantijs diversis, multùm differentibus, hoc est ne causentur sensibilem varietatem distantiae terminorum suorum ab Apsidibus: deinde, *ut Eccentricitas non sit valdè magna:* 4.
nam quo major Eccentricitas, sc. quo major fit arcus; hoc magis augetur ejus apparentiae angulus, ultra modulum appropinquationis suae
† 10 ad Solem: *per Theorema* 8. *Opticorum* EVCLIDIS; quod tamen *in arcubus* 5.
parvis et magnâ distantiâ nullius est momenti, ut in meis Opt. Capite XI. monui. Sed est alia causa, cur hoc moneam. Nam *arcus Eccentrici circa* 6.
Medias Anomalias inspiciuntur obliquè ex centro Solis, quae obliquitas minuit apparentiae magnitudinem; cùm ex adverso *arcus circa Apsidas*, 7.
aspectui, velut in Sole collocato, *objiciantur rectè*. Quando igitur Eccentri-
189 citas est valdè magna, tunc sensibiliter nocetur proportioni mo'tuum, si motum medium diurnum sine diminutione applicemus distantiae mediocri, quasi is ex distantiâ mediocri tantus appareret, quantus est: ut infrà in Mercurio apparebit. Haec omnia prolixiùs traduntur in Ep.
20 Astr. Copernicanae Lib. V: fuerunt autem hîc etiam commemoranda, quia attinent ipsissimos terminos harmoniarum coelestium, per se singulos seorsim consideratos.

VII. Rejectio motuum qui apparent ex terra prospicientibus.

Septimò, si cui fortè occurrant ij motus diurni, qui non apparent velut ex Sole, sed ex Terrâ spectantibus: de quibus agit lib. VI. Ep. Ast. Cop. is sciat, eorum rationem in hoc negocio planè nullam haberi: sanè neque debet, cùm Terra non sit fons motus ipsorum; neque potest, cùm motus ij non tantùm in meram quietem seu stationem apparentem, sed planè in retrogradationem, quantum ad fallacem apparentiam, degenerent: qua ratione omnis proportionum infinitas omnibus planetis simul et
30 ex aequo tribuitur. Vt igitur certum habeamus, quales proportiones proprias constituant diurni motus singularum verarum Orbitarum eccentricarum (licet et ipsi adhuc apparentes sint, veluti spectanti ex Sole fonte motus): removenda prius est ab ijs motibus proprijs, haec phantasia, communis omnibus quinque, motus annui adventitij; sive ille ex ipsius Telluris motu oriatur, secundùm COPERNICVM; sive ex motu systematis totius annuo, secundùm TYCHONEM BRAHE; motusque cuique Planetae proprij, enucleati, sub conspectum subjiciendi sunt.

VIII. Quae proportio periodicorum Temporum ad intervalla binorum quorumcunque à Sole?

Octavò hactenus egimus de diversis moris vel arcubus unius et ejusdem Planetae. Jam etiam de binorum Planetarum motibus inter se com-
40 paratis agendum. Vbi nota definitionem Terminorum, qui sunt nobis
futuri necessarij. *Apsidas proximas* duorum planetarum dicemus Peri- 1.

helium superioris, et Aphelium inferioris: non obstante, quòd illae vergunt in plagam Mundi, non eandem, sed diversas, et fortè contrarias.
2. *Motus extremos*, intellige, tardissimum et velocissimum totius circuitus
3. Planetarij. *Convergentes extremos seu Conversos*, qui sunt in binorum Apsidibus proximis, scilicet in Perihelio superioris, et Aphelio inferioris;
4. *Divergentes vel Diversos*, qui in Apsidibus oppositis, scilicet Aphelio superioris et Perihelio inferioris. Rursum igitur hic aliqua pars mei Mysterij Cosmographici, suspensa ante 22. annos, quia nondum liquebat, absolvenda, et huc inferenda est. Inventis enim veris Orbium intervallis, per observationes BRAHEI, plurimi temporis labore continuo; tandem, tandem, genuina proportio Temporum periodicorum ad proportionem Orbium — — *sera quidem respexit inertem,*

Respexit tamen et longo pòst tempore venit;

eaque si temporis articulos petis, 8.Mart. hujus anni millesimi sexcentesimi decimi octavi animo concepta, sed infoeliciter ad calculos vocata, eòque pro falsâ rejecta, denique 15. Maji reversa, novo capto impetu, expugnavit Mentis meae tenebras; tantâ comprobatione et laboris mei septendecennalis in Observationibus Braheanis, et meditationis hujus, in unum conspirantium; ut somniare me, et praesumere quaesitum inter principia, primò crederem. Sed res est certissima exactissimaque,
5. quòd *proportio quae est inter binorum quorumcunque Planetarum tempora periodica, sit praecisè sesquialtera proportionis mediarum distantiarum*, id est *Orbium ipsorum;* attento tamen hoc, quòd *medium arithmeticum inter utramque diametrum ellipticae Orbitae sit paulò minus longiore diametro.* Itaque si quis *ex periodo*, verbi causâ Telluris, quae est annus unus, et *ex Periodo* Saturni, triginta annorum, sumpserit tertiam proportionis partem; id est, *radices cubicas*, et hujus proportionis duplum fecerit, radicibus *quadratè multiplicatis, is habet in prodeuntibus numeris intervallorum* Terrae et Saturni *à Sole mediorum, proportionem justissimam.* Nam cubica radix de 1. est 1. ejus quadratum 1. Et cubica radix de 30. est major quàm 3. ejus igitur quadratum majus quàm 9. Et Saturnus mediocriter distans à Sole, paulò altior est noncuplo mediocris distantiae Telluris à Sole. Hujus Theorematis usus infrà Cap. IX. necessarius erit ad demonstrationem Eccentricitatum.

Nam in Commentarijs Martis cap. XLVIII. fol. 232. probavi *Medium hoc arithmeticum vel ipsam esse diametrum circuli qui longitudine aequat ellipticam orbitam vel eâ proximè minus.*

IX. Quantum spacij quilibet planeta respectu alterius trajiciat quovis tempore.

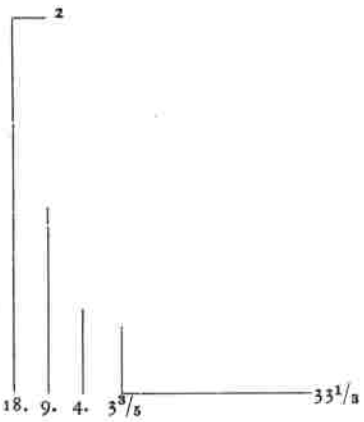
Nonò si jam ipsa verissima itinera diurna cujusque planetae per auram aetheriam eâdem veluti decempedâ volueris metiri; conjungendae erunt proportiones duae, una diurnorum arcuum Eccentrici verorum (non apparentium) altera intervallorum cujusque à Sole mediocrium, quia eadem est et amplitudinis orbium; hoc est, *multiplicandus cujusque Planetae arcus verus diurnus in sui orbis semidiametrum:* quo facto, prodibunt numeri idonei ad exquirendum, num illa itinera faciant proportiones Harmonicas.

Decimò, ut verò habeas, quantam quodlibet talium diurnorum itinerum faciat apparentiam, oculo velut in Sole collocato; etsi hoc idem ex Astronomiâ potest immediatè peti; tamen etiam sic patebit, si addideris Itinerum proportioni proportionem eversam intervallorum non mediorum, sed verorum, quae sunt quovis loco Eccentricorum: *Multiplicato itinere superioris in intervallum inferioris à Sole, et vicissim itinere inferioris in intervallum superioris à Sole.*

X. Quomodo ex veris itineribus, et veris planetarum à Sole intervallis, habeatur motus ex Sole apparens, subjectum Harmoniae coelestis.

Vndecimò, nec minùs etiam ex datis motibus apparentibus, Aphelio unius et Perihelio alterius, vel vicissim alternisve, proportiones eliciuntur Intervallorum, Aphelij unius ad Perihelium alterius: ubi tamen medios motus oportet esse praecognitos, sc. proportionem periodicorum Temporum eversam, ex quibus elicitur Orbium proportio, per Num. VIII. praemissum: tunc *sumpto medio proportionali inter motum alterutrum apparentem et suum medium, fit ut hoc medium proportionale ad semidiametrum orbis* jam patefactam, *sic medius motus, ad distantiam vel intervallum quaesitum.* Sint duorum planetarum periodica tempora 27. et 8. ergò medij motus diurni illius ad hunc, est illa, quae 8. ad 27. quare erunt semidiametri orbium ut 9. ad 4. Nam radix cubica de 27. est 3. de 8. est 2: harum radicum 3. et 2. quadrata sunt 9. et 4. Sint jam motus apparentes, Aphelius unius 2. et Perihelius alterius 33 cum tertia parte. Media proportionalia inter motus medios 8. 27. et hos apparentes, erunt 4. et 30. Si ergò medium 4. dat mediocrem distantiam planetae 9. tunc medius motus 8. dat aphelium intervallum 18. respondens apparenti motui 2. Et si medium alterum 30. dat mediocrem distantiam alterius planetae 4. tunc medius illius motus 27. dat perihelium illius intervallum 3 cum 3 quintis. Dico igitur, distantiam Apheliam illius, esse ad Periheliam hujus, ut 18. ad 3 cum 3 quintis. Ex quo patet, quòd impe-
191 ratis harmonijs, inter motus extremos binorum, et periodicis temporibus utrique praescriptis, necessitentur intervalla extrema et mediocria,
† quare etiam Eccentricitates.

XI. Quomodo ex apparentibus (velut ex Sole) diurnis motibus, eliciantur intervalla Planetarum à Sole.



Duodecimò, datur etiam ex unius et ejusdem Planetae motibus extremis diversis, invenire *Motum medium. Hic enim non praecisè est arithmeticum medium inter motus extremos, nec praecisè medium geometricum; sed tanto minor geometrico Medio, quantò Medium geometricum minus est, quàm medium inter utrumque.* Sint duo motus extremi 8. et 10. Medius motus erit

XII. Quae proportio Motus medij ad extremos.

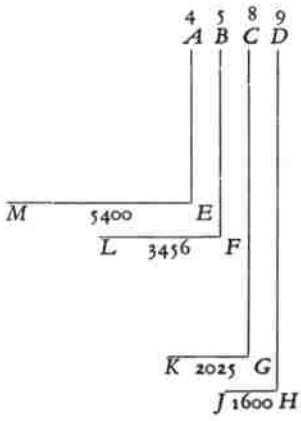
32/33) quòd impe-ltis

minor quàm 9. minor etiam quàm radix de 80. dimidio ejus, quod est inter utrumque, 9. et Rad. de 80. Ita si sit Aphelius 20. perihelius 24. motus medius erit minor quàm 22. minor etiam quàm radix de 480. dimidio ejus, quod est inter hanc radicem et 22. Hujus theorematis usus est in sequenti.

XIII. Quae cognatio proportionis intervallorum inter binos Planetas et Solem cum proportione motuum apparentium utriusque.

Decimotertiò, ex praemissis demonstratur, haec Propositio, nobis valde necessaria futura, quòd quemadmodum proportio mediorum motuum in binis planetis, est sesquialtera eversa proportionis orbium; sic *proportio* duorum *Apparentium convergentium extremorum Motuum semper deficiat à sesquialterâ proportionis intervallorum, illis* Extremis motibus *respondentium: et quantisper quidem* duae *proportiones* duorum *intervallorum respondentium, ad intervalla* duo *media seu ad semidiametros* duorum *orbium iunctae, faciunt minus quàm dimidiam proportionis orbium, tantisper proportio Motuum* duorum extremorum *convergentium, est major proportione respondentium intervallorum: si verò illa summa superaret dimidiam proportionis orbium, tunc motuum convergentium proportio fieret minor proportione suorum intervallorum.*

Sit Orbium proportio DH. AE, Motuum mediorum proportio HI, EM, prioris sesquialtera eversa. Sit intervallum illic minimum sui orbis sc. CG, hic maximum sui, sc. BF; et junctae proportiones DH, CG, et BF. AE sint primò minores dimidiâ ipsius DH, AE. Sitque motus superioris perihelius apparens GK, inferioris Aphelius FL. ut sint extremi convergentes. Dico proportionem GK. FL, esse majorem, proportione CG. BF eversâ; minorem tamen ejus sesquialterâ. Nam proportio HI ad GK, est dupla proportionis CG ad DH, et proportio FL ad EM, dupla proportionis AE ad BF. Junctae igitur duae proportiones, HI ad GK, et FL ad EM, duplum efficiunt junctarum CG ad DH, et AE ad BF. Sed junctae CG ad DH, et AE ad BF, sunt minores dimidio proportionis AE ad DH, defectu certo, ut est in suppositis; ergò et junctae HI ad GK, et FL ad EM sunt minores duplo dimidij, id est, minores tota proportione AE ad DH, defectu prioris duplo. Sed HI ad EM, est sesquialtera proportionis AE ad DH, per VIII. praemissum. Ergò minus toto defectu duplicato, ablatum à sesquialtero, scilicet proportiones HI ad GK, et FL ad EM, à proportione HI ad EM, relinquunt plus quàm semis proportionis AE ad DH, excessu duplicato: relinquunt verò proportionem GK ad FL: Ergò proportio GK ad FL, est plus quàm dimidia proportionis AE ad DH, excessu duplicato. At proportio AE ad DH,



30) defecto 35/36) *und* 37) reliquunt

est composita ex tribus; ex AE ad BF, ex BF ad CG, et ex CG ad DH.
192 Et CG ad DH, cum AE ad BF [1] est minus dimidio ipsius AE ad DH, defectu simplo. Ergò BF ad CG est plus dimidio ipsius AE ad DH, excessu simplo. Sed proportio GK ad FL erat etiam plus quam dimidia ejusdem AE ad DH, verùm excessu duplicato. Duplicatus verò excessus est major simplo. Ergo proportio motuum GK ad FL est
t major, proportione intervallorum respondentium, BF ad CG.

Eodem planè modo demonstratur etiam è contrario, si planetae appropinquent invicem in G. F, ultra distantias medias in H. E. sic ut
10 proportio mediarum distantiarum DH. AE, amittat plus dimidio; tunc motuum GK ad FL proportionem, fieri minorem proportione suorum intervallorum BF ad CG. Nihil enim ultrà faciendum, quàm ut mutes voces, *Major* in *Minor*, *Plus* in *Minus*, *Excessus* in *Defectus*, et vicissim.

In appositis numeris, quia dimidia de 4.9. est 2.3: et 5.8. est adhuc major quàm 2.3. quantitate excessus 15.16; et verò proportionis 8. ad 9. dupla facta est proportio 1600. ad 2025. id est 64. ad 81; et proportionis 4. ad 5. dupla est facta proportio 3456. ad 5400, id est 16. ad 25. denique proportionis 4. ad 9. sesquipla est facta proportio 1600. ad
20 5400, id est 8. ad 27: ideò etiam proportio 2025. ad 3456, hoc est 75. ad 128, adhuc major est, quàm 5. ad 8, hoc est 75. ad 120. quantitate excessus itidem (120. ad 128. id est) 15. ad 16. Vt ita *proportio motuum Convergentium* 2025. *ad* 3456, *tanto superet proportionem eversam intervallorum respondentium* 5. *ad* 8. *quantò haec superat dimidium proportionis Orbium* 4. *ad* 9. Vel quod eodem redit, *Proportio duorum intervallorum convergentium, est media inter dimidiam Proportionis Orbium, et inter eversam Motuum respondentium.*

Ex hoc autem datur intelligi, *Motuum divergentium proportionem, esse multò majorem sesquialterâ proportionis orbium:* cùm ad sesquialteram acce-
30 dant duplae proportionum, intervalli Aphelij ad intervallum medium, et medij ad perihelium.

CAPVT IV

QVIBVS IN REBVS AD MOTVS PLANETARVM PERTINENTIBVS, EXPRESSAE SINT A CREATORE PROPORTIONES HARMONICAE, ET QVOMODO?

Igitur ablata phantasia retrogradationum et stationum, et enucleatis planetarum proprijs motibus, in suis genuinis Orbitis eccentricis, restant adhuc haec in planetis distincta, 1. Intervalla à Sole. 2. Tempora periodica. 3. Arcus eccentrici diurni. 4. Morae in ijs arcubus diurnae. 5. Anguli ad Solem seu arcus diurni apparentes veluti spectantibus ex Sole. Rursumque, omnia haec (exceptis Temporibus periodicis) sunt variabilia toto circuitu, plurimùm quidem in longitudinibus medijs, minimùm verò in extremitatibus, | quando conversione factâ ab earum unâ, revertuntur ad oppositam; ut cùm est Planeta humilimus et Soli vicinissimus, eoque in uno gradu Eccentrici moratur quàm minimum, et vicissim in una die maximum arcum Eccentrici diurnum conficit, et velocissimus ex Sole apparet: tunc illius motus manet aliquandiu in hoc vigore, sine sensibili variatione: donec superato perihelio planeta paulatim inceperit à Sole discedere in lineâ rectâ longiùs; tunc simul et in gradibus Eccentrici moratur diutius: aut si unius diei motum consideres, sequenti quoque die proficit minùs, multoque etiam tardior ex Sole apparet: donec summae Apsidi appropinquaverit, faciens intervallum à Sole maximum; tunc enim et diutissimè omnium moratur in uno gradu Eccentrici; aut contrà, in unâ die minimum ejus arcum conficit, multoque etiam minorem et totius ambitus sui minimam facit apparentiam.

Denique haec omnia sunt vel unius alicujus Planetae per diversa tempora; vel sunt in planetis diversis; sic ut suppositâ temporis infinitate, omnes affectiones circuitus unius planetae, cum omnibus affectionibus circuitus alterius planetae, eodem temporis momento concurrere et comparari possint: et tunc integri quidem Eccentrici, inter se comparati, proportionem habent eandem, quam ipsorum semidiametri, seu intervalla mediocria; arcus verò Eccentricorum duorum, aequaliter vel eodem numero denominati, habent tamen inaequales veras longitudines in proportione totorum Eccentricorum. Verbi causa, gradus unus in Sphaera Saturni duplo ferè major est, quàm gradus unus in Sphaera Jovis. Et vicissim, arcus diurni Eccentricorum expressi numeris astronomicis, non exhibent proportionem verorum itinerum, quae globi in una die conficiunt per auram aetheream, quia singulae unitates denotant in ampliori circulo Planetae superioris, itineris particulam ma-

jorem, in angustiori verò circulo inferioris, particulam minorem. Vt sic haec jam accedat considerationis pars sexta, de Itineribus binorum Planetarum diurnis.

Primùm igitur sumamus secundum ex positis; Tempora scilicet periodica Planetarum: quae continent summas collectas ex omnibus Moris omnium Graduum totius ambitus, longis, mediocribus, parvis. Et deprehensum est ab antiquo ad nos usque, quòd Planetae circa Solem reditus suos absolvant, ut sequitur in Tabellâ.

	Diebus	Diei scrupulis.	Ergò diurni medij Min.	Sec.	Tert.
Saturnus	10759.	12	2.	0.	27.
Jupiter	4332.	37	4.	59.	8.
Mars	686.	59	31.	26.	31.
Tellus cum Luna	365.	15	59.	8.	11.
Venus	224.	42	96.	7.	39.
Mercurius	87.	58	245.	32.	25.[1]

194 In his igitur periodicis temporibus harmonicae proportiones nullae sunt, quod facilè apparet, si periodi majores continuè bisecentur, minores continuè duplicentur, ut dissimulatis Diapason intervallis, ea quae sunt intra unum Diapason, exquirere possimus.

	Saturni	Jovis	Martis	Telluris	Veneris	Mercurij	
	10759. 12						
Dimi-	5379. 36	4332. 37				87. 58	Du-
dia.	2689. 48	2166. 19			224. 42	175. 56	pla.
	1344. 54	1083. 10	686. 59	365. 15	449. 24	351. 52	
	672. 27	541. 35					

Omnes ultimi, ut vides, abhorrent à proportionibus harmonicis, videnturque similes ineffabilibus. Capiat enim numerus dierum Martis 687. mensuram 120, quae est divisionis Chordae; venient in hac mensurâ Saturno, pro parte sedecimâ, paulò plus quàm 117; Jovi pro parte octavâ, minus quàm 95; Telluri minus quàm 64; Veneri pro duplo, plus quàm 78; Mercurij quadruplo, 61 plus. Atqui hi numeri cum 120. non faciunt ullam proportionem harmonicam, sed eorum vicini, 60. 75. 80. 96. Ita qualium Saturnus habet 120; Jupiter habet ferè 97; Tellus supra 65; Venus plus quàm 80; Mercurius minus quàm 63. Et qualium Jupiter habet 120; Terra habet minus quàm 81; Venus minus quàm 100;

Mercurius minus quàm 78. Qualium item Venus habet 120; Terra habet minus quàm 98; Mercurius plus quàm 94. Qualium denique Terra habet 120; Mercurius habet minus quàm 116. Quòd si valuisset hîc libera proportionum electio: omninò perfectae Harmoniae, non verò excedentes et deficientes sumptae fuissent. Non deprehenditur igitur Creator Deus inter has morarum summas collectas in Tempora periodica, voluisse introducere proportiones harmonicas.

Proportio inter se globorum Planetariorum.

Ac cùm sit conjectura probabilissima (quippe nixa demonstrationibus Geometricis, et doctrinâ de causis motuum Planetariorum, traditâ in commentarijs Martis) Planetarum moles corporum, esse in proportione periodicorum Temporum, sic ut Saturni globus sit trigecuplo circiter major, globo Telluris, Jupiter duodecuplo, Mars minùs duplo, Terra globi Veneris sesquialtero major, Mercurialis globi quadruplo major: non erunt igitur neque hae proportiones corporum harmonicae.

Cùm autem Deus nihil sine Geometricâ pulchritudine constituerit, quod non ab alio priore, quadam necessitatis lege sit nexum; facilè colligimus, temporibus periodicis suas venire prolixitates, adeòque et Corporibus mobilibus suas moles, ab aliquo, quòd est in Archetypo prius; ad quod exprimendum, istae, ut videntur improportionatae moles et periodi, sunt in hunc modulum aptatae. At collectas esse dixi Periodos ex Moris, longissimis, mediocribus, et tardissimis: oportet igitur vel in his Moris, vel si quid est ijs priùs in Mente Opificis, inveniri concinnitates Geometricas. Morarum verò proportiones nexae sunt ab arcuum [1] diurnorum proportionibus; quia arcus proportionem eversam *195* habent proportionis Morarum. Rursum, et Morarum et Intervallorum unius alicujus Planetae proportiones, diximus esse easdem. Quòd igitur attinet Planetas singulos, una et eadem erit consideratio trium horum, Arcuum, Morarum in Arcubus aequalibus, et Remotionis arcuum à Sole, seu Intervallorum. Et quia jam variabilia sunt haec omnia in Planetis: dubium nullum esse potest, quin si quid fuerint sortita pulchritudinis Geometricae, certo summi Opificis consilio; id suis Extremis acceperint, ut Aphelijs et Perihelijs intervallis; non ita Medijs interjectis. Nam datis extremorum intervallorum proportionibus, jam non opus est consilio, ut intermediae proportiones certo aptentur numero; sequuntur enim ultrò, necessitate motus planetarij ab uno Extremo, per intermedia omnia, ad Extremum alterum.

Igitur extrema intervalla sunt ista, per accuratissimas TYCHONIS BRAHEI observationes, methodo in Commentarijs Martis traditâ, exquisita, pertinacissimo septendecim annorum studio.

22/23) concinniates

Comparata Intervalla cum Harmonicis

Binorum		Singulorum propr.
Diverg. Converg.	Saturni Aphelium 10052. a Perihelium 8968. b	Plus tono minore $\frac{10000}{9000}$ Minus tono majore $\frac{10000}{8935}$
a $\frac{2}{1}$ d b $\frac{5}{3}$ c	Jovis Aphelium 5451. c Perihelium 4949. d	Nulla concinna proportio sed ferè $\frac{11}{10}$ inconcinna vel dim. de harmonica $\frac{6}{5}$.
c $\frac{4}{1}$ f d $\frac{3}{1}$ e	Martis Aphelium 1665. e Perihelium 1382. f	Hic $\frac{1665}{1388}$ esset Harmonica $\frac{6}{5}$ et $\frac{1665}{1332}$ esset $\frac{5}{4}$.
e $\frac{5}{3}$ h f $\frac{27}{20}$ g	Terrae Aphelium 1018. g Perihelium 982. h	Hic $\frac{1020}{980}$ esset diesis $\frac{25}{24}$ non possidet ergò diesin.
g $\frac{2}{1}$ k sem. sc. $\frac{10000}{7071}$ h $\frac{27}{20}$ i	Veneris Aphelium 729. i Perihelium 719. k	Minus quàm sesquicomma plus quam tertia pars diesios.
i $\frac{12}{5}$ m k $\frac{243}{160}$ l	Mercurij Aphelium 470. l Perihelium 307. m	Plus quam diapente abundans $\frac{243}{160}$ minus quàm Harmonica $\frac{8}{5}$.

Nullius igitur Planetae unius intervalla Extrema ad Harmonias alludunt, praeter Martis et Mercurij.

At si diversorum Planetarum intervalla extrema inter se compares: jam affulgere incipit aliqua lux Harmonices. Nam Extrema ♄ et ♃ divergentia, faciunt paulò plus quàm Diapason; Convergentia, medium inter Sextas majorem et minorem. Sic Extrema ♃ et ♂ Divergentia complectuntur ferè Disdiapason, Convergentia ferè Diapente cum diapason. Telluris verò et ♂ Divergentia, plus aliquantò sunt complexa, quàm Sextam majorem, Convergentia Diatessaron abundans. In sequenti copulâ Telluris et ♀ rursum inter Convergentia est idem diatessaron[1]
196 abundans, at inter divergentia destituimur Harmonicâ proportione: minor enim est quàm Hemidiapason (si ita licet loqui) hoc est, minor quàm semidupla. Denique inter Veneris et Mercurij divergentia, paulo minus interest compositâ ex Diapason et tertiâ minore; inter convergentia est Diapente abundans, paulò plus.

4) Converg. Diverg. 17) sc. $\frac{1000}{7071}$

Quibus gradibus ad veras harmonias coelestes perventum. Analogia inter convexum orbem et circularem lineam eadem, quae inter solidas figuras et harmonias: eadem etiam inter corpus et motum corporis.

Etsi igitur unum intervallum paulò longiùs abit ab Harmonicis: fuit tamen hic successus invitamentum ad progrediendum ulteriùs. Erant autem hae meae ratiocinationes. Primùm intervalla haec, in quantum sunt longitudines sine motu, non aptè ad Harmonica examinantur, quia Harmonijs magis familiare subjectum est Motus, causâ celeritatis et tarditatis. Deinde, in ijsdem, in quantum sunt diametri Orbium, credibile est, potiorem esse habitam rationem Corporum regularium quinque, ex analogiâ: quia quae ratio est corporum Geometricorum solidorum, ad coelestes orbes, undiquaque vel clausos coelesti materia, ut vult antiquitas, vel claudendos successivè plurimarum gyrationum agglomeratione: eadem est et Planarum figurarum, circulo inscriptilium (quae figurae Harmonias gignunt) ad circulos coelestes motuum, caeteraque spacia, in quibus fiunt motus. Ergò si quaerimus Harmonias, quaeramus eas non in his intervallis, ut sunt semidiametri Orbium; sed in illis, ut sunt mensurae motuum, hoc est, in ipsis potiùs motibus. Sanè intervalla non alia possunt accipi, pro semidiametris Orbium, quàm Mediocria; nos verò hic de Extremis agimus intervallis. Non agimus igitur de intervallis respectu suorum orbium, sed respectu motuum.

His igitur de causis cùm ad motuum extremorum comparationem transivissem; primùm manserunt magnitudine eaedem motuum proportiones, quae priùs erant intervallorum, tantummodò eversae; quare etiam inter motus inventae sunt proportiones aliquae, ut priùs, inconcinnae, et ab Harmonijs alienae. Id verò rursum ratus sum meritò mihi evenire; quippe qui comparem inter se arcus Eccentrici, qui neque sint expressi et numerati mensurâ magnitudinis ejusdem, sed numerentur gradibus et minutis, quae sunt in planetis diversis magnitudinis diversae; neque etiam faciant apparentiam ullibi tantam, quantum dicit numerus cujusque; nisi tantùm in centro Eccentrici cujusque, quod nullo corpore est suffultum, ac proinde etiam incredibile est, sensum vel instinctum naturalem in illo mundi loco ullum esse, apparentiae hujus capacem; imò et impossibile, siquidem comparabam diversorum planetarum arcus Eccentricos, causâ suae apparentiae in centris suis, quae diversi obtinent diversa: comparatae verò diversae apparentes magnitudines, in uno debebant Mundi loco sic apparere; ut id quod facultatem habet comparandi illa, sit in illo communis apparentiae loco praesens. Aut igitur removendam ex animo censui apparentiam horum arcuum eccentricorum, aut aliter informandam. Quòd si removerem apparentiam, et mentem ad ipsa diurna Planetarum itinera attenderem; vidi utendum esse praecepto illo, quod superiori capite Numero IX. tradidi. Multiplicatis igitur arcubus Eccentricorum diurnis in Orbium intervalla Mediocria, prodierunt haec itinera. [1]

197

	Diurni. Prim. Sec.	Intervalla mediocria.	Itinera diurna.
Saturni Aphelij	1. 53.	9510.	1075
Perihelij	2. 7.		1208
Jovis Aphelij	4. 44.	5200.	1477
Perihelij	5. 15.		1638
Martis Aphelij	28. 44.	1524.	2627
Perihelij	34. 34.		3161
Telluris Apheliae	58. 6.	1000.	3486
Periheliae	60. 13.		3613
Veneris Apheliae	95. 29.	724.	4148
Periheliae	96. 50.		4207
Mercurij Aphelij	201. 0.	388.	4680
† Perihelij	307. 3.		7148

Ita Saturnus vix septimam partem conficit, itineris Mercurialis fitque quod ARISTOTELES lib. II. de coelo † rationi consentaneum censuit, ut semper is, qui Soli propior, majus spacium conficiat, quam qui remotior: quod in antiqua astronomia obtineri non potest.

Quod igitur attinet singulorum itinera diurna, proportiones ijs comprehensas oportet easdem magnitudine esse, quae priùs fuerunt in intervallis, sed specie eversas: quia arcus Eccentrici, ut dictum, habent suorum intervallorum à Sole proportionem eversam.

Itinera verò binorum extrema vel diversa vel conversa si consideremus, multò minus harmonicum quicquam apparet, quàm priùs, cùm ipsos arcus considerassemus.

Et sanè si rem pensitemus diligentiùs, apparebit, non valde verisimile esse, Creatorem sapientissimum Harmonias inter ipsa potissimum itinera Planetaria procurasse. Nam si sunt Harmonicae proportiones itinerum: erunt reliqua omnia, quae habent planetae, coacta, et ex itineribus nexa, ut non sit locus alibi procurandi Harmonias. At cui bono Harmoniae inter itinera; aut quis has harmonias percipiet? Duo sunt, quae nobis harmonias in rebus naturalibus patefaciunt, vel lux vel sonus: illa per oculos, sensusve occultos oculis analogos, hic per aures, recepti; quas species occupans mens, sive instinctu (de quo lib. IV. abunde) sive per ratiocinationem Astronomicam vel Harmonicam, dijudicat concinnum ab inconcinno. Jam soni in coelo nulli existunt, nec tam turbulentus est motus; ut ex attritu aurae coelestis eliciatur stridor. Restat lux: si haec docere debet de itineribus Planetarum; docebit vel Oculos, vel sensorium ijs analogon, situm in certo loco; et ut statim ipsa per se lux edoceat, coram videtur adesse oportere sensum. Erit igitur sensus in toto Mundo; scilicet ut unus et idem omnium Planetarum motibus

4) 1065 *statt* 1075 12) 4149 *statt* 4148

simul adsit. Nam illa via, ab observationibus, per longissimas Geometriae et Arithmeticae ambages, per proportiones orbium et caetera antea discenda, usque ad itinera haec ipsa, traducta, nimis est longa pro instinctu aliquo naturali, cujus movendi causâ harmonias introductas esse consentaneum videtur.[1]

Omnibus igitur in unum conspectum coactis, conclusi rectè, dimissis 198
veris itineribus Planetarum per auram aetheriam, oportere nos oculos convertere ad Apparentes arcus diurnos, et apparentes quidem omnes ex uno certo et insigni Mundi loco, scilicet ex ipso corpore Solari, fonte Motus omnium Planetarum; videndumque, non quàm altus à Sole sit 10
Planetarum quilibet, nec per quantum spacium in unâ die trajiciat; hoc enim ratiocinativum est et astronomicum, non instinguibile: sed quantum angulum in ipso Solis corpore diurnus cujusque motus subtendat, vel quantum arcum sub uno communi circulo, ex Sole descripto, qualis est Ecliptica, quolibet die conficere videatur; ut ita haec apparentia, beneficio luminis ad corpus Solis perlata, cum ipso lumine rectâ in creaturas, instinctus hujus participes, sic influere possit: sicut libro quarto, schema coeli in foetum, beneficio radiorum diximus influere.

Docet igitur Astronomia Tychonica (remotis à planetario motu proprio, parallaxibus orbis annui, quae speciem ipsis induunt stationum et 20
retrogradationum), motus diurnos Planetarum in suis orbitis (apparentes veluti spectantibus ex Sole) esse hosce.

Harmoniae binorum. Div.	Conv.	Apparentes diurni.	Prim. Sec.		Prim. Sec.	Harmoniae singulorum propriae.
a 1/3 d	b 1/2 c	♄ Aphelius	1. 46. a.	Inter	1. 48.	est 4/5 Tertia major.
		Perihelius	2. 15. b.	et	2. 15.	
c 1/8 f	d 5/24 e	♃ Aphelius	4. 30. c.	Inter	4. 35.	est 5/6 Tertia minor.
		Perihelius	5. 30. d.	et	5. 30.	
e 5/12 h	f 2/3 g	♂ Aphelius	26. 14. e.	Inter	25. 21.	est 2/3 Diapente.
		Perihelius	38. 1. f.	et	38. 1.	
g 3/5 k	h 5/8 i	Tel. Aphelius	57. 3. g.	Inter	57. 28.	est 15/16 Semitonium.
		Perihelius	61. 18. h.	et	61. 18.	
i 1/4 m	k 3/5 l	♀ Aphelius	94. 50. i.	Inter	94. 50.	est 24/25 Diesis.
		Perihelius	97. 37. k.	et	98. 47.	
		☿ Aphelius	164. 0. l.	Inter	164. 0.	est 5/12 Diapason cum tertia minore.
		Perihelius	384. 0. m.	et	394. 0.	

20) induit

Nota, quòd Mercurij magna Eccentricitas, faciat motuum proportionem nonnihil differre à duplicatâ distantiarum proportione. Nam si feceris, ut 100. mediocrem distantiam, ad 121. Apheliam, duplo tantam proportionem motus Aphelij, ad motum medium 245 m. 32 s. tunc prodit motus aphelius 167. et si, ut 100. ad 79. distantiam periheliam; duplo tantam proportionem motus perihelij ad mediocrem eundem; Perihelius motus fiet 393. utrinque major, quam hic posui; quia scilicet medius motus in Anomalia media valde ex obliquo inspec is, non ap-
199 paret tantus, sc. non 245 m. 32 sec. sed minor, circiter 5. [1] scrupulis;
10 ergo etiam Aphelius et Perihelius minores elicientur. Minùs autem Aphelius, et plùs perihelius, propter Th. Opt. Evcl. ut cavi capite praecedenti, Numero VI.

Quòd igitur inter hos apparentes motus singulorum extremos essent Harmoniae, et Concinna intervalla, id vel ex proportionibus diurnorum arcuum eccentricorum, suprà relatis, potui praesumere animo: cùm viderem ibi passim semisses regnare proportionum harmonicarum; scirem verò, apparentium motuum esse duplam proportionem, proportionis motuum eccentricorum. Sed datur experientiâ ipsâ, vel sine ratiocinatione, quod affirmatur, comprobare; ut vides in tabellâ proximâ. Valdè
20 n. propè ad harmonias accedunt proportiones apparentium motuum singulorum; sic ut Saturnus et Jupiter paulo admodum plus quàm Tertias complectantur, Majorem et Minorem: excessus illic 53.54. hic 54.55. aut minus, sc. sesquicommata ferè; Terra paulò admodum, scilicet 137.138. vix semicommate, plus quàm semitonium; Mars aliquanto (scilicet 29.30. quod ad 34.35. vel 35.36. accedit) minus quàm Diapente; Mercurius supra Diapason, propiùs obtinet Tertiam Minorem, quàm Tonum, minus sc. habet per 38.39. circiter, quod est circiter duo commata, scilicet fere 34.35. vel 35.36. Sola Venus minus aliquid obtinet, quàm sunt omnia concinna, ipsaque
30 adeò Diesis: est enim proportio ejus inter duo et tria commata, superatque bessem Dieseos, existens circiter 34.35. ferè 35.36. commate diminuta Diesis.

In hanc considerationem etiam Luna venit. Nam deprehenditur ejus Apogaeae motus horarius in Quadris, omnium sc. tardissimus, 26 pr. 26 sec. Perigaeae in Copulis, omnium scilicet velocissimus, 35 pr. 12 sec. quâ ratione formatur exactissimè Diatessaron. Nam pars tertia de 26. 26. est 8. 49. — cujus quadruplum est 35. 15. Et nota, quòd Harmonia Diatessaron inter motus apparentes alibi nuspiam inveniatur: nota etiam analogiam Quartae in Harmonijs, cum Quadra in Phasibus. Haec itaque
40 inveniuntur in motibus singulorum.

34) motu

Quae Harmoniae inter binorum conversos et diversos motus.

At in binorum inter se collatorum Planetarum motibus extremis, clarissimus Sol Harmoniarum coelestium statim ad primum aspectum enititur, sive diversos motus extremos inter se compares, sive conversos. Nam inter conversos Saturni et Jovis, proportio est exactissimè dupla, seu Diapason; inter diversos, paulò admodùm amplius quam tripla, seu Diapason cum Diapente. Nam de 5 pr. 30 sec. tertia pars est 1 pr. 50 sec. cùm Saturnus pro eo habeat 1 pr. 46 sec. Igitur Planetaria ♃abet plùs unam Diesin, aut paulò quid minus sc. 26.27. vel 27.28: et minus unico Secundo ad Aphelium ♄ accedente, excessus erit 34.35. quanta est motuum extremorum ♀. Inter Jovis et Martis diversos et conversos regnant Trisdiapason, et Disdiapason epidiatrion, non perfectè. Nam pars octava de 38 pr. 1 sec. est 4 pr. 45 sec. cùm Jupiter habeat 4 pr. 30 sec. quos inter numeros adhuc interest 18.19. quod est medium inter 15.16. et 24.25. Semitonium et Diesin, scilicet proximè perfectum Limma 128.135. Sic pars quinta de 26 pr. 14 sec. est 5 pr. 15 sec. cum Jupiter habeat 5 pr. 30 sec. deest igitur hîc proportioni quintuplae circiter 21.22. quantum prius altera abundabat, ferè sc. Diesis 24.25. Propiùs accedit[1] Harmonia 5.24. quae ad Disdiapason pro majori Tertiâ adsciscit minorem. Nam de 5. 30. quinta pars est 1. 6, quae sumpta vicies quater, constituit 26.24. cum quo 26.14. non plus quam semicomma facit. Mars cum Tellure minimam proportionem sortitus est, exactissimè sesquialteram, seu Diapente: nam pars tertia de 57 pr. 3 sec. est 19 pr. 1 sec. cujus duplum 38 pr. 2 sec. quem ipsissimum numerum habet Mars, sc. 38 pr. 1 sec. Majorem illi proportionem sortiti sunt Diapason cum Tertia minori 5.12. paulò imperfectiùs. Nam pars duodecima de 61 pr. 18 sec. est 5 pr. 6 sem. sec. quae sumpta quinquies, fit 25 pr. 33 sec. cùm pro eo Mars habeat 26 pr. 14 sec. Deest igitur diminuta Diesis circiter, sc. 35.36. Tellus verò et Venus communes sortiti sunt harmonias, maximam 3.5. minimam 5.8. Sextas, majorem et minorem, rursum non perfectissimè. Nam pars quinta de 97 pr. 37 sec. est 19 pr. 31 sec. et hujus triplum fit 58 pr. 34 sec. quod est motu Telluris Aphelio plus per 34.35. quod est ferè 35.36. tantum superat Harmonicam Planetaria. Sic pars octava de 94 pr. 50 sec. est 11 pr. 51 sec.+ cujus quintuplum est 59 pr. 16 sec. quod est quàm proximè aequale medio motui Telluris; quare hîc minor est planetaria harmonicâ per 29.30. vel 30.31, quod est rursum ferè 35.36. Diesis diminuta; adeòque appropinquat haec minima illorum proportio, Harmoniae Diapente: pars enim tertia de 94 pr. 50 sec. est 31 pr. 37 sec. cujus duplum 63 pr. 14 sec. à quo deficit perihelius Telluris motus 61 pr. 18 sec. particulâ

Vide librum III. Cap. IV. fol. 39.

15) 128.125. 19) majori Sextâ

31.32. ut exactè Planetaria medium teneat inter vicinas Harmonicas. Denique Venus et Mercurius sortiti sunt proportiones, maximam Disdiapason, minimam Sextam duram; nec has planè perfectissimè. Nam pars quarta de 384. est 96 pr. 0 sec. cùm Venus habeat 94 pr. 50 sec. accedit igitur Quadruplae, unum comma circiter. Sic quinta pars de 164 pr. est 32 pr. 48 sec. quae ter sumpta facit 98 pr. 24 sec. cùm Venus habeat 97 pr. 37 sec. superat igitur Planetaria besse commatis circiter, hoc est 126.127.

Hae sunt igitur Harmoniae Planetis inter se distributae; nec est ulla ex praecipuis comparationibus (convergentium scilicet, et divergentium extremorum motuum) quae non adeò prope Harmoniam aliquam veniat, ut si vel chordae sic essent tensae, aures imperfectionem haud facilè discreturae fuerint, excepto illo excessu unius inter Jovem et Martem.

Quae Harmoniae inter ejusdem plagae motus binorum.

Sequitur autem, ut neque tunc multùm aberraturi simus ab Harmonijs, si motus ejusdem plagae comparemus. Additâ namque Saturni 4.5. cum 53.54. ad intermediam 1.2. conflatur 2.5. cum 53.54. quod est inter Aphelios motus ♄ ♃. Adde Jovis 5.6. cum 54.55, colligitur 5.12. cum 54.55. quod est inter Perihelios Saturni Jovis. Sic adde Jovis 5.6. cum 54.55. ad intermediam sequentem 5.24. minus 157.158, prodit 1.6. minus 35.36. inter aphelios; adde ad eandem 5.24. minus 157.158. ♂ 2.3. minus 29.30, prodit 5.36. minus 24.25. circiter, id est 125.864. vel 1.7. ferè, inter perihelios: hoc quidem inconcinnum adhuc solum est. Ad tertiam ex intermedijs 2.3. adde Martiam 2.3. minus 29.30, provenit 4.9. minus 29.30, id est 40.87. inconcinnum alterum inter Aphelios; si pro Martia Terream 15.16.
201 addideris plus 137.138, creabis 5.8. plus ' 137.138. inter perihelias. Et ad quartam intermediarum 5.8. minus 30.31. vel 2.3. plus 31.32, si Telluris 15.16. cum 137.138. addideris, colliges quàm proximè 3.5. inter aphelios motus Telluris et Veneris. Nam pars quinta de 94 pr. 50 sec. est 18 pr. 58 sec. cujus triplum est 56 pr. 54 sec. cum Tellus habeat 57 pr. 3 sec. Ad eandem si Veneris 34.35. addideris, accumulas 5.8. inter perihelios. Nam pars octava de 97 pr. 37 sec. est 12 pr. 12 sec. + quae sumpta quinquies foenerat 61 pr. 1 sec. cum Tellus habeat 61 pr. 18 sec.

Denique ad ultimam intermediarum 3.5. cum 126.127, si addideris Veneriam 34.35, componetur 24.25. ultra 3.5. et fit dissonum intervallum ex utroque compositum inter aphelios. Sin autem addideris Mercurialem proportionem 5.12. minus 38.39; jam de 1.4. seu Disdiapason decedet quàm proximè Diesis integra, pro proportione inter motus perihelios.

Perfectae igitur inveniuntur Harmoniae, inter Saturni et Jovis convergentes, Diapason; inter Jovis et Martis convergentes, Disdiapason cum Tertiâ molli ferè; inter Martis et Telluris convergentes, Diapente; inter eorum perihelios Sexta mollis; inter Telluris et Veneris aphelios Sexta dura, inter perihelios Sexta mollis; inter conversos extremos Veneris et Mercurij Sexta dura: inter divergentes vel etiam inter perihelios, Disdiapason: adeò ut sine damno Astronomiae omnium subtilissimè ex observationibus Braheanis extructae, residua exilissima discrepantia consumi posse videatur; praesertim in motibus Veneris et Mercurij.

Notabis autem, ubi non est Harmonia Major perfecta, ut inter Jovem et Martem; ibi solùm proximè perfectam deprehendi interlocationem figurae solidae, cùm perihelia Jovis distantia sit proximè tripla apheliae Martis: ut ita haec biga perfectam Harmoniam, quam non habet in motibus, affectet in intervallis. Notabis amplius, Planetariam Saturni et Jovis majorem, excedere Harmonicam, scilicet Triplam, quantitate ferè tantâ, quanta est Veneris propria; et tantundem ferè deesse communi majori Martis et Telluris, tantundem et duabus communibus, extremorum Telluris et Veneris, convergentium et divergentium. Notabis tertiò, ferè in superioribus esse Harmonias stabilitas inter convergentes: at in inferioribus, inter motus ejusdem plagae. Nota et quartò, inter Saturni et Telluris aphelios, esse proximè quinque Diapason; nam pars tricesima secunda de 57 pr. 3 sec. est 1 pr. 47 sec. cùm aphelius Saturni habeat 1 pr. 46 sec.

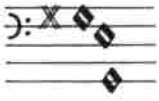
Porrò magnum discrimen interest inter explicatas singulorum Planetarum Harmonias, et inter junctorum. Nam illae quidem eodem temporis momento existere non possunt, hae verò omninò possunt: quia idem Planeta, versans in suo Aphelio, non simul potest esse et in opposito Perihelio: at duorum Planetarum alter in suo Aphelio, alter in suo Perihelio possunt esse eodem temporis momento. Adeòque quae proportio est Cantus simplicis seu Monodiae, quam Choralem Musicam dicimus, et quae sola Veteribus fuit [1] cognita, ad cantum plurium vocum, Figuratum dictum, inventum proximorum saeculorum: eadem est proportio Harmoniarum, quas singuli designant Planetae, ad Harmonias junctorum. Itaque jam porrò Cap. V. et VI. singuli planetae comparabuntur cum Musica Chorali veterum, ejusque proprietates in planetarum motibus ostendentur: at capitibus sequentibus, juncti planetae, cum figuratâ modernâ Musicâ paria facere demonstrabuntur.

2) Diapason *statt* Disdiapason

CAPVT V

IN PROPORTIONIBVS MOTVVM PLANETARIORVM APPARENTIVM (EX SOLE VELVTI SPECTANTIBVS) EXPRESSA ESSE LOCA SYSTEMATIS, SEV CLAVES SCALAE MVSICAE, ET GENERA CANTVS, DVRI ET MOLLIS

Quod igitur inter hos duodecim terminos seu Motus, Planetarum sex, Solem circumcurrentium, sursum deorsum, et quaquaversùm stent proportiones Harmonicae, aut talibus intra insensilem partem Concinni minimi proximae, probatum est hactenus, per numeros hinc ex Astronomia, inde ex Harmonicâ petitos. Quemadmodum verò libro tertio primùm Harmonicas proportiones seorsim singulas eruimus capite primo; tunc demum capite secundo, eas omnes, quotquot erant, in unum commune Systema seu Scalam Musicam compegimus, imò potiùs unam earum Diapason, quae caeteras potestate complectitur, per illas caeteras in gradus seu Loca sua divisimus, eâque, re ut Scala esset, effecimus: sic nunc quoque inventis Harmonijs, quas Deus ipse in Mundo incorporavit, sequitur ut videamus, num ita singulae stent seorsim, ut nullam cum reliquis cognationem habeant; an verò omnes inter se consentiant? Quanquàm facile est vel sine ulteriori inquisitione concludere: Harmonias istas summo consilio sic invicem aptatas esse, ut intra unam veluti compagem sese mutuò ferant; nec una aliam elidat: quippe cùm videamus, in tam multiplici comparatione eorundem terminorum, nuspiam non occurrere Harmonias. Nisi enim omnes omnibus aptatae essent in unam Scalam; facilè fieri potuisset (et factum est passim, necessitate sic urgente) ut plures dissonantiae existerent. Vt si quis inter primum et secundum terminum constitueret Sextam majorem, inter secundum et tertium, Tertiam itidem majorem, sine respectu prioris; hic inter primum et tertium admitteret dissonantiam et intervallum inconcinnum 12.25.[1]



205 Age verò videamus, an quod jam ratiocinando collegimus, id reipsa sic inveniatur. Cautiones tamen aliquas praemittamus, quo minus impingamus in progressu. Primùm superfluitates illas, vel defectus, semitonio minores, in praesens dissimulare oportet; nam quas illae causas habeant, posteà videbimus. Deinde duplicatione vel contrariâ bisectione continuâ motuum, redigemus omnia intra Systema unius Octavae, propter Identisonantiam omnium Diapason.

Igitur Numeri, quibus systematis Octavae Loca seu Claves omnes exprimuntur, capite octavo Libri tertij, folio 47. in tabella expositi sunt:

23) occurere

quos numeros scilicet intellige de binarum chordarum longitudine. Per consequens igitur, celeritates motuum, erunt inter se in proportionibus eversis.

Comparentur nunc motus Planetarum in partibus continuè subduplis. Est igitur

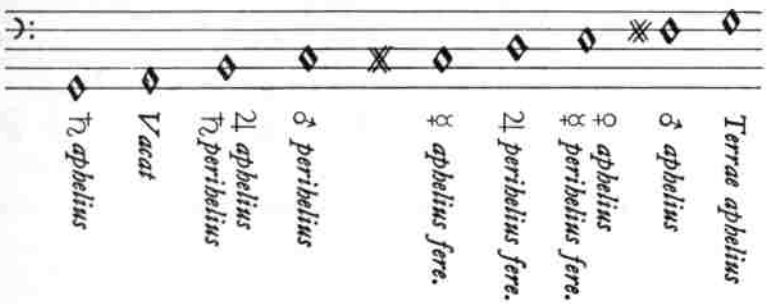
Motus		Prim.	Sec.
Perihelij	☿ septimùm subdupla, seu 128va	3.	0.
Aphelij	☿ sextùm subdupla, seu 64ta	2.	34. —
Perihelij	♀ quintùm subdupla, seu 32da	3.	3. +
Aphelij	Veneris quintùm subdupla, seu 32da	2.	58. —
Perihelij	Terrae quintùm subdupla, seu 32da	1.	55. —
Aphelij	Terrae quintùm subdupla, seu 32da	1.	47. —
Perihelij	Martis quartùm subdupla, seu 16ma	2.	23. —
Aphelij	Martis tertiùm subdupla, seu 8va	3.	17. —
Perihelij	Jovis subdupla	2.	45.
Aphelij	Jovis subdupla	2.	15.
Perihelius	Saturni	2.	15.
Aphelius	Saturni	1.	46.

Signet jam Saturni tardissimi motus aphelius, id est, tardissimus, locum Systematis gravissimum *G.* numero 1 pr. 46 sec. Eundem igitur signabit et Telluris aphelius, sed quinque Diapason altiùs, quia ejus numerus est 1 pr. 47 sec. et quis ausit in Saturni aphelio motu de uno Secundo contendere? Esto tamen; differentia non erit major, quam 106.107, quod est commate minus. Hujus 1 pr. 47 sec. quartam partem 27 sec. si addideris, conficietur 2 pr. 14 sec. cùm Saturni perihelius habeat 2 pr. 15 sec. Jovis aphelius similiter, sed altiùs uno Diapason. Igitur hi duo motus signant Clavem ♄, vel paulò admodum altiores fiunt. Sume de 1 pr. 47 sec. tertiam 36 sec. – et adde toti, procreabis 2 pr. 23 sec. – pro Clave *c*: et ecce perihelium Martis, ejusdem magnitudinis, sed per quatuor Diapason altiùs. Eidem 1 pr. 47 sec. adde et dimidium 54 sec. –, confiet 2 pr. 41 sec. –, pro Clave *d*: et ecce hîc praestò perihelium Jovis, sed uno Diapason altiùs: numerum enim proximum obtinet, sc. 2 pr. 45 sec. Si duas tertias addideris, sc. 1 pr. 11 sec. +: proveniunt 2 pr. 58 sec. –. Et ecce aphelium Veneris 2 pr. 58 sec. –. Signat igitur hic locum seu Clavem *e*, sed per quinque Diapason altiùs: nec multùm superat perihelius Mercurij, habens 3 pr. 0 sec. sed 7. intervallis Diapasôn superiùs. Denique divide duplum ipsius 1 pr. 47 sec. sc. 3 pr. 34 sec. in novem,[1] et partem unam 24 sec. aufer à toto, restat 3 pr. 10 sec. + pro clave *f*, quam signat ferè aphelius Martis 3 pr. 17 sec. sed per tria Diapason

39) 3 pr. 7 sec.

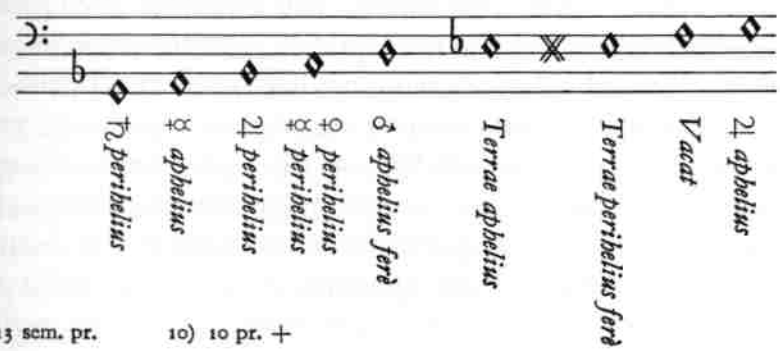
altiùs, et ipse numerus paulò major justo, appropinquans clavi *f♯*. Nam pars sedecima de 3 pr. 34 sec. scilicet 13 sem. sec. ablata à 3 pr. 34 sec. relinquit 3 pr. 20 sem. sec. cui proximus est 3 pr. 17 sec. Et sanè etiam in Musica loco *f*, crebrò adhibetur *f♯*, ut videre est passim.

Omnes igitur claves cantus duri, intra unam Octavam (exceptâ clave *A*, quae neque per sectiones Harmonicas Libro III. Cap. II. signabatur) signantur ab extremis Planetarum motibus omnibus, exceptis perihelijs Veneris et Telluris, et aphelio Mercurij, cujus numerus 2 pr. 34 sec. appropinquat clavi *c♯*. Nam aufer à *d*. 2 pr. 41 sec. partem sedecimam
10 10 sec. + restat 2 pr. 30 sec. clavi *c♯*: ita soli perihelij Veneris et Terrae exulant ab hac Scala, ut vides in tabella.



Contrà si à Saturni motu perihelio 2 pr. 15 sec. fiat initium scalae, jubeaturque is repraesentare clavem *G*: tunc clavi *A* veniunt 2 pr. 32 sec. — qui appropinquat valdè aphelio Mercurij: Clavi *b* veniunt 2 pr. 42 sec. qui est proximè perihelius ♃, per aequipollentiam Octavarum: Clavi *c* veniunt 3 pr. 0 sec. perihelius Mercurij et Veneris proximè: Clavi *d* veniunt 3 pr. 23 sec. — nec multò est gravior aphelius Martis, sc. 3 pr. 18 sec. ut sit hic ferè tanto minor numerus suâ clavi, quanto priùs itidem suâ major erat: Clavi *d♯* veniunt 3 pr. 36 sec. quam obit
20 aphelius motus Telluris ferè: Clavi *e* veniunt 3 pr. 50 sec. estque perihelius Telluris 3 pr. 49 sec. Jovis verò aphelius rursum tenet *g*.

Hoc pacto claves omnes intra unam octavam cantus mollis, exceptâ *f*, exprimuntur ab aphelijs et perihelijs plerisque planetarum motibus, praesertim ijs, qui priùs erant omissi, ut vides in Tabella.

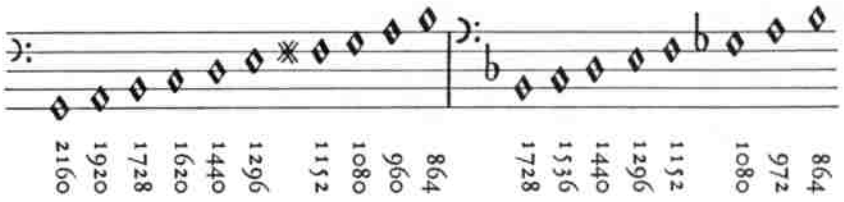


2) 13 sem. pr. 10) 10 pr. +

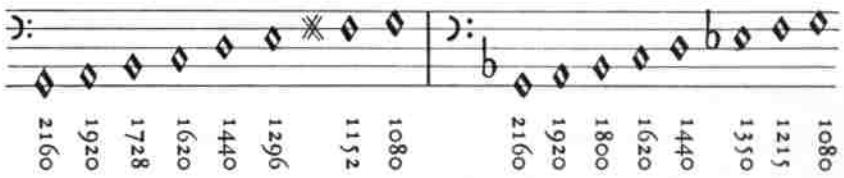
Erat autem prius *fp* signata, *A* omissa: jam *A* signatur, *fp* omittitur; nam sectiones Harmonicae Cap. II. clavem *f* etiam omiserunt.[1]

Est igitur in coelo duplici viâ, et in duobus quasi generibus cantus, 205
expressa scala Musica, seu systema unius Octavae, cum locis omnibus, per quae in Musicâ traducitur cantus naturalis. Sola in hoc est differentia, quòd in sectionibus quidem nostris Harmonicis, utraque via conjunctim incipit ab uno et eodem termino *G*; hîc verò in motibus planetarum, qui prius erat ♮, jam in Molli genere fit *G*.

In motibus coelorum sic:



Per sectiones Harmonicas sic: 10



Nam sicut in Musica se habet 2160 ad 1800. vel 6 ad 5. sic in illo systemate, quod coelum exprimit, se habent 1728 ad 1440, scilicet etiam ut 6 ad 5. et sic de caeteris plerisque

2160 ad 1800. 1620. 1440. 1350. 1080.
Vt 1728 ad 1440. 1296. 1152. 1080. 864.

Jam igitur non amplius miraberis, excellentissimum ordinem sonorum seu graduum in systemate vel scala Musica, constitui ab hominibus: cùm videas, ipsos hac in re nihil aliud, quàm Dei Creatoris simias agere, et ludere veluti drama quoddam ordinationis motuum coelestium.

Verum superest etiam alius modus, quo duplicem intelligamus in 20
coelo scalam Musicam: ubi systema quidem idem, tensio verò gemina concipitur, altera ad aphelium motum Veneris, altera ad perihelium: quia hujus planetae motuum varietas est minimae quantitatis; ut quae se continet intra magnitudinem Diesios, Concinni minimi. Et aphelia quidem tensio, ut suprà, habet aphelios motus Saturni, Telluris, Veneris, et ferè Jovis, in *G. e.* ♮, perihelios verò Martis et ferè Saturni, et ut primâ fronte apparet, etiam Mercurij, in *c. e.* ♮: perihelia contrà tensio locum dat etiam aphelijs Martis, Mercurij, et ferè Jovis, peri[1]helijs 206

verò Jovis, Veneris, et ferè Saturni; quadamtenus verò etiam Telluris; et proculdubio etiam Mercurij. Nam esto, ut jam non aphelius Veneris, sed perihelius 3 pr. 3 sec. locum *e* capiat; ei proximè accedit etiam perihelius Mercurij 3 pr. 0 sec. per Disdiapason, per finem capitis IV. Hujus verò perihelij ♀, 3 pr. 3 sec. pars decima, 18 sec. ablata, relinquit 2 pr. 45 sec. perihelium Jovis, obtinentem locum *d*: et pars quindecima 12 sec. addita, cumulat 3 pr. 15 sec. aphelium Martis ferè, obtinentem locum *f*. et sic in ♄, sequentur eandem ferè tensionem etiam perihelius Saturni et aphelius Jovis. At pars octava 23 sec. sumpta quinquies, dat 1 pr. 55 sec. qui est perihelius Telluris; qui etsi in eandem cum praemissis scalam non quadrat; ut quae non ordinat intervallum 5.8. infra *e*, nec 24.25. supra *G*. tamen si jam perihelius Veneris, et sic etiam aphelius Mercurij, extra ordinem pro *e*, capiant locum *d*♀, tunc hic perihelius Telluris capiet locum *G*; et consentiet etiam aphelius Mercurij; quia pars tertia 1 pr. 1 sec. de 3 pr. 3 sec. sumpta quinquies, fit 5 pr. 5 sec. cujus dimidium 2 pr. 32 sec. + proximè accedit ad aphelium Mercurij, qui in hac extraordinariâ accommodatione obtinebit locum *c*. Sunt igitur hi omnes inter se quidem tensionis ejusdem: aliter tamen Scalam dividit Veneris perihelius; cum tribus (vel quinque) prioribus, eodem sc. genere Harmonico, quo aphelius ejusdem, in tensione suâ, puta genere Duro: aliter etiam ejusdem Veneris perihelius cum duobus posterioribus, eandem dividit; puta, non in Concinna alia, sed saltem in diversum Concinnorum ordinem; qui scilicet proprius est generis Mollis.

Sufficit autem, hoc capite, quid in causâ versetur, ob oculos posuisse: quare verò unumquodque sic fuerit factum, et quae causae non tantùm conspirationum, sed etiam dissidentiae per minima; id luculentissimis demonstrationibus patefiet Cap. IX.

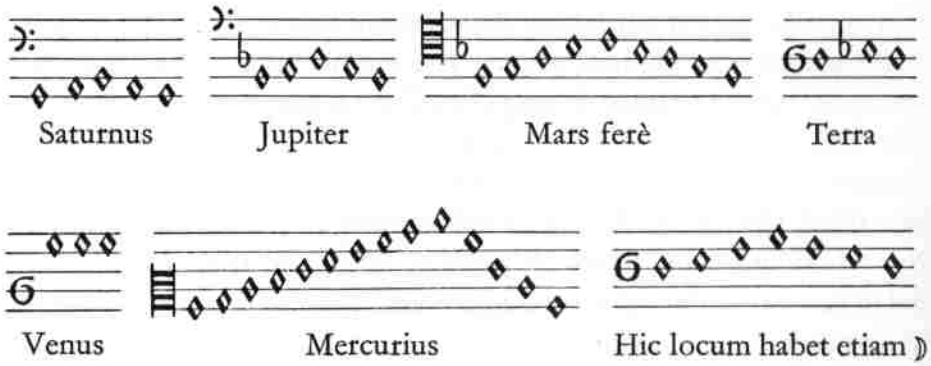
CAPVT VI

IN EXTREMITATIBVS MOTVVM PLANETARIORVM EXPRESSOS ESSE QVODAMMODO MODOS SEV TONOS MVSICOS

Sequitur hoc ex antedictis, nec opus est multis verbis, singuli enim planetae singula quodammodò signant loca systematis, motu perihelio, quatenus datum est singulis, percurrere certum aliquod intervallum in Scala Musica, certis ejus Clavibus, seu locis Systematis comprehensum; cujusque ab illa Clave seu loco inceptum, qui capite praecedenti contigit illius motui aphelio, Saturno quidem et Terrae *G*, at Jovi ♄, quae in *G* altius transponi potest, Marti *f*♀, Veneri *e*; Mercu-

7) 12 pr. addita 18) altiter

rio *A*, in altiori Systemate. Vide singulos in Notis usitatis. Non formant quidem intermedios locos, quos hic vides notis impletos; articulatè, sicut extremos: quia ab uno extremo, non saltibus et intervallis, sed continuâ tensione nituntur ad oppositum, media omnia (infinita in 207
potentiâ) permeantes actu: id quod aliter à me non potuit exprimi, quam per continuam seriem Notarum intermediarum. Venus ferè manet in unisono non aequans tensionis amplitudine vel minimum ex concinnis intervallis.



Atqui signatura duarum in communi Systemate Clavium, et formatio sceleti Octavae, per comprehensionem certi intervalli concinni, est rudimentum quoddam distinctionis Tonorum seu Modorum: sunt ergò Modi Musici inter Planetas dispertiti. Scio equidem, ad formationem et definitionem distinctorum Modorum requiri plura, quae cantus humani, quippe intervallati, sunt propria: itaque voce quodammodò sum usus.

Liberum autem erit Harmonistae, sententiam depromere suam: quem quisque planeta Modum exprimat propiùs, extremis hîc ipsi assignatis. Ego Saturno darem ex usitatis Septimum vel Octavum, quia si radicalem ejus clavem ponas *G*, perihelius motus ascendit ad ♮: Jovi Primum vel Secundum; quia aphelio ejus motu ad *G* accommodato, perihelius ad *b* pervenit; Marti Quintum vel Sextum; non eò tantùm, quia ferè Diapente assequitur, quod intervallum commune est omnibus modis: sed ideò potissimùm, quia redactus cum caeteris ad commune systema, perihelio motu *c* assequitur, aphelio ad *f* alludit: quae radix est Toni seu Modi Quinti vel Sexti: Telluri darem Tertium vel Quartum: quia intra semitonium ejus motus vertuntur; et verò primum illorum Tonorum intervallum est semitonium; Mercurio verò ob amplitudinem intervalli, promiscuè omnes Modi vel Toni convenient: Veneri ob angustiam intervalli, planè nullus; at ob commune Systema, etiam Tertius et Quartus; quia ipsa respectu caeterorum obtinet *e*.

Tellus canit *MI FA MI* ut vel ex syllaba conjicias, in hoc nostro domicilio *MI*seriam et *FA*mem obtinere.

CAPVT VII

HARMONIAS VNIVERSALES OMNIVM SEX PLANETARVM, VELVTI COMMVNIA CONTRAPVNCTA, QVADRIFORMIA DARI

Nunc opus, Vranie, sonitu majore: dum per scalam Harmonicam
208 coelestium motuum, ad altiora conscendo; quâ ge'nuinus Archetypus fabricae Mundanae reconditus asservatur. Sequimini Musici moderni, remque vestris artibus, antiquitati non cognitis, censete: vos his saeculis ultimis, prima universitatis exempla genuina, bis millium annorum incubatu, tandem produxit sui nunquam non prodiga Natura: vestris illa vocum variarum concentibus, perque vestras aures, sese ipsam, qualis existat penitissimo sinu, Menti humanae, Dei Creatoris filiae dilectissimae insusurravit.

Anne flagitium fecero, si à singulis hujus aetatis Componistis artificiosam aliquam Motetam pro hoc Elogio exigam? Textum huc aptum Psaltes Regius, caeterique Sacri libri suppeditare poterunt. Verum heus vos, in coelo plures quam sex non concordant. Nam Luna seorsim suam Monodiam cantillat, Terris ut cunis assidens. Conferte symbolas, ego ut liber fiat, sex partibus, Curatorem me sedulum polliceor. Qui propius Musicam coelestem exprimet hoc opere descriptam; huic Clio sertum, Vranie Venerem sponsam spondent.

Quas Harmonicas proportiones bini Planetae vicini Motuum suorum extremitatibus complecterentur, id explicatum fuit suprà. Verum contingit rarissimè, ut duo, praesertim tardissimi, simul in sua incidant extrema intervalla: verbi causa, Saturni et Jovis apsides distant circiter 81 gradibus: igitur intereâ, dum haec illorum distantia, certis vicenorum annorum saltibus, totum Zodiacum emetiatur, anni labuntur octingenti: neque tamen saltus, qui octavum claudit saeculum, praecisè fertur ad ipsissimas apsidas; et si paulò longiùs aberret, expectandi sunt alij octingenti anni, ut saltus illo faelicior cum ratione quaeri possit; idque toties iterandum, quoties modulus aberrationis
† in unius saltus dimidiati prolixitate continetur. Tales Periodos efficiunt etiam caeterae bigae singulae, quanquàm non ita prolixas. Interim verò contingunt etiam aliae Harmoniae binorum Planetarum; inter motus non extremos utrosque, sed intermedium, vel unum vel utrumque: eaeque in diversis veluti tensionibus. Nam quia Saturnus ex *G* in ♭ et paulò ulteriùs tenditur, Jupiter ex ♭ in *d* et amplius: possunt igitur contingere inter ♄ et ♃ Harmoniae etiam istae supra Diapason, Tertia utraque, et Diatessaron; illarum quidem alterutra per tensionem, quae habet amplitudinem reliquae; haec verò per amplitudinem Toni majoris. Diatessaron enim erit non tantum à *G* Saturni in *cc* Jovis sed etiam ab *A* Saturni in *dd* Jovis, et per intermedia omnia inter *G. A.* illius et *cc. dd* hujus. Diapason verò et Diapente in solis apsidum punctis contingit. Mars verò majus nactus intervallum proprium, hoc obtinuit, ut etiam Diapason cum superioribus, per aliquam tensionis amplitudinem faciat. Mercurius tantum obtinuit intervallum; ut ple-

rumque omnes Harmonias cum omnibus constituat, intra unam periodum suam, quae non prolixior est trium mensium spacio. Tellus è contrà, Venusque multò magis, angustiâ propriorum intervallorum, restringunt Harmonias suas non tantùm cum caeteris, sed maximè inter se mutuas, ad paucitatem spectabilem. Quòd si tres in unam Harmoniam conspirare debeant: multae quidem vices sunt exspectandae; multae tamen Harmoniae sunt; ut ita tantò faciliùs contingant, dum vicinam suam proxima quaeque excipit: videntur que inter Martem, Tellurem et Mercurium, triplices contingere saepiusculè. Quatuor verò planetarum Harmoniae, jam incipiunt spargi in saecula: quinque Planetarum in Myriadas annorum. Vt verò sex omnes consentiant; id longissimis aevi spacijs interseptum, et nescio an penitus impossibile sit bis contingere, per exactam evolutionem; potiusque principium quoddam Temporis demonstret, à quo omnis Mundi aetas defluxerit.

Character principij Mundi.

Quòd si unica sola contingere posset Harmonia sextuplex, aut [1] inter plures unica insignis; ea proculdubio pro charactere Creationis haberi posset. Quaerendum igitur, an et quot omninò formis redigantur omnium sex planetarum motus in unam communem harmoniam? Methodus inquisitionis haec est, ut incipiamus à Terrâ et Venere; quia hi duo faciunt consonantias non plures duabus, et (quod hujus rei causam continet) per intensiones motuum brevissimas.

Age igitur praefigamus duo veluti sceleta Harmoniarum, singula binis numerorum (quibus termini tensionum signantur) extremitatibus contenta, quidque ijs congruat ex varietate motuum cuique Planetae concessorum, conquiramus. Primum sceleton habeat inter Terram et Venerem 3.5. et in gravissima tensione motum diurnum Telluris aphelium 57 pr. 3 sec. in acutissimâ, Veneris perihelium 97 pr. 37 sec. caeteri ergò sic erunt:

Harmoniae Planetarum omnium seu Vniversales Generis Duri.

Vt *h* concordet.

	In Tensione Gravissima. Sc.Pr. Sec.	Acutissima. Sc.Pr. Se.
e vij	380. 20	
☿ *h vij*	285. 15	292. 48
g vj	228. 12	234. 16
e vj	190. 10	195. 14
Venus *e v*	95. 5	97. 37
Ter. *g iiij*	57. 3	58. 34
♂ *h iiij*	35. 39	36. 36
g iij	28. 32	29. 17
♃ *b j*		4. 34
♄ *b*	2. 14	
G	1. 47	1. 49

Ad hanc universalem concurrit Saturnus motu aphelio, Terra aphelio, Venus aphelio ferè; in altissima tensione concurrit Venus perihelio; in media tensione concurrit Saturnus perihelio, Jupiter aphelio, Mercurius perihelio. Ita Saturnus duobus motibus potest concurrere, Mars duobus, Mercurius 4.

Vt *c* concordet.

	In Tensione Gravissima. Sc.Pr. Sec.	Acutissima. Sc.Pr. Se.
e vij	380. 20	
☿ *c vij*	304. 16	312. 21
g vj	228. 12	234. 16
e vj	190. 10	195. 14
Venus *e v*	95. 5	97. 37
Ter. *g iiij*	57. 3	58. 34
♂ *c iiij*	38. 2	39. 3
g iij	28. 32	29. 17
♃ *c j*	4. 45	4. 53
♄ *G*	1. 47	1. 49

Hic caeteris manentibus, Saturni perihelius et Jovis aphelius non feruntur; at eorum loco concurrit Mars perihelio motu.

Caeteri singulis motibus concurrunt; solus Mars duobus, Mercurius quatuor.[1]

210 Secundum igitur sceleton erit, in quo inter Terram et ♀ est altera possibilis Harmonia 5.8. Vbi de ♀ aphelio motu diurno 94 pr. 50 sec. pars octava 11 pr. 51 sec. + sumpta quinquies, occupat de motu Telluris 59 pr. 16 sec. et de perihelio ♀ 97 pr. 37 sec. pars consimilis, occupat de motu Telluris 61 pr. 1 sec. Caeteri igitur Planetae concordant sequentibus motibus diurnis.

Harmoniae Planetarum omnium seu Vniversales Generis Mollis.

Vt *b* concordet.

	In Tensione Gravissima. Sc.Pr. Sec.	Acutissima. Sc.Pr. Se.
dp vij	379. 20	
☿ *b vij*	284. 32	292. 56
g vj	237. 4	244. 4
dp vj	189. 40	195. 14
Venus *dpv*	94. 50	97. 37
Ter. *g iiij*	59. 16	61. 1
♂ *b iiij*	35. 35	36. 37
g iij	29. 38	30. 31
Jup. *b j*		4. 35
♄ *b*	2. 13	
G	1. 51	1. 55

Rursum hic in tensione media concurrunt Saturnus motu perihelio, Jupiter aphelio, Mercurius perihelio. In tensione altissimâ ferè concurrit perihelius Telluris motus.

Vt *c* concordet.

	In Tensione Gravissima. Sc.Pr. Sec.	Acutissima. Sc.Pr. Se.
dp vij	379. 20	
c vij	316. 5	325. 26
☿ *g vj*	237. 4	244. 4
dp vj	189. 40	195. 14
c vj		162. 43
Venus *dpv*	94. 50	97. 37
Ter. *g iiij*	59. 16	61. 1
Mars *g iij*	29. 38	30. 31
Jup. *c j*	4. 56	5. 5
Saturn. *G*	1. 51	1. 55

Et hîc extritis aphelio Jovis, et perihelio Saturni, admittitur Mercurij aphelius proximè praeter perihelium. Caetera manent.

Testatur igitur experientia Astronomica, posse contingere universales omnium motuum Harmonias, easque duorum generum, Duri et Mollis; et in utroque genere, formae seu (si ita licet) Toni duplicis; et in uno quolibet quatuor casuum, cum aliqua tensionis latitudine, et cum aliqua etiam varietate particularium Harmoniarum Saturni, Martis et Mercurij, cujusque cum caeteris: nec id praestari solis motibus intermedijs, sed omninò extremis omnibus, praeterquàm aphelio Martis, et perihelio Jovis; quia cùm ille obtineat *fp*, hic *d*, Venus obtinens intermedium *dp* vel *e* perpetuò, non fert illos suos vicinos dissonos in harmonia universali, quod faceret, si nacta fuisset spacium excedendi ex *e* vel *dp*. Hoc impedimenti habet conjugium hoc Telluris et Veneris,

ceu maris et foeminae, qui duo planetae genera Harmoniarum distin-
211 guunt, in duras scilicet et masculas, mollesque et foemininas: [1] prout alter conjugum alteri fuerit gratificatus, Terra scilicet vel in Aphelio suo fuerit, tanquam dignitatem tuens maritalem, et opera urgens viro digna, Venere in perihelium suum velut ad colum semotâ et detrusâ: vel eam in Aphelium ascendentem blandè admiserit; ipsave Tellus, suum in Perihelium versus ♀, inque ejus veluti complexus descenderit, voluptatis causâ, positis clypeo paulisper et armis, operibusque viro convenientibus: tunc enim Harmonia mollis est.

Quod si hanc oblocutricem ♀ silere jubeamus, hoc est, si consideraverimus, quaenam esse possint Harmoniae, non omnium, sed quinque saltem reliquorum Planetarum, excluso motu ♀: adhuc quidem Tellus

Harmoniae Planetarum quinque, dissimulatâ Venere.

Generis Duri.				Generis Mollis.			
	In Tensione	Gravissima. Sc.Pr. Sec.	Acutissima. Sc.Pr. Se.		In Tensione	Gravissima. Sc.Pr. Sec.	Acutissima. Sc.Pr. Se.
☿	*d vij*	342. 18	351. 24	☿	*d vij*	342. 18	351. 24
	b vij	285. 15	292. 48		*b vij*	273. 50	280. 57
	g vj	228. 12	234. 16		*g vj*	228. 12	234. 16
	d vj	171. 9	175. 42		*d vj*	171. 9	175. 42
Venus hic obstrepit	*e v*	95. 5	97. 37	Venus obstrepit	*e v*	95. 5	97. 30
Ter.	*g iiij*	57. 3	58. 34	Ter.	*g iiij*	57. 3	58. 34
♂	*b iiij*	35. 39	36. 36	♂	*b iiij*	34. 14	35. 8
	g iij	28. 31	29. 17		*g iij*	28. 31	29. 17
♃	*d j*	5. 21	5. 30	♃	*d j*	5. 21	5. 30
	b j		4. 35				
♄	*b*	2. 13		♄	*b*	2. 8	2. 12
	G	1. 47			*G*	1. 47	1. 50

Hîc in gravissima tensione concurrunt Saturnus, Terra, aphelijs; in media Saturnus perihelio, Jupiter aphelio; in acutissimâ, Jupiter perihelio.

Hic non toleratur aphelius Jovis, at in acutissima tensione concurrit Saturnus perihelio proximè.

oberrat chorda suâ *g*, nec ascendit ab eâ ultra semitonium: possunt igitur cum *g* conspirare *b*, ♮, *c*, *d*, *d*♯, *e*: ubi Jupiter, ut vides, chordam *d* signans motu perihelio, admittitur; superest igitur de Martis aphelio difficultas. Nam Telluris aphelius, obtinens *g*, non fert illum in *f*♯, perihelius verò, ut supra dictum Cap. V. ab aphelij Martij consensu abhorret circiter dimidiâ Diesi. [1]

Quatuor verò Planetarum, Saturni, Jovis, Martis, Mercurij, potest 212
et haec esse Harmonia, in qua sit etiam aphelius Martis, sed est sine tensionis latitudine.

Vt *b* concordet.			Sc.Pr. Sec.	Vt *a* concordet.		
☿	*d vij*		335. 50	☿	*d vij*	
	b vij		279. 52		*a vj*	
	f♯ *vj*		209. 52		*f*♯ *vj*	
	d vj		167. 55		*d vj*	
♂	*b iiij*		34. 59	♂	*a iij*	
	f♯ *iij*		26. 14		*f*♯ *iij*	
♃	*d j*		5. 15	♃	*d j*	
♄	*b*		2. 11	♄	*A*	

Nihil igitur aliud sunt motus coelorum, quàm perennis quidam concentus (rationalis non vocalis) per dissonantes tensiones, veluti quasdam Syncopationes vel Cadentias (quibus homines imitantur istas dissonantias naturales) tendens in certas et praescriptas clausulas, singulas sex terminorum (veluti Vocum) ijsque Notis immensitatem Temporis insigniens et distinguens; ut mirum amplius non sit, tandem inventam esse ab Homine, Creatoris sui Simiâ, rationem canendi per concentum, ignotam veteribus; ut scilicet totius Temporis mundani perpetuitatem in brevi aliqua Horae parte, per artificiosam plurium vocum symphoniam luderet, Deique Opificis complacentiam in operibus suis, suavissimo sensu voluptatis, ex hac Dei imitatrice Musicâ perceptae, quadamtenus degustaret. [1]

213

CAPVT VIII

QVIS IN CONCORDANTIIS COELESTIBVS DISCANTI, QVIS ALTI, QVIS TENORIS, QVIS BASSI VICEM OBEAT?

Etsi haec sunt vocabula vocum humanarum, nec in coelo voces aut soni existunt, ob summam motuum tranquillitatem; at ne subjecta quidem, in quibus Harmonias deprehendimus, sub motus veri genere comprehenduntur; quippe cùm solùm apparentes ex Sole motus consideremus; etsi denique causa nulla talis est in coelo, quae voces certo numero advocet ad faciendam Harmoniam, qualis est in cantu humano; priùs quippe erat numerus Planetarum sex, Solem circumeuntium, ex numero quinque intervallorum, à figuris Regularibus desumptorum; posteà demum (ordine Naturae non temporis) de motuum congruentia statuendum fuit: nescio tamen quo pacto mihi vim faciat haec admirabilis congruentia cum humano cantu, ut hanc quoque partem comparationis, etiam sine solida causa naturali, prosequi cogar. Quas enim libro tertio, Capite XVI. proprietates Basso tribuit usus, vindicatque natura: easdem quodammodò Saturnus et Jupiter obtinent in coelo: quas Tenori, nos in Marte invenimus; quas Alto, eae insunt in Tellure et Venere; quas Discanto, easdem habet Mercurius, si non aequalitate intervallorum, at certè proportione. Vtcunque enim proprijs ex causis capite sequenti deducantur cujusque Planetae Eccentricitates, et per eas, propria cujusque motuum intervalla: illud tamen inde resultat admirabile, nec scio an non juxtà procuratum, nec merè necessitatum temperamentum; quòd I. ut Alto Bassus opponitur; sic duo Planetae sunt, qui Alti naturam habent, duo qui Bassi, velut in quolibet Genere cantus utrinque unus: caeterarum singularum Vocum singuli; quòdque II. ut Altus penè supremus, in angustijs est, necessarijs et naturalibus de causis, lib. III. explicatis: sic penè intimi Planetae, Terra et Venus, angustissima motuum habent intervalla, Tellus non multò plus semitonio, Venus ne Diesin quidem; III. et ut Tenor liber est, modestè tamen incedit; sic Mars, uno Mercurio excepto, maximum intervallum, scilicet Diapente, facere potest: IV. et ut Bassus Harmonicos saltus facit; sic Saturnus et Jupiter intervalla obtinent Harmonica, ipsique inter se à Diapason usque ad Diapente epi Diapason veniunt: V. et ut Discantus liberrimus est, plùs quàm omnes reliqui, idemque et celerrimus; sic etiam Mercurius plusquàm Diapason, brevissimo reditu perambulare potest. Sed sit hoc sanè per accidens: audiamus nunc Eccentricitatum causas. [1]

CAPVT IX 214

ORTVS ECCENTRICITATVM IN PLANETIS SINGVLIS EX PROCVRATIONE HARMONIARVM INTER EORVM MOTVS

Cum igitur videamus, Harmonias universales omnium sex Planetarum non temerè posse evenire, praesertim per extremitates motuum, quas vidimus omnes concurrere ad universales Harmonias, exceptis duabus, quae ad proximas universalibus concurrebant: cùm multò minùs temerè possit accidere, ut omnia loca systematis Octavae, constituta libro tertio per sectiones Harmonicas, signentur extremitatibus motuum Planetariorum; omnium verò minimè, ut subtilissimum negocium distinctionis Harmoniarum coelestium in duo genera, durum et molle, casu proveniat, sine cura singulari Opificis: sequitur igitur ut Creator, sapientiae omnis fons, approbator Ordinis perpetuus, scaturigo Geometriae et Harmonices aeterna et superessentialis, ut hic inquam coelestium Opifex ipsissimus Harmonicas proportiones, ortas ex figuris planis regularibus, adjunxerit ad solidas quinque figuras regulares, exque utraque classe, unum perfectissimum Archetypum coelorum conformaverit; in quo, sicut per solidas quinque figuras, Ideae relucerent orbium, quibus sex stellae vehuntur: sic etiam per planarum figurarum soboles, Harmonias (libro tertio ex ijs deductas), Eccentricitatum in singulis orbibus mensurae, ad motus corporum proportionandos, continerentur: exque his duabus rebus contemperatio una fieret, et majores Orbium proportiones, minoribus Eccentricitatum, ad Harmonias procurandas necessariarum, nonnihil concederent; et vicissim, ex proportionibus Harmonicis, illae potissimùm Planetis accommodarentur, quae cum solida quâque figurâ cognationem majorem haberent; quâ id per Harmonias fieri potuit: eâque tandem ratione et proportiones Orbium, et singulorum Eccentricitates, ex Archetypo simul enascerentur, ex Orbium verò amplitudine et mole corporum, periodica Tempora singulorum resultarent.

Quam methodum, dum per usitatam Geometris stoecheiosin in lucem Intellectus humani proferre nitor: faveat Author ipse Coelorum, Pater Intellectuum, Largitor sensuum mortalium, ipse immortalis et superbenedictus; impediatque, ne quid indignum ipsius Majestate, de hoc opere suo, nostrae mentis tenebrae proferant; efficiatque, ut perfectionem ipsius operum, sanctitate vitae, ad quam Ecclesiam suam in terris elegit, et sanguine filij sui à peccatis mundavit, ope Spiritus sui sancti, nos Dei imitatores aemulemur; procul habentes omnes dissonantias inimicitiarum, omnes contentiones, aemulationes, iras, rixas, dissensiones, sectas, invidiam, provocationes, irritationes per dicteria,

215 caeteraque carnis opera: quod mecum omnes, qui spiritum [1] Christi habent, non optabunt tantùm, sed et factis exprimere, vocationemque suam certam facere studebunt, spretis omnibus omnium partium pravis moribus, obtentu Zeli, aut amoris veritatis, aut singularis eruditionis, modestiaevè erga contentiosos praeceptores, aliove quocunque specioso praetextu velatis et fucatis. Pater sancte, serva nos in consonantia dilectionis mutuae, ut simus unum, sicut et tu cum filio tuo, Domino nostro, et Spiritu sancto unum es, et sicut omnia opera tua, per suavissima consonantiarum vincula, unum fecisti: et ut ex reducta gentis tuae con-
10 cordiâ, sic aedificetur corpus Ecclesiae tuae in his terris, sicuti tu ex Harmonijs coelum ipsum extruxisti.

Rationes priores

I. Axioma

Consentaneum est, ubicunque omnino fieri potuit, Harmonias inter Extrema motuum tam singulorum quàm binorum Planetarum constitui debuisse omnivarias; ut varietas ista mundum exornaret.

II. Axioma

Intervalla quinque, Orbium sex, oportuit magnitudine quadamtenus respondere proportioni orbium geometricorum, qui figuris quinque
20 regularibus solidis inscripti sunt et circumscripti: idque ordine eodem, qui figuris ipsis naturalis est.

De hoc vide Cap. I. et Mysterium Cosmographicum, et Epitomes Astron. Lib. IV.

III. Propositio

Inter Tellurem et Martem, eandemque et Venerem intervalla, debuerunt esse proportione ad orbes suos minima, eaque proximè aequalia; mediocria et rursum ferè aequalia inter Saturnum et Jovem, interque Venerem et Mercurium; maximum inter Jovem et Martem.

Nam per II. quae figurae minimam faciunt orbium geometricorum proportio-
30 *nem, ijsdem Planetae respondentes in situ, debent itidem minimam facere; mediocrem verò ij, qui figuris mediocris proportionis respondent, et maximam ij, qui figurae maximae proportionis. Sed quo ordine est inter figuras Dodecaëdron et Icosaëdron; eodem est inter planetarum bigas, una Martis et Telluris, altera Telluris et Veneris: et quo ordine Cubus et Octaëdron; eodem biga* ♄ ♃ *et biga* ♀ ☿*; quo denique ordine Tetraëdron, eodem et biga Jovis et Martis, vide Cap. III. Ergò minima erit inter orbes Planetarios primò dictos proportio: inter verò Saturni Jovisque, ferè aequalis ei, quae inter Veneris Mercurijque; denique maxima inter Jovis et Martis orbes.* [1]

IV. Axioma 216

Planetae omnes debent habere suas Eccentricitates, non minùs quàm latitudinis motum, et secundùm eas, etiam distantias à Sole, fonte motus, diversas.

Sicut essentia motus consistit non in ESSE, *sed in* FIERI, *sic etiam species seu figura regionis, quam Planeta quilibet motu permeat, non* FIT *statim ab initio solida, sed successu temporis acquirit demum suam non longitudinem tantùm, sed etiam latitudinem et profunditatem, perfecto dimensionum ternario; fitque sic paulatim connexione et accumulatione plurimarum circulationum, ut repraesentetur species orbis concavi, idem cum Sole centrum habentis; sicut ex fili serici plurimis inter se connexis et conglomeratis circulis struitur aedicula Bombycis.*

V. Propositio

Cuique bigae vicinorum Planetarum fuerunt attribuendae duae Harmoniae diversae.

Nam per IV. quilibet planeta habet distantiam à Sole longissimam, et brevissimam; quare per Cap. III. hujus habebit et motum tardissimum et celerrimum. Duae ergò sunt primariae comparationes extremorum motuum, una Divergentium in duobus planetis, altera Convergentium. Diversae autem inter se, ut sint, necesse est; quia major erit proportio divergentium, minor convergentium. Sed et per diversas Planetarum bigas, oportuit esse Harmonias diversas; ut haec varietas ad exornationem Mundi proficeret; per Ax. I. etiamque ideò, quia intervallorum inter binos, sunt proportiones diversae, per III. At cuique proportioni orbium, certae respondent proportiones Harmonicae, cognatione quantitativâ, ut hujus libri Cap. V. demonstratum.

VI. Propositio

Harmoniae duae minimae 4.5. et 5.6. locum non habent inter planetas binos.

Est enim 5. *ad* 4. *ut* 1000. *ad* 800, *et* 6. *ad* 5. *ut* 1000. *ad* 833 +. *At orbes circumscripti Dodecaëdro et Icosaëdro, majorem habent proportionem ad inscriptos, scilicet eam quam* 1000 *ad* 795 *etc. et hae duae proportiones indicant intervalla inter Orbes Planetarios proximos inter se, seu spacia minima: in caeteris enim figuris regularibus orbes distant longiùs à se invicem. Jam verò proportio motuum adhuc major est, proportionibus intervallorum, nisi ingens sit proportio Eccentricitatum ad Orbes, per Capitis* III. *Numerum* 13. *Ergo proportio motuum minima, major est quàm sunt* 4.5. *et* 5.6. *Igitur hae Harmoniae à figuris quidem regularibus impeditae, locum inter planetas nullum sortiuntur.* [1]

12) Bombyci 21) Planetaram

217 VII. Propositio

Harmonia Diatessaron inter convergentes motus binorum Planetarum locum nullum habere potest, nisi sint illis propriae extremorum proportiones junctae plus quàm Diapente.

Sit enim 3.4. *inter convergentes, et sit primò nulla Eccentricitas, nulla Planetis singulis propria motuum proportio, sed ijdem motus et convergentes et Medij: tunc sequitur, ut intervalla respondentia, quae per hanc suppositionem erunt Orbium semidiametri, constituant hujus proportionis bessem, scilicet* 4480.5424. *per cap.* III. *Atqui haec proportio jam est minor quàm cujuscunque figurae Regularis orbium proportio: Itaque Orbis interior totus secaretur à planis regularis figurae cuicunque Orbi exteriori inscriptae. Hoc verò est contra Axioma* II.

Sit secundò aliqua summa propriarum proportionum inter motus extremos: et sit convergentium motuum proportio 3.4. *vel* 75.100. *intervallorum verò respondentium sit proportio* 1000.795. *cùm nulla figura regularis faciat minorem, orbium proportionem. Et quia superat illa motuum eversa hanc intervallorum excessu* 750.795: *auferatur igitur hic excessus etiam à proportione* 1000.795. *secundùm doctrinam Cap.* III. *restat* 9434.7950. *dimidium proportionis orbium. Ergò duplum hujus sc.* 8901.6320. *id est* 10000.7100. *est proportio orbium. Huic aufer proportionem intervallorum convergentium* 1000.795. *restabit* 7100. 7950. *circiter Tonus major. Tanta debet esse ad minimum summa binarum proportionum, quas media habent ad convergentia utrinque, ut inter motus convergentes possit esse Diatessaron. Divergentia igitur extrema intervalla, ad convergentia extrema, summam proportionum faciunt, hujus circiter duplam, id est duos Tonos, et summa propriorum motuum rursum duplum hujus, id est, quatuor Tonos; quod est plus quàm Diapente. Si igitur duorum vicinorum planetarum summa propriorum est minor, quàm Diapente: inter eorum convergentes non poterit esse Diatessaron.*

VIII. Propositio

Saturno et Jovi debebantur Harmoniae 1.2. et 1.3. id est Diapason et Diapente epi Diapason.

Nam ipsi sunt primi et supremi ex Planetis, et nacti sunt figuram primam Cubum, per cap. I. *hujus: et hae Harmoniae sunt primae ordine naturae et sunt capita primarum familiarum figuralium, Bisectoriae seu Tetragonicae, et Trigonicae, per dicta lib.* I. *Quod verò caput est, Diapason* 1.2. *est proximè major proportione orbium Cubi Semitriplâ: quare apta est ut fiat minor proportio motuum planetarum cubicorum, per cap.*III. *Num.* 13; *et per consequens,* 1.3. *servit pro majori proportione. Hoc verò idem etiam sic. Si enim aliqua Harmonia*

22) medij habent ad convergentes 25) et motus convergentes rursum

se habet ad proportionem aliquam orbium figuralium, sicut se habet proportio motuum ex Sole apparentium ad proportionem intervallorum mediocrium, meritò talis Harmonia tribuetur motibus. At naturale est, ut proportio motuum divergentium, sit multò major, proportionis Orbium sesquialterâ, per finem cap. III. hoc est, appropinquat duplae proportioni proportionis Orbium; et 1.3. *est etiam dupla proportionis orbium cubicorum: quippe quam dicimus esse Semitriplam. Ergò Tripla debetur divergentibus Saturni et Jovis. Plurimas alias cognationes harum Proportionum cum Cubo vide supra Cap. II.*[1]

IX. Propositio

218

Saturni et Jovis Motuum extremorum propriae proportiones junctae debuerunt fieri 2.3. Diapente circiter.

Id ex antecedenti sequitur, si n. Jovis perihelius motus est triplus aphelij Saturni, et vicissim Jovis aphelius duplus perihelij ♄, *quare ablatâ* 1.2. *ab* 1.3: *restat* 2.3.

X. Axioma

Cum libera est electio per caetera, Planetae superiori debetur proportio motuum propria, quae naturâ prior, aut quae generis praestantioris, aut etiam quae major est.

XI. Propositio

Proportio aphelij motus Saturni ad perihelium debuit fieri 4.5. Tertia major, Jovialium verò 5.6. Tertia minor.

Nam quia junctim possident 2.3. *hoc verò harmonicè aliter non dividitur, quàm in* 4.5. *et* 5.6: *Harmostes igitur Deus Harmoniam* 2.3. *divisit harmonicè, per Ax. I. ejusque partem Harmonicam majorem, et generis Duri praestantioris, quippe masculi, majori et altiori Planetae* ♄ *dedit, minorem* 5.6. *inferiori Jovi, per X.*

XII. Propositio

Veneri et Mercurio debebatur Major Harmonia 1.4. Disdiapason.

Nam sicut Cubus est figura prima primariarum: sic Octaëdron est prima Secundariarum, per cap. I. hujus libri. Et sicut Cubus geometricè consideratus, est exterior, Octaëdron interius, illi sc. hoc inscriptile; sic etiam in Mundo ♄ *quidem et* ♃ *sunt superiorum et exteriorum Planetarum principium, sive ab extrà;* ☿ *verò et* ♀ *sunt principium interiorum, sive ab intrà: et interlocatum est inter illorum curricula Octaëdron: vide cap. III. Debetur igitur* ♀ *et* ☿ *etiam ex Harmonijs aliqua primaria et cognata Octaëdro. Porrò ex Harmonijs post* 1.2. *et* 1.3. *sequitur ordine naturali* 1.4. *et est illa cognata cubicae* 1.2. *quia ex eâdem figurarum sectâ, sc. Tetragonicâ est orta, illique commensurabilis est, sc. illius dupla; Octaëdron verò etiam est Cubo cognatum et commensurabile.*

Est et cognata 1.4.*Octaëdro, privato nomine, propter numerum in illâ quidem quaternarium, figuram verò in Octaëdro latentem Quadrangulam, cujus orbium proportio dicitur Semidupla. Ejus igitur proportionis est Harmonia* 1.4. *continuè multiplex, in proportione duplâ, est scil. Semiduplae quadrupla, vide cap. II. Ergò* 1.4. *debebatur* ♀ *et* ☿. *Et quia* 1.2. *in Cubo facta est minor Harmonia binorum, cum illi situs obtigerit extimus: erit in Octaëdro haec* 1.4. *jam major Harmonia binorum; ut cui situs obtigit intimus. Sed et haec causa est, cur* 1.4. *hic pro majori data sit, non pro minori. Cùm enim proportio orbium Octaëdri sit Semitripla, posito quòd perfecta sit inscriptio Octaëdri inter planetas, (quanquam non perfecta est, sed penetrat aliquatenus* ☿, *quod prodest nobis): proportionem igitur convergentium oportet illius Semitriplae sesquialterâ esse minorem: atqui vel* 1.3. *est planè dupla Semitriplae, et sic major justâ; quantò major erit justo* 1.4. *quippe major quàm* 1.3. *Ergo ne dimidium quidem de* 1.4. *toleratur inter convergentes. Non potest igitur* 1.4. *esse minor Octaëdrica: erit igitur Ma*[1]*jor. Ampliùs* 1.4. *sic est cognata Octaëdrico quadrangulo, cujus orbium proportio est Semidupla: sicut* 1.3. *est cognata Cubo, ut cujus orbium proportio est Semitripla. Sicut enim* 1.3. *est multiplex Semitriplae, ejus scilicet dupla; sic etiam hic* 1.4. *est multiplex Semiduplae, ejus scilicet bis dupla, hoc est quadrupla. Quare si* 1.3. *debuit fieri major Harmonia Cubi, per VIII. debet igitur etiam* 1.4. *fieri major Harmonia Octaëdri sui.*

Memineris Voces, Dupla, Tripla, Semitripla etc. interdum dare nomen proportionibus singulis, absolutè consideratis ut sunt aliqua Quantitas; interdum verò exprimere proportionem comparatarum inter se binarum Proportionum.

XIII. Propositio

Jovis et Martis extremis motibus debebantur Harmoniae, Major quidem 1.8. Trisdiapason circiter, Minor verò 5.24. Tertia minor supra Disdiapason.

Nam quia Cubus sortitus est 1.2. *et* 1.3. *proportio verò orbium Tetraëdri, quod est situm inter* ♃ *et* ♂, *nominata Tripla, est dupla proportionis orbium Cubi, nominatae Semitriplae: ergò conveniens erat, ut etiam Tetraëdro accommodarentur proportiones motuum, duplae proportionum cubicarum. Sunt autem ipsarum quidem* 1.2. *et* 1.3. *duplae, Proportiones hae,* 1.4. *et* 1.9. *At* 1.9. *non est Harmonica, et* 1.4. *jam est absumpta in Octaëdron. Vicinae igitur Harmoniae his proportionibus fuerunt sumendae, per Ax. I. Sunt verò primùm ipsi* 1.9. *vicinae, minor* 1.8. *et major* 1.10. *Inter has delectum facit cognatio cum Tetraëdro, cui nihil est commune cum Pentagono, cùm* 1.10. *sit sectae pentagonicae: major verò Tetraëdro cognatio est cum* 1.8. *multis nominibus, quae require ex Cap. II. Ampliùs pro* 1.8. *facit et hoc, quòd quemadmodum* 1.3. *est major Cubi, et* 1.4. *major Octaëdri, quia sunt proportionum inter orbes figurales, multiplices; sic etiam* 1.8. *fieri debuit major Tetraëdri; quia ut hujus corpus est inscripti sibi Octaëdri duplum, ut dictum Cap. I: sic etiam propor-*

20) per VII.

tionis hujus Tetraëdricae terminus 8. *est Octaëdricae proportionis termini* 4. *duplus. Ampliùs sicut* 1.2. *minor Cubi, est unum Diapason; et* 1.4. *major Octaëdri, est duo Diapason; sic jam* 1.8. *major Tetraëdri debuit fieri tria Diapason. Plura autem Diapason debebantur huic quàm illis, quia cùm Harmonia minor Tetraëdrica necessariò sit omnium minorum in caeteris figuris, maxima (quippe et orbium Tetraëdricorum proportio est omnium figuralium maxima): Harmonia etiam major Tetraëdrica debuit majores caeterarum superare numero ipsarum Diapason. Habet denique ternarius intervallorum Diapason familiaritatem cum Trigonicâ specie Tetraëdri, habet perfectionem quandam, secundum illud, Omne trinum perfectum; cùm etiam Octonarius, ejus terminus, sit primus Cubicorum numerorum quantitatis perfectae, trium sc. dimensionum.*

II. *Ipsi* 1.4. *seu* 6.24. *vicinae sunt Harmoniae, major quidem* 5.24. *minor verò* 6.20. *seu* 3.10. *Rursum autem* 3.10. *est sectae Pentagonicae, cui cum Tetraëdro nihil commune est. At* 5.24. *propter numeros* 3. 4. *(quorum soboles sunt numeri* 12. 24*) familiaritatem habet cum Tetraëdro. Nam alteros terminos minores, sc.* 5. *et* 3. *hic negligimus: quia eorum levissimus cognationis gradus est cum figuris, ut videre est cap. II. Praetereâ orbium Tetraëdri proportio Tripla est: tanta verò debet esse et convergentium intervallorum proportio circiter: per Ax. II. Atqui per cap. III. proportio motuum convergentium appropinquat eversae sesquialterae intervallorum, sesquialtera verò Triplae est inter* 1000. *et* 193. *circiter. Qualium igitur aphelius* ♂ *motus est* 1000, *erit* ♃ *major quàm* 193. *paulò, minor quàm* 333. *tertia illius pars, multò: Non igitur Harmonia* 10.3. *hoc est* 1000.333, *sed Harmonia* 24.5. *hoc est* 1000.208. *locum habet inter convergentes Jovis et Martis.*[1]

XIV. Propositio

Motuum Martis extremorum propria proportio debuit fieri major quàm Diatessaron 3.4. et circiter 18.25.

Sint enim praecisae jam Harmoniae 5.24. *et* 1.8. *seu* 3.24. *Jovi et Marti communiter attributae, Prop. XIII. Aufer minorem* 5.24. *à majore* 3.24. *restat* 3.5. *summa propriarum utriusque. At Jovis solius propria, suprà quidem pr. XI. inventa est* 5.6. *Hanc igitur aufer à summâ propriarum* 3.5. *Hoc est, aufer* 25.30. *ab* 18.30. *restat Martis propria* 18.25, *quae est major quàm* 18.24. *seu* 3.4. *Fiet autem adhuc major, si per sequentes rationes, communis major* 1.8. *augeatur.*

XV. Propositio

Inter convergentes motus, Martis et Telluris, Telluris et Veneris, Veneris et Mercurij, dispertiendae fuerunt Harmoniae 2.3. Diapente, 5.8. Sexta mollis, 3.5. Sexta dura; eaeque hoc ipso ordine.

29) Auffer

Nam Dodecaëdron et Icosaëdron, figurae inter Martem, Tellurem, et Venerem interlocatae, minimam habent proportionem inter suos orbes, circumscriptum et inscriptum: ergò illis ex possibilibus Harmonijs minimae debentur, quippe cognatae propter hoc, et ut Ax. II. locum habeat. Atqui Harmoniae omnium minimae, sc. 5.6. *et* 4.5. *non sunt possibiles, per VI. Ergò debentur figuris dictis, Harmoniae proximè majores hisce, scilicet vel* 3.4. *vel* 2.3. *vel* 5.8. *vel* 3.5.

Rursum figura inter Venerem et Mercurium interlocata, scilicet Octaëdron, proportionem habet eandem suorum orbium, quam Cubus: at cubo pro minori Harmonia, quae est inter motus convergentes, obvenit Diapason, per VIII. ergò deberetur per analogiam etiam Octaëdro tanta, sc. 1.2. *pro minori, si nihil diversitatis accederet. Accedit autem hoc diversitatis, quòd Cubicorum quidem planetarum, Saturni sc. et Jovis singulorum propriae motuum proportiones junctae, efficiebant summam non majorem, quam* 2.3. *hîc verò Octaëdricorum Planetarum, Veneris et Mercurij, singulorum propriae junctae facient summam majorem quàm* 2.3. *quod facilè sic apparet. Esto enim, quod requireret analogia inter Cubum et Octaëdron, si sola esset; sit inquam Minor Octaëdrica, major quàm sunt hîc praescriptae; adeòque sit planè tanta, quanta fuit cubica, scilicet* 1.2: *erat verò Major* 1.4. *per XII. Ablatâ igitur hinc, quam modo posuimus, Minore* 1.2, *manet adhuc* 1.2. *pro summa propriarum Veneris et Mercurij; atqui* 1.2. *plus est quàm summa* 2.3. *propriarum Saturni et Jovis. Et verò majorem summam hanc, major sequitur eccentricitas, per Cap. III. majorem verò Eccentricitatem sequitur minor proportio motuum convergentium, per idem Cap. III. Quare fit accessione majoris Eccentricitatis ad analogiam inter Cubum et Octaëdron, ut minor etiam requiratur convergentium Veneris et Mercurij proportio, quàm* 1.2. *Id etiam conveniens erat Axiomati I. ut Harmoniâ Diapason absumptâ in Cubicos, conciliaretur Octaëdricis alia proxima, et per priorem demonstrationem, minor quàm* 1.2. *Est autem hac*
221 *proximè minor* 3.5. *quae ut*[1] *major ex tribus, debebatur figurae majoris or-*
bium suorum proportionis, Octaëdro scilicet. Minores igitur 5.8. *et* 2.3. *vel* 3.4. *relinquebantur Icosiëdro et Dodecaëdro, figuris proportionis Orbium suorum minoris.*

Hae verò residuae, inter duas residuas sic sunt distributae. Sicut enim ex figuris, licet aequalium inter suos orbes proportionum, Cubus quidem sortitus est Harmoniam 1.2. *Octaëdron verò* 3.5. *minorem, eò quòd summa propriarum Veneris et Mercurij superaret summam propriarum Saturni et Jovis: sic etiam hîc Dodecaëdro, quamvis id eandem faciat orbium suorum proportionem, quàm Icosiedron, debebatur minor quàm Icosiedro, proxima tamen propter similem causam, sc. quia haec figura est inter Tellurem et Martem, cujus in superioribus magna facta erat Eccentricitas; Veneris verò et Telluris, ut in sequentibus*

10) per VII.

audiemus, Minimae sunt Eccentricitates. Ac cùm Octaëdron habeat 3.5. *Icosiedron, cujus orbium proportio minor, succedentem, paulò minorem illâ, sc.* 5.8: *relinquebatur igitur Dodecaëdro vel* 2.3. *residua, vel* 3.4: *potiùs verò illa, quippe propior Icosaëdricae* 5.8. *quia et figurae similes sunt.*

At ne possibilis quidem fuit 3.4. *Etsi enim satis magna erat in superioribus propria proportio motuum extremorum Martis: At Tellus, ut jam dictum, et in sequentibus patebit, conferebat propriam minorem, quàm ut summa utriusque superaret Diapente. Non poterat igitur locum habere* 3.4. *per VII. Id eò amplius, quia ut sequetur prop. XLVII. major esse debuit intervallorum convergentium proportio, quàm* 1000.795.

XVI. Propositio

Veneris et Mercurij motuum proportiones, cujusque propriae, junctae debuerunt efficere 5.12. circiter.

Aufer enim minorem harmonicam 3.5. *huic bigae communiter tributam Prop. XV. ab illorum majori* 1.4. *vel* 3.12. *per XII. restat* 5.12. *summa propriarum utriusque. Itaque Mercurij solius propria motuum extremorum proportio, minor est quam* 5.12. *quantitate propriae Veneris. Intellige hoc de his primis rationibus. Nam infrà per secundas rationes, accedente communibus utriusque Harmonijs aliquo fermento, efficietur, ut sola propria Mercurij perfectè obtineat* 5.12.

XVII. Propositio

Harmonia Motuum, Martis et Telluris, divergentium, non potuit esse minor quàm 5.12.

Nam solus Mars nactus fuit in propriâ suorum motuum proportione plus quàm Diatessaron; et plus quàm 18.25. *per XIV. Minor verò Harmonia illorum est Diapente* 2.3. *per XV. junctae igitur hae duae partes, faciunt* 12.25. *At debetur et Telluri sua propria proportio, per Axioma IV. Ergò, cùm Divergentium Harmonia ex dictis tribus constet elementis; erit illa major quàm* 12.25. *Sed Harmonia proximè major quàm* 12.25. *hoc est* 60.125, *est* 5.12, *scilicet* 60.144. *Quare si Harmoniâ opus est pro hac majori duorum Planetarum*[1] *proportione motuum, per Axiomat. I. illa non poterit esse minor, quàm* 60.144. *vel* 5.12.

Hactenus igitur omnibus reliquis Planetarum bigis obvenerunt suae binae Harmoniae, rationibus necessarijs; sola biga Telluris et Veneris adhucdum unam solam Harmoniam 5.8. per Axiomata huc usque usurpata, sortita fuit. Reliquam igitur ejus Harmoniam, Majorem sc., seu motuum Divergentium, jam porrò, novo initio facto, perquiremus.

Posteriores Rationes

XVIII. Axioma

Harmoniae motuum universales, contemperatione motuum sex, constituendae fuerunt, praecipuè per extremos motus.

Probatur per Axioma I.

XIX. Axioma

Harmoniae universales per aliquam motuum latitudinem eaedem contingere debuerunt; scilicet ut tantò crebriùs acciderent.

Nam si ad individua puncta motuum fuissent determinatae; fieri potuisset, ut nunquam contingerent, aut certè rarissimè.

XX. Axioma

Vt est naturalissima distinctio Generum Harmoniarum, in Durum et Molle, ut libro III. probatum; sic utriusque generis Harmoniae universales procurandae fuerunt inter Planetarum extremos motus.

XXI. Axioma

Harmoniarum utriusque Generis, diversae species instituendae fuerunt, ut pulchritudo Mundi ex omnibus possibilibus varietatis membris concinnaretur; idque per extremos motus, saltem aliquos.

Per Axiom. I.

XXII. Propositio

Extremi Planetarum motus signare debuerunt loca seu chordas systematis Diapason, vel claves scalae Musicae. [1]

223 *Nam ortus et comparatio Harmoniarum inceptarum ab uno communi termino genuit scalam Musicam, seu divisionem Diapason in sua loca vel sonos, ut libro III. probatum. Cùm igitur requirantur Harmoniae inter motuum extrema variae, per Ax. I. et XX. et XXI: quare requiritur systematis alicujus, coelestis seu scalae Harmonicae, realis distinctio per extrema motuum.*

XXIII. Propositio

Oportuit esse unam bigam Planetarum, inter cujus motus nullae possent existere Harmoniae, praeter duas Sextas, Majorem 3.5. et minorem 5.8.

Cùm enim esset necessaria distinctio generum Harmoniarum, per Axioma XX. idque per motuum extrema in Apsidibus, per XXII. quia sola extrema, tardissimus scilicet et velocissimus, indigent definitione procurantis et ordinantis, inter-

30/31) Majorem 4.5. et minorem 5.6.

mediae tensiones proveniunt ultrò cum ipso transitu planetae à tardissimo motu ad velocissimum, sine peculiari curâ: haec igitur ordinatio aliter fieri non potuit, quin extremis binorum motuum Planetariorum, Diesis seu 24.25. *designaretur; eò quòd Genera Harmoniarum Diesi distinguantur, per ea quae libro* III. *sunt explicata. Atqui Diesis est differentia vel duarum Tertiarum,* 4.5. *et* 5.6. *vel duarum Sextarum* 3.5. *et* 5.8, *vel earundem abundantium uno vel pluribus Diapason intervallis. Duae verò Tertiae* 4.5. *et* 5.6. *non habuerunt locum inter binos Planetas, per Pr. VI. sed neque Tertiae vel Sextae abundantes intervallo Diapason, uspiam inventae sunt, praeterquàm* 5.12. *in biga Martis et Telluris; neque tamen illa aliter, nisi cum sociâ* 2.3: *itaque etiam intermediae* 5.8. *et* 3.5. *et* 1.2. *juxtà admittebantur. Ergò relinquitur, ut dandae fuerint uni Planetarum bigae, duae sextae,* 3.5. *et* 5.8. *Sed et solae Sextae variationi motuum illorum concedendae fuerunt, sic ut neque terminos suos ad comprehensionem intervalli proximè majoris unius Octavae* 1.2. *dilatarent, neque ad proximè minoris Diapente* 2.3. *angustiam contraherent. Nam etsi verùm est, quòd duo planetae, facientes Diapente convergentibus motuum extremis, et Diapason divergentibus, ijdem etiam Sextas facere, et sic Diesin quoque permeare possint; at hoc non redoleret singularem providentiam Ordinatoris motuum. Diesis enim, minimum intervallorum, potestate latens in majoribus omnibus, quae comprehenduntur ab extremis motuum, ipsa permeatur quidem tunc à motibus intermedijs, continuâ tensione variatis; at non determinatur ab eorum extremis, cùm semper minor sit pars toto, Diesis scilicet, intervallo majore* 3.4. *quod est inter* 2.3. *et* 1.2. *quod totum à motuum extremis determinari hîc poneretur.*

XXIV. Propositio

Planetae duo, qui mutant genus Harmoniae, differentiam propriarum proportionum inter motuum extrema, debent facere Diesin, et unius propria proportio debet esse major Diesi: debentque motibus aphelijs facere Sextarum unam, perihelijs reliquam.

Cùm enim extrema motuum duas faciant Harmonias, unicâ Diesi differentes, 224
id potest fieri tripliciter: aut enim, ut unius Planetae motus maneat constans, alterius varietur per Diesin; aut ut uterque varietur per semissem Diesios faciantque 3.5. *Sextam majorem, quando superior est in Aphelio, inferior in Perihelio: ex ijs spacijs excursu facto, sibi mutuò obviantes, superior usque in Perihelium, inferior in Aphelium, faciant* 5.8. *Sextam minorem: aut denique ut unus altero plus variet motum suum ab Aphelio in Perihelium, sitque excessus unius Diesios; et sic Sexta major sit inter utrumque aphelium, Sexta minor inter utrumque perihelium. Primus verò modus non est legitimus; esset enim alter horum Planetarum sine Eccentricitate, contra Axioma IV. Alter modus minùs pulcher fuit et minùs commodus: minùs pulcher, quia minùs Harmonicus. Duorum enim Planetarum propriae motuum proportiones fuissent in-*

concinnae; nam inconcinnum est, quicquid est Diesi minus: praestat verò unum solùm Planetam hac inconcinna parvitate laborare. Quin ne fieri quidem potuit, quia extremi motus hoc pacto aberrassent à Locis systematis, seu clavibus scalae Musicae, contra XXII. Minùs etiam commodus fuisset, quia Sextae illis tantummodò momentis contigissent, quibus planetae fuissent in contrarijs apsidibus: nulla fuisset latitudo, per quam hae Sextae, et sic universales Harmoniae secundum eas, contingere potuissent: rarissimae igitur fuissent universales Harmoniae, locis Planetarum omnibus ad certorum in Orbitis suis, et unicorum punctorum angustias redactis; contra Axioma XIX. Restat igitur modus tertius: ut uterque quidem Planetarum suum proprium variet motum; sed alter altero plùs per unam perfectam Diesin ad minimum.

XXV. Propositio

Planetarum, genus Harmoniae mutantium, superior debet habere proportionem motuum propriorum, minorem Tono parvo 9.10. inferior verò minorem Semitonio 15.16.

Nam aut aphelijs motibus facient 3.5. *aut perihelijs, per praemissam. Non perihelijs; esset enim tunc apheliorum motuum* 5.8. *inferior igitur unâ Diesi plus haberet in proportione propriâ, quàm superior, per eandem praemissam. Id verò est contra Axioma X. Faciunt igitur aphelijs* 3.5. *perihelijs* 5.8. *minus quàm illic per* 24.25. *Quòd si aphelij motus faciunt Sextam duram* 3.5. *ergò superioris aphelius cum inferioris perihelio faciet plus quam Sextam duram, adjiciet enim inferior totam propriam proportionem. Eodem modo, si perihelij motus faciunt Sextam mollem* 5.8. *superioris perihelius, et inferioris aphelius facient minus quàm sextam mollem: aufert enim inferior totam suam propriam proportionem. Quòd si inferioris proportio propria aequaret semitonium* 15.16; *jam posset praeter Sextas etiam Diapente contingere, quia Sexta mollis, diminuta semitonio, fit Diapente; hoc verò est contra Prop. XXIII. Minùs igitur semitonio habet planeta inferior in intervallo sibi proprio. Et quia superioris propria proportio major est propriâ inferioris, per unam Diesin, Diesis verò addita Semitonio facit Tonum minorem* 9.10. *superioris igitur propria proportio, est minor quàm Tonus minor* 9.10.[1]

225

XXVI. Propositio

Planetarum, genus Harmoniae mutantium, superior debuit habere vel Diesin duplicem 576.625. hoc est 12.13. ferè, pro motuum extremorum intervallo, vel Semitonium 15.16. vel aliquid intermedium, Commate 80.81. distans vel ab illo, vel ab hoc: inferior verò, vel Diesin simplicem 24.25. vel differentiam inter Semitonium et Diesin, quae est 125.128. hoc est 42.43. ferè: vel denique similiter aliquid intermedium,

Commate 80.81. distans vel ab illo, vel ab hoc: sc. ille duplicem, iste simplicem Diesin, utrumque intervallum Commate diminutum.

Nam superioris propria debet esse major, quàm Diesis, per XXV. minor verò quàm Tonus 9.10. *per praecedentem. At verò superior debet excedere inferiorem Diesi unâ, per XXIV. Et suadet Harmonica pulchritudo, ut propriae horum, si ob parvitatem nequeunt esse Harmonicae, saltem ex Concinnis sint, si fieri hoc possit, per Ax. I. Atqui Concinna minora, quàm est Tonus* 9.10. *sunt tantùm duo, Semitonium et Diesis: haec verò differunt inter se non Diesi, sed aliquo minori intervallo* 125.128. *Non possunt igitur simul habere superior Semitonium, inferior Diesin: sed aut superior habebit Semitonium* 15.16. *inferior* 125.128. *h. e.* 42.43. *aut inferior habebit Diesin* 24.25. *superior verò duplicem Diesin* 12.13. *ferè. Cùm verò utriusque Planetae sint aequalia jura; quare si in proprijs ipsorum violanda fuit natura Concinni: aequaliter in utroque violanda fuit, ut differentia propriorum ipsis intervallorum manere posset exacta Diesis, ad discriminanda genera Harmoniarum necessaria, per XXIV. Aequaliter autem tunc violabatur Concinni natura in utroque, si quanto superioris propria proportio deficiebat à Diesi duplici, superabatve Semitonium; tantò etiam inferioris propria deficeret à Diesi simplici, superaretve intervallum* 125.128.

Porrò hic excessus vel defectus, debuit esse Comma 80.81. *quia rursum nullum aliud intervallum monstrabatur à proportionibus Harmonicis; et ut Comma sic exprimeretur inter motus coelestes, sicut expressum est in Harmonicis, scilicet solo excessu et defectu inter se intervallorum. Comma enim in Harmonicis distinguit inter Tonos, majorem et minorem, nec aliter innotescit.*

Restat ut disquiramus, utra ex propositis, potiora sint intervalla, num Dieses, simplex pro inferiori planetâ, duplex pro superiori: an potiùs Semitonium pro superiori, et 125.128. *pro inferiori. Et vincunt argumentis Dieses. Nam etsi Semitonium variè expressum est in scala Musica: at socium* 125.128. *non est expressum. Contrà et Diesis est expressa variè, et duplex Diesis quodammodò, sc. in resolutione Tonorum in Dieses Semitonia et Limmata: tunc enim, ut libro III. cap. VIII. dictum, proximè invicem succedunt duae Dieses, duobus locis. Alterum argumentum, quòd in distinctione generum propria sunt jura Diesios, nulla Semitonij; major igitur respectus habendus fuit Diesion, quàm Semitonij. Conflatur ex omnibus hoc; superioris propriam debere esse* 2916.3125. *seu* 14.15. *ferè; inferioris propriam* 243.250. *seu* 35.36. *ferè.*

Quaeritur utrum summa sapientia creatrix occupata fuerit in tenuibus istis ratiunculis conquirendis? Respondeo, fieri posse, ut multae me rationes lateant. At si ponderosiores Natura Harmonices non tulit,[1] quippe in proportionibus, infra omnium concinnorum quantitatem des- 226
cendentibus: absurdum non est, Deum vel istas, utcunque appareant tenues, esse secutum, cùm nihil sine causâ ordinaverit. Absurdius n.

longè esset affirmare, Deum has quantitates, infra quidem praescriptum ijs terminum Toni minoris, fortuitò arripuisse. Nec sufficit dicere; Tantas sumpsit, quia tantae placuerunt: in geometricis enim, libertati electionis subjectis, nihil Deo placuit sine causâ geometricâ qualicunque; ut apparet in oris foliorum, in squamis piscium, in pellibus ferarum, earumque maculis et macularum ordine, et similibus.

XXVII. Propositio

Telluris et Veneris motuum proportio Major, debuit esse Sexta dura, inter motus aphelios; Minor, Sexta mollis, inter perihelios.

10 *Oportuit n. distingui genera Harmoniarum, per Ax. XX. Id autem fieri aliter non potuit, quàm per Sextas, per XXIII. Earum igitur unam* 5.8. *cùm acceperint Terra et* ♀, *proximi Planetae, et Icosiedrici per XV: oportuit et alteram* 3.5. *ijs tribui. Non verò inter extremos, convergentes vel divergentes; sed inter ejusdem plagae extremos, unam inter aphelios, alteram inter perihelios, per XXIV. Est praeterea et Harmonia* 3.5. *cognata Icosiedro, quippe sectae utrumque Pentagonicae. Vide cap. II.*

Ecce causam, cur praecisae Harmoniae inter horum duorum motus aphelios potiùs et perihelios inveniantur; non verò inter convergentes, ut in superioribus.

20

XXVIII. Propositio

Telluri propria motuum proportio competebat 14.15. circiter: Veneri 35.36. circiter.

Nam hi duo distinguere debuerunt genera Harmoniarum, per praemissam: ergò per XXVI. Tellus quidem ut superior, nancisci debuit intervallum 2916. 3125. *id est ferè* 14.15. *Venus verò, ut inferior, intervallum* 243.250. *id est* 35.36. *proximè.*

Ecce causam, cur hi duo planetae tam parvas habeant Eccentricitates, et secundùm eas, parva intervalla seu proportiones motuum extremorum proprias: cùm tamen proximè illâ superior Mars, et proximè hac
30 inferior ☿, insignes, omniumque maximas habeant. Hoc verò verum esse Astronomia confirmat; nam Cap. IV. Terra planè 14.15. habuit, Venus verò 34.35. quod astronomica certitudo vix discernere in hoc Planeta poterit à 35.36.

XXIX. Propositio

Martis et Telluris Major motuum Harmonia, divergentium puta, non potuit esse ex majoribus, quam 5.12.

Suprà Pro. XVII. non erat minorum aliqua: nunc verò neque aliqua majorum est. Nam altera horum communis, seu Minor 2.3. *cum pro-*
227 *priâ Martis, quae per XIV.*[1] *superat* 18.25. *facit plus quàm* 12.25. *hoc est,*

60.125. *adde igitur Telluris propriam* 14.15. *hoc est* 56.60. *per praemissam, accumulatur plus quàm* 56.125. *quod est proximè* 4.9. *plus scilicet quam Octava et Tonus major, paulò. At Harmonia proximè major, quam Octava et Tonus, est* 5.12. *Diapason cum Tertiâ molli.*

Nota quòd non dico, non esse hanc proportionem nec majorem nec minorem, quàm 5.12. sed hoc dico, si necesse sit illam fieri Harmonicam, Harmoniam illi aliam non competituram.

XXX. Propositio

Mercurij propria motuum proportio debuit fieri major omnibus alijs proprijs.

Nam per XVI. propriae Veneris et Mercurij junctae facere debuerunt circiter 5.12. *Sed Veneris propria seorsim, est tantum* 243.250. *hoc est* 1458.1500: *haec verò ablata à* 5.12. *hoc est à* 625.1500. *relinquit* 625.1458. *majorem quàm Diapason cum Tono majore, Mercurio soli: cùm Martis propria, quae illi inter caeteros Planetas est omnium maxima, sit minor quàm sesquialtera* 2.3. *hoc est Diapente.*

Adeoque Veneris et Mercurij infimorum propriae junctae, aequant quatuor supremorum proprias junctas ferè: quia ut jam statim apparebit, Saturni et Jovis propriae junctae excedunt 2.3. *Martis à* 2.3. *nonnihil deficit: summae* 4.9. *hoc est* 60.135. *adde Telluris* 14.15. *hoc est* 56.60. *accumulatur* 56.135. *quod paulò plus est quàm* 5.12. *quanta modò erat summa propriarum Veneris et Mercurij. Hoc verò non quaesitum est, nec ab aliquo pulchritudinis archetypo separato et singulari desumptum; sed provenit ultrò, necessitate causarum ex Harmonijs hactenus stabilitis nexarum.*

XXXI. Propositio

Motus Telluris aphelius cum aphelio Saturni per aliquot Diapason concordare debuit.

Nam Harmonias universales oportuit esse, per XVIII: quare etiam Saturni cum Tellure et Venere. At si motuum Saturni extremorum alter cum neutro horum concordasset; hoc minùs fuisset harmonicum, quàm si uterque illius extremus concordet cum his planetis, per Ax. I. Ergò Saturnus utroque suo extremo, concordare debuit; aphelio cum uno ex duobus hisce Planetis; perihelio cum reliquo, cùm nihil impediret, quippe in primo Planeta. Erunt igitur istae Harmoniae vel Identisonae vel Diversisonae, hoc est proportionis vel duplae continuè, vel alterius. At nequeunt ambae proportionis alterius esse: nam inter terminos 3.5. *(definientes Majorem Harmoniam inter Telluris et Veneris aphelios, per XXVII.) non possunt consistere duo media Harmonica: Sexta enim nequit dividi in tria intervalla Harmonica. Vide lib. III. Non potuit igitur Saturnus utroque suo motu Diapason facere cum Medijs inter* 3. *et* 5. *Harmonicis: sed*

1) 15.16. hoc 6) Harmocam

ut et cum 3. *Terrae, et cum* 5. *Veneris concordent ejus motus; necesse est, ut eorum alter cum altero terminorum, sc. cum uno dictorum planetarum ipsorum*
228 *concordet identicè, seu*[1] *per aliquot Diapason. Cùm autem praestantiores sint Identicae; statuendae erunt etiam inter extrema motuum praestantiora, sc. inter aphelios; quia et principij locum obtinent ob elevationem planetarum, et Harmoniam* 3.5. *de quâ ut majore Telluris et Veneris nunc agimus, propriam sibi quodammodò et cum praerogativâ vindicant. Etsi enim Harmonia ista etiam perihelio Veneris, et aliquo Telluris intermedio competit, per XXVII: at initium fit à motuum Extremis, Motus intermedij stant post principia. Jam cùm ex altera*
10 *parte habeamus Saturni altissimi motum aphelium; ex altera parte cum illo copulandus erit aphelius Telluris potiùs quàm Veneris; quia horum duorum, genus Harmoniae distinguentium, illa iterum est altior. Est et alia propior causa: quòd rationes posteriores, in quibus jam versamur, derogant quidem prioribus, sed tantùm circa minima, quod est in Harmonice, circa intervalla omnibus concinnis minora. Sed per rationes priores, non Veneris sed Telluris aphelius, approximabat Harmoniae Diapason aliquot, cum Saturni aphelio constituendae. Collige enim in unam summam primò propriam Saturninorum motuum proportionem* 4.5. *id est ab aphelio in perihelium Saturni, ex XI. secundò convergentium Saturni et Jovis* 1.2. *id est à perihelio Saturni ad aphelium Jovis, ex VIII. tertiò*
20 *divergentium Jovis et Martis* 1.8. *id est ab aphelio Jovis ad perihelium Martis, ex XIII; quartò convergentium Martis et Telluris,* 2.3. *id est, à perihelio Martis ad aphelium Telluris, ex XV: accumulabis inter aphelium Saturni et aphelium Telluris, proportionem* 1.30. *cui deest non plus quàm* 30.32. *id est* 15.16. *seu semitonium, quo minus sit* 1.32. *seu quinque Diapason. Itaque si semitonium in particulas minimo concinno minores sectum, quatuor his elementis addatur; perfecta erit inter propositos Saturni et Telluris aphelios Harmonia Pentakis Diapason. At ut idem aphelius Saturni cum aphelio Veneris, Diapason aliquot faceret; oportuisset Rationibus prioribus integrum ferè Diatessaron eripere: addito enim* 3.5. *quod est inter aphelios Telluris et Veneris, ad summam* 1.30.
30 *ex quatuor prioribus elementis conflatam; colligitur tanquam ex prioribus rationibus, inter aphelios Saturni et Veneris* 1.50. *quod intervallum differt ab* 1.32. *Pentakis Diapason, per* 32.50. *hoc est per* 16.25. *quod est Diapente cum Diesi; et ab Hexakisdiapason seu* 1.64. *differt per* 50.64. *quod est* 25.32, *seu Diatessaron, minùs unâ Diesi. Non igitur inter Veneris et Saturni, sed inter Telluris et Saturni aphelios, Identica Harmonia statui debuit, ut Saturno cum Venere diversisona Harmonia restaret.*

XXXII. Propositio

In Harmonijs Planetarum universalibus generis Mollis, motus Saturni planè aphelius cum caeteris Planetis exactè concordare non potuit.

6) propiam 8) per XXII. 19) perihelio ad aphelium 21) ex XIV.

Nam Tellus motu suo aphelio ad Harmoniam universalem generis mollis non concurrit, quia aphelij Telluris et Veneris faciunt intervallum 3.5. *generis Duri, per XXVII. Saturnus verò aphelio suo facit Identicam Harmoniam cum aphelio Telluris, per XXXI. Ergò neque Saturnus aphelio suo motu concurrit. Succedit tamen loco aphelij motus, intensior aliquis Saturni motus, aphelio proximus, ad genus etiam molle, ut Cap. VII. apparuit.* [1]

XXXIII. Propositio 229

Durum Harmoniarum et Scalae Musicae genus, est familiare motibus aphelijs, molle perihelijs.

Nam etsi Dura constituitur Harmonia inter Telluris non aphelium tantum, cum Veneris aphelio; sed etiam inter Telluris motus aphelio inferiores cum Veneris inferioribus, usque in ejus perihelium: et vicissim Mollis Harmonia non tantùm inter Veneris perihelium cum Telluris perihelio, sed etiam inter Veneris superiores usque in aphelium, cum Telluris superioribus, per XXVII: propria tamen et evidens designatio generis, fit tantum extremis utriusque, per XX. et XXIV. Propria igitur Duri designatio, est tantùm in aphelijs motibus, propria Mollis, tantùm in perihelijs.

XXXIV. Propositio

Durum genus familiarius est Planetae in comparatione duorum superiori, Molle inferiori.

Nam quia Durum genus est apheliorum motuum proprium, Molle perheliorum, per praemissam; aphelij verò sunt tardiores et graviores perihelijs: Durum igitur est motuum tardiorum, Molle celeriorum. Atqui ad tardos motus familiariùs se habet Planetarum duorum superior, ad celeres inferior, quia semper in Mundo altitudinem consequitur motus proprij tarditas. Ergò etiam ad Durum Scalae genus familiarius se habet, duorum, qui utrique se accommodant generi, is qui superior; ad Molle, is qui inferior. Amplius, Durum genus utitur intervallis majoribus 4.5. *et* 3.5. *Molle minoribus* 5.6. *et* 5.8. *Atqui etiam superior Planeta et majorem orbem habet, et tardiores, id est majores motus, prolixiorem que circuitum: quibus verò utrinque magna conveniunt, illa inter se familiariùs coëunt.*

XXXV. Propositio

Saturnus cum Tellure, Durum genus amplectuntur familiariùs, Jupiter cum Venere, genus Molle.

Nam primò Tellus cum Venere comparata, et cum eâdem utrumque genus designans, superior est; Terra igitur Durum potissimum genus amplectitur, Venus genus Molle, per praemissam. Saturnus verò aphelio suo per Diapason consonat cum Telluris aphelio per XXXI. Quare etiam Saturnus, per XXXIII. Durum genus amplectitur. Deinde Saturnus aphelio motu, per eandem, fovet

magis genus Durum, respuit genus Molle, per XXXII. Habet se igitur familiariùs ad genus Durum, quàm ad Molle, quia genera propriè designantur motibus Extremis.

Jam quod Jovem attinet; is in comparatione cum Saturno, est inferior: ergò ut Saturno debetur Durum genus, sic Jovi debetur Molle, per praemissam. [1]

230 XXXVI. Propositio

Jovis motus perihelius cum perihelio Veneris in unam Scalam Musicam, at non etiam in eandem Harmoniam conspirare debuit; multòque minùs hoc cum perihelio Telluris.

10 *Nam quia Jupiter debebatur generi Molli potissimùm, per praemissam; illi verò familiares sunt motus perihelij, per XXXIII. Jupiter igitur perihelio suo designare debuit Scalam generis Mollis, ejus scilicet certum locum seu phthongum. Sed et perihelij Veneris et Telluris eandem Scalam designant, per XXVII. Ergò cum horum perihelijs, Jovis perihelius in eandem tensionem sociandus fuit. Non verò cum Veneris perihelio potuit constituere Harmoniam. Nam quia per VIII. cum aphelio Saturni facere debuit* 1.3. *circiter, id est, clavem* d *systematis illius, in quo Saturni aphelius faciebat clavem* G, *Veneris verò aphelius clavem* e; *igitur appropinquavit clavi* e *intra spacium Harmoniae minimae. Nam illa est* 5.6. *at inter* d. e. *est intervallum multò minùs, scilicet* 9.10. *Tonus. Ac etsi*
20 *in tensione periheliâ, Venus elevatur à* e *tensionis apheliae; at elevatio haec est minor Diesi, per XXVIII. Diesis verò (eâque minus aliquid) juncta Tono minori, nondum aequant intervallum Harmoniae minimae* 5.6. *Non potuit igitur perihelius Jovis cum aphelio Saturni praeter propter* 1.3. *tueri, et simul concordare cum Venere. Sed nec cum Tellure. Nam si perihelius Jovis ad perihelij Veneris scalam accommodatus fuerit in eandem tensionem, sic ut infra quantitatem concinni minimi tueatur intervallum cum aphelio Saturni* 1.3. *distans scilicet à perihelio Veneris Tono minore sc.* 9.10. *seu* 36.40. *(praeter aliqua Diapason) versus Gravia: Telluris equidem perihelius ab eodem perihelio Veneris distat per* 5.8. *id est per* 25.40. *Itaque distabunt perihelij Telluris et*
30 *Jovis per* 25.36. *praeter Diapason aliquot. Id verò Harmonicum non est: quippe duplum ipsius* 5.6. *seu Diapente, diminutum unâ Diesi.*

XXXVII. Propositio

Ad summam propriarum Harmoniarum Saturni et Jovis 2.3. et ad communem ijs majorem 1.3. accedere oportuit intervallum, aequale intervallo Veneris.

Nam Venus aphelio motu propriè designationem adjuvat generis Duri, perihelio generis Mollis, per XXVII. et XXXIII. Sed Saturnus aphelio conspirare debuit etiam ad genus Durum, et sic ad aphelium Veneris, per XXXV. Jupiter

11) per XXX. 20) à d tensionis

verò perihelio ad perihelium Veneris, per praemissam. Quantum igitur Venus facit intervallum ab aphelio in perihelium, tantum etiam accedere necesse est motui Jovis illi, qui cum aphelio Saturni facit 1.3. *ad perihelium Jovis ipsissimum. Sed convergentium Jovis et Saturni Harmonia est praecisè* 1.2. *per VIII. Ablato igitur intervallo* 1.2. *ab eo quod plus est quàm* 1.3. *relinquitur aliquid, quod tantundem plus est quàm* 2.3. *pro summâ propriarum utriusque proportionum.*

Supra prop. XXVIII. erat propria Veneriorum motuum propor[1]tio 231
243.250. vel 35.36. proximè, at verò cap. IV. inter Saturni aphelium, et
Jovis perihelium, inventus est excessus supra 1.3. paulò major, scilicet 10
inter 26.27. et 27.28. At unico minuto Secundo, quod haud scio an discernat Astronomia, ad Saturni aphelium motum addito, aequatur planè quantitas hîc praescripta.

XXXVIII. Propositio

Additamentum 243.250. ad summam propriarum Saturni et Jovis, quae hactenus primis rationibus constituebatur 2.3. distribuendum sic fuit inter Planetas; ut de eo Saturno accederet Comma 80.81. Jovi Residuum 19683.20000. seu 62.63. ferè.

Distribuendum illud fuisse inter utrumque Planetam, sequitur ex XIX. ut uterque aliquâ latitudine concurrere posset ad Harmonias universales generis sibi 20 *familiaris. Atqui* 243.250. *intervallum est minus omnibus Concinnis: Nullae igitur supersunt leges Harmonicae, quibus illud dividatur in partes duas Concinnas; nisi solùm illae, quibus supra prop. XXVI. ad sectionem Diesios* 24.25. *opus fuit: ut sc. abeat in Comma* 80.81. *(quod est unum et quidem primarium ex ijs quae Concinnis inserviunt) et in Residuum* 19683.20000. *quod est paulò majus Commate, sc.* 62.63. *ferè. Non autem duo sed unum Comma fuerat abscindendum; ne nimiùm inaequales partes fierent, cùm propriae Saturni et Jovis sint proximè aequales: secundùm axioma X. etiam ad Concinna et ijs minutiores partes extensum: simul etiam ideò, quia Comma definitur intervallis Tono majore et Tono minore, non ita duo Commata. Porrò Saturno, altiori et* 30 *valentiori Planetae, debebatur harum partium non illa potiùs, quae major, licet is haberet propriam* 4.5. *majorem; sed illa, quae prior et pulchrior, hoc est, magis Harmonica. Nam in Ax. X. praecedit respectus prioritatis et perfectionis Harmonicae; ultimas tenet respectus quantitatis, quia nulla pulchritudo est in quantitate per se. Ita motus Saturni fiunt* 64.81. *Tertia major adulterina, ut lib. III. Cap. XII. appellavimus; Jovis verò* 6561.8000.

Nescio an inter causas additi Saturno Commatis sit commemorandum; ut scilicet Extrema Saturni intervalla possent constituere proportionem 8.9. Tonum majorem: an potiùs id ultrò resultaverit ex causis anteceden-

8) XXXIII. 25) 19682.

tibus Motuum. Habes igitur hic potiùs, loco Corollarij, causam, cur suprà cap. IV. fol. 195. intervalla Saturni deprehensa sint Toni majoris proportionem complecti proximè.

XXXIX. Propositio

In Harmonijs Planetarum universalibus, generis Duri, Saturnus motu exactè perihelio concordare non potuit; nec Jupiter motu exactè aphelio.

Cùm enim Saturni aphelius, cum Telluris et Veneris aphelijs, exactè concordare debuerit, per XXXI. concordabit cum ijsdem etiam is Saturni motus, qui est intensior quàm aphelius ejus, per unam Tertiam duram 4.5*: aphelij*
232 10 *enim*[1] *Telluris et Veneris faciunt Sextam duram, quae per demonstrata libri III. divisibilis est in Diatessaron et Tertiam duram. Ergò motus Saturni, qui adhuc celerior est hoc jam concordato, infra tamen magnitudinem intervalli Concinni, is non exactè concordabit. At talis est perihelius Saturni ipsissimus, quia distat ab ejus aphelio plus quàm intervallo* 4.5. *plus scilicet uno Commate* 80.81. *(quod minus est Concinno minimo) per XXXVIII. Non concordat igitur exactè perihelius Saturni. At nec exactè aphelius Jovis: is enim cum perihelio Saturni, non exactè consonante, consonat per Diapason perfectum, per VIII. quare per dicta libro III. nec ipse exactè consonare poterit.*

XL. Propositio

20 Ad communem Jovis et Martis divergentium motuum Harmoniam 1.8. Trisdiapason, prioribus rationibus stabilitam, addi oportuit Limma Platonicum.

Nam quia inter aphelios Saturni et Telluris debuit esse 1.32. *hoc est* 12.384. *per XXXI; ab aphelio verò Telluris ad perihelium Martis debuit esse* 3.2. *hoc est* 384.256. *per XV; et ab aphelio Saturni ad ejus perihelium* 4.5. *vel* 12.15. *cum additamento, per XXXVIII; denique à perihelio Saturni ad aphelium Jovis* 1.2. *vel* 15.30. *per VIII: restat igitur ab aphelio Jovis ad perihelium Martis* 30.256. *dempto Saturni additamento. Atqui* 30.256. *superat* 32.256. *hoc est* 1.8. *quantitate* 30.32. *hoc est* 15.16. *vel* 240.256. *quod est Semitonium. De-*
30 *tractum igitur à* 240.256. *Saturni additamentum, quod prop. XXXVIII. debuit esse* 80.81. *hoc est* 240.243. *relinquit* 243.256*; id verò est Limma Platonicum, scilicet* 19.20. *ferè: vide lib. III. Ad* 1.8. *igitur addendum fuit Limma Platonicum.*

Itaque major Jovis et Martis proportio, divergentium sc. motuum, esse debet 243. 2048. quod est medium quodammodò inter 243. 2187. et 243.1944. id est inter 1.9. et 1.8. quarum illam suprà requirebat Analogia, hanc Harmonica concinnitas vicinior.

29) 140.256.

XLI. Propositio

Martis motuum propria proportio necessario dupla est facta proportionis Harmonicae 5.6. scilicet 25.36.

Nam quia proportio Jovis et Martis motuum divergentium, debuit esse 243.2048. *id est* 729.6144. *per praecedentem: convergentium verò* 5.24. *id est* 1280.6144. *per XIII. summa ergò propriarum utriusque necessariò fuit* 729.1280. *vel* 72900. 128000. *Sed Jovis solius propria debuit fieri* 6561.8000. *id est* 104976.128000. *per XXXVIII. Ablatâ ergò hac Joviali, ab utriusque summâ, relinquitur propria Martis* 72900.104976. *id est* 25.36. *cujus dimidia est* 5.6.

Aliter sic. Ab aphelio Saturni ad aphelium Telluris motum est 1.32. *seu* 120.3840. *ab eodem illo ad perihelium Jovis est* 1.3. *seu* 120.360. *cum suo additamento. Hinc verò ad aphelium Martis est* 5.24. *seu* 360.1728. *Igitur ab*[1] *aphelio Martis ad aphelium Telluris relinquitur* 1728.3840. *minus additamento illo Saturni et Jovis divergentium proportionis. At ab eodem aphelio Telluris ad perihelium Martis est* 3.2. *hoc est* 3840.2560. *Inter ergò Martis aphelium et perihelium motus, relinquetur proportio* 1728.2560. *id est* 27.40. *seu* 81.120. *minùs dicto additamento. Sed* 81.120. *Commate minus est quàm* 80.120. *seu* 2.3. *Ergò si de* 2.3. *detrahatur Comma, detrahatur et additamentum dictum (quod per XXXVIII. est aequale propriae Veneris): relinquitur propria* ♂. *Sed propria Veneris, est Diesis diminuta commate per XXVI. Comma verò, et Diesis diminuta Commate, faciunt Diesin integram* 24.25. *Si ergò à* 2.3. *hoc est à* 24.36. *auferas diesin* 24.25. *relinquetur Marti propria* 25.36. *ut priùs: cujus dimidia* 5.6. *cedit intervallis, per cap. III.*

En iterum causam, cur suprà Capite IV. fol. 195. Martis intervalla extrema, proportionem Harmonicam 5.6. complecti deprehensa sint.

XLII. Propositio

Martis et Telluris Major, seu divergentium communis proportio, necessariò facta est 54.125. minor quàm Harmonia 5.12. prioribus rationibus stabilita.

Propria enim Martis debuit fieri Diapente, cui sit adempta diesis, per praecedentem. Communis verò convergentium Martis et Telluris, seu Minor, debuit esse Diapente 2.3. *per XV. Propria denique Telluris, est duplicata Diesis, cui sit ademptum Comma, per XXVI. et XXVIII. Ex his verò elementis conflatur Major, seu divergentium* ♂ *et Telluris, fitque duo Diapente (seu* 4.9. *hoc est* 108.243.*) cum una Diesi, quae sit mutilata Commate, hoc est cum* 243.250*: fit sc.* 108.250. *seu* 54.125. *hoc est* 608.1500. *Atqui hoc est minus, quàm* 625.1500. *hoc est, quàm* 5.12. *quantitate* 608.625. *quae est ferè* 36.37. *minor Concinno minimo.*

35) multata

XLIII. Propositio

Ad Harmoniam aliquam universalem, Martis aphelius conspirare non potuit: in scalam tamen generis Mollis illum quadamtenus consentire necessarium fuit.

Nam quia perihelius Jovis obtinet locum d *tensionis acutae in genere Molli, et verò inter illum et Martis aphelium esse debuit Harmonia* 5.24. *ergò Martis aphelius obtinet locum* f *adulterinum tensionis ejusdem acutae. Dico adulterinum: nam libro* III. *cap.* XII. *cum recenserentur Consonantiae adulterinae; exque compositione systematum deducerentur; omissae sunt aliquae, quae in ipso systemate simplici naturali existunt. Itaque lector post lineam quae desinit sic* 81.120. *adscribat ista:* à qua si auferas 4.5. seu 32.40. restat 27.32. diminuta Tertia mollis: quae est inter *df.* vel *cρe.* vel *ac.* Octavae etiam simplicis.

Et in subjecta Tabella primam lineam occupent ista.

Pro 5.6. est 27.32. deficiens.

Ex quibus patet, in Systemate naturali, clavem f *genuinam, ut illa est ex meis principijs ordinata, cum* d *clave constituere Tertiam Mollem deficientem seu adulterinam. Cùm igitur inter perihelium Jovis in clavi genuinâ* d, *constitutum,*[1] *et inter aphelium Martis, sit perfecta Tertia mollis supra Disdiapason, non verò deficiens, per* XIII: *sequitur Martem aphelio motu signare locum, qui sit uno commate altior clave genuinâ* f; *itaque non nisi* f *adulterinum obtinebit: eoque non planè, sed saltem quadamtenus in hanc scalam consentit. Concordantiam verò universalem neque puram neque adulterinam ingreditur. Nam Veneris perihelius obtinet locum* e *tensionis hujus. At inter* e.f *est dissonantia, ob vicinitatem. Dissonat igitur* ♂, *ab unius planetarum sc. à* ♀ *perihelio. Sed et à caeteris* ♀ *motibus dissonat, remittuntur n. ij uno Commate minus, quàm per unam Diesin: quare cùm inter perihelium* ♀ *et aphelium* ♂ *sit Semitonium et Comma, inter igitur aphelium* ♀ *et aphelium* ♂ *erit Semitonium et Diesis (dissimulatis Octavis), hoc est Tonus minor; quod adhuc dissonum est intervallum. Tantùm a. in Mollis generis Scalam aphelius Martis consentit, non etiam in Duri. Nam cùm aphelius Veneris conspiret in* e *generis Duri; Martis verò aphelius (dissimulatis Octavis) sit factus altior quàm* e, *Tono minore; necessariò igitur aphelius* ♂ *in hac tensione medius inter* f *et* fρ *caderet, faciens cum* g *(quem in hac tensione occupat aphelius Telluris) intervallum* 25.27. *planè inconcinnum, Tonum sc. majorem, cui adempta sit Diesis.*

Eodem modo probabitur Martis aphelius etiam à Telluris motibus dissidere. Nam quia cum perihelio Veneris Semitonium et Comma facit, per dicta, id est 14.15. *sed perihelij Terrae et Veneris faciunt Sextam Mollem* 5.8. *seu* 15.24. *per* XXVII. *Martis igitur aphelius cum perihelio Telluris (additis illi Octavis) faciet* 14.24. *seu* 7.12. *inconcinnum intervallum, nedum Harmonicum, ut*

11) diminuta Sexta 12) ce *statt* cρ e 16) Sextam Mollem 18) Sexta mollis

et 7.6. *Est n. dissonum et inconcinnum, quicquid est inter* 5.6. *et* 8.9. *ut hîc* 6.7. *Sed nec ullus alius Telluris motus concordare potest cum aphelio Martis. Nam supra dictum, quòd is cum aphelio Telluris faciat* 25.27. *inconcinnum (dissimulatis Octavis): jam verò à* 6.7. *vel* 24.28. *usque in* 25.27. *omnia sunt minora minimo intervallo Harmonico.*

XLIV. Corollarium

Patet igitur ex hac XLIII. de Jove et Marte, et ex XXXIX. de Saturno et Jove, et ex XXXVI. de Jove et Tellure, et ex XXXII. de Saturno: cur suprà cap. V. planetarum motus extremos neque omnes ad unum Systema naturale seu scalam musicam perfectissimè accommodatos esse, neque qui ad systema tensionis ejusdem accommodati erant; omnes illos, loca illius naturali ratione divisisse, seu successionem Concinnorum intervallorum merè naturalem effecisse deprehensum sit. Nam priores sunt causae, quibus singuli planetae singulas sunt nacti Harmonias, quibus et omnes planetae Harmonias universales; quibus denique et Harmoniae universales duo genera, Durum et Molle: quibus positis, jam impeditur omnimoda accommodatio ad unum naturale systema. Quòd si illae causae non praecessissent necessariò: dubium nullum est, quin vel unum systema, unaque ejus tensio Planetarum omnium motus extremos complexum esset: vel si duobus systematibus opus fuit, pro duobus cantus generibus, Duro et Molli; non in alterâ tantum generis duri, sed etiam in reliquâ generis Mollis, ipsissimus ordo scalae naturalis fuisset expressus. Habes igitur hic dicto cap. V. promissas causas dissidiorum per minima, et omnibus quidem concinnis minora. [1]

XLV. Propositio 235

Ad communem majorem Veneris et Mercurij Disdiapason, nec non ad Mercurij etiam propriam, suprà prioribus rationibus prop. XII. et XVI. stabilitas, accedere oportuit intervallum aequale intervallo Veneris, sic ut propria Mercurij fieret perfecta 5.12. et sic ☿ utroque motu cum unico perihelio Veneris concordaret.

Nam quia Saturni aphelius cum aphelio Telluris concordare debuit, Planetae extimi, figurae suae circumscripti et altissimi, cum Telluris, quae figurarum classes distinguit, altissimo: sequitur legibus oppositorum, ut Mercurij perihelius cum Telluris perihelio conspiret, quippe Planetae intimi, figurae suae inscripti, et humilimi, Solique vicinissimi, cum Telluris, sepis illius communis, motu humilimo: illi quidem ad Durum, hi ad Molle Harmoniarum genus designandum, per prop. XXXIII. et XXXIV. Sed Veneris perihelius cum Telluris perihelio concordare debuit in Harmonia 5.8. *per XXVII. Ergò etiam perihelius Mercurij, cum perihelio Veneris in unam Scalam debuit contemperari. Erat verò*

prop. XII. ex prioribus illis rationibus definita Veneris et Mercurij Divergentium Harmonia 1.4. Illa ergo jam per has posteriores rationes fuit fermentanda accessione totius intervalli Veneris. Non igitur amplius ab aphelio, sed à perihelio Veneris ad perihelium Mercurij est perfecta Disdiapason. Atqui etiam convergentium Harmonia 3.5. perfecta est, per prop. XV. Eâ igitur subtractâ ab 1.4. restat soli Mercurio propria 5.12. etiam perfecta, non verò amplius (ut prop. XVI. per priores rationes) diminuta proportione Veneris propriâ.

Alia ratio. Sicut Saturnum et Jovem solos exteriùs nullatenus contingunt Dodecaëdron et Icosiedron, conjugatae: sic eaedem Mercurium solum interiùs non tangunt: tangunt n. Martem, Tellurem et Venerem, illum intus, hanc extrà, mediam utrinque. Sicut igitur in proprias proportiones motuum Saturni et Jovis, qui Cubo et Tetraëdro fulti sunt, distributim additum est aliquid aequale propriae Veneris: sic jam propriae Mercurij solitarij, qui Octaëdro, Cubi et Tetraëdri sociâ figurâ continetur, accedere debuit tantundem: quippe sicut Octaëdron, figura unica inter Secundarias, vicem sustinet duarum, Cubi et Tetraëdri inter Primarias, de quo vide Cap. I. sic etiam inter Planetas inferiores, unus Mercurius est loco duorum ex superioribus, Saturni scilicet et Jovis.

Tertiò, sicut Saturnus altissimus per aliquot Diapason, hoc est, in proportione 1.32. continuè duplâ, concordare debuit aphelio suo motu, cum duorum qui genus Harmoniae mutant, altioris sibique propioris motu etiam aphelio: per XXXI. sic vice versâ, ☿ humilimus, rursum per aliquot diapason, h. e. in proportione 1.4. etiam continuè duplâ, concordare debuit perihelio suo motu cum duorum, qui genus Harmoniae mutant, inferioris sibique similiter propioris motu perihelio. Quartò superiorum trium ♄, ♃, ♂, singuli tantùm extremi conspirant ad Harmonias universales; inferioris igitur et unici, Mercurij sc. ambo extremi conspirare debuerunt ad easdem: nam medij, Tellus et ♀, genus Harmoniarum mutare debuerunt, per XXXIII. XXXIV. Denique in bigis tribus superiorum inventae sunt Harmoniae perfectae inter convergentes motus; fermentatae verò inter divergentes, et propriae singulorum: in bigis igitur duabus inferiorum vice versâ non inter convergentes potissimùm, nec inter divergentes, sed inter ejusdem plagae motus, perfectae Harmoniae reperiri debuerunt. Et quia Telluri et ♀, duae perfectae debebantur: quare etiam ♀ et ☿ duae debebantur perfectae. Et illi quidem duo, tam inter aphelios perfectam sortiri debuerunt,
236 *quàm inter perihelios, quia genus Harmoniae mutare debuerunt:* [1] *Venus verò et Mercurius, utpote genus Harmoniae non mutantes, non etiam requirebant perfectas inter utramque bigam, tam apheliorum quàm periheliorum motuum: sed successit pro Harmoniâ perfectâ apheliorum, ut quae fermentata jam fuit, Harmonia perfecta convergentium: ut sicut Venus inferiorum superior, propriam motuum proportionem habet minimam omnium per XXVIII. Mercurius, inferiorum inferior, proportionem propriam, maximam omnium sortitus est, per XXX: sic etiam propria Veneris, omnium propriarum esset imperfectissima,*

seu ab Harmonijs remotissima; propria verò ☿ omnium propriarum perfectissima, id est Harmonia absoluta, sine fermento; et sic tandem undique rationes essent oppositae.

Sic enim magnalia sapientiae suae decoravit is, qui est ante saeculum et usque in saeculum: nihil redundat, nihil deficit, nec locus est censurae cujusquam. Quàm desiderabilia opera ejus, etc. omnia duplicia unum contra unum, nec ulli suum deest oppositum; uniuscujusque confirmavit *(rationibus optimis stabilivit)* bona *(Ornatum et decentiam)* et quis saturabitur videns gloriam eorum?

XLVI. Axioma

Solidarum figurarum interlocatio inter Orbes planetarios, si libera est, nec praecedentium causarum necessitatibus impedita, perfectione sequi debet analogiam inscriptionum et circumscriptionum geometricarum; adeòque et conditiones proportionis inscriptorum ad circumscriptos.

Nihil enim est magis consentaneum quàm, ut inscriptio physica Geometricam, tanquam opus typum suum, exactè repraesentet.

XLVII. Propositio

Si Figurarum inter Planetas inscriptio libera fuit, Tetraëdron suprà tangere debuit angulis orbem perihelium Jovis exactè, infrà centris planorum, aphelium Martis exactè. Cubus verò et Octaëdron, angulis in Orbem perihelium sui quaeque Planetae insistentes, centris planorum penetrare debuerunt orbem sui interioris, sic ut illa centra versentur intra Orbes, aphelium et perihelium. Dodecaëdron contrà et Icosiedron, angulis extrà stringentes suorum Planetarum Orbes perihelios, centris planorum non planè attingere debuerunt aphelios orbes suorum interiorum. Echinus denique Dodecaëdricus, stans angulis in perihelio orbe Martis, medijs punctis inversorum laterum, radios binos solidos interstinguentium, debuit venire proximè orbem aphelium Veneris.

Est enim Tetraëdron figura media Primariarum, et ortu et situ in Mundo, aequaliter igitur, si nihil impediebat, summovere debuit utramque regionem ♃ *et* ♂. *Cui quia Cubus sursum erat et exteriùs, Dodecaëdron deorsum et interiùs: par erat ergò, ut et illorum inscriptio affectaret contrarietatem ejus, cujus Tetraëdron tenebat medium, et altera illarum excessum faceret inscriptionis, altera defectum; altera sc. interiorem orbem quadamtenus penetraret, altera non attingeret. Et quia Octaëdron est Cubo cognatum, aequalem habens orbium* 237 *proportionem; Icosiedron verò Dodecaëdro: quod igitur Cubus habet de perfec-*

31) sumovere 32) Dodecaëdro

tione inscriptionis, idem et Octaëdro debebatur: quod Dodecaëdron, idem et Icosiedro. Est et consimilis Octaëdri situs, situi Cubi; Icosiedri verò, situi Dodecaëdri: quia ut Cubus alterum tenet terminum ad exteriora: sic Octaëdron tenet reliquum extremum ad interiora Mundi, Dodecaëdron verò et Icosiedron mediant: Convenit igitur etiam similis inscriptio, illîc penetrativa Orbis planetarij interioris, hîc deficiens ab illo. Echinus verò, qui summitatibus angulorum repraesentat Icosiedron, basibus Dodecaëdron, utramque etiam regionem, tam inter Martem et Tellurem, Dodecaëdro, quam inter Tellurem et Venerem, Icosaëdro tributas implere, complecti seu disponere debuit. Vtrum autem oppositorum, utri societati conveniat, Axioma praemissum clarum facit. Tetraëdron enim, habens inscriptum orbem effabilem, medium sortita est locum inter Primarias, stipata utrinque figuris incommensurabilium Orbium, quarum exterior Cubus, interior Dodecaëdron, per cap. I. hujus. Haec verò qualitas Geometrica, Effabilitas inscripti, repraesentat in Naturâ inscriptionem Planetarij Orbis perfectam. Cubus igitur cum sociâ habent inscriptos, ex dimidio saltem effabiles, id est, solâ potentiâ; debent igitur semiperfectam repraesentare inscriptionem; ubi licet non ipsa Orbis planetarij Extremitas, at saltem interius aliquid, et nominatim Medietas inter Orbes, aphelium et perihelium, si per alias rationes fieri possit, attingatur à centris planorum figurae. Dodecaëdron contrà cum sociâ habent inscriptos planè ineffabiles et longitudine radij et potentiâ: debent igitur planè imperfectam repraesentare inscriptionem, et penitus nihil de Orbe planetario attingentem, hoc est, deficientem, et usque ad aphelium planetae orbem non planè pertingentem, suorum planorum centris. Echinus etsi Dodecaëdro et sociae cognatus est; habet tamen aliquid simile Tetraëdro. Nam radius inscripti lateribus ejus inversis, est quidem incommensurabilis circumscripti radio, at commensurabilis est interim longitudine, distantiae binorum angulorum vicinorum. Itaque perfectio commensurationis radiorum ferè tanta, quanta Tetraëdro, imperfectio altrinsecus tanta, quanta Dodecaëdro et sociae. Consentaneum igitur est, etiam physicam inscriptionem ei competere, nec planè Tetraëdricam, nec planè Dodecaëdricam, sed generis intermedij; ut quia Tetraëdron planis pertingere debuit ad summum Orbis, Dodecaëdron non attingere, certo spacio: jam haec aculeata figura lateribus inversis inter spacium Icosiedricum, et inter orbis inscripti summum stet, proximè hanc summitatem attingens: si tamen etiam ista figura in societatem reliquarum quinque adsciscenda fuit, legesque istae, stantibus legibus illarum, tolerari potuerunt. Imò quid dico tolerari potuerunt? quibus illae carere non potuerunt. Nam si Dodecaëdro competebat inscriptio laxa, nec attingens; quid aliud indefinitam illam laxitatem intra certae quantitatis metas coërcere potuit; quàm haec subsidiaria figura, Dodecaëdro et Icosiedro cognata, inscriptione suâ proximè attingente, nec plus deficiente (si tamen deficit), quàm Tetraëdron excedit et penetrat? de qua quantitate jam in sequenti agenus.

Valdè versimilem reddit hanc causam Echini associati duabus cognatis figuris (ut scilicet determinaretur proportio Orbium Martis et Veneris, quam illae indefinitam reliquerant) quòd invenitur Semidiameter Orbis Telluris 1000. propè admodum medio loco proportio|nalis 238
inter orbem Martis perihelium et Veneris aphelium: quasi spacium quod Echinus vindicat cognatis figuris, inter illas, ut pote similes, proportionaliter sit divisum.

Echini speciem vide lib. V. fol. 182. ubi P.P solidi anguli O.O media inversa latera.

XLVIII. Propositio

Inscriptio Figurarum regularium solidarum inter Orbes Planetarios non fuit merae libertatis: impediebatur enim circa minima ab Harmonijs inter motus Extremos statutis.

Nam per Ax. I. et II. Proportio orbium cujusque Figurae non ipsa per seipsam immediatè debuit exprimi, sed per illam quaerendae priùs fuerunt, motibusque extremis accommodandae Harmoniae, ipsis Orbium proportionibus familiarissimae.

Deinde, ut per Ax. XIIX. XX. Harmoniae universales duorum generum esse possent, fermenti nonnihil addi oportuit Harmonijs singularum bigarum Majoribus, per rationes posteriores. Vt igitur istae stare possent, suisque proprijs niti rationibus; requirebantur intervalla dissidentia nonnihil ab ijs, quae sunt ex inscriptione perfectâ figurarum inter Orbes, legibus motuum Cap. III. explicatis. Id ut comprobetur, et ut appareat quantum derogetur singulis figuris per Harmonias proprijs rationibus stabilitas: age ex illis extruamus intervalla planetarum à Sole, novâ formâ calculi nec anteà tentatâ à quoquam.

Calculus intervallorum Planetariorum ex Harmonica politiâ emergentium.

Erunt autem inquisitionis hujus tria capita: Primùm ex cujusque planetae motibus binis extremis, inquirentur ejus et Solis intervalla itidem Extrema, ex ijs Radius orbis in illa Extremorum intervallorum dimensione, cujusque planetae propriâ. Secundò, ex ijsdem motibus extremis, in dimensione omnibus eâdem, inquirentur motus medij, eorumque proportio. Tertiò ex proportione motuum mediorum jam patefactâ, proportio Orbium seu Mediorum intervallorum investigabitur, et unâ etiam extremorum; illaque comparabitur cum proportionibus figuralibus.

Quod primum attinet: repetendum est ex Cap. III. numero VI. quòd proportio motuum extremorum sit dupla proportionis eversae respondentium intervallorum à Sole. Cùm igitur etiam quadratorum proportio sit dupla proportionis suorum laterum: ergò numeri quibus extremi motus singulorum exprimuntur, considerabuntur ut Quadrati, et quaesitae illorum radices dabunt extrema intervalla, quorum facile est medium arithmeticum accipere, pro semidiametro Orbis et Eccentricitate. Igitur Harmoniae hactenus stabilitae praescripserunt †

18) ista 23) atneà

Planetis.	Motuum proportiones.	Horum Radices aut prolongatae aut multiplicium.	Ergò semidiameter Orbis.	Eccentricitas.	In dimensione semidiametri Orbis 100000.
Saturno	64	80	85	5	5882
per XXXVIII.	81	90			
Jovi	6561	81000	85222	4222	4954
per XXXVIII.	8000	89444			
Marti	25	50	55	5	9091
per XLI.	36	60			
Telluri	2916	93531	95178	1647	1730
per XXVIII.	3125	96825			
Veneri	243	9859	99295	705	710
per XXVIII.	250	10000			
Mercurio	5	63250	80625	17375	21551 [1]
per XLV.	12	98000			

239 *Ad secundum ex propositis rursum opus habemus capitis III. numero XII. ubi ostensum, quòd numerus, qui exprimit motum medium in proportione extremorum, sit minor Medio eorum arithmetico, minor etiam geometrico, semisse differentiae Medij utriusque. Et quia omnes motus medios exquirimus in dimensione eâdem; quare omnes proportiones, hactenus stabilitae inter binos et binos, omnes etiam singulorum propriae, explicentur in mensurâ communis minimi dividui. Tunc quaerantur Media, arithmeticum per dimidiationem differen-*

Proportiones Harmonicae Binorum.	Numeri motuum extremorum.	Singulorum propriae.	Media singulorum continuata: Arithmeticum	Geometricum seu radix.	Differentiae semisses.	Numerus motus medij in dimensione: Sua	Communi.
1	♄. 139968.	64	72.50.	72.00.	25.	71.75.	156917.
1	♄. 177147.	81					
2	♃. 354294.	6561	7280.5.	7244.9.	178.	7227.1.	390263.
5	♃. 432000.	8000					
24	♂. 2073600.	25	30.50.	30.00.	25.	29.75.	2467584.
2	♂. 2985984.	36					
32 3	T. 4478976.	2916	3020.500.	3018.692.	904.	3017.788.	4635322.
5	T. 4800000.	3125					
5	♀. 7464960.	243	246.500.	246.475.	125.	246.4625.	7571328.
1 3 8	♀. 7680000.	250					
5	☿.12800000.	5	8.500.	7.746.	377.	7.369.	18864680.
4	☿.30720000.	12					

40 Figurae ultra punctum pertinent ad praecisionem numeri in partibus denarijs.

7) 6581 *statt* 6561 15) 80624 *statt* 80625 16) per XLIV. 30) 72.271. *statt* 7227.1.

tiae extremorum cujusque motuum, geometricum, per multiplicationem extremi unius in alterum, et extractionem radicis è facto: tunc semissi de mediorum differentiâ ablatâ à geometrico Medio, constituetur numerus Motus medij, in dimensione cujusque extremorum motuum propriâ; quae facilè per regulam proportionum transmutatur in communem.

Inventa est ergò ex praescriptis Harmonijs, proportio Mediorum diurnorum motuum, quae scilicet est inter cujusque graduum et minutorum etc. numeros inter se comparatos; quae quàm propinquè accedat ad Astronomiam, facile est explorare.

Tertium caput propositorum indiget capitis III. *numero* VIII. *Inventâ enim proportione diurnorum mediorum motuum in singulis Planetis, datur invenire et proportionem Orbium. Est enim proportio mediorum motuum, proportionis Orbium eversae sesquialtera. Atqui etiam proportio Cubicorum numerorum est sesquialtera proportionis Quadratorum ad easdem Radices adscriptorum in Tabula* CLAVII, *quam subjunxit suae Geometriae Practicae. Quare si quaerantur numeri nostri motuum mediorum (decurtati, ubi opus erit, aequali numero cyphrarum) inter Cubicos illius Tabulae, exhibebunt ad sinistram sub titulo Quadratorum, numeros proportionis Orbium: tunc Eccentricitates suprà singulis adscriptae in dimensione cujusque semidiametrorum propriâ, facilè per regulam proportionum transponentur in dimensionem omnibus communem, ut ijs additis ad semidiametros orbium, indeque ablatis, constituantur intervalla singulorum à Sole, extrema. Dabimus autem semidiametro Orbis Telluris dimensionem rotundam* 100000, *ut moris est in Astronomiâ: idque hoc consilio, quia hic numerus seu quadratè multiplicatus seu cubicè, semper constat meris cyphris; itaque etiam motum medium Telluris efferemus numero* 1000000000; *per regulam proportionum facientes, ut numerum motus medij cujusque planetae ad numerum motus medij Telluris; sic* 1000000000 *ad novam dimensionem. Ita quinque solis radicibus cubicis transigi poterit negocium, singulis illis cum unico Telluris numero comparatis.*

	Numeri ex motibus medijs in dimensione		Numeri proportionis orbium inter quadratos inventi.	Semidiametri ut Supra.	Eccentricitas in dimensione		Intervalla extrema emergentia.	
	Pristinâ.	Novâ eversâ inter cubos quaerendâ.			Propriâ ut suprà.	Communi.	Aphelia.	Perihelia.
♄.	156917.	29539960.	9556.	85.	5.	562	10118.	8994
♃.	390263.	11877400.	5206.	85222.	4222.	258	5464.	4948
♂.	2467584.	1878483.	1523.	55.	5.	138	1661.	1384
T.	4635322.	1000000.	1000.	95178.	1647.	17	1017.	983
♀.	7571328.	612220.	721.	99295.	705.	5	726.	716
☿.	18864680.	245714.	392.	80625.	17375.	85	476.	308

Apparet igitur in ultimâ serie, quales prodeant Numeri, quibus convergentia binorum exprimuntur intervalla: qui omnes valdè propè accedunt ad illa intervalla, quae inveni ex observationibus Braheanis. In solo Mercurio parvula est differentia. Nam Astronomia videtur ei dare intervalla haec 470. 388. 306. *omnia breviora. Causa dissidij vel in Observationum paucitatem conjicienda videtur, vel in Eccentricitatis magnitudinem. Vide cap.* III. *Sed ad finem calculi propero.*

Jam enim facile est, comparare proportionem orbium figuralium cum proportione intervallorum convergentium.

Nam si Semidiameter orbis quae est communiter 100000, fiat	Tunc Semid. inscripti ex	pro	fiet	Cum sit intervallum ex Harmonijs.		
In Cubo	8994. ♄	57735	5194.	Medium	♃.	5206.
In Tetraëdro	4948. ♃	33333	1649.	aphelium	♂.	1661.
In Dodecaëdro	1384. ♂	79465	1100.	aphelium	T.	1018.
In Icosiedro	983. T.	79465	781.	aphelium	♀.	726.
In Echino	1384. ♂	52573	728.	aphelium	♀.	726.
In Octaëdro	716. ♀	57735	413.	medium	☿.	392.
In Quadrato Octaëdri .	716. ♀	70711	506.	aphelium	☿.	476.
vel	476. ☿	70711	336.	perihelium	☿.	308.

Paulò sc. infra medium Jovis descendunt plana Cubica; non planè ad ipsum Medium Mercurij, plana Octaëdrica; paulò infra summum Martis, Tetraëdrica; non planè ad ipsum summum Veneris, latera Echini: longè verò ab aphelio Telluris deficiunt plana Dodecaëdri; longè etiam, et ferè proportionaliter ab aphelio Veneris, plana Icosiedri: Octaëdri denique quadratum planè ineptum est; nec injuria; nam quid planae figurae inter solidas? Vides igitur si planetarum intervalla deducantur ex proportionibus Harmonicis motuum, hactenus demonstratis; necesse esse ut illa tanta evadant, quanta hae patiuntur, non verò, quanta requirerent leges inscriptionis liberae, prop. XLV. *praescriptae: quia hic* κόσμος γεωμετρικὸς *inscriptionis perfectae, non erat amplius juxta illum alterum* κόσμον ἁρμονικὸν ἐνδεχόμενος, *ut* GALENI *verbis utar, ex hujus libri V. frontispicio desumptis. Tantum ad dilucidationem propositionis praescriptae, ipso numerorum calculo demonstrandum fuit.*

Non dissimulo, si Harmoniam convergentium Veneris et Mercurij augeam propriâ proportione motuum Veneris, eâdemque, ut consequitur, minuam propriam Mercurij; tunc prodire mihi per hanc methodum, intervalla Mercurij et Solis ista, 469. 388. 307. quae valdè praecisè re-
241 praesentantur ab Astronomiâ. At primò diminutionem illam non possum defendere rationibus Harmonicis; non enim quadrabit aphelius Mercurij in ullam scalam Musicam; nec tenetur in Planetis, oppositis in

Mundo, plenaria ratio oppositionis omnium conditionum. Deinde motus Mercurij medius diurnus fit nimis magnus, eòque periodicum ☿ tempus, quod est totius astronomiae certissimum, nimiùm abbreviatur. Itaque maneo in politiâ Harmonicâ motuum, hîc usurpatâ et toto cap. IX. confirmatâ. Veruntamen hoc exemplo vos, quotquot in hujus libri lectionem incidetis, Mathematicis disciplinis, et summae philosophiae cognitione imbuti, omnes provoco: agite strenui, vel unam ex Harmonijs passim applicatis convellite, cum aliâ aliquâ permutate; et experimini, num tam prope astronomiam, cap. IV. praescriptam accessuri sitis: vel contendite rationibus, num melius et convenientius aliquid motibus coelestibus astruere, dispositionem verò à me adhibitam in parte vel toto destruere possitis. Quicquid ad gloriam pertinuerit Conditoris et Domini nostri; id aequè vobis per meum hunc librum licitum esto; ac ipse licentiam mihi sumpsi ad hanc horam usque, mutandi passim illa, quae prioribus diebus oscitanti curâ, vel properanti ardore praeposterè concepta deprehendere potui.

Provocatio.

IL. Epiphonema

Bonum erat, solidas figuras in genesi intervallorum cedere rationibus Harmonicis, Harmoniasque binorum Majores, Harmonijs universalibus omnium; quantum hujus erat necesse.

Pulchro casu ad septenarij Quadratum IL. *devenimus; ut hoc veluti Sabbatum quoddam succedat, praemissis sex solidis Octonarijs Effatorum de opere Coelorum. Meritò etiam Epiphonema feci, quod inter Axiomata praemitti potuit: quia etiam Deus jam defunctus operâ Creationis,* vidit omnia, quae fecerat, et ecce erant valdè bona.

Duo sunt Epiphonematis membra: primum de Harmonijs in genere, sic demonstratur. Nam ubi delectus est inter diversa se mutuò non ex asse ferentia: ibi praeferenda esse praestantiora, derogandumque vilioribus, quantum necesse est, ipsa vox τοῦ κόσμου, *quae ornatum significat, arguere videtur. Atqui quanto vita corpore, forma materiâ, tantò praestat ornatus Harmonicus Geometrico simplici.*

Vide lib. IV. fol. 163.

Nam ut Animantum corpora perficit vita, quia ad hanc agendam sunt natae; quod ex Archetypo Mundi, qui est ipsa essentia divina, sequitur: sic regiones Planetis attributas, motus, sideris quamque sui, metatur; quia ut sidus moveri posset, regio illi sua fuit assignata. Atqui figurae quinque solidae, vi vocis ipsius, ad spacia regionum pertinent, et ad illarum, corporumque numerum; Harmoniae verò ad motus. Rursum ut Materia diffusa est et indefinita ex seipsâ; Forma definita, unita, et terminans ipsa materiam: sic etiam proportionum Geometricarum infinitae sunt; Harmoniae paucae. Etsi enim inter Geometricas

Vide lib. IV.

etiam certi sunt gradus definitionum formationumque et restrictionum; nec plures tribus existere possunt ex adscriptione orbium ad figuras regulares: attamen has etiam commune cum reliquis omnibus accidens sequitur; quòd praesupponitur infinita quantitatum sectio possibilis; quàm etiam actu quodammodò involvunt illae,
242 *quarum termini*[1] *sunt inter se incommensurabiles. At Harmonicae proportiones omnes sunt effabiles omnium termini commensurabiles; ijque desumpti ex figurarum planarum certâ et finitâ specie. Infinitas vero sectionis materiam; commensuratio verò seu Effabilitas terminorum formam repraesentat. Vt igitur materia Formam, ut rude saxum, justae quidem quantitatis, Ideam humani cor-*
10 *poris; sic Geometricae Figurales proportiones, Harmonias appetunt; non ut fingant et forment illas; sed quia haec Materia ad hanc Formam, haec saxi quantitas ad hanc effigiem, haec etiam figuralis proportio, ad hanc Harmoniam quadrat aptius; ut igitur fingantur formenturque amplius, Materia quidem à suâ Formâ, saxum à Colapte in speciem animantis; proportio verò orbium figuralium, à suâ, id est, propinquâ et aptâ Harmoniâ.*

Quae huc usque sunt dicta, clariora fient ex historia mearum inventionum. Cùm ante 24. annos in hanc contemplationem incidissem, primùm inquisivi, num aequalibus intervallis ab invicem distarent orbes planetarum singuli (distant n. orbes in COPERNICO, *nec sese mutuò attingunt): nihil scilicet pulchrius agno-*
20 *scebam aequalitatis ratione. Illi verò caput et cauda deest: nullum enim numerum certum corporum mobilium, nullam certam intervallis quantitatem praebebat haec materialis aequalitas. Cogitavi igitur de intervallorum similitudine ad orbes, id est de Proportione. At sequebatur querela eadem, nam etsi proveniebant quidem intervalla inter orbes inaequalia sanè; at nec inaequaliter inaequalia, ut vult* COPERNICVS, *nec quantitas proportionis, nec numerus orbium efficiebatur. Transivi ad figuras planas regulares; formabantur ab ijs intervalla per adscriptionem circulorum: sed adhuc nullo certo numero. Ventum ad quinque solidas; hîc et numerus corporum, et intervallorum magnitudo propè vera patebat; adeò ut super reliquâ discrepantiâ ad Astronomiae perfectionem appellarem. Per-*
30 *fecta fuit his 20. annis Astronomia; et ecce adhuc intervalla discrepabant à figuris solidis; nec dum causae patebant Eccentricitatum inaequalissimè distributarum inter Planetas. Scilicet in hac Mundi domo quaerebam nil nisi saxa, formae elegantioris, sed quae saxis conveniret; ignarus, Architectum illa finxisse in articulatissimam effigiem animati corporis. Ita paulatim, his praesertim ultimis 3. annis, ventum ad Harmonias, desertis circa minima Figuris solidis: cùm quia illae stabant à partibus Formae, quam ultima manus imponeret; figurae à Materiâ, quae in Mundo est numerus corporum, et spaciorum rudis amplitudo: tum etiam quia illae dabant Eccentricitates, quas hae ne pollicebantur quidem: illae scilicet nasum oculos et reliqua membra*
40 *conciliabant statuae; cui istae solam externam rudis massae quantitatem praescripserant.*

Quare sicut neque corpora Animantum sunt facta, neque saxi moles fieri solet, ad normam puram alicujus figurae geometricae; sed derogatur externae figurae rotundae, quantumvis eleganti (manente tamen justâ molis magnitudine), ut corpus organa vitae necessaria, saxum verò effigiem animantis nancisci possit: sic etiam proportio, quam Orbibus planetarijs praescriptura erant figurae solidae, ut inferior, et tantùm corpus materiamque spectans, cedere debuit Harmonijs; quantum ejus erat necesse ad hoc, ut stare illae juxtà, motusque globorum exornare possent.

Supra num.XVIII. inter Axiomata assumptum ex parte.

Alterum Epiphonematis membrum, de Harmonijs universalibus, cognatam priori probationem habet. Nam illi potiùs debetur suprema veluti perfectionis manus, quod magis perficit Mundum; illi vice versâ derogandum (si derogandum alterutri), quod posteriores hîc partes tenet. At magis Mundum perficit universalis Harmonia omnium, quàm singulares binorum et binorum vicino\rum 243 *geminae. Est enim Harmonia, quaedam unitatis ratio: magis igitur uniti sunt, si omnes simul in unam, quàm si bini quique seorsim in binas conspirent Harmonias. Quare in conflictu utrarumque, cedere debuerunt ex binis binorum Planetarum, alterutrae singulares; ut stare possent universales omnium. Potiùs autem Majores, divergentium motuum, cedere debuerunt; quàm Minores, convergentium. Si enim divergunt illi, spectant igitur ad Planetas non bigae propositae, sed alios vicinos; et si convergunt hi, vergunt igitur, alterutrius Planetae motus ad reliqui motum, permutatim: ut in biga Jovis et Martis, illius aphelius ad Saturnum, hujus perihelius ad Tellurem vergit; at illius perihelius vergit ad Martem, hujus aphelius ad Jovem. Horum igitur Harmonia Jovi et Marti magis est propria; illorum, divergentium, Harmonia à Jove et Marte quodammodò est alienior. Minùs autem laedebatur unionis ratio, quae binos et binos vicinos colligat; si alienior et remotior ab ijs Harmonia fermentaretur: quàm si propria, quae sc. est inter vicinorum Planetarum motus magis vicinos. Neque tamen valdè magna fuit haec fermentatio: Inventa enim est ratio, quâ et starent Harmoniae universales omnium Planetarum, eaeque distinctorum duorum generum, et cum aliquâ tensionis latitudine, quae saltem Comma aequaret; et singulares etiam binorum vicinorum binae assererentur; Convergentium quidem motuum in quatuor bigis, perfectae; apheliorum in unâ, periheliorum in duabus, itidem perfectae; divergentium verò in quatuor bigis, infra discrepantiam unius Diesios, intervalli minimi, quantum humana vox in cantu figurato ferè perpetuò peccat; in unicâ verò Jovis et Martis, inter Diesin et Semitonium. Apparet igitur hanc mutuam cessionem undiquaque esse valdè bonam.*

Hactenus igitur de Dei Creatoris opere nobis ἐπιπεφωνήσθω. Restat nunc, ut vel tandem oculis et manibus de tabulâ demonstrationum ablatis, inque coelum sublatis, Patrem luminum devotus et supplex comprecer: O qui lumine Naturae desiderium in nobis promoves luminis Gratiae, ut per id transferas nos in lumen Gloriae; gratias ago tibi Crea-

tor Domine, quia delectasti me in facturâ tuâ, et in operibus manuum tuarum exultavi: En nunc opus consummavi professionis meae, tantis usus ingenij viribus, quantas mihi dedisti; manifestavi gloriam operum tuorum hominibus, istas demonstrationes lecturis, quantum de illius infinitate capere potuerunt angustiae Mentis meae; promptus mihi fuit animus ad emendatissimè philosophandum: si quid indignum tuis consilijs prolatum à me, vermiculo, in volutabro peccatorum nato et innutrito, quod scire velis homines: id quoque inspires, ut emendem: si tuorum operum admirabili pulchritudine in temeritatem prolectus sum, aut si gloriam propriam apud homines amavi, dum progredior in opere tuae gloriae destinato; mitis et misericors condona: denique ut demonstrationes istae tuae gloriae et Animarum saluti cedant, nec ei ullatenus obsint, propitius efficere digneris.[1]

244

CAPVT X

EPILOGVS DE SOLE, CONJECTVRALIS

A Musica caelesti ad auditorem, a Musis ad Choragum Apollinem; à Planetis sex circumeuntibus, Harmoniasque facientibus, ad Solem in curriculorum omnium centro, immobilem loco, in seipsum tamen se revolventem. Cùm enim absolutissima sit inter extremos Planetarum motus Harmonice, non quoad veras celeritates per auram aetheriam: sed quoad angulos, quos formant termini diurnorum arcuum de orbitis planetarum, connexi cum centro Solis; Harmonia verò non decoret terminos, id est, motus per se singulos; sed quatenus inter se juncti et comparati, fiunt objectum alicujus Mentis: et cùm nullum objectum frustrà sit ordinatum, non existente aliquâ re, quae illo moveatur; anguli verò isti praesupponere videantur actionem aliquam, similem visus nostri, aut certè sensionis illius, quâ lib. IV. Natura sublunaris percipiebat angulos radiorum ex Planetis, in terrâ formatos: equidem qualis in Sole visus, qui oculi sint, aut quis instinctus alius, percipiendi hos angulos, etiam sine oculis, aestimandique Harmonias motuum, ad Mentis vestibulum quâcunque portâ ingredientium, quae denique Mens ista in Sole; conjicere non facile est, terram incolentibus. Vtcunque tamen se habeant ista, certè circumpositio illa sex orbium primariorum circa Solem, colentium illum perpetuis circumvolutionibus, et veluti adorantium (sicut seorsim Jovis globum quatuor, Saturnum duo, Tellurem verò et nos ejus incolas unica Luna cursu cingit, colit, fovet, nobisque famulatur); et illi considerationi jam accedens speciale hoc negocium Harmonicum, vestigium evidentissimum summae providentiae rerum Solarium, hanc

à me confessionem extorquent: Non tantum exire in totum Mundum ex Sole, ut à foco vel oculo Mundi, Lucem; ut ex corde, vitam et calorem, ut à rege et motore, motum omnem: sed vicissim etiam in Solem colligi ex omni Mundanâ provinciâ, jure regio, hos veluti redditus Harmoniae desiderabilissimae, imò confluentes eô species motuum binorum, mentis alicujus operâ in unam Harmoniam colligari, et velut ex rudi argento atque auro Monetam signari: denique in Sole Curiam, Palatium, et Praetorium seu Regiam esse totius regni Naturae; quoscunque dederit illi Creator Cancellarios, Palatinos, Praefectos; quibuscunque paraverit istas sedes, seu creatis statim ab initio, seu olim huc transferendis. Nam et terrestris iste ornatus potissimâ sui parte, diu admodum speculatoribus et usurpatoribus, quibus tamen erat destinatus, carebat, sedesque vacuae erant. Subit igitur animum cogitatio, quid sibi voluerint antiqui Pythagoraei apud ARISTOTELEM, qui centrum Mundi (quorsum Ignem referebant, Solem verò subintelligebant) soliti sunt appellare Jovis Excubias, Διὸς Φυλακήν; quid item vetus interpres agitaverit animo, cùm versiculum ex Psalmo sic redderet, In Sole posuit Tabernaculum. 245 †

Cujus in superioribus libris multa mentio.

Sed et in Hymnum PROCLI philosophi Platonici nuper incidi, scriptum in Solem, refertumque venerandis mysterijs, si ei unum illud Κλῦθι eripias: quamvis hoc ipsum in eo quadamtenus excusaverit vetus interpres, jam citatus: ut ille scilicet Solem invocans, illum subintelligat, qui posuit in Sole tabernaculum suum. Vixit enim PROCLVS quo tempore, Jesum Nazarenum servatorem nostrum, Deum profiteri, deosque gentilium poëtarum contemnere, scelus erat, quod omnibus supplicijs vindicabant Monarchae orbis, populusque adeò ipse. PROCLVS igitur, qui filium Dei vel ex philosophiâ sua Platonicâ, naturali mentis lumine conspexerat eminus, lucem illam veram, quae illuminat omnem hominem, venientem in hunc mundum: qui divinitatem in rebus sensilibus cum superstitiosâ plebe nequaquam quaerendam esse jam sciebat: Deum tamen in Sole, quàm in Christo homine sensili quaerere, videri maluit; ut simul et gentes falleret, Titanem poëtarum verbotenus honorans; simul suae philosophiae operaretur, abstracturus et gentes et Christianos à sensilibus, illas à Sole visibili, istos à Mariae filio; quia Mysterium incarnationis respuebat, naturali Mentis lumini nimium confisus: simul denique, quod habebant Christiani divinissimum, et Platonicae Philosophiae maximè consentaneum, ipse ab ijs transumptum, in illam suam philosophiam adoptaret. Itaque datur doctrinae Evangelij de Christo, contra hunc PROCLI Hymnum, actio in rem suam: habeat sibi Titan ille res suas Χρυσὰ ἡνία et ταμιεῖον φάους, μεσσατίην αἰθέρος ἕδρην, κόσμου κραδιαῖον ἐριφεγγέα κύκλον, quam speciem etiam COPERNICVS ei largitur:

† Sub CONSTANTINO, MAXENTIO et IVLIANO APOSTATA.

Veterum de ejus libro Μητρῴακῇ judicium hoc fuit; in eo non sine divino raptu expositam esse doctrinam universam de Deo; et lachrymis ex eo frequentibus authoris apparentibus, suspicionem omnem audientibus auferri. Idem tamen scripsit contra Christianos Epichiremata 18. quibus se opposuit JOANNES PHILOPONVS exprobrans ipsi graecarum rerum inscitiam, quas tamen defendendas susceperat. Scilicet dissimulaverat PROCLVS illa quae

33) illos à Sole

habeat etiam παλιννόστους διφρείας, quamvis illos non habeat per antiquos Pythagoreos, sed eorum loco τὸ κέντρον, διὸς φυλακὴν, (quod ipsorum dogma successor PROCLVS oblivione saeculorum, velut diluvio deformatum, non agnovit) habeat et γενέθλην ex se βλαστήσασαν, et quicquid est naturale: cedat vicissim philosophia PROCLI Christianis dogmatibus, cedat Sol sensibilis Mariae filio, filium illum Dei, quem PROCLVS alloquitur sub Titanis nomine, ζωαρκέος, ὦ ἄνα, πηγῆς αὐτὸς ἔχων κληῖδα, et illa, πάντα τεῆς ἔπλησας ἐγερσινόοιο προνοίης; et illam potestatem immensam μοιράων, et quae in* nullâ philosophia legebantur ante promulgationem Evangelij, Daemonas formidantes minax illius flagellum, daemonas animabus insidiantes, ὄφρα ὑψιτενοῦς λάθοιντο πατρὸς περιφεγγέος αὐλῆς; et quis nisi Verbum patris est ille εἰκὼν παγγενέταο θεοῦ, οὗ φανέντος ἀπ' ἀῤῥήτου γενετῆρος παύσατο στοιχείων ὀρυμαγδὸς ἐπ' ἀλλήλοισιν ἰόντων [1] secundùm illud, Terra erat rudis indigestaque moles, et tenebrae super faciem abyssi; et, Divisit Deus lucem à tenebris, aquas ab aquis, mare ab aridâ: et, Omnia per ipsum Verbum facta sunt. Quis nisi Jesus Nazarenus, Dei filius, Ψυχῶν ἀναγωγεύς, pastor animarum, cui offerenda ἱκεσίη πολυδάκρυος, ut nos purget à peccatis, exque sordibus eruat τῆς γενέθλης (quasi peccati originalis fomitem fateretur), et à poenis malisque custodiat, πρηύνων θοὸν ὄμμα δίκης: scilicet iram Patris? et quae alia velut ex Hymno Zachariae deprompta legimus, Ἀχλὺν ἀποσκεδάσας ὀλεσίμβροτον ἰολόχευτον, ut sc. animabus versantibus in tenebris et umbrâ mortis, det φάος ἅγνον et ὄλβον ἀστυφέλικτον ἀπ' εὐσεβίης ἐρατεινῆς; id enim est, servire Deo in sanctitate et justitia omnibus diebus nostris.

ad suam philosophiam non faciebant.

An igitur Hymnus iste, pars erat Μητρωακῆς.

* Similia tamen nonnulla ORPHEO vetustissimo, et propè Mosis aequali, tanquam hujus discipulo tribuuntur ap. SVIDAM. Vide et Hymnos ORPHEI, in quos scripsit PROCLVS.

Haec igitur et similia seponamus nos jam, adque doctrinam Ecclesiae Catholicae, cujus sunt propria, remittamus: Cujus verò causâ potissimùm facta est mentio Hymni, id videamus. Eundem enim Solem, qui Ὑψοθεν ἁρμονίης ῥύμα πλούσιον ἐξοχετεύει, eundem de cujus prosapiâ oriundus Phoebus, κιθάρῃ ὕπο θέσκελα μέλπων Εὐνάζει μέγα κῦμα βαρυφλοίσβοιο γενέθλης, et cujus chori consors est Paean, Πλήσας ἁρμονίης παναπήμονος εὐρέα κόσμον, eundem inquam primò statim Hymni versiculo salutat Πυρὸς νοεροῦ βασιλέα. Quo exordio simul indicat, quid Pythagorei sub Ignis vocabulo intellexerint, (ut mirum sit, discipulum à magistris in Centri loco, quod ipsi Soli dabant, dissentire): simul totum Hymnum à corpore Solis, ejusque qualitate luce, sensilibus, ad intellectualia transfert: et illi suo Πυρὶ νοερῷ (igni fortè Stoicorum artifici) illi PLATONIS sui creato Deo, Menti principi seu Αὐτόνῳ, sedem regiam in corpore Solis assignavit; Creaturam et eum, per quem omnia creata sunt, confundens in unum. At nos Christiani, melius distinguere docti, Lógon

Sic etiam ORPHEVS. κόσμου τὸν ἐναρμόνιον δρόμον ἕλκων.

5) vicicissim

illum aeternum et increatum, qui erat πρὸς τὸν θεόν, et qui nullis sedibus continetur, quamvis sit intra omnia, nullis excluditur, quamvis ipse extrà omnia, scimus carnem ex utero gloriosissimae Virginis Mariae in unitatem Personae suscepisse; et consummato carnis ministerio, coelos, in quibus et pater coelestis, excellenti quodammodo prae caeteris Mundi partibus, per gloriam scilicet et majestatem habitare agnoscitur, sedem regiam occupasse, etiamque suis fidelibus in illâ domo patris sui mansiones esse pollicitum: de caetero super illâ sede curiosius aliquid inquirere, sensusque vel rationes naturales ad id indagandum arcessere, quod oculus non vidit, auris non audivit, et in cor hominis non ascendit, supervacuum existimamus: Mentem verò creatam, quantaecumque sit illa praestantiae, Creatori suo meritò subjicimus; nec Deos Intelligentias cum ARISTOTELE et philosophis gentilibus, nec Spirituum Planetariorum exercitus innumerabiles cum Magis introducimus, adorandosve[1] aut Theurgicis superstitionibus ad mutuum commercium exciendos proponimus: hoc diligenter caventes, jam porrò qualis Mens quaeque sit, praesertim si qua in corde Mundi vices animae mundi gerens, Naturae rerum arctius est alligata, (aut si etiam aliquae creaturae intelligentes, Naturae diversae ab Humanâ, globum sic animatum forsitan inhabitant, inhabitabuntve) naturalibus etiam rationibus inquirimus liberè. Quòd si licet analogiae filo ducente, labyrinthos mysteriorum Naturae permeare; non ineptè quis, opinor, sic fuerit argumentatus, quòd quae est habitudo sex orbium ad commune illorum, totiusque adeò mundi centrum; eadem sit et τῆς διανοίας ad τὸν νοῦν; ut hae facultates ab ARISTOTELE, PLATONE, PROCLO et caeteris distinguuntur: et rursum, quòd quae habitudo revolutionum localium, Planetarum singulorum circa Solem, ad Solis gyrationem ἀμετάθετον in spacio totius systematis medio; eadem sit etiam habitudo τοῦ διανοητικοῦ ad τὸ νοερὸν; discursuum ratiocinationis multiplicium, ad intellectionem mentalem simplicissimam. Nam uti Sol in seipsum revolutus, per emissam ex se speciem, movet Planetas omnes: sic etiam mens, ut philosophi docent, seipsam intelligens, inque seipsâ omnia, ratiocinationes ciet, suamque simplicitatem in illas diducens et explicans, omnia facit intelligi. Adeòque connexa sunt inter se et colligata, motus Planetarum circa Solem in eorum centro, et discursus ratiocinationum: ut nisi Tellus, domicilium nostrum, annuum circulum, medium inter orbes caeteros, metaretur, locum ex loco, stationem ex statione permutans; nunquam humana ratiocinatio ad verissima Planetarum intervalla, et ad caetera ab ijs dependentia, fuerit enisura, nunquam Astronomiam constitutura. Ex adverso quietem Solis in centro mundi, pulchro responsu consequitur intellectionis simplicitas; eò quòd hactenus nobis usurpatum semper fuit, solares illas

Vide Libri mei de stella nova caput XXIV. de Anima Mundi et nonnullis ejus munijs.

De qua testantur maculae Solis. Demonstratum hoc in commentarijs † de motu Martis.

Vide fol. 117. lib. IV.

Vide Opticam Astronomiae partem Cap. IX.

Harmonias motuum, neque plagarum diversitate, neque spaciorum Mundi amplitudine definiri. Nimirum si qua mens ex Sole prospicit Harmonias istas; illi desunt adminicula motus et stationum diversarum sedis suae, ex quibus nectat ratiocinationes et discursus intervallis planetarum dimetiendis necessarios. Comparat igitur diurnos cujusque Planetae motus, non ut ij sunt in suis orbitis; sed uti per angulos ad centrum Solis allabuntur. Itaque si cognitionem habet magnitudinis sphaerarum: hanc illi oportet à priori inesse, sine ratiocinationum labore: quod quidem quadamtenus et de humanis mentibus, et de natura sublunari verum esse, suprà ex PLATONE et PROCLO patuit.

Liceat et fabulando PLATONIS Atlanticam, et somniando CICERONIS Scipionem imitari.

Quae cùm ita sint: non equidem mirum fuerit, si quis ex hoc PYTHAGORAE cratere, quem PROCLVS in ipso statim primo versu Hymni propinat, haustu liberaliori assumpto concalefactus, si Harmoniâ chori Planetarum suavissimâ in soporem datus, somniare incipiat: Per globos quidem reliquos de loco in locum succedentes circa Solem, disseminatas esse discursivas seu Ratiocinativas facultates; quarum praestantissima utique et absolutissima illa censeri debet, quae est in illorum globorum medio, humana sc. in Tellure: in Sole verò Intellectum simplicem, πῦρ νοερὸν seu Νοῦν habitare, omnis Harmoniae fontem, quicunque ille sit.[1]

248 Nam si vel de nuda globorum illorum vastitate sic visum est TYCHONI BRAHE, non esse frustraneam illam in mundo, sed incolis refertam: quantò verisimiliùs nos ab illâ varietate, quam in hoc Telluris globo cernimus, operum consiliorumque Dei, conjecturam etiam de caeteris globis capiemus? Qui enim species creavit, quae aquas incolerent, sub quibus tamen nullus aëri locus, quem attrahant viventia: qui in aëris vastitatem, pennis suffultas immisit volucres; qui nivosis septentrionis plagis ursos albos, albas vulpes dedit, pabulumque illis, marina Cete, his avium ova; qui solitudinibus aestuantis Libyae, leones, qui diffusissimis Syriae planiciebus camelos; famisque illis, hisce sitis tolerantiam: hiccine omnem in globo Telluris consumpserit artem, ut non posset; omnem bonitatem, ut non vellet, caeteros etiam globos convenientibus exornare creaturis; quas vel revolutionum prolixitates brevitatesque, vel Solis propinquitas et remotio, vel Eccentricitatum varietas, vel corporum nitor aut obscuritas, vel figurarum, quibus quaelibet regio fulcitur, proprietates suadebant. Ecce n. ut animantum saecla in hoc Telluris globo masculi effigiem in Dodecaëdro, foeminae in Icosiedro (quorum illud exteriùs Telluris orbem fulcit, hoc interiùs), generationis denique effigiem, in illius conjugij divina proportione ejusque ineffabilitate habeant: quid caeteros globos habere putabimus à figuris caeteris? Cui bono Jovem quatuor Lunae, Saturnum duae, cursibus cingunt; ut nostrum domicilium haec nostra Luna unica? Ad eundem verò modum

etiam de globo Solis ratiocinabimur, conjecturasque ab Harmonijs, caeterisque desumptas, per se quidem ponderosissimas, conjecturis alijs, magis ad corpora vergentibus, magis ad vulgi captum accommodatis, velut incorporabimus. Illene globus vacuus, caeteri pleni sunt, si omnia alia respondent propiùs? si ut Terra nubes, sic Sol atras fuligines expirat? si ut illa imbribus humectatur et virescit, sic Sol maculis illis suis exustis lucescit, emicantibus in ipso corpore, toto igneo, flammulis clarioribus. Cui usui hic apparatus, si globus vacuus? An non vel sensus ipsi exclamant, ignea hic habitare corpora, Mentium simplicium capacia, verèque Solem esse πυρὸς νοεροῦ si non Regem, at saltem Regiam?

Abrumpo consultò et somnum et speculationem vastissimam; tantum illud exclamans cum Psalte Rege:

Magnus Dominus noster, et magna virtus ejus et Sapientiae ejus non est numerus: laudate eum coeli, laudate eum Sol, Luna et Planetae, quocunque sensu ad percipiendum, quacunque linguâ ad eloquendum Creatorem vestrum utamini: Laudate eum Harmoniae coelestes, laudate eum vos Harmoniarum detectarum arbitri: lauda et tu anima mea Dominum Creatorem tuum, quamdiu fuero: namque ex ipso et per ipsum et in ipso sunt omnia, καὶ τὰ αἰσθητὰ, καὶ τὰ νοερὰ; tam ea quae ignoramus penitus, quàm ea quae scimus, minima illorum pars; quia adhuc plus ultrà est. Ipsi laus, honor et gloria in saecula saeculorum. Amen.

Tuque ante omnes MOESTLINE foelici senecta, namque tu solebas has dictis animare speque curas.

FINIS

Absolutum est hoc opus die 17. 27. Maji, anno MDCXVIII; revisus verò liber V. (interim dum in eo typi progrediuntur) 9. 19. Februarij anno MDCXIX.

Lincij Metropoli Austriae Supr-Anisanae.[1]

249

APPENDIX

AD L. V. HARMONICORVM

Quam suprà in Indice capitum libri V. professus sum Appendicem: illam hîc non est ut expectet lector:

Amphora caepit
Institui, currente rotâ verùm urceus exit.

Causas dicam breviter: magnum et exundans flumen non commodè navigaturus eram; cùm ecce copijs aquarum in tenuem rivum subsidentibus, vadum patuit, quod pedes transirem, navi in suâ statione relictâ, ad usus magis necessarios. Hoc est quod dico: PTOLEMAEI Harmon. libri III, quos habeo Graecos manuscriptos, cum commentarijs PORPHYRII philosophi profundissimi, itidem Graecis, ab initio usque ad lib. II. cap. VII. digni mihi semper visi sunt, qui Graecolatini integri exirent in publicum: eâque de causâ ante annos X. caepi illos in Latinum sermonem vertere: quae versio processit usque ad medietatem codicis Porphyriani. Quo minus ulterius pergerem, impedimento mihi fuit loci mutatio, conjuncta cum plurimis molestijs, et postquàm Lincium veni, novum studiorum Astronomicorum initium. At verò cùm ante annum proposuissem meos Harmonicorum libros V. edere; momentum ingens videbam situm in comparatione mei operis cum Ptolemaico, praesertim libri mei V. cum ultimis capitibus lib III. PTOLEMAEI, quorum tria extrema nihil habent nisi lemmata seu titulos à PTOLEMAEO. Itaque reluctante genio, proposui operis seipso mutili unam solam partem decerpere, quae maximè ad meam materiam faciebat. Quem ad finem et verti librum PTOLEMAEI III. à cap. III. ad finem; et tribus ultimis lemmatibus inànibus suos textus ex principijs astronomiae Ptolemaicae, et ex mente authoris, quantâ potuit fieri dexteritate concinnatos subjeci: et denique commentarios seu Notas adjeci, quibus et Porphyrianae commentationis, lib. II. capite VII. abruptae, defectus in hoc tertio suppletur, et inventa Ptolemaica cum meis comparantur, et discrimen ostenditur, inter PTOLEMAEI symbolismos et meas demonstrationes legitimas; unde infirmitas et imperfectio Symbolismorum illorum, et causa potissima hujus rei, sc. falsitas principiorum Astronomiae Ptolemaicae, patescit. Cùm igitur sola haec appendix ad 30 pag. libri occupatura esset: ecce coortum intereâ bellum Bohemicum vicinum, quo et itinera sunt impedita, et operarij plerique nomina profitentur militiae. Itaque primùm nos papyrus, deinde et operae praeli administrae defecerunt; tempus denique

fastidiosissimis moris nimio protractum. Quibus impedimentis excitatus, vix tandem me respexi, meumque institutum corripui; qui librum authoris optimi PTOLEMAEI et commentatoris PORPHYRII, mutilata particulae editione, tantùm non exponerem, penitusque abolerem. Quin potius igitur reliquum operae dimidium in versione Porphyrianae expositionis impenderem; Notas in capita lib. II. et III. residua conscriberem, et cum Porphyrianis, cumque ijs, quas jam habeo conscriptas in libr. III. penè totum, conjungerem: ut ita opus integretur, et qua parte extat, Graecolatinum edatur? Quam ad editionem aliud tempus, aliusque locus requiritur, et Typographus idoneus. 10

Ne verò quid eorum, quae suprà sum pollicitus, penitus desiderari posset à Lectore, aut ne vel in hac ultima parte deesset aliquid ad integritatem seu ad faciliorem intellectum operis mei Harmonici: agè capitum libri III. PTOLEMAEI titulos exscribam, cumque locis suis in opere meo comparabo; et quid in Notis meis insit, summaria ratione conscribam.

Primùm quae PTOLEMAEVS libris I. II. et initio tertij de Harmonicâ disciplinâ tradidit, illa ego methodo aliâ, haud paulò diversâ, libro meo III. complexus sum. Cùm autem PTOLEMAEVS Harmoniarum principia ex numeris abstractis petat, cum veteribus: ego contrà, 20
vim numeris ut numerantibus inesse negans, pro ijs nume'ros nume- 250
ratos, id est, res ipsas numeris ijs subjectas, figuras sc. planas regulares, et circuli divisiones ijs administrandas, principia statuens Harmoniarum, necessariò Libros I. et II. de figuris Harmonicis, meo libro III. praemisi.

Jam PTOLEMAEVS libro tertio cap. 3. operis sui praescripsit hunc titulum: *Sub quod genus rerum referenda sit natura seu vis Harmonica, ejusque scientia*: ostendens, quòd sit aliquod principium causale, formale, mentale, adeoque divinum, quod rebus conciliet Harmonias. Cap. IV. *Quòd vis Harmonicae contemperationis omnibus rebus insit, quarum Naturae altiori* 30 *perfectionis gradu consistunt: et quòd id maximè appareat in humanis Animis, inque coelestibus revolutionibus*. Vbi partitionem vides eorum, quae restabant PTOLEMAEO dicenda; primum sc. de Harmonijs in Animis existentibus, secundum de Harmonijs in coeli motibus. Et de primo quidem sequuntur capita tria; de secundo residua capita novem. Cap. V. Consonantias singulas comparat cum facultatibus Animae rationalis singulis, idque concisè, per subdivisiones utriusque rerum comparatarum. Cap. VI. Genera Harmoniarum singula cum singulis generibus seu classibus virtutum comparat. Cap. VII. Mutationes Tonorum cum mutationibus studiorum publicorum per temporum dissimilitudinem, 40

13) facilorem

adeòque etiam cum mutationibus affectuum in Animis subitaneorum comparat.

In hac parte multa contra PTOLEMAEVM disputo, symbolismos sc. illos potissimâ parte non esse necessarios, nec causales, nec naturales, sed poëticos potius et oratorios: nam illas, quae in animis insunt, facultates et virtutes speciales, non sortiri nec Ideam nec numeros constitutionis suae ex Harmonijs, tanquàm ex Archetypo, sed habere causas alias confessas aut evidentes: quin ne quidem respondere ad numerum, sed longè quaesitâ aut malè affectatâ operâ speciem ijs conciliari divisionis aeque-
10 multiplicis; multas abundantes, aut vicissim defectus, dissimulari; quaedam quae minus succedunt, crinibus trahi: denique quae maximè et dexterrimè invicem respondent, non tamen secundùm aliquam proportionem quantitatum ejusdem generis sumi: cùm tamen nisi in quantitatum comparationibus, Harmoniae inesse non possint.

Quòd verò Toni Musicales comparantur affectibus et moribus publicis, id ostendi maximè naturale esse, et habere modum causae: ubi occasione textus Ptolemaici adduxi Philosophorum variorum placita de cognatione Animorum, Numerorum, et harmoniarum inter se, quibus et Epilogum mei libri V. adjunxi. Et quod nominatim attinet effectus
20 tonorum in movendis animis diversimodè: illam materiam ego complexus sum peculiari cap. XV. libri mei III. Sic quod attinet Iustitiam Commutativam Distributivamque, et Amicitiam, et Oeconomica atque Politica: de hac materiâ, quatenus in ijs valeant proportiones Musicae, feci Digressionem in fine mei lib. III. Denique materiam ipsam praemissi jam capitis III. et IV, et quae de V. VI. VII. in genere vera dici potuerunt; complexus ego sum tribus primis et rursum septimo capite mei libri IV: ubi explicatâ Animorum natura ostendi; quandoquidem circulus geometricè sectus per inscriptionem figurarum planarum, comparatione partium cum toto, definiat verè et propriè proportiones Har-
30 monicas: in animis igitur essentiali quadam ratione inesse circulum, formaliter et abstractè non à materia tantùm, sed etiam ab ipsâ quodammodo quantitate, materialiter consideratâ: quare cum circulo inesse in animis et Harmonias, et hanc causam esse cur Animi moveantur Harmonijs: sed haec omnia in genere tantum; nulla consequente causatione distributionis Animi in facultates speciales. Sic igitur habet res cum Animis humanis.

Quod motiones coelestes attinet, PTOLEMAEVS libri sui III. cap. VIII. comparat Zodiacum cum systemate seu scala Musica; capite IX. con-
251 sonantias ipsas cum Aspectibus | Planetarum. Hic ostendi ego, quibus
40 in partibus manca sit doctrina de Aspectibus apud PTOLEMAEVM, et quomodo integratione numeri, hinc Aspectuum, inde Consonantiarum,

appareat tandem naturalis et causalis harum rerum connexio. Est autem haec genuina materia mei libri IV. praesertim cap. IV. V. VI.

Capite X. PTOLEMAEVS ex motu Planetae ab ortu in occasum facit quandam melodiam, cap. XI. ex motu vero Planetarum in altum et profundum facit genera cantus. Cap. XII. ex motu in latera aequatoris, facit diversitatem tonorum Musicalium. Cap. XIII. ex varijs configurationibus planetarum cum Sole, facit varia systematis Tetrachorda. In his IV capitibus ostendi PTOLEMAEVM luxuriare exercitio comparandi poëtico vel oratorio: cùm ea quae comparat, non sint in caelo realia, exceptâ particulâ cap. XI, quam ad tria ultima capita, propter cognationem materiae volo rejectam. Ostendi etiam, hic partim incomparabilia comparari, reclamante comparatorum naturâ, partim quae omnibus membris respondent, accidentariè saltem, non verò ex alicujus causae necessitate cohaerere. Hactenus igitur nihil vel parum, quod cum meis Harmonijs coelestibus conveniat.

At verò sequens cap. XIV. PTOLEMAEI, proponit inquirere, *juxta quos numeros primos comparari possint soni systematis seu scalae Musicae, cum sphaeris primis in systemate Planetario.* Hic ego ostendi, comparationem PTOLEMAEO et Pythagoricis in suâ usitatâ Astronomiâ fuisse impossibilem, licet tentaverim aliquid principijs Ptolemaicis consentaneum comminisci, ut ita titulo nudo suus contextus subderetur. Ostendi etiam, cùm primae sphaerae quantitatibus suis constent, non minus quàm chordae suis longitudinibus; oportuisse comparationem secundùm quantitates institui; cùm tamen proportio sphaerarum à proportione chordarum consonantium plurimum abhorreat. Emendatam verò et causalem seu Archetypicam connexionem sphaerarum Mundi cum corporibus 5 regularibus, ego à principio mei libri V. repetij ex meo Mysterio Cosmographico.

Caput XV. PTOLEMAEI quaerit, *quomodo sumi possint motuum propriorum proportiones per numeros;* sed deest textus. Ostendi igitur eadem quae in praeced. cap. De caetero considerandum hoc dedi, quòd hic PTOLEMAEVS ante 1500 annos materiam mei lib. V. propriam tractare instituerit, si per suam astronomiam potuisset. Ego itaque in emendata Astronomia, quae veros et simplices planetarum motus retinet, eliminatis apparentijs, quae oculorum deceptionibus constant, ostendi, in coelo secundum veram et genuinam rationem quantitativam, et mensurabilem, non verò per nudam leviculam symbolisationem, inesse Harmonicas proportiones omnes, Harmoniarum genera, systema seu scalam Musicam, et claves ejus plerasque, Tonorum varietates, vocum figuralis musicae aemulos planetas, contrapuncta denique universalia 6 primariorum planetarum, variata et generibus et tonis. Cap. XVI. et ultimo PTOLE-

MAEVS pollicetur, indagare se velle, *qua ratione familiaritates Erronum comparari possint cum familiaritatibus sonorum:* principia sc. astrologica, de planetis beneficis et maleficis, amicis inter se vel hostibus, per Harmonias coelestes demonstrare sategit. Et quia etiam huic capiti deest textus; eum ego ut potui, praesertim ex MACROBIO, concinnavi: at simul ostendi in notis, quid huic negocio desit, quo minus secundum astronomiam antiquam succedat. In meo verò opere nullam partem cap. XVI. respondentem habeo, nisi paucula ex Epilogo Libri V. Nam astrologia agit de siderum effectibus in terrâ, meae verò caelestes Harmoniae non formantur per radios in terrâ, sed in Sole. Atque hic finis est operis Ptolemaici; cum quo etiam summam Appendicis in vestibulo libri V. promissae finirem: nisi me rerum affinitas invitaret ad satisfaciendum
252 etiam ijs, qui à me contenderunt, ut D. ROBERTI DE FLVCTIBVS[1] Medici Oxoniensis, qui librum ab hinc anno de Microcosmo et Macrocosmo editum Harmonicis contemplationibus implevit, mentionem in meo opere Harmonico ne omitterem: sed ostenderem lectori paucis, quibus in rebus inter me et illum conveniret, quibus vicissim dissideremus.

De Musica Mundana D. ROBERTI FLVD. Medici Oxoniensis.

Igitur author ille duos tomos est pollicitus, quorum unus de Macrocosmo inscriptus jam lucem videt, alter de Microcosmo adhuc expectatur. Prior tomus tractatus duos complexus, distinctis etiam temporibus prodijt; nam primum tractatum de Mundo triplici, post nundinas Francofurtenses autumnales anni 1617, alterum de Artibus, quas naturae Mundanae Simias appellat, Paschalibus nundinis anni sequentis 1618 vidi. In altero igitur tractatu inter artes collocavit et Musicam, complexus materiam libri mei tertij quadamtenus: in priore verò tractatu, qui septem libris absolvitur, tertium librum destinavit Musicae Mundanae, titulum eundem usurpans, quem ego toti meo operi praefixi: materiam verò libri mei IV. et V. attigit. Igitur ab ejus Musica artificiali faciamus initium. Tradit illam libris VII. in quorum primo recenset authores, et nomenclaturas, et vim in Animos hominum. De authoribus seu historia inventionis ego nihil, vel certè pauca, quippe meum intentum est, rerum naturalium causas aperire: Nomenclaturas necessarias complexus sum in definitionibus meis passim, superfluas omisi. De vi Musices in Animis ago lib. III. cap. XV. et libro IV. passim. In secundo author res ipsas aggreditur, quas dicit Intervalla et Tempora. Rursum ego de Temporibus seu longitudine vel brevitate sonorum nihil admodum dixi; sunt enim arbitrariae, nec indigent inquisitione causarum. Intervalla quaedam appellat simplicia, quae mihi sunt Concinna minima dissona, Tonus major, minor, semitonium, diesis: alia vult esse ex his composita, quae ego Consonantias appello. Atqui sententiam

hanc veterum, quod consonantiae componantur ex intervallis minoribus tanquàm naturâ prioribus, ego refutavi expressè capite IV. mei libri III, ostenso, quod minora è contrario oriantur ex consonis sese majoribus. Tertio libro explicat systema seu scalam Musicam, quae praecipua pars est mei libri III. à cap. IV. usque ad IX. Reliqui quatuor authoris libri praxin habent, quam ego ne attingo quidem. Nam in IV. de mensura tactus, ejusque modis varijs, et valore Notarum per eos, praecipit, de quo ego paucula lib. III. cap. XV. et lib. IV. cap. III. In V. habet praecepta compositoria cantus figurati, quam artem ego non profiteor. In VI. excurrit etiam ad varia instrumenta Musica, de quibus ego ne cogitavi quidem. In VII. denique novum instrumentum ipse aperit. In his igitur 4 postremis ille sic à me differt, ut Practicus à Theoretico: nam pro eo quòd ipse instrumenta tradit, ego rerum seu consonantiarum causas inquiro; et pro eo quod ipse docet componere melos plurium vocum; ego demonstrationes mathematicas concinno plerorumque, quae naturaliter insunt in cantu tam Chorali quam Figurato. Propterea etiam in ipsius opere plurimae sunt picturae; in meo, diagrammata mathematica literis instructa. Videas etiam, ipsum plurimùm delectari rerum aenigmatibus tenebrosis, cùm ego res ipsas obscuritate involutas in lucem intellectus proferre nitar. Illud quidem familiare est Chymicis, Hermeticis, Paracelsistis; hoc proprium habent Mathematici.

Adeòque etiam libris II. et III, ubi eandem mecum tractat materiam, hoc discriminis est inter nos; quòd quae ipse transsumit à veteribus; ego è rerum Natura eruo et ab ipsis fundamentis constituo: ipse, quae accepit, ea confusa (propter[1] variantes tradentium sententias), et incor- 253
recta, usurpat; ego naturali ordine procedo, ut omnia secundum leges Naturae sint emendata, et confusio vitetur; adeoque ne quidem ad veterum placita applico constituta, nisi ubi confusio nulla sequitur. Ita, ubi ego veteres expressè refuto, de causis concordantiarum disserentes: ibi ille veteres citra dubitationis aleam sequitur; de causis verioribus ne cogitat quidem. Vno verbo, in disciplina Harmonica, alter Musicum agit vocalem et Instrumentalem; alter philosophum et Mathematicum.

Jam ad alterum authoris locum transeamus, ubi Musicam ille in Mundum introducit. Hîc verò immane quantum inter nos discrimen est. Primùm quas ille harmonias docere intendit, eae sunt meri Symbolismi, de quibus idem dico, quod de symbolismis Ptolemaei, poëticos potius esse aut oratorios, quàm philosophicos aut mathematicos. Haec anima est totius illius Operis, ut vel ex titulo patet Macrocosmi et Microcosmi. Nam in tomo altero demonstrare proculdubio intendet, nobile illud

thema. Totius mundi magni, omniumque ejus partium Ideas reperiri in homine. Haec eadem anima est et primi tomi; quia totum mundum distribuit in tres regiones; ubi secundùm celebratissimum illud HERMETIS axioma, *supera similia* seu analoga facit *inferis*. Haec verò analogia ut per omnia succedat, saepe crinibus trahenda sunt, quae utrinque comparantur. Mea de analogijs sententia, ex digressione in calce mei libri III. patet: nimirum etsi analogia proportionum in geometricis formale quid est, respectu ipsius materiae quantitativae indefinitae et indeterminatae: tamen respectu proportionum harmonicarum materialis
10 potius affectio potest haberi: quia cùm Harmonicae proportiones certam quantitatem definiant, analogiae contrà seipsis in infinitum excurrere sunt aptae, et sic materialem infinitatis affectionem supponunt.

Etsi verò similia nonnulla Macrocosmicis illis et ego tracto in opere meo: ut quòd libro IV. Terram animal facio: at id fit ratione longè aliâ. Nec enim contendo analogiam esse meram inter Terram et animalia, nec desumptum esse volo archetypum animalis ex ipsâ Terrâ; sed illud simpliciter propositum habeo demonstrare, illa opera, quae spectantur in globo Telluris, non posse ex motibus elementorum, aut materiae affectionibus solitarijs provenire, sed testari de Animae praesentiâ: jam
20 ut intelligantur mea argumenta, opus fuit allegatione functionum animae variarum in corpore animalis. Jam ut propius accedamus ad fundamenta, quibus ROBERTVS DE FLVCTIBVS superstruit suam musicam Mundanam; primùm ille totum mundum, omnesque tres ejus partes, Empyream, Coelestem, Elementarem, occupat: ego solam coelestem; nec eam totam, sed solos planetarum motus quasi sub Zodiaco. Ille fisus veteribus, qui vim Harmoniarum ex numeris abstractis esse credebant, sat habet, si quas inter partes concordantiam esse demonstrabit, eas numeris quomodocunque comprehendat, nullâ curâ, cujusmodi unitates illo numero accumulentur: ego nuspiam doceo quaerere Harmonias, ubi
30 res, inter quas sunt Harmoniae, non possunt mensurari eâdem quantitatis mensurâ; sic ut causâ quantitatis eadem sit inter illas proportio, quae inter duas chordas ejusdem tensionis, causâ longitudinis. Propterea ille totum Mundum ratione semidiametri in tres aequales partes dividit, sat cognitum habens, aequales illas minimè esse; sed ideò solùm, quia prima unitas, est mundus Elementaris, secunda, Mundus aetherius, tertia, Empyreus; et verò unitates pingi aliter non possunt, quàm aequalitate linearum: at ego, nisi testetur astronomia de eâdem unitatum
254 mensurâ quantitativâ, nequaquam ijs ut unitatibus utor ad numerandas proportiones Harmonicas. Ille tamen, suis insistens principijs, pyrami-
40 demque educens ex basi, circulo magno Telluris, ejus verticem ad ipsum

13) nonulla

apicem coeli empyrei statuit; et altitudine ejus in tria aequalia (perinde ac si unitates verissimè aequales habuisset) divisâ, numerat quot partes veniant Empyreo, quot Coelesti, quòt Elementari. Nam summum Elementaris regionis hoc pacto duplo longius abest à summo Coelestis, quàm à summo Empyrei: et in divisione Pyramidis, respectu quidem axis, tribus regionibus tria veniunt aequalia, respectu verò trianguli per axem, Empyreo venit unitas, Coelesti tres, Elementari quinque unitates: respectu denique spacij seu corpulentiae figurae, Empyreo unitas, coelesti septem, Elementari novendecim unitates veniunt. Quid nunc dicam de alterâ contrariâ Pyramide lucis, cujus basin facit ipsam adorandam trinitatem, in summo Empyrei coeli apice, verticem verò in ipsa terra collocat? Has duas Pyramidas cùm inter se permisceat, exque mixturâ proportiones musicas eliciat, rem tentat à mei operis proposito diversissimam. Nam ipse lucem (formae et Animae largitricem) et Materiam, duo inter se diversissima comparat, et quibus quantitates nequaquam eodem respectu insunt: ego verò pro terminis formandae proportionis Harmonicae in mundo, non admitto nisi illa, quae eodem respectu quantitates recipiunt; verbi causâ motum Martis et motum Jovis, diurnos. Nec minus diversitatis inter nos et in hoc consistit, quòd ille Elementari regioni quatuor adscribit gradus obscuritatis et tenebrarum *quia quaelibet res* ait, *quatuor quartas habet*, sanè non minus quam tres tertias, et quinque quintas: jamque Terrae inesse omnes quatuor, aquae tres, (eoque illam esse jam pellucidam), aëri duas, igni unam. Rursum alibi, quamlibet regionem, cujuslibet seu Elementi seu Coeli in tria subdividit spacia, in summum medium et imum, non ubique sequente sensuum probabilitate. Vides, unitates ejus rursum esse arbitrarias. Ille tamen pergit ob id inter Terram et aquam statuere Diatessaron, tria verò ejus intervalla, tonum, tonum, semitonium, tribus applicare spacijs, summo, medio, imo; cùm illi certas ex causis suis quantitates, ista ne metas quidem à naturâ, mensuras verò secundùm haec generalissima principia, planè indeterminatas habeant: et sic de caeteris. At mihi unitates naturales, bini sc. motus planetarum extremi (seu diurni seu horarij, nihil interest) expressi à naturâ in certas suas quantitates, sunt propositi, in quibus Harmonias quaeram. Ille in tenebrarum et lucis gradibus, quaerit proportiones Harmonicas, nullo respectu alicujus motus: Ego Harmonias non nisi in motibus quaero. Ille pauculas aliquas concordantias delibat, easque ex suarum Pyramidum mixturâ, quâ Mundum ipse privatim in suo animo pictum circumgestat, elicit, seu ab illâ repraesentari probat: Ego totum corpus Harmonicae contemperationis, cum omnibus partibus, in extremis planetarum motibus proprijs, secundùm certas et

3) quòd Elementari 7) Empyreo *statt* Elementari

ab Astronomiâ demonstratas mensuras inesse demonstravi. Ipsi itaque conceptus suus Mundi, mihi Mundus ipse, seu in eo reales Planetarum motus, sunt subjectum Harmoniae Mundanae.

Ex his paucis constare arbitror, etsi ad intelligenda Mysteria conferta philosophiae profundissimae, quam tradit ROBERTVS, cognitione proportionum harmonicarum omninò opus est: tamen illum, qui vel totum opus meum edidicit, adhuc à Mysterijs illis perplexissimis abfuturum haud paulò longius, ac ipsae ab accuratissimâ certitudine demonstrationum mathematicarum recesserunt. Atque hic jam etiam Appendicis finis esto.

8) acuratissimâ

APOLOGIA PRO OPERE HARMONICES MVNDI

Ioannis Kepleri

MATHEMATICI, PRO SVO OPERE HARMONICES MVNDI APOLOGIA.

ADVERSVS DEMONSTRATIONEM Analyticam CL. V. D. Roberti de Fluctibus Medici Oxoniensis.

IN QVA ILLE SE DICIT RESPONDERE ad Appendicem dicti Operis.

FRANCOFVRTI
Sumptibus GODEFRIDI TAMPACHII.

ANNO M. DC. XXII.

AD CLARISSIMVM EXCELLENTISSIMVMQVE VIRVM, D. ROBERTVM DE FLVCTIBVS, MEDICINAE ET PHILOSOPHIAE DOCTOREM CELEBERRIMVM, JOANNIS KEPLERI MATHEMATICI, EPISTOLA APOLOGETICA

Sero tua, Vir Excellent. declaratio Analytica meas ad manus devenit: offenditque negociis inextricabilibus implicitum: ut si planè praeteriissem intactam, nemo qui mearum rerum conscius est, contumaciam silentii mihi in superbiae notam imputare possit.

Vicit tamen natura, mosque hactenus obtentus, vicit inquam taedium scribendi legendique: nec inhonestum hoc certamen existimavi; nec lectorem avidum frustrandum censui: denique hoc lucelli quod typographi captare videntur, irritandis in se mutuo, incendendisque authoribus, quantum in me est, non nisi per honestatis speciem bonis omnibus approbatam, illis expediendum sumpsi. Nec pluribus praefatus, declarationem ipsam, prolixam antea satis, ut in qua mihi, pro Comparatione mea, centuplum refundis; quantum potero conciso Orationis genere percurram; quaeque in ea mihi videbuntur officere, diluam.

In titulo praefationis miror, quae te necessitas ad *respondendum* adegerit, cui prior ego nihil spoponderim, nihil rogaverim, nihil objecerim. Pag. 3. Materia declarationis tuae sensusque sunt increpantis potius: ut si quem juxta te consistentem in publico, nec verbum proferentem verbis profligare, locoque pellere stomachabundus annitereris.

In pulpito me constitutum existimabam, dum opus Harmonicum scribo, comparationemque in fine subjungo: tu ecce me ad morum censuram vocas. Respondebo equidem ad objecta, sed de pulpito: illud honestas postulat, hoc aequitas permittit. Censes *errores quemque suos* non rectè *obducere colorum diversorum obscuritate; duram* in his, qui talia audent, agnoscis *frontem atque audacem*. Laudabile nimirum hoc est initium censurae tuae; promptus annuo. *Facta vel scripta propria* negas *extollenda per philautiam vanamque gloriam*. Adsentior; vitia publica cum authoritate taxas. Interest publicè, ut te cum juventus studiosa: tum scriptores omnes audiant. Iniquum censes quenquam *se populo venditare per laudis alterius detrimentum, honestaeque famae depressionem: operum praeconia suorum per aliorum injurias, et dedecus, ore injusto ebuccinare*. Iniquissimum hoc omnino, et praeceptis divinis humanisque contrarium. *Non praeripiendum lectoribus judicium de libris editis à disceptantibus*. Planè inquam hoc vetare,

7) praeterissem

justum sanctumque est. *Scripsisse te* ais *simpliciter, sincerè, voluisse placere populo*, laudo. Negas te quenquam *clanculo vel apertè vituperasse*. Contentus sum. *Malo neminem affecisse, nullum in quenquam dicaculè probrum dixisse, nullius famam invidiae aeruginoso dente arrosisse; Cynicis moribus calumniisque abstinuisse:* Macte, Christianum te praestas; perge ita. Negas te *sermone temerario* usum. Magnum te praedico si hoc usque quaque cavisti; rara linguae, rara calami felicitas, omnibusque encomiis praedicanda. *Atque hinc* ais, *te constituisse Comparationem meam replicare, amaritudine sepositâ*. Bona causa impellens, propositi forma speciosissima, spe plenus sum. *Animadvertis à me tibi objecta nonnulla subtiliter*, agnoscis tamen *serenam in iis quodammodo frontem*. Non malè ut video, neque tu de me speras, nisi si in voce *subtiliter* subtilissima lateat querimonia. Ego mi ROBERTE meis veluti auditoribus de pulpito sum locutus de PTOLEMAEO aeque atque de ROBERTO, quantum ad erudiendos lectores conducere sum arbitratus; *subtilitate* usus illa, quae ad dividendum inter scriptiones affines requirebatur, ignarus, interesse ROBERTVM ipsum. Quare nihil eorum, quae de eius opere scripsi, tanquam *authori objectum* scripsi. Sed quia cooritur è turba ROBERTVS ipse improvisus; aequum equidem censeo, ut et ipse de se loquatur, deque libro suo, si quid ego libro eius praeter mentem scriptoris adscripsi, diluat, contrarium monstret: audiatur in hoc Mundi theatro: primus ego mei judicii super eius libro errores agnoscam et fatebor, si eos ipse mihi detexerit. Torquere ROBERTE tecum in *serenam frontem* potes: *retorquere* non potes, nisi in ferientem.

Ad Analysin I.

Pag. 4. *Videor te accusare inscitiae, acriter, licet occultè*. Tam hoc est occultum ROBERTE, ut toto coelo erres. Quid intersit inter tuas measque Harmonias, edissero fideliter, nulla circuitione usus. Nihil te inter et PTOLEMAEVM discriminis est; nisi quod tu superes, ille nos quindecim saeculis antecessit. Quo nomine tibi parcendum censuissem, nisi in pulpito constitutus, majorem profectus auditorum, quàm tui rationem habuissem.

Ad Analysin II.

Jure tuo uteris, quod verè, sed concise à me dicta (nam plura de tuis editionibus non noveram) tu explicas latius. Patior etiam ut accedat ad comparationes meas ista, quod *plures ego in meo opere annos*, insumserim quam tu in tuo Hebdomadas. Nihil tamen adrogabo temporis ad augendam gloriam; nec textum ipse meum immeritum (fol. 178. in calce) falsi arguam. Anno quidem 1617. Tubingam profectus negocii causa, nihil in

parato habui, praeter pauculas pagellas, libri III. materiam rudem complexas, quas monstravi amicis; explicavi scribendi propositum: quae à 20. annis in meditatis habeam, quaeque restent inquirenda, singula recensui. Sed et gratiam habeo pro verissimo elogio mei operis: fateor, libri praesertim tertii materiam *per 22. annos iterumque iterumque revisam;* fateor libris IV. et V. quanquam breviori tempore, *plurimum cimentationis, fermentationisque*, adhibitum, quin et putrefactiones et calcinationes, et sublimationes reverberationesque jure quasque suo apposueris. An verò singula ad *eam perfectionem* fuerint excocta, quam
10 ROBERTVS insinuat, super ea re judicia cum doctorum plurium, tum etiam meum ipsius expectabo. Qua de re extat fol. 241. mei Operis, Provocatio luculenta.

Ad Analysin III.

Ignosce ROBERTE, lanâ mihi fuit opus; plus illius *in cauda, quam in* Pag. 5.
capite. Discedo porrò, emptor jam contentus, à tuâ tabernâ, tu res tuas arbitratu tuo disponito, ordine sive recto, sive *praepostero*. Quin et parce meis verbis: ego nisi voce *Quadamtenus* essem usus, in periculo fui, ne à te falsae gloriationis reus agerer. Nam tu à me, est ubi dissentias. Quid quod et accusas meam in capite 2. prolixitatem; nunquam id fac-
20 turus, nisi tu intra huius vocis, *Quadamtenus*, angustias constitisses? Et inferius, *vim capitis mei Noni coarctasti, fassus ea quae ipse multa locutione*
5 *multisque foliis tradiderim te in parvulum* [1] *redegisse locum:* hoc verò est *quadamtenus eandem materiam complecti*. Nam tu *speculum* profiteris erudiendis *oculis;* ego verbis tot sum usus, ut vel clausis oculis etiam aures, quid velim, percipere queant. Et quid est quaeso, *Cantus Harmoniam et tres medietates*, capite meo 16. per suas causas deductas *ab effectu ostendere:* nisi *quadamtenus*, scilicet causarum tenus, quas ante me nondum tentatas, existimo, *complecti?* Omnium maximè tibi ipsi parcito, ne Μεμψίμοιρος audias. Nam quid attinet voculae *usurpans* succensere? Egone
30 titulum *Harmoniae Mundanae* soli meo operi arrogo? Aut quis hic super pallio trabeatus philosophus, qui *titulos et dignitates politicas* inter disceptationes philosophicas somnians, seipsum stomachabundus incendit, ut nec ab injuria se contineat. Legite textum meum III. quem ipse verissimè *sterile solum* dixit: si in eo *philautiam* inveneritis, exemplum damnate et cavete.

Reliquas comparationes, particulares à me omissas, adde, licet, pro tuis lectoribus: Ego in verborum numero partem discriminis pono nullam: *de Harmonica chordae sectione* tanta sum usus *verborum copiâ*, quantum requiri censui ad explicanda Musicae fundamenta: in *medie-*
40 *tatibus porrò Harmonicis* tanta brevitate, quantâ omnino potui; quia et

parvum in iis momentum erat situm ad hoc genus contemplandi philosophicum, et ultrò sequebantur medietates, constitutis extremis, id est Harmoniis ipsis, inter se compositis, quarum ortum docueram Capite 2. Non video tamen, quî *superficialiter* scripsisse dici possim de medietatibus Harmonicis, qui et definitionem pono ex sententia veterum, et à fundamentis ipsis eam convello, ut quae frequentissimè proferat Numeros non Harmonicos, nomen sine re. Quare monendus est mihi lector noster communis insuper, videat etiam atque etiam, num ROBERTVS suas medietates Harmonicas ex hac veterum definitione describat; quippe ait se *copiosissimè illas, et verbis quidem concinnioribus tradidisse*. Si est quod dico (non est enim liber eius ad manus) tunc equidem ROBERTVS ista verborum copiâ erraverit cum veteribus à veritate. Quare cavendum erit lectori, ne acquiescat dictis, priusquam ROBERTVS rationes meas veteribus oppositas legitimè dissolverit. De reliquis ROBERTI particularibus comparationibus judicium esto lectoris oculati, quid quisque nostrum de sua tractatione verè dixerit. Nam si quid ego meum instruo lectorem super textu meo: par equidem est ut idem et ROBERTO liceat in suo. Atque ecce quid ROBERTVS dicat, *de sectionibus chordae me egisse verbis nimis copiosis;* cum haec omnis copia non potuerit sufficere ROBERTO ad lucem aliquam circa *inventionem Diapason*, de qua jam paenitudine ductus, ait me *non nisi obscure egisse*. At mihi ego videor chordae bisectionem ex rationibus Diametri circuli clarissime produxisse: videat lector si quid lucis insuper apud ROBERTVM hac in parte possit invenire, non invidebo, communes enim tradere lubet operas in lectoribus erudiendis. Itaque etiam in caput meum nonum, quod censes *confusiori modo* scriptum libenter majorem ex te ordinem quam ego consequi potui, recipiam, si lector majorem in tuis agnoscere poterit. Sed *nec inventioni clavium b h claritatem majorem quam apud me*, suamve commendationem denegabo; siquidem lectori non suffecerit ad hoc (capite meo secundo) associatio quinquanguli et sexanguli: dummodo fateatur se tantum in ROBERTO lucis *invenisse*.

Quod igitur fine huius Analyseos tuum ROBERTE scribendi modum de Harmonica materia prolixè excusas: velim recolligas, nunquam illum à me esse accusatum: comparationem institui non accusationem, ad erudiendum philosophiae studiosum, non ad implorandum judicis officium. *Ego longa oratione verbisque multis utor*, scilicet ut doceam; *tu in brevia contrahis*, ut quae quis ante te docuit, tu memoriae commendes: non sequitur tua brevitas, nisi praeviam alterius copiam: et nisi rem alius prolixè sistat ob oculos, quod ego praestandum sumpsi; non tu rei *figuram vel Hieroglyphicum* effinxeris. Alius simplicia coacervat, *tu*

13) priusque

extrahis essentiam, colligisque: nec adeò *rejicitur faeculenta substantia*, ut plantae ipsius, quam Natura repraesentat, obliviscamur: nec sufficit, *quod bonum est in vasculo proprio collocare*, quin etiam animadvertendum unde sit illud collectum. Ego collectorem egi Herbarum idonearum, videris tu quibus ex herbis, à quo collectore coemptis, tuos expresseris liquores. Esto lateat *occultum adhuc arcanum scientiae*, quod verborum
6 prolixitate indiget, nec *manifestetur natura*, nisi [1] *exutis* orationis *vestibus:* non ista soli *Chymici:* videntur affinia et PLATO et ARISTOTELES inculcare, quando Menti verum scienti, jam definitiones et syllogismi, ut
10 superflui adimuntur. At hercle mihi videbatur haec cognitionis Harmonicae Natura fugax latensque, primum omnium vel summâ veste apprehendenda, verbisque prolixis involuta continenda, hoc est in lectorum animis exprimenda et formanda: si forte succedat mihi aliquis, tui similis (nam tute ipse mea ista forte respues) qui tuo more *vestibus eam exuet, auro inserat*, eum in modum, ut posthac *Virtus eius absque verbis animo conspici possit*. Nobis hactenus in docendo discendoque non licuit esse tam foelicibus.

Sed tu, quod passim tota hac Analysi, idem multò maximè conclusione ista comprobas rectissimè à me dictum, *Quadamtenus eandem abs*
20 *te materiam esse traditam*. Quod si nondum satisfactum tibi putas: en ergò vocem tuam ultimam supplementi loco: *Subiectum Musices tuae artificialis margines suos latius exporrigit*, quam meus liber tertius. Quare etiam sic *quadamtenus*, liber tuus cum meo concurrit, hactenus scilicet, quatenus intra mei libri angustias tenditur, necdum latius excurrit. Atque hic verè mei verbi sensus fuit: scilicet innuere volebam, inter plurimarum rerum speculationumque congeriem etiam Ortum Harmonices, in quo ego solo fui occupatus, abs te proponi.

Ad Analysin IV.

Satisfacio tibi uno verbo, Comparamus vel ad consensum vel ad dis- Pag. 6.
30 crimen indicandum. Rectè igitur tua ego cum meis contuli, ut sciret lector meus, plus interesse dissimilitudinis, quam consensus. In verbis verò quid attinet ludere? Artificialem tuam Musicam dixi, ex libro tuo, nam tu Naturalem ab Artificiali distinguis more tuo. Mihi nullum est legitimum nec auditui acceptum Musices artificium, quod caret fundamentis à Naturâ monstratis. Igitur etiam tunc *rerum naturalium aperio causas*, cum de origine Musices *artificialis* disputo.

En verò difficilem te hominem, per quem mihi ne modesto quidem esse licet; suspiciosum verò qui verba singula torques in contrarium.

6) quoad 15) exsuet

Scripsi, me pauca, de Musices inventoribus tradere; hoccine est in te superfluitatem arguere? Anne magis lectorem, de inventoribus satagentem, ad te ablegare?

Ad Analysin V.

Tempora quotupliciter considerentur in sonis.

De Temporibus ad Musicam artificialem necessariis, laudo philosophantem. Digna tamen occurrit quaestio, in qua hic exerceatur lector. Rectè sanè ROBERTE sonum definis per motum, nec à motu pateris sejungi tempus. Diligenter hoc sunt prosecuti PTOLEMAEVS, eiusque commentator PORPHYRIVS. Duobus igitur nominibus tempus adest sonitibus, primò ut essentiam format sonorum, seu differentias causa gravitatis et acuminis; altero ut jam formatis, extrinsecus accidit ut mensura. Graves soni tremores habent tardiores, acuti celeriores. Verbi causa, si sit propositum tempus, quantum est inter systolen et diastolen pulsus humani; pulsentur duae chordae, quae Diapason faciunt, trematque intra praestitutum temporis spacium chorda illa, quae gravem sonum emittit, tremat inquam quinquaginta vibratiunculas, tremet altera centum, quae scilicet acutum consonat. Hanc speculationem attigi Libro III. folio 14. in experimento mirabili. Vides ROBERTE, deceptionem hic ex ambiguitate vocis Tempus, causam tibi fuisse *mirandi*. Quod si non attigissem, hanc primam considerationem temporis: potuissem excipere, me hanc cum ipsa sonorum differentia in acumine et gravitate supposuisse. De altero igitur respectu, quo tempus est extrinseca mensura sonorum, loquitur textus meus, loquitur etiam tuus, quem comparo. Illo enim respectu non est arbitrarium tempus, sed adhaeret gravitati vel acumini necessariò: at hoc respectu omnino est arbitrarium. Quo nomine inter caeteras causas Musica artificialis dicitur. Quantum enim in re qualibet inest ex arbitrio artificis, totum illud arti transcribitur: quantum verò ars naturam imitatur, arbitrioque suo [1] leges ipsa fert, tantum censetur in artificio bonitatis inesse. Verbi causa, breves sonos in omnibus cantus figurati Vocibus, statuere potest artifex; si tamen Basso longas accommodat mensuras, discanto breves; hic naturam ille spectat: graves enim sonos diximus etiam in essentiae suae formatione longis temporibus esse cognatos, acutos brevibus: at si è contrario, Bassum quandoque jubet brevibus mensuris circumvolitare; condimentum machinatur extraordinarium, consilio usus, ex artis suae flosculis, arbitrariâque licentia, desumpto. Tetigi hoc Cap. XVI. fol. 83. in alternatione consonantiarum.

Quae ubi tu perpenderis, mirabor equidem, si quid excusationis insuper afferre possis, cur fine huius Analyseos negaveris *Temporum di-*

mensiones varias in longitudine et brevitate esse arbitrarias. Nam de hoc ipso respectu temporis, ut mensura, loqueris.

Quantum igitur attinet hunc respectum Temporis, quo Tempora potius quam Tempus nominare solemus, Miror ego vicissim, *mirari* te ROBERTE, cur *nihil admodum de temporibus perscripserim* in opere Harmonico. Quae tu verba eò interpretaris, *Temporum inquisitionem à me frivolam aestimari*.

An non enim, quaeso te, cum capite XIII. Cantum definirem, particulam definitioni inserui, quae temporum complecteretur mensuras? An potest quicquam aestimari *frivolum*, quod qui hoc aestimare dicitur, in definitione rei ponit? An non vicissim in explicatione illius particulae fol. 65. Paragraphi de Mensuris, apertè satis causam brevitatis lectoribus indicavi, *non esse scilicet instituti mei in hoc opere de Mensuris disputare*. Quid *miraris*, non *plura à me disputata*, causam accipe, *non fuit instituti mei*. Quanquam etiam libro IV. fol. 125. addidi paucula, quae circa Mensuras habet Poëtice cum artificiali Musica communia: quia ibi loci fuit instituti mei explicare varietatem subjectorum, in quibus essent Harmoniae.

Mensura tactus non habet locum in Harmoniis planetariis.

Quae affers argumenta, ut probes disputandum esse de tempore scribenti de Harmoniis Planetarum, ea ducuntur à respectu temporis priori, de quo in praesenti comparationis particula nullus nobis est sermo. Graves sonos comparo sanè motibus Saturni; ut planetae tardissimi, hoc est qui longo tempore parum itineris conficit. At quamdiu Saturnus obtineat eandem soni gravitatem, eandem inquam et uniformem motus sui tarditatem; hoc nihil attinet ad Harmoniam caelestem, ut in qua omnis gradus tarditatis si accuratissimè agimus, est momentaneus, adeoque nec possibile est homini procurare durantem ad aliquod tempus, motuum Saturni aequabilitatem; nec ἐνδεχόμενον, post constitutam semel permutationem continuam intervalli inter Planetam et fontem eius motus, quam intervalli mutationem necessario sequitur continua intensio et remissio motuum, praeterquam in Apsidibus. Non habet igitur locum, mensura temporis, in motibus coelestibus Harmonicè contemperatis, in quantum harmonicè sunt contemperati: habet verò locum ubi procurari potest, in Harmonia scilicet humanae vocis, ut quae omnis in aequabilitate sonorum versatur, ut explicavi libro IV. fol. 125. Numero 10. Nec enim *omnis* sed humanae saltem vocis *Musica manca et deficiens est, sine mensura temporis*. Et hoc quantum attinet ad humanae vocis musicam, suffecit mihi brevibus monuisse, dicto fol. 65. properanti quippe ad caelestes et astronomicas harmonias, in quibus locum non habet duratio temporaria uniformis celeritatis: scilicet quia

39) properandi

scopus totius mei operis non in illâ humanâ, sed in hac caelesti Harmonia defixus fuit; ut clare professus sum fol. 85. libri III.

Interim velut extra viam, monendum te duxi, male me à te circa Cubum esse perceptum; ut quam ego figuram neque pondere neque sono gravem statui: nec supremis planetis ob eorum motus tarditatem, sed ad constituendum eorum intervallum figurale interposui.

Pag. 7.

Harmonicae planetarum proportiones non consistunt in prolixitate Temporum periodicorum.

Eadem cautio mihi pagina tua 7. circa varios planetae unius motus est adhibenda. Nihil enim facient periodi ad demonstrandum, proportiones harmonicas in motibus inveniri Planetarum; diligenter hoc cavi Lib. V. cap. IV. fol. 194. ab initio. Sed nec medii diurni motus Planetarum idonei sunt Harmoniarum termini, ut qui veri non sunt sed solum imaginarii: ego verò in ipsorum planetarum realibus motibus,[1] ut quidem ex centro Solis apparent, Harmonias quaero. Ita motus *8* Augium; motus non est physicus, sed potius differentia realium motuum, et mobile intentionale: sola stella verum mobile est, et motu quidem non uno, sed pluribus, pro diversitate centri, axis, corporis stellae. Omnino consultius faciet lector si missis eis quae hic de rebus Astronomicis, deque periodis planetarum tute scribis ipsos adeat Astronomos: inveniet longè aliam Martis periodum, caeteraque tuis non parum dissimilia.

Sed *quaeris (nec hoc insulse dictum* vis*) cum Planetarum motus in tempore fiat, cur ego temporum varietatem recusem?* Quia non omne quod cum motibus est conjunctum, concurrit et ad Harmonias. Nihil enim ad eas facies Lunae variabilis, etsi non sine hac succedit Lunae motus. Quatenus verò tarditas vel celeritas aliâs alia, definitur per tempus; respectus temporis prior valet, nec à me recusatus est, ut dixi. Sed neque hoc dissimulare coram lectore meo possum: concinniorem in meo opere, quam hic apud te inveniri Vocum Musicae figuratae, distributionem inter planetas. Nam ad Harmonias duorum nihil interest, tota cuiusque periodus, quot constet diebus, sed quovis momento, quam sit eius motus tardus vel velox hoc interest: in periodo verò confusae insunt omnes tarditates celeritatesque.

Semibrevibus contentus fui plerumque, sonos meos signare, non propter *ignorantiam multifariarum differentiarum*, sed ut haberem etiam in tuo opere ad quod lectorem remitterem, qui Notarum arbitrariarum scientiam magni aestimas.

Oedipum verò, mitte, qui aenigma mihi hoc tuum dissolvat, quod jubes *corpora mea Triangularia sonare* in nescio qua *proportione*. Ego nec triangulare corpus inter caelestia cognosco, nec sonos in coelo statuo. Tetraedron quidem statuo inter Orbes Jovis et Martis; at id non soni

15) mobibile est

sed amplitudinis causa. Aliae postmodum accedunt causae, quae motus horum Planetarum ordinant in proportione sonorum concordantium.

Asseris Notarum speculationem *indigere ingenti causarum inquisitione, nec esse parvi momenti quae notae sint perfectae.* Quaere causas arbitrariae perfectionis arbitrarias; non impedio: mihi de naturalibus causis est sermo: aut tu mihi dicito, quae causa naturalis sonos docuerit his notis signare, non aliis; quaeve sit causa naturalis, cur nota caudata sit minima; carens caudâ, semibrevis; quadrata, brevis. Nam ego quidem longitudini caudae censuissem rectius admetiri nos etiam tempus; si mei res arbitrii fuisset initio.

Omnino verò festivus es, qui à me etiam Pausas exigis, cum nec in Pausa sit Harmonia, de quarum Ortu mihi disputandum erat; nec coelum unquam Pauset: ego verò caelestium Proportionum causa scripserim.

Pag. 8.

Quare non possit in Harmoniis Planetarum considerari tempus durationis?

Sed finis hanc Analysin argumento quod speciem habet non contemnendam, si enim in humanâ musicâ sunt adhibendae mensurae temporum, videntur eae tibi nec à caelestibus abesse posse. Quod confirmas divina JAMBLICHI sententiâ, quâ equidem vellem mei libri IV. Capita II. et III. ceu preciosâ gemmâ radiare collustrarique. Etsi descensum Animarum ex mundo intelligibili, Christianus homo non alio sensu potest recipere à Pythagorico Philosopho, quam quem ego expressi dicto fol. 121. quatenus scilicet imago creatoris etiam naturaliter relucet in Animis creatis.

Sed ad argumentum revertar. Non sequitur, ROBERTE, à Cantu humano ad Motus coelestes. Nam quae sunt in humano cantu Harmonica non sunt desumpta ex Harmonica contemperatione motuum coelestium: sed tam haec quam illa, vel tuo JAMBLICHO authore, descendunt ex Idaeis mundi intelligibilis. Sicut autem JAMBLICHVS diversitatem ipsarum Animarum introducit quarum una magis, alia minus afficitur Harmoniis: sic multo magis diversa subjecta sunt, in quibus Harmoniae secundum magis et minus repraesentari potuerunt, in Motibus quidem Planetarum secundum unum solum temporis respectum, in Cantu verò, secundum duos; quod discrimen diligenter inculcavi libro IV. fol. 125. Et quid multis? Res ipsa loquitur. Humana vox saltibus intervalla permeat, non tensione continuâ: planetarum motus ex celeribus tardi fiunt tensione continuâ non saltu; qua negatione, sublata est omnis mensura temporaria durationis eiusdem celeritatis. Hoc, hoc, unum est ROBERTE quod velim in divinam ingenii tui vim penitius esse transfusum: videres statim,[1] quam impertinenter comparentur inter se tempora, Periodis planetarum attributa. Tempora enim nihil sunt nisi numerus; nec mensurant ea durationem uniformis per partes motus: falleris hic ROBERTE, tenaciusque quam huic speculationi conducat,

adhaeres aequabilitati motuum, quam tradit astronomia vetus: hinc est quod celeritatem cuiusque aestimas ex tempore reditus: non igitur mecum in globis ipsis Planetarum, sed cum scriptoribus Theoriarum et cum ARISTOTELE, in concentrico versaris, qui cuiusque Planetae systema claudit exterius vehitque. Atqui toto sic erratur coelo: rejiciendi sunt ex animo fictitii orbes, amplectendum ex libri mei V. capite III. axioma VI. fol. 188. non quia id axioma meum est; sed quia ratio certissima caelestium observationum, ad calculos revocata, de ipsissimis planetarum corporibus testatur, verum esse axioma. Quare etsi nihil plane dixissem in explicatione cantus humani, de mensuris temporum: nullus hinc error in librum V. inque contemperationem Motuum caelestium Harmonicam redundaret.

Ad Analysin VI.

Intervalla cantus minima non debere dici consona.

Non solus ego ROBERTE minima intervalla pronunciavi dissona: dixit idem ante me PTOLEMAEVS omnesque adeò scriptores Harmonici. Vide ne frustra te profitearis assertorem antiquorum, ut contra quos hic ultro pugnas.

Sed explica tua contraria argumenta. 1. *Tonus*, ais, *Tono consonat, aeque temperato, ad unisonum*. Ludis aequivocatione, Tonus hic tibi idem est quod sonus, terminus pro intervallo. Cum duae chordae faciunt unisonum, intervallum hic nullum est, eoque non potest dici Tonus, Tonus enim est unum ex intervallis. At Harmonici Tonum, dissonum dicunt intervallum, cuius duae voces, tono distantes, inter se dissonant.

2. *Semitonium additum Harmoniis nonnullis, facit aliam Harmoniam; Consonum igitur est intervallum*. Effectum ROBERTE non rectè consideras pro causa. Sunt intervalla consonantias distinguentia, à quo officio Concinna ἐμμελῆ dici solent, at non consona σύμφωνα. Moneo lectorem meum ne hic te audiat, qui confusionem vult vitare, dum quae sunt eadem, tu promiscue et consona appellas et dissona.

Ad Analysin VII.

Pag. 9. Causarum una est proculdubio, cur praxin Musicae compositionis non attigerim, quod sim eius ignarus et in hoc opere inexercitatus. Ex quibus tamen tu *stigmatibus operum meorum* hoc sine mea confessione probasses? Cedo cantilenas à PYTHAGORA, PTOLEMAEO, PORPHYRIO compositas. An igitur et hos à Theoria repellis? O misellos philosophos, qui de creationis opere speculationes suas obtrudunt, cum creaverint ipsi nihil. Scilicet etiam in oculis, etiam in experientia operis al ieni, habet

4) cuisque 27) σύμφονα 34) probassis

suum Theoria subsidium. De caetero ignosco acerbitati tuae in assumendis meis extenuationibus, augendisque quippe scripsisti iratus. Tu quidem, ut hic et in superioribus apparet, magni facis proportiones etiam illas, quas homines in Notis musicis constituerunt: qualia plura libro meo IV. fol. 125. quae certè non ideò probae sunt proportiones, quia non ita multis ante saeculis à GVIDONE ARETIO, sociisque sunt electae ad cantum scribendum, sed quia imitantur alia quaedam Naturae seu Dei creatoris opera.

Ad Analysin VIII.

10 Quem hic feris ROBERTE? aut quis causa tibi tanti motus? Nam ego quidem procul à tuis ictibus in angulum me recondidi: at nec causam tibi textus meus praebuit, ut qui praeter ingenuam confessionem, ut scirent lectores, quae à meo libro petere non deberent, nihil habet.[1]

10

Ad Analysin IX.

Et quis negat, te *etiam in Theoria* versatum, sed in libris prioribus? *Quis dedecori tibi esse praxin* garrit. Dignus equidem, quiscunque sit audaculus, non tua tantum sed et meâ ipsius irâ. Quin et omnes *gradus excellentiae* tibi perlubens ob hanc praxin assigno. Transigamus et caetera: *PYTHAGORAS malleorum ictus* consideravit ante causas Musices inventas; Pag. 10.
20 et tamen ROBERTVS hodie tradit *instrumenta nova;* KEPLERVS *causas* à PYTHAGORA dictas vel convellit rationibus vel emendat. Rursum non solus ROBERTVS experitur manu; non meras KEPLERVS affert speculationes; orditur enim et ipse à manuariâ, adhibet *chordae plectrum, campanae marculum: chordarum proportione consonantias enucleat,* motuum coelestium proportiones examinat, *meliorem viam non invenit.* Haec omnia ROBERTE sunt utrinque in confesso: et tamen ut de potiore, verum et hoc est, me pro eo, quod tuis instrumentis liber meus careat, consonantiarum causas meo lectori praestare.

Pergamus ulterius; *Et causas quaero Consonantiarum, et mathematicas*
30 *demonstrationes concinno:* his enim usus, illis potior. *Demonstro* equidem *in abstracto,* nisi quod super charta: sed applico demonstrata *Concretis,* id est subjectis physicis, motibus scilicet corporum. Et tamen abstracta mea, sunt *similia* illis concretis, nihil enim magis est alii simile, quam antitypus suo typo. Convenit et de his. Illud solum manet in causa, *Physicos sine mathesis ope causarum* ais *inquisitionem fecisse per principia priora;* ego in nudis substantiis sine accidentium internunciis negociari, nego possibile cuiquam; inter accidentia verò primum genus quantitatum ex ARISTOTELE didici, reliqua omnia posteriora. Negas veteres

30) hic

ab arte in artem transcurrisse: ego à PLATONE didici, geminas esse alas Astronomiae, Geometriam et Arithmeticam; quamvis illa de sensibilibus agat, istae de abstractis. Quo magis tuam *conclusionem* miror, ut quae contradictorium praemissarum subsumit, *Harmoniam et Mathematicis indigere et physicis, ad causarum inventionem:* addideris rectissimè Metaphysicis. Et addis quidem: ais enim *Ortum intervallorum spectare magis ad physin, ratione suae naturae occultae, quam ad mathesin, si internum eius principium inspiciamus.* Physin proculdubio dicis, quam ego Metaphysicam. Nam subjungis, *Arcanum eius consistere in spiritualis materiae divisione: cuius divisor sit Anima, actus Canentis vel pulsantis.* Multò malo commode tua interpretari, quam occasionem arguendi quaerere. Igitur *Arcanum* intelligo formam et essentiam contemperationis Harmonicae in terram. Id disco esse *spiritualem materiam;* sane Harmonias et ego agnosco Ens rationis; ratio vero spirituale quippiam est. Eius *divisionem* intelligo ego Discretionem eius quod est Harmonicum à non harmonico. *Divisorem* ais *Animam?* Et ipse libro meo IV. prius Animam, inde à sui creatione, ad exemplum Dei, sui archetypi, facio compotem formationis arcanae Harmonicae, impressas illi scilicet Ideas Harmoniarum; quarum applicatione ad ea, quae per sensus offeruntur, Harmonicum à non harmonico discernatur. Hactenus igitur infers in conclusione, quod in praemissis negatum ibas: nec facile te, ne, ex sequentibus quidem contradictionibus exsolvo, nisi tu me adjuves. Dixeras *Veteres ab arte in artem non discurrisse,* jam asseris, *illos Naturam et motum substantiae verè physicae, solitos aperire ratione Mathematica.* Miror cur idem me factitantem reprehendas.

ROBERTVS voce, Harmonia, utitur sensu laxissimo.

Sed quid ego multis de mea philosophandi methodo? cum tu vel jam nunc in huius Analyseos fine capitalem aequivocationem in vocibus Musica, Harmonica, inferas in sequentibus identidem iterandam; qua ambiguitate omnem hunc, non meum tantum sed etiam Veterum conatum in disceptationem vocas. Egregiam verò palaestram in qua transcurrimus alternis: Ego mathematicam Veterum methodum comprobans, in progressu circa particularia contra illos pugno: tu methodum ipsorum ipsam generalem insimulans, in minutis nonnullis Veterum assertorem te profiteris.

Medullam tu nescio quam *divinae Musicae* producis, *cuius umbrae sint Mathematica,* quae vix *tangant* illam. Hanc medullam *in visceribus Naturae* recondis.

Error tibi *est ingens in arte musicae quod haec inter artes liberales mathematicas collocatur. Vanam* in ea *umbram* esse pronuncias, *non tunicam, non corticem,* perque eam *ignorari* ais *essentiam interiorem seu nucleum.*

Si hoc velles innuere, non acquiescendum esse philosopho in sonis
11 elementaribus et sensuali Musica, sed philosophandum altius, indagandumque cum JAMBLICHO tuo, quî fiat quod verbi causa, ex intervallis, tertia quarta quinta octava delectent, secunda et septima non delectent: non me tantum haberes consentientem, sed neque apud veteres quicquam invenires, quod, incusares. Nam PTOLEMAEO voluntas egregia fuit hunc nucleum eruendi; qui philosophandi etiam genus adhibuit sublime, nec indignum visum PORPHYRIO, JAMBLICHI tui Magistro, in quod ipse commentaretur. Atqui nullus veterum Harmo-
10 nices interiorem essentiam ausus est exuere quantitatibus: quin potius tam illi, quam qui illos est secutus, PROCLVS, Geometriae thesauros altissimè extulerunt, inque penitissimam Animorum ipsiusque adeò divinitatis essentiam recondiderunt. Quos quidem hac in parte et ego secutus sum strenuè, dogmata tamen illorum ex praescripto doctrinae Catholicae correxi; uti lectores hoc agnituros spero ex lectione potissimum libri mei IV. capitum priorum. Hoc solum censui novandum, imò necessariis demonstrationibus adactus sum novare: quod Veteribus pro suis Numeris, discretâ quantitate, ipse substitui circulum et figuras Geometricas, quantitatem scilicet continuam.

20 Si haec veterum ratio enucleandi Harmonices essentiam tibi non sorderet; et si *Mathematica* non in *corticem* aut *tunicam* relegares, imò *vanam et frivolam umbram* indigetares, quin potius in ipsum *Nucleum* reciperes: jam porrò nemo verè philosophantium tibi non applauderet asserenti, *Musicam eandem esse in homine quae est in Mundo, eandem in Elementis* (ut sonos intelligamus elementares) *quae in Planetis; eandem tandem in illis, quae in ipso Mundo Archetypo, unde originaliter orta sit Harmonia Machinae totius.* Nam eadem iisdem penè verbis et me vides asserere passim, praesertim libro III. fol. 13. et Lib. IV. Cap. I. II. III.

Harmoniae vox aequivoca.

Modicam enim hanc aequivocationem admittere cogimur jure
30 grammatico, cum Harmoniam alius quidem usu jam trito, admittit solam illam Concentus, quae est cum sono, alius, secutus primam vocis originem, pro congruentia rerum geometricarum omnivaria recipit, alius mediam incedens viam, Geometricas proportiones, quae inveniuntur in vocibus consonantibus, ubicunque eas praeterea invenit, velut abstractas à subjectis subintelligit: quo sensu ego his vocibus utor per totum ferè opus meum. At tu non contentus hisce significatibus, vocem profers ulterius ad congruentias tam physicas agentium et patientium, quam hyperphysicas typi et Archetypi. Non culpo, habes, fateor, socios in hoc usu vocis, philosophos eximios, dum ludunt in poëma-
40 tibus; quos inter et PROCLVS, cuius hic est de Phoebo versiculus fol. meo 246.

Κιθάρῃ ὕπο θέσκελα μέλπων
Εὐνάζει μέγα κῦμα βαρυφλοίσβοιο γενέθλης,

suavissimam innuens harmoniam inter marem et foeminam in actu generationis: et hic de Paeane.

Πλήσας ἁρμονίης παναπήμονος εὐρέα κόσμον.

Quod intelligo de omnivariis naturalium motionum successibus.

Patior inquam te vocibus uti arbitratu tuo: illud tamen necessariò moneo: te sub hac ambiguitate latitantem, plurimas passim turbas excitare, quae detectâ aequivocatione facilimè sopiuntur. Aut si detegi non potest (ut quidem hoc ipso loco plures in tuo *Harmoniae nucleo* seu *medulla* sensus latent, quam meus stupor capere possit), tunc irritis conatibus congredimur, quaerit involutum tectumque loricâ inexplicabili homulum anhelans fera deseritque non inventum: frustratur sua voluptate spectator; Nullam inquam lector utilitatem capit ex concertatione tenebrarum plena.

Ad Analysin X.

Propterea, inquam, quod ille praxi magis indulget, ego Theoriae; ipsi quidem picturae sunt commodae, mihi theoremata. Non injuriam tibi feci ROBERTE: nullum in opere tuo fixi *stigma invidiae*, sed opus lectori à sua propria nota descripsi, ut sciret, qui nondum emit, inventurum se, quod delectet, prout ingenium fuerit hominis. Nam et picturis ex aere abundat excusus liber, et tute ipse Analysi III. modo recensuisti, quibus utaris picturis in vicem sermonis, Templo, Columnis, Hieroglyphicis, [1] Speculo, Turri, Triangulorum figuris: ad quas tu ibi loci non aliter provocas quam Mathematicus aliquis ad suas propositiones et Theoremata: quasque etiam hac ipsa Anal. X. pro Diagrammatibus tuis haberi vis. Quin etiam fateris iterato, te *picturas introduxisse plurimas*. Cur igitur succenses? An exprobravi tibi figuras ut insulsas, ut dedecus? Cur igitur quasi mutuum reponeres, et meas ipse figuras recenses, quae tamen non sunt aliud quam Diagrammata? Et quem in te genium agnoscam, qui verba indifferentia, cum facilimè posses in bonam accipere partem, mavis in malam? Tuis picturis mea comparavi diagrammata; fassus librum meum non aequè atque tuum ornatum esse, nec futurum ad gustum lectoris cuiuslibet: excusavi hunc defectum à professione, cum ego mathematicum agam. At tu hinc *jactantiam* nescio quam dicis. Jactantiam odi et damno; sed in pulpito stans discrimina rerum dissimulare non possum: invitandus est mihi discipulus ad Mathematicarum disciplinarum studium, suppeditandum animo sincero

1) Κιθάρ ῇ 5) ἐυρέα 24) Turni

consilium, quo quemque libro juvari existimem. Liceat mihi etiamnum proferre vocem magis claram, Qui mathematicarum disciplinarum certitudinem amat, plus ille capiet utilitatis in parte Mathematices Harmonicâ perdiscendâ, ex opere meo Harmonicorum, quam ex ROBERTI DE FLVCTIBVS. Qui vero ingenium philosophia mystica (quae per aenigmata tradi solet), oculos picturis, pascere cupit; quod quaerit, in meo libro non inveniet.

Ad Analysin XI.

Hic ansam aliquam invenisti ROBERTE mihi succensendi: tenes enim me verbis meis, perinde ac si ego mea luci comparassem; tua omnia tenebris. Verum si paulum te continere ab indignatione poteris: efficiam declarando mea verba, ut non tantum in te dolor animi conceptus, quem verbis acerbis testaris, mitigetur, sed etiam lector, si qui forte minus attentus ad verborum meorum sensum fuit, contemptum Operis tui vicissim exuat.

Primum facio discrimen in materia. Nam cum nihil sit in toto mundo, quod Operis tui amplitudo non complectatur; de caeteris quidem Operis tui partibus unus ego non intercedo suffragiis tot doctorum virorum, quae allegas: quod verò partem illam attinet Mathematices, quae Harmonice dicitur: spero equidem, me diagrammatum meorum operosa supellectili demonstrasse lectoribus egregiam voluntatem, conatum seu *nisum, res ipsas involutas obscuritate, in lucis intellectum proferendi:* Cum tu vicissim Harmonica tractes paulò aliter, illaque quantitatibus (id est meo judicio luce sua) spolies. Nam hoc secundum jam est discrimen observandum in verbis meis, quod illa non de profectu, sed de conatu loquuntur. Quid igitur tibi sit circa Harmonica propositum, jam supra dixisti: *multa in pauca congregare, extractam Harmonices essentiam colligere, faeculentam substantiam* (quantitatum ut infra explicas) *rejicere, quod bonum est in suo proprio vasculo* (sunt autem figurae Hieroglyphicae, hoc est aenigmata) *collocare.* Hoc enim tibi est, *arcanum scientiae detegere, occultum manifestare, si rei Harmonicae natura interna, vestibus exuta* quantitatum, *includatur figurae* Hieroglyphicae, *naturae suae* tuo judicio *magis aptae, ut in ea tanquam in speculo* vel aenigmate *virtus eius absque circuitione verborum, oculis et animo conspiciatur.* Quod igitur *aenigmata tua* Harmonica inquam *tenebrosa* appello, loquor ex judicio et captu meo, et habeo te astipulatorem, *qui negas tuam intentionem subjici demonstrationibus mathematicis,* sine quibus ego coecus sum: tibi tu videris *luculentissimè omnia depingere, figuris hieroglyphicis valde significantibus explicare.* Et illud mihi, et tibi hoc videtur: abundemus uterque suo sensu: judicet lector, et composita lis erit. Illud solum mihi relin-

quatur, quod nulla injuriâ, nec tuo in Harmonicis scopo aenigmata, nec meo conatui, rerum obscurarum explicationem, quae fit per verba et quantitates, tribui. Nam illud, de tuo scopo, jam verbis tuis ipsius probavi, hoc de meo conatu, rursum tute ipse Analysi nona es fassus, *me consonantias sive in coelo, sive in terra, non meliori via quam longitudinum proportione enucleare posse.* Et passim verbositatem mihi objicis, qua re perspicuitatem utique solemus affectare: cum tu saepe loco verborum, quae recusas, exhibeas picturas.

Neque tamen hoc idem est, ac si te dixissem *celare mysteria veterum*, quod est pro|positi. Etsi enim mihi, qui mathematicis demonstra- 10 13
tionibus assuevi, multum tenebrarum offundunt in Harmonicis Hieroglyphica tua, fieri tamen potest, et factum credo, ut tu existimaveris, te *luculentissimè omnia depingere.* Quin ne hoc quidem ausus fuissem dicere, quod tu pag. 12. de te credi vis, *te occulta pro posse mani festasse:* nam plura hic te posse, quam unâ vice libuit praestare, malim credere.

Pag. 12. Quae deinceps praecepta sapientum tute tibi ipsi objicis, mysteria physica revelanti; ea velim à te ipso dissolvi. Forsitan enim aliquid afferes, quo et ipse tueri me possim, Harmonias coelestes in lucem proferens, *et silentium in scientia secreta recusans.*

Quinetiam tibi ipsi quaerenti tute respondeto, cur *cum arcana physica* 20
Lin. 15. *Mundo propalatum eas, aenigmatibus potius utaris in vicem sermonis.*

Quaero vicissim ego, cur succenseas mihi, aenigmata tibi tribuenti; cum hac ipsa super re tam operose te defendendum tibi, à linea 16. putaveris? Nonne ergò fateris aenigmata tenebrosa? si rectè à te usurpata contendis? Si exemplis te magnis munis? Licetne mihi tuum in tanta sermonis inaequalitate agere interpretem? Et pandere te mysteria, dicere vis, et id tamen facere cautè per aenigmata, quibus arceantur oscitantes. Haec utique sincera est oratio mysticorum omnium: hanc laudo, quoad caetera; in Harmonicis, disciplinâ mathematicâ, non recipio. Tu, si placet interpretamentum, causam dicito, 30
cur igitur mihi succenseas, modum scribendi per aenigmata tibi tribuenti: Qua re tantum opprobriorum commerui, ut *simiam me*, communi cum arte ipsa epitheto, ut *Mysterium meum cosmographicum nomen sine re*, appellares; *ut secretorum ignorantiam* exprobrares, *intellectum* mihi *imaginarium et lucem illi praestigiosam* tribueres, *vanitatem* objiceres? Velim te respicias in posterum diligentius: ne tuae ipsius aestimationi noceas. Nam me quod attinet, mihi neque recantatione tua neque contrariâ laudatione opus est: neque efficies hac importunitate, ut detrectem tecum velitari, quoties id sine meo sumptu et cum aliquo lectoris profectu potero. 40

5) consonantias coelo, terra, non

Quantum nunc per Deum immortalem bilis, in membro Analyseos altero. Cum ego *Chymiam cum* HERMETIS *et* PARACELSI doctrinam ne verbulo quidem pupugerim; nisi quod rem omnibus notissimam narro, obscuram et tenebrosam esse; cum *titulum Hermetici nec odii nec ludibrii causa tribuerim*, sed ut nominatione sectae, morem philosophandi, quem in tuo libro deprehendi, lectoribus futuris describerem evidentius; cum haud quaquam *dedecoris aut infamiae in parte posuerim*, HERMETIS *esse discipulum;* cum *nec oderim, nec damnaverim, nec pro nihilo habuerim* hanc facultatem: tu tamen cum panoplia in me consurgis, Mathesin Mathe-
10 maticosque omnes in certamen vocas cum Chymia cumque HERMETE. Frustrà quidem, quantum ad me: nam lectores adhortor, legant pensitentque quae tu hoc loco scripsisti Chymiae sociarumque disciplinarum, ipsiusque HERMETIS encomia: circa Mathesin verò et cum vanam Geometriam, cum motuum stellarum inquisitionem phantasticam proclamas; ne te audiant; nisi cum ista scribis de omni temeritate: *Nam quae maior est deliratio ac vecordia* (utor ecce verbis tuis), *quam eam damnare et pro nihilo habere scientiam, in qua prorsus nihil olfeceris ?*

Non sunt adeo ROBERTE divisa, Mathesis et Chymia; ut in eundem Pag.13.
hominem non cadant, qui Mathematica tradat dilucidè, verbose, per
20 literas et diagrammata, Chymica more sectae. Vis scire conjugii huius exemplum ? Accipe TYCHONEM BRAHE, cui in parte Operis ego successi. Quam ille fidus silentii custos in Hermeticis, tam fidelis contra perspicuusque doctor, quoties in Mathematicis aliquid in vulgus proferendum sumpsit: nulla tunc ille comminisci solitus est aenigmata, nihil in picturis tradidit, non pollicitus est motus caelestes docere sine quantitatibus; non dedignatus est subvenire ingeniis infirmioribus, vel ipsâ calculi formâ, compendiisque publicatis.

Illud seorsim tibi, maioris evidentiae causa regerendum hoc loco censui: magnâ cum injuriâ meâ te efferbuisse, qui duas mihi sententias
30 impias et blasphemas tribueris, alteram quidem cum typo variante expressam, ut lector credat, formalia mea referri; fol. 12. lin. 41. Me *haec omnia invenisse ingenio meo proprio*, intelligo namque hoc abs te esse oppositum lineae antecedenti, qua *concedi* scientiarum arcana dicebas *per acquisitionem Spiritus Sancti, cuius solius sit haec omnia verè docere.*
14 Iterum: me, dum *Solem fontem* [1] *motus voco, titulum hunc derogare creatori, arrogare creaturae.* Vereor, ut est natio hodie perversa, ne non ista iniquitas ultra verba se in facta ipsa proferat, si lectorum aliqui tibi temere credant, non inspecto meo textu.

2) me *statt* ne

Ad Analysin XII.

Pag. 14. Sex meis lineis, iisque brevibus, plus tu quam sex plenas paginas refundis. Vtinam ex iis plurima ad profectum lectoris depromere et explicare possim.

Primum *jactantiam* mihi exprobras, ut plerumque. Non metuo, ut hoc credat lector. Versor in eo instituendo, discrimina librorum proponenda fuerunt, quorum hoc non est postremum. Rogatus quid intersit, respondeo, aliud mihi esse institutum, aliud tibi: te à veteribus transsumere, transsumptis uti; me videre ne quid praeter naturam transsumatur: te de confusis non cogitasse, me insuper et disponere voluisse. Quibus verbis simul causa lectoribus insinuatur, cur nobis non per omnia conveniat: hoc quoque ex usu lectoris.

Deinde quiritaris, *me tentare tuam ignorantiam atque inscitiam Mundo propalare:* planè falleris aut fallis. Ego ut dixi, mea cum tuis comparo, ut lectorem erudiam, quem scio ex *ignorantia et inscitia* cuiusquam haud quicquam proficere. Pergis me nihil tribuere propriae tuae inventioni. Si attentum habes animum ad res, de quibus hoc textu ago: fateberis id ipsum. Cur ergò falsum ego de te dicerem? Quaeritur quas tu tradas proportiones harmonicas? quibus numeris comprehensas? quid tibi tonus? quid semitonium? Haec tu omnia à veteribus; ego, utcunque inveniantur aliqua etiam apud veteres, non tamen, ut à veteribus, transsumo, sed dissimulatis authoribus, ab ipsis fundamentis eruo. Tu reluctaris et quae inveneris indicas. Quaenam illa? Hieroglyphicae picturae. At hic vince, me non pugnante, non erat mihi hic sermo nisi de intervallorum proportionibus. Nec probro tibi dedi, sequi veteres, errantes licet, dummodo hoc te lateat. Non omnia ubique nec sunt tractanda, nec possunt tractari.

Petis *instantiam incorrectionis et confusionis?* Ecce. Semitonium cum PLATONE definis ordinariè numeris 243.256. Hoc incorrectum. Non dantur enim duo toni maiores deinceps, ut eorum summa 64.81. subtracta à 3.4. relinquat 243.256. Et hoc jam esto confusionis exemplum; quod tonos cum PTOLEMAEO duos habes 8.9. et 9.10. eisque addis semitonium 243.256. Atqui si sunt duo toni deinceps alter 8.9. alter 9.10. summa 8.10. vel 32.40. ablata à 3.4. vel. 30.40. relinquit semitonium 30.32. id est 15.16. Est itaque confusum semitonium PLATONIS cum Tonis PTOLEMAEI. Talia plura occurrunt, non ideo reprehendenda in usurpante, si propositum ei fuerit, sequi veteres; at cavenda à legente, si aspirat ad emendatam Harmonices cognitionem; qua re et monenda à docente, si vult officio functus videri. Non haeret igitur in me conjectum *invidiae caninae* probrum: Nec probas crimen, quod intentas,

accusari te à me pro imitatione opinionum aliorum. Nam ego mihi laudi duco, sequi veteres, non errantes: et gratulor humanae foelicitati, quoties id posse mihi videor: Idemque quoties hoc non possum, desertis veteribus ad naturam transfugio. Nulla hic *inconstantia;* nam utrâque viâ constanter ad Veritatem tendere propositum habeo.

PYTHAGORAE igitur et BOETII intervalla quod meis praefers, non antè persuades, quam objecta illis à me dissolvas, mea firmamenta demoliaris, idque verbis et diagrammatibus quantitativis: nimio enim mihi constabit, cum vestris sapientiae filiis trans mare currere, ut haec abs te oretenus sub fide silentii hauriam, tuisque aenigmatibus repraesentata tui *templi* picturâ *expressa* intelligam.

Consentaneum dictis est, ut tibi ego gratias agam, loca conquirenti ex libris meis, ubi veteres ego sum imitatus. Etsi rectius id ego ipse fecissem, citraque hallucinationis periculum. Quaecunque tamen hic tu congeris, ad alias spectant Materias; at membrum comparationis, quo de nunc agimus, est de ortu Harmoniarum in specie: hîc idem ille ego, qui alias veteres toties imitor, nunc eosdem respuo, rerum naturam consulo. Nulla hic *assertionum mearum inconstantia.* [1]

Mavis tu BOETII, *GVIDONISque sententias sequi, quam meas, qui verâ scientiâ multis gradibus iis sum postponendus?* Excusationem habes, quatenus speculatione insuper habitâ, tendis ad praxin. Huiusmodi enim contenti sunt authoritate famâque scriptorum. Mihi causas examinanti legitimè, nulla sufficere potest authoritas, praesertim si famosi scriptores in errore aliquo deprehendantur. An tu quenquam existimas eo provectum scientiâ multiplici, ut in nullâ re erret? An impossibile, ut quod vel ARISTOTELES vel HERMES tuus sic erravit, id videat discipulorum unus? Quibus positis, non equidem effecerint centum millia verorum dogmatum in sapientis animo impressorum, ut error unus interspersus non sit error.

Si KEPLERVS inquis, *Veterum profunditatem in Natura intellexisset, Astronomiam suam falsam, Harmoniam imaginariam exclamaret.* At hoc ROBERTE non est refutare. Nego sententiam meo conditionis positae sensu. PYTHAGORAM enim et BOETIVM circa quidem astronomica et Harmonica, sine te interprete intelligo. At tuo sensu fortasse verum est, si pennis illis tuae imaginationis instructus essem; fortasse transvolarem à meis correctionibus ad Veteres; quin imò vel cum PLATONE intonarem,

ἤφαιστε πρόμολ' ὧδε· Κεπλῆρος σεῖο χατίζει.

Variis corporum resistentiis consonantias diversas procreari, exque tuis unicam mundi Harmoniam procreari: et infra, pag. 15. l. 29. *Harmoniam naturalem*

36) ac *statt* ad 38) ὧδε

esse inter actiones benevolas et passiones benè dispositas, animae mundanae cum eius substantia materiali; haec inquam pars est orationis tuae, pars aequivocationis, jam suprà tactae. Mihi consonantia in sonorum mixtione est, quos elicit corporum conflictus; Harmonicae proportiones inter quantitates sunt, motuum praesertim; non inter ipsa corpora, nec inter resistentias. Loquimur arbitratu quisque suo, nec hoc diverticulo ad conflictum invicem obviamus.

Si *condemnare* est, refellere unum in Harmonicis errorem (ut de duobus tonis maioribus semper se invicem insequentibus, et similia): age ad te esto provocatio, tu revide acta, meas rationes refelle: pone et ipsorum verba, et tuam iuxta verborum interpretationem; dic ubi ego me ipsum *confundam, deteriora eligam, recusem meliora.* Hoc enim si et dixeris et demonstraveris, non me tantum, sed et lectorem juvabis. Nihil agis colligendo locos, ubi scriptores refuto, nisi etiam tu defendas, quae me putas malè refutare. Dico ego authores ipsos mihi concessuros, si
Pag.15. praesentes adsint. Importuna hoc loco est tua vis eloquentiae fol. 15. non in me solum directa, sed in illos ipsos etiam vibrari potest, quos tu ad speciem propugnas, praecipue in ARISTOTELEM, qui dimidiam partem Operis sui consumit refutandis veteribus. In jactabundos sic inveharis, aut in victos, non in luctantes et pugnantes.

Qualem te verò correptorem invidiae praestas, dum quoties ego verbum de meis institutis discriminis indicandi causa, profero; continuo tu mihi *philautiae jactantiaeque* alapas impingis? Non versor in paeane operi meo pangendo, sed in explicando scopo, quem habui propositum: ut appareat aliud abs te quaesitum, aliud à me: num sim assecutus, lectoris esto judicium, praesertim ubi censuras tuas, quae jam sequuntur, measque defensiones contra se invicem posuerit. *In libro* inquis *primo nihil ad veram mundi Harmoniam invenimus, sed comparantur figurae.* Non puto me facturum operae precium, si te adhorter ad legendum librum diligentius: non enim parebis: solum lectorem moneo; non legit ROBERTVS, non pensitavit, aut si pensitavit, ludit, ergo aut cavillatur. In praeambulo indico, causas Harmoniarum petendas ex Geometria, ex divisione circuli, quae fit per figuras regulares demonstrabiles: liber ipse figuras exhibet. Nondum sanè Figurae sunt idem quod Harmonia, sunt tamen via ad illam. Quid? Si dum sponsa comitur nondum sunt nuptiae, nihil ergò sponsa facit ad nuptias? Aut si nihil agit EVCLIDES libro IV. de corporibus solidis, sed solum de figuris planis; nihil ergo facit liber IV. ad solidorum quinque formationem libro XIII. sequentem? Sed video, quid volueris ROBERTE, in sinum gaudes, quod me commoveris, rides defensionem non necessariam. Quare nihil addam amplius.

6) divertigio 10) re vide 21) verò comptorem

Libro meo secundo, tribuis mihi, quod *credam in quinque corporibus regularibus consistere vim Harmoniae mundanae*: Rursum praepeti volatu turbo transcurrit igneus ingenii tui volatilis, quod fixum facere jubet
16 HERMES tuus. Liber meus secundus adhuc in [1] figuris versatur, quae libro tertio constituent coaptabuntque proportionum Harmonicarum terminos. Agnosco tamen ideam quandam Harmoniarum Mundanarum, praesertim radiationum, in congruentiâ figurarum Geometricâ, dum illae adhuc in abstracto considerantur. Ex hac congruentia, quae graecis est ἄρμοσις, prima petitur origo vocis Harmonia. Verum hic sensus
10 vocis adhuc generalior est, quam proprium operis mei subjectum: significat enim nudam applicationem laterum in figuris, quarum anguli locum solidum vel planum implent. Quanto magis improprius est significatus vocis; cum quis etiam Orbes caelestes, inter se congruentes ad normam Orbium Geometricorum, qui et figuris solidis inscribuntur et circumscribuntur; si hanc inquam congruentiam quis Harmoniam dicere velit? Ego quidem, ambiguitatis vitandae causa, nunquam id dixi: Non enim Harmoniam, inter Saturnum et Jovem, hoc quidem orbium respectu, sed proportionem Orbium cubi, seu figuralem dico interesse. Scapham appello scapham. Vide lector quid intersit, ex meo libro de
20 sententia deque locutionibus meis judices, an ex interprete ROBERTO. Nequaquam igitur in Cubo consistit *vis Harmoniae Mundanae* inter Saturnum et Jovem: alias ego doceo proportiones Harmonicas inter motus horum planetarum, quae etsi cognationem habere cum Cubo debuerunt (quippe juxta invicem habitandum fuit et illis et huic, nec impediendus hic ab illis) non tamen illae formantur à Cubo, figura solidâ, sed à figuris planis; nec libro secundo locus est explicationi plenarii ortus Harmoniarum, sed libro tertio; nec ante quintum librum, Harmoniae, quamvis jam formatae, potuerunt applicari mundo seu Planetarum motibus. Sed tu falsam de sensu meo persuasionem, conceptam (propterea, quod Mysterii mei Cosmographici materiam praecipuam esse interpositionem Corporum eamque in Harmonicis libro V. repetitam vidisti) hanc inquam persuasionem semel conceptam per totum tuum discursum Analyticum retines, magnam eius partem intermissurus, si hunc errorem animadvertisses.

Libro meo tertio nihil ais *inveniri, nisi Musicam meram artificialem, ex plurium Veterum Authorum libris decerptam, nihil ex proprio.* Si Musica artificialis idem tibi est quod humana, profecto haec libri tertii materia est, sic tamen, ut circa ortum Harmonicarum proportionum moneam, subintelligendum esse generale quippiam, quod sit abstractum à voci-
40 bus tanquam à subiecto physico, vel materiâ. Sin autem vox ista *arti-*

9) ἄρμωσις 34) huc 38) Harmoniarum

ficialis à te in id usurpatur, ut excludas *naturam:* jam dudum respondi ad haec, Artificiorum humanorum fundamentum esse Naturam: imprimis in consonantiis, quibus utitur artifex, non aliud huius, aliud illius auribus placere; sed eundem consonantiarum numerum ab omnium hominum auribus approbari, quod indicio est, naturae hoc opus esse. *Ex libris authorum decerpta sint* capita libri, an *ex proprio:* non est animus nec locus tecum litigare: sufficit quod verum id est, quod in comparatione dixi, *ea quae à veteribus possunt transsumi, me ex rerum Naturâ eruere.* Definitionem ego certam pono consonantiarum. Hanc definitionem recipit, quicquid auribus probatur ut consonum; respuit, quicquid aures respuunt, ut dissonum. Horum aliqua etiam PYTHAGORAS consona dixit, aliqua consona ipse negavit, PTOLEMAEVS affirmavit. Non tamen ego neque illa neque ista recipio inter consona, quia PYTHAGORAS, aut quia PTOLEMAEVS id dixit, sed quia primum aures, deinde Definitio mea recipiunt illa inter consona. Nolim equidem novam auribus Consonantiam invitis obtrudere *de proprio:* nunquam tanta me gloriae cupiditas incessit, ut Naturae obtrectandum censuerim; sufficit mihi, si causas eorum quae Natura monstrat, in luce ponere possum. Frustra ergo tu mihi adimis, quod comparatio mea nuspiam arrogavit. *Negas me Harmoniae meae materiam secundum promissum è rerum Natura eruisse, aut à fundamentis constituere.* Materiam quam tu dicas Harmoniae, ego non conjicio; neque de Harmoniae materia quicquam huius ego promisi: sed hoc me voluisse liber ipse tertius testatur, me causas cur certarum quantitatum termini, in voces naturales introducti, faciant eas consonare, aliarum quantitatum termini hoc non faciant, huius inquam rei causas me è rerum Naturâ eruisse. Vin' igitur tu scire, quae sit illa rerum Naturâ? Anima humana, pars est naturae: in anima relucet circulus, cum suis divisionibus per regularia plana, propterea quia animus est imago Dei: Ex divisione circuli, quae fit in ipsius animae essentia,[1] secundum PROCLVM, tui JAMBLICHI discipulum, constituuntur termini Harmoniarum intellectualium, in mundo, ut tuus JAMBLICHVS, intelligibili, ut ego, in Mente divina, cuius exemplar hîc est Humana, characterem rerum geometricarum inde ab ortu Hominis ex Archetypo suo retinens. Amplius, Auditus pars est Naturae, testaturque is de Sonis, eorumque quantitatibus, quas sensus communis repraesentat intellectui. In his si invenitur proportio in intellectu iam ab origine relucens; Soni hi censentur Harmonici, hinc oritur delectatio ab iis. Haec sic in genere. Jam in specie, pars Naturae rerum intelligibilium est Triangulum, pars Quadrangulum, et sic de caeteris: et quodlibet distinguit circulum in partes, quae fiunt quantitate seu longitudine sua, termini proportionis

Fundamentum naturale Harmoniarum.

18/19) tu tui mihi

alicuius Harmonicae. Ad numerum Consonantiarum sic constitutum sequuntur reliqua quae insunt in Cantu artificiali Naturalia. Jam ito tu, ROBERTE et prius everte has partes Naturae, subrue haec fundamenta; tum demum nega, me promissum implesse, *naturaliter processisse*. Negas me quicquam *ad naturae leges emendasse, confusionem evitasse:* non rectè negas. Qui quantitates Consonantiarum concinnorumque exscribit ex Veteribus, is interdum aliam invenit quantitatem, verbi causa semitonii in PLATONE, aliam in PTOLEMAEO. Ergo hoc observans exscriptor, duplex ait esse semitonium alterum 243.256. alterum 15.16. Ita nascitur opinio falsa, quasi natura doceat et monstret utrumque, aut quasi rectè promiscuo usu vel hoc vel illud adhibeatur. Haec itaque confusio quaedam est, Platonici semitonii cum naturali: quae maior fit, si etiam id adiungatur, quod relinquitur abscisso naturali 15.16. à Tono maiori 8.9. Relinquitur enim 128.135. semitonium minus, seu Diesis maior: quod tamen ego distinctionis causa et *ut confusio vitetur*, limma malui appellare. Quaecunque igitur quantitates ex opinionibus veterum nascebantur quas ego non eruebam ex ipsa Natura, id est ex figuris regularibus, aut ex comparatione mutua Consonantiarum ab iis derivatarum: illas ego dimisi, ut plurimum intactas: quas verò ego elicui, ad placita veterum non applicavi, ubi confusio metui potuit. Diatessaron quidem applicavi, quia non errant hic veteres, Diesin vero non applicavi non comparavi hoc est aequiparavi, cum eâ quam veteres diesin dixerunt, quia illa diversa est à mea: Idem tenendum de limmate meo et Veterum, cuius alia quantitas, alius abscindendi modus. Sic cantus genera, durum et molle, non comparavi ego cum iis generibus, quae Veteres agnoverunt, quia à confusione lectori meo metui: non enim fundatam inveni in Natura triplicitatem illam generum cantus.

Libro quarto *videor* tibi *tollere Harmoniam omnem praeter circularem* Pag.16. pag. 16. Etsi primae terminorum Harmonicorum ideae sunt in arcubus circuli, à figura regulari divisi; tamen illae multiplicantur etiam in rectas quantitates; nec enim amplius fiunt termini Proportionis propter figuram circularem, ut quae divisione iam est destructa, sed solum propter longitudinem quae reperitur etiam in rectis. Non igitur circulares facio Harmonias aliter, quam respectu primarum idearum Mentalium ortusque earum ex circulo.

Hic tu etiam me mactas, ROBERTE, tuis additionibus: Vbi voluntatem egregiam collaudo, caeterum operam deprecor in Meteorologicis meis Harmoniis, nullas ego partes Musicae diversas, diversis Planetis signisve accommodo: mens tua ut video, praecurrit oculos. Rursum Harmoniam angulorum tantum abest ut *in motu consistere* dicam lin. 23.

20) Diatesseron

ut potius quamdiu et in quantum moventur planetae continua sit dissonantia, Concordantiae verò omnes, in quas planetae motu transeunt, sint momentaneae, si exactissimè res pensitetur. Sed nec, quomodo *mixtam* ego statuam *Harmoniam*, satis clare lin. 25. explicas. Mixtam patior appellari, quia cum radii, qui angulos, proportionis Harmonicae terminos, interstinguunt, sint coelestes, angulus tamen ipse, qui terminus fit proportionis, in terrâ formatur. Nec nihil deest et illi tuae narrationi, dum lin. 32. *sextilem* à me ais *comparari tertiae molli*. Non ipsi, inquam ego, sed eius sociae Diapente *Epidisdiapason; ita et de caeteris omnibus*. Atque hic lin. 39. repetis comparationis meae verba quae ego tantum de libro III. deque investigato Harmoniarum omnium ortu ideali scripseram: ut facile apparet, consideranti, quae ego tui Operis capita, cum quibus mei comparaverim. Audiam tamen obiectiones tuas, si quid illae forsitan operi meo, praeter et ultra verba ista, perperam huc applicata, ereptum eant.[1]

Videtur inquis, *quod non angulus in terra duarum radiationum, causa sit* 18
tempestatum; sed potius influentiae cuiusdam virtus occulta et admirabilis. Haec mi ROBERTE, vox est unius è communi coetu doctorum, qui nullam dum operam posuit in pervestigatione causarum. Ex admirando, inquit ille coorti sunt studium atque labor investigandi. Hic cum tu meas molitiones videas; iam dudum enim et ego unus illorum fui, qui *influentias*, qui *occultas* coelorum *virtutes admirabar:* miror equidem, cur non aliâ re censeas illas reprimendas, quam pristinâ illâ et obsoletâ *admiratione*. Hoccine igitur est, philosophum agere, ROBERTE, philosophantem obiectu ignorantiae inveteratae prohibere ab aditu penetralium Naturae? Et quantae quaeso sunt vires illius tuae vocis *Videtur*, quas cum argumentis meis conferas?

Vnde sciatur aspectuum efficacia, et quod eius causa sit aliqua facultas animalis in Terra.

Aspectus in coelo non est, in Terrâ formatur: in terra verò et circumfuso aere, sequitur aspectum commotio: aspectus ergò causa est commotionis tempestatum. Rursum, non omnis angulus coincidentes habet motus aeris, sed ille tantum, qui in Geometria invenitur Harmonicus. At Geometria Ens rationis est, quod per se nullam habet efficaciam. Oportet ergo ut Geometria haec latens in aspectibus, agat obiectivè. At obiectivè in nullam rem agere quicquam potest, nisi in facultates animales, ut Musica in auditum Agricolae saltantis. Quod igitur causatur motus aeris ad praescriptum Aspectuum in terrâ formatorum, id est animalis facultatis particeps, et in terrâ praesens: et quia id meteora versat penè arbitratu suo (nec enim id bini planetae faciunt, ut penes quos in coelo currentes nihil est de aspectu praesenti terrestri; nec id facit aspectus ipse, ut qui accidens est radiorum, et propter suam geo-

8) Nam *statt* Non

metricam conformitatem, ens rationis) his igitur tot rationibus conficitur, id esse quoddam genus Animae. Tu has ROBERTE, rationes pensitato, tum demum quid tibi *videatur*, rescribito. Nam nunc quidem nullius momenti est illud tuum *videri*, dum *Influentiam* quidem nominas, vocabulo accidentis de Praedicamento Actionis vel Passionis (in genere, Motus), interim tamen huic Influentiae non *Naturam* tantum, sed etiam *Appetitum*, ut substantiae cuidam tribuis, ad quem ille aerem huc atque illuc flectat. Quomodo enim ex hoc tuo *videri liqueat*, falsam esse meam sententiam, potius quam ex rationibus pro meâ sententiâ productis
10 liqueat, falsum esse tuum obscurum *videri*, sine rationibus, solâ sapientis nescio cuius authoritate, nec eâ liquidi sensus, munitum? *Spiritum solarem* si tu hic substituis, dic igitur cur spiritus iste solaris non aliis nisi illis temporum momentis moveat aerem cum binorum quorumcunque planetarum radii configurantur in terrâ? quo medio Spiritus iste Solis pervestigat, quid de planetarum radiis fiat in terra? Quanto facilius est ut ibi potius sedem figamus Spiritui, ubi cognoscit, ubi et operatur secundum quod cognoscit. Illud tu agis, hoc ego. *Virtutes* agnosco *sapientiae ubique agentis*, omnes omnino facultates animales, seu in Terra seu in plantis, sive in Homine. *Dispositiones* vero in coelo, vel *Spiritus*
20 *solaris*, vel *sapientiae ubique agentis* ego nullas novi, secundum quas Natura sublunaris concitetur. Concitatur enim secundum certas dispositiones radiorum in terra, hoc experientiâ perpetuâ constat: at in coelo dispositiones istae nequaquam insunt ob idipsum, quia in terrâ insunt. *Spiritus Solis* ais, *dat planetis vitam et animam*. Quid commodi habet tua sententiâ prae mea? Tu ad quodvis momentum novam educis planetarum animam ex spiritu Solis, per quam bini planetae inde ex sedibus suis coelestibus, meteora cieant in sublunari Mundo; idque ad praescriptum aspectum in Terra. Quantae hae ambages? Quanto ego probabilius, ibi hunc, si ita vis, spiritum pono perpetuum, ubi praesens illi
30 lex agendi, ubi et opus eius, in natura scilicet sublunari? Aerem dicis *Animae mundi spiritum inferiorem*. Non contendam hac de re tecum, ea, quam ego dixi Terrae animam, sit ne seipsa quaedam separata anima, anne potius alterius Animae maiorum gentium Spiritus: ut si quis in corde animalis Animae sedem ponat, in oculo non Animam neque illam decumanam, neque separatam minorum gentium, sed saltem spiritum plenum specie illius Reginae in corde sedentis in se egressa. Sit inquam hoc ita, sit mea haec Anima, quam terrae tribuo, nihil aliud
19 quam spiritus Animae Mundi alibi sedentis.[1] At huc adduci non possum: ut largiar tibi, materialem hunc aerem illum ipsum esse spiritum,
40 qui et percipit Geometriam aspectuum in Terrâ formatorum, et secun-

10) tuam obscuram

dum eam meteora ciet actibus intermittentibus, velut ad edictum Praetoris comparens.

Nam nec illa Geometriae impressio fit in materiam, obtusa nimis est illa, sed in solam talem naturam, quae rationis est quodammodo particeps, cum Geometria sit rationis habitus: et haec efficacia in Naturam sublunarem, maioris est operae, quam quae à crasso aere, quem tam facilè excludimus ab inanibus, praestari possit.

Vnde, pergis, *vis radiationum est in aere*. Vnde inquis inesse? Num ex eo, quod Planetae coelestes animam à Sole accipiunt? Id enim ante hoc *unde* legitur in tuâ oratione. Atqui nihil opus est Planetis Animâ, qua negociante, radiationum in terrâ formatarum vis veniat in aerem. Nam si hoc esset: illa planetarum anima cum radiationibus ipsis iter haberet necessarium in terras usque. Atqui hoc fieri non potest. Nulla enim *est vis in aere radiationum*, nisi quando Geometrica aliqua conformitas in aspectu seu angulo binarum radiationum est spectanda. Hoc verò quis internuncius hinc à Terris usque ad Saturnum et Jovem indicet, ut inde animas vel cuiusque suam, vel utriusque communem in terras deducat, ut hîc illa *vim aeri* conciliet praesens. Dixeris potius, lumen ipsum planetarum, ex quo radiationes constant, hanc esse Animam, sicut antea nostrum hunc aerem, fecisti spiritum animae Mundi. Mihi omnia succedunt facilius, facultatem aliquam spiritalem in Terra ponenti.

Terrae animam, dicis, *potius esse ab aere et in aere, quam ut aeris motus à Terrae anima procedant*. Non pugno, quin imò sic publicè profiteor, hanc quam dico, terrae facultatem, animalis similem, per speciem egredi etiam in aerem circumfusum, ibique pro re natâ, gignere Bruchos, Cicadas, et alia insecta. At praecipuam illi sedem in aere ponere, excursus solum in terra concedere: hoc perinde mihi videtur, ac si quis animae saltem vegetantis in homine, sedem praecipuam diceret, vapores illos ex corpore expirantes, inque sinubus corporis haerentes; ubi pediculos et similia gignit.

Quomodo aer det vitam.

Pergis, *Aer vitam dat aquis et terrae, et omnibus ex iis compositis*. Velim scire, num tecum stare contendas ARISTOTELEM? Hic quidem omnia ista calori Solis tribuit, aer illi inter instrumenta est. Et quam tu dicis *vitam in aquis et terris*? Nonne pisces innuis illic, hic plantas? Ego verò vocem olim obscuram à Chymicis tuis hausi, Solis esse beneficium, non aeris, quod mare scateat monstris, quod terra plantas sine semine, quod lacuna, Solis ardoribus tepefacta, mures producat. Quomodo vitam aliis dabit aer, quam non habet ipse? Nisi tu sub aeris voce nobis quippiam divinius obtrudas: quam est iste nos circumstans, ex humoribus extenuatus vapor. Scio pisces aerem continere in geminatâ vesicâ, sed

Cur piscibus vesica aere distenta?

35) Salis

quae illis instrumentum est motus et quietis, et cuiusdam quasi suspensionis naturalis ex aquae superficie: itaque restat iis hic aer vesicis inclusus, etiam cum anima excessit, corpusque exanime dependet iam à ventre, qui vesicam hanc continet; cum prius id beneficio animae, niteretur incumbens ventri et sustentatum ab eo.

Adeo differt instrumentum à motore, aer ab anima. Scio etiam animalia beneficio aeris animam retinere, intercluso illo expirare; non est tamen aer anima ipsa, nec vitam dat inspiratus sed ventilat flammam vitae in cordis latebris flagrantem, vetatque ne illa seipsam suapte fuligine suffocet; suffocatam aut non ardentem ipse nunquam ultro incendit, multo minus vita ipse est, aut ab ipso cocta. De plantis nihil simile dici potest; nullas hic vitae partes tuetur aer, ne ut instrumentum quidem: nisi in quantum igni et flammae similior est vita plantae, quam aeri: et tamen secundum te *aer* etiam *terrae vitam dat.*

Mirum equidem, Terrae tu das vitam, neque me pateris eidem inspirare suam animam, qua vivat.[1]

Aeris motus à terrae procedere animâ, hoc est paulo alienius verbum à mea philosophia. *Propius* vero est dicere, aerem gigni ab anima terrae; haec enim caloribus subterraneis concitatis foris etiam adiuta Solis caloribus, humores subterraneos in vaporem attenuat; eum in modum, quo hominis anima sudores simul et evaporationes ciet, irritata mithridatico, aut motu corporis exaestuans. Jam vaporibus exhalantibus, reliqui motus, gravitatis et levitatis, caloris et frigoris, densitatis et raritatis momentis ultrò sequuntur. Sed argumentum etiam audiamus unum: hactenus enim meras sententias loquebaris. Si anima terrae tempestates in aere concitat, *corpus igitur suum ipsa destruit et dilacerat.* Hoccine tibi ROBERTE absurdum? et nunquam tuam ipse linguam errore praecipitatus momordisti? nunquam sulcos in cute egisti unguibus? An forte non tua hoc praestitit anima; sed dentes et ungues seorsim ab anima? Verum tu ad sententias reverteris, *Anima universalis mundi est, unde tempestates, Cometae etc. procedunt.* De Cometis nihil obloquor, non enim eos ex terrâ, minusque ex aere nostro oriri puto, aut certè paucissimos. De tempestatibus cedo rationes aut fatere nihil abs te dictum esse. *Est* inquis *aer passivum*, illius Animae Mundi proprium, *eiusque* Pag. 17
actionibus magis aptum. Quid? si de Terrae anima dicerem ego idem: verisimilior equidem haec esset familiaritas inter vicinos, inter aequales; quam ut tantum negocii sit illi Mundi amplissimi animae in his aeris nostri angustiis, *ut affatim illa in his natet et agat.* Verum et hoc nego, aptiorem esse aerem suscipiendis Animae terrae actionibus quam humores corporis Terrae. Quid quaeris? aer extra est, humor intus: in

10) ardenter 11) coita 35) ac hominibus *statt* actionibus

humore calor ab anima concitatus invenit quod agat, aer jam attenuatus vim illius evasit. Sic igni actio est in lignum, in cinerem non est.

Velim etiam scire quodnam illud sit *simile animae mundanae, quod è coelis quandoque impluit*, quod non sit configuratio harmonica, ut ego doceo, sed *quod fortificetur ab illa*. Velim scire quid conferat *exhalatio terrae magnetica, ad suscipiendum spiritum* id est aerem. Anne hoc vis, terram exhauriri exhalatione illa, eoque sitientem, sese attractu aeris reficere? Magnetica exhalatio, ROBERTE, non est materialis, sed potentialis; est enim formalis corporis potentia aspirare ad unionem cum sibi simili. Quod si terrae ad generationes opus est aere, facilius hic illi suppeditabitur ab intus, calore extenuatis humoribus.

Cur sudent marmora pluviis ingruentibus.

Crebris à te sententiis, ROBERTE, dissideo. Problema iucundum cur sudent marmora pluviis ingruentibus? Tu respondes, aerem jam humectum ingredi, salemque marmoris resolvere. Pondera ergò marmor; et refer, quanto id sit factum levius, si tantum salis foras misit. Ego quidem spero me lectori satisfacturum melius. Non solum marmor, non semper hoc praestat, sed tunc tantum, quando frigus et marmori et densis omnibus impactum haeret tenacius, tunc subito superveniens vapor humectus et tepidus, resolvitur occursu frigidi in aquam, adhaeretque superficiei marmoris. Nam tepida sunt et rara; quae frigidi occursu condensata, locum capiunt angustiorem; itaque tepidae partes vicinae succedunt, ne detur vacuum. Ita fit ut aer tepidus feratur ad marmor. Non probat igitur hoc exemplum, aerem in terram ingredi, si foris adhaeret.

Aliud argumentum ducis à pluviosis constitutionibus, putasque defecturam maris copiam, si inde materia, et non ab aere. Puto ego contra defecturam aeris copiam multo citius. Sic enim in Opticis olim et verè scripsi, plus esse materiae in unica gutta aquae, quam in aeris amplissimo spacio, quod scilicet impleat conclave totum. Igitur maiorem ego assensum spero, qui pluvias non ex aeris externi, ut tu, sed ex vaporis adhuc à matrice sua subterranea tepentis condensatione genero. Erat enim humor subterraneus, et calore subterraneo, ab Anima terrae concitato resolutus in vaporem, expiransque in frigidum aerem, continuò in formam aquae revertitur. Adhuc igitur benè stat anima terrae.

Post argumentationes ad conclusionem tandem lin. 16. devenis, neque tamen desinis intermiscere consequentias. Si *aer* talis est *spiritus*, qui *vitam* inspirat, ut tu probare visus es, ego refutavi; et si huius *spiritus anima* (quam mundi animam esse supra docuisti) *est ignis* (de quo alibi sobriè vide Harm. lib. IV. fol. 163.) sequi tibi videtur, ut [1] *aer recipiat influentias et radiationes coelestes, infundatque receptas, in viscera terrae*. At

2) longum *statt* lignum 5) quid fortificetur

mihi hoc non videtur ex illis sequi, si etiam vera illa concedam. Recipit quidem, hoc est, admittit aer radiationes: nihil enim illas impedit, ne terrae quidem opacitas; penetrantior quippe vis est inconspicua radii, quam lumen visibile. Exemplo est virtus magnetica, quae transspirat per aureas laminas. At non sic recipit aer radiationes, ut eas à suis formationibus geometricis singulas internoscat. Aer enim materia est, corpus est: geometrica anguli pulchritudo, quae aspectum format, ens rationis est; animâ, vel simili facultate, rationis quodammodo participe opus est, ut radiationes hoc pacto recipiantur. Sed quales receptiones
10 tu statuas, id probant tuae transfusiones: de liquore loqueris non de effabilitate proportionum, re geometricâ: omnino quasi de coelo deplueret aliqua materia, quam tu influentiam dicas.

Concluseras, et ecce vicissim aperis, Novum argumentum: Terra passivum est elementum, non igitur agit in aerem activum. Tolle depositum, nihil pugnabo. Num verò ideò corpus illud Telluris etiam facultate animali caret, cuius efficaciâ vapores subterranei exciti, misceant et turbent aerem tuum? Terra passivum est elementum, etiam cum in corpore hominis est, nec ut id non sit, impeditur ab hominis animâ.

Tum etiam quaestionem mihi moves, *physici sint anguli isti, an mathe-*
20 *matici?* Perturbavit te multiplex aequivocatio, ut hic in me consurgeres improvidè et irrito? Non sunt sane istae lineae radiationum nudae mathematicae, sunt enim lucidae, lux verò res est physica; nec carent dimensionibus suis, cum stellae sint corpora, omnibusque punctis luceant. Quin ultrò tuas instantias augebo accessionibus eiusmodi, de quibus tu ne cogitasti quidem. Non sunt inquam ne singulares quidem anguli, ut aliâs in Mathesi demonstrationis causa pinguntur: tota enim natura sublunaris, quanta, quanta est, undique plena est angulis sextilibus, cum bini planetae sextilem faciunt, aut quadratis, cum quadratum; ob quos illa panno quodammodo comparari potest, subtemine staminibus in-
30 tercurrente undique. Radii enim à planetis omnibus ad omnia totius mundi puncta delabuntur. Tot igitur nominibus concedo tibi, radiationes esse physicas. At haec omnia in aspectu adhuc tantum materiae seu subiecti rationem habent: superest forma, ratio scilicet aspectus, ducta ex proportione Geometrica, res merè mathematica, merè intellectualis, et quae in nullum corpus recipi vel imprimi potest, seu solidum sit illud, ut terra et metalla, seu fluidum, ut aqua et aer tuus. Hoc inquam discrimen, separans sextilem à septili, ut ille sit efficax, iste non, nulla ratione ullam corpoream materiam movere potest: animali facultate opus est, quae hactenus sit Geometriae particeps et eius quidem congenitae,
40 non demum ratiocinationibus et disciplinis acquisitae.

9) receptione

Illud verò ratiocinium tuum non intelligo, *In primordio spiritus Domini vectus est movitque super aquis non in tenebris. Ergo radiorum visibilium anguli facti sunt in aere, non in terrâ.* Video quidem quo tendas. Mea terrae anima latet intus; quod si tu probaveris, radiationes manere foris; confossa igitur est philosophia mea, non movebitur Anima terrae ab aspectibus; quare cessante eius officio, unde animam ego demonstrare volui, ne quidem erit aliqua Terrae anima. Hunc inquam scopum tuum video: at quomodo ad eum collimes, non capio. Si visibiles anguli sunt in aere, erunt iidem et in terrâ, quia non reputatur distantia centri à circumferentia aeris in radiationibus planetarum, ac ne in Lunae quidem, plus quam quod duarum horarum spacio pensari possit. At inquis opacitas terrae impedit? Esto de lumine, nego tamen de virtute: do instantiam à magnete: radiationem eius non impedit soliditas auri.

Cur autem tu negas, angulos radiationum in terrâ? Quia *spiritus Domini* non sub terra (tu ais, *non in tenebris*, incogitans lucem tunc nondum fuisse) *sed super aquis* loco scilicet aeris, *ferebatur in primordio.* Quasi vero intersit ad radiationes, ubi spiritus Domini dicatur latus esse. Radiant planetae, coelis iam conditis, textus tuus ante coelos conditos intelligitur. Et loqueris, de angulis, non ut de accidente individuarum radiationum quotidiano et transitorio, sed ut de substantia durante à primordio, *angulos factos esse in aere.* Illud denique dabimus Theologis excutiendum, ROBERTE, [1] quod *Spiritum Domini*, ex verbis Mosis, tu dicis *animam totius*: nam ita me Catholica docere videtur Ecclesia, Spiritum Domini Creatorem esse; Animam totius, si qua est, Creaturam. Tanto minus igitur habes, quod à Spiritu Domini, ad radiationes tuis consequentiis deducas.

Linea 30. Bisextilem et Trisextilem falso meis admisces novis aspectibus. Non sum adeò stupidus, ut nomina sine re multiplicem: cum sciam illo Trinum, isto Oppositum aspectum constitui.

Durum tibi videtur *plures* esse aspectus, *quam sunt in Zodiaco partes integrales.* Non plures statuo mi ROBERTE, si pars integralis idem sonat, quod aequalium portionum una. Divide namque Zodiacum in Dodecatemoria, erunt aspectus Semisextus, Sextilis, Quadratus, Trinus, Quincunx, Oppositus. Divide rursum (potes enim) in Decatemoria; erunt aspectus Decilis, Quintilis, Tridecilis, Biquintilis, Oppositus. Divide denique in Octoemoria; erunt aspectus, Sequadrus seu Octilis, Quadratus, Sesquadrus seu Trioctilis, Oppositus. Potest dividi et in Heptemoria, non erunt tamen ulli secundum hanc divisionem aspectus. Ita non plures, at pauciores habeo aspectus, quam partes tuo sensu integrales. Rursum me oneras falso fine, *ut corpora regularia compararem aspectibus.*

Dodec.

Dec.

Atqui nullum extat huius conatus vestigium. Cur enim aspectus aliunde deducerem, quam à figuris planis? At nec illud verum est, Proportiones Harmonicas seu Consonantias in opere meo ortus causa distribui inter quinque corpora. In mysterio cosmographico tentavi quid huiusmodi: in Harmonicis potius discutio veteres has meas hallucinationes dum aspectus non ipsis Consonantiis simplicibus, sed earum sociis, consonantiis maioribus copulo: Cave lector quicquam huic ROBERTO credas earum rerum quas ille mihi tribuit, quarum fidem tibi liber ipse meus facere possit.

10 Diapason et Oppositionis aspectum ex iisdem ego fundamentis Geometricis deduxi: nec huius consociationis author sum primus, omnis astrologorum natio, inde à duce PTOLEMAEO dudum eam recepit. At tu ROBERTE, tanti consensus oblitus, in me solum intueris, me omnibus ictibus per omnes occasiones petis, ut comparationes meas disturbes. Veruntamen tu relictis consociationis huius fundamentis, quibus non subrutis, firma illa semper stabit; ad effectus coeco et irrito impetu transvolas. More receptum esse nosti, si dogma quoddam bene stabilitum est, ut cum obiectionibus postea levioribus transigatur. *Campanae* inquis, *in templis minime silent in oppositione Lunae cum malevolis, peste grassante.* Aspectuum vis in Epidemicis morbis.

20 Si benè conjicio, tu patriae tuae morem hic tangis, in qua qui sunt in agone constituti, ii campanae signo impetrato, publicas preces sollicitant. Non caret haec observatio, laude sua diligentiae et circumspectionis. Illud etiam philosophi remittent moribus astrologicae disciplinae, quod ab hoc effectu Oppositiones *lethales et violentas* appellas: etsi, qui me audit, ille non magis Oppositiones, quam vel haustus purgantes, clysteres, vomitoria vel diminutiones sanguinis lethales et violentas dicet.

Vera enim sunt epitheta de particularibus nonnullis eventibus, falsa, si vel naturam harum rerum, vel intentum authoris spectes. Legis his

30 consona fol. 168. libri mei IV. Ergo tu hanc *antipathiam* appellas, *sympathiam* negas. Imò inquam ego: si cum Astrologis loquimur, mera haec est sympathia, si quo tempore Luna à Saturno, aeger oppugnatur à morbo. Nisi missâ caelestium et sublunarium consociatione, sidera seorsim consideres; nisi hoc adscribas radiationi ex opposito, quod tunc Saturnus et Luna inter se dissideant. Atqui ne sic quidem Oppositio sustinet antipathiae crimen.

Nam haec antipathia, sciscentibus Astrologis, per Naturam inest sideribus, ac propterea non in oppositione solum tenet, sed etiam in Quadraturâ, in coniunctione. Ex adverso da beneficum planetam, nihil erit

40 in eius oppositione cum Lunâ periculi, quo de moneant astrologi. Non

10) Diapson 32) oppgunatur

est ergo in Oppositione sita neque Sympathia, neque antipathia, sed vires solum efficacitatis maiores.[1]

Atqui hoc ipsum est, quod cum Consonantia vocum comparari debet. Quod enim est in angulis efficacitas, hoc est in vocibus consonantia, quod illic inefficacitas, id hic est dissonantia. Nam etsi particulae *Con*, et *Dis* contrarietatem insinuant, non est tamen vera contrarietas, inter consonantiam et dissonantiam sed oppositio simplex contradictoria, non in Idea tantum, inter angulum Geometricae pulchritudinis unicum, et infinitos non pulchros, sed etiam in effectu delectationis et offensionis aurium. Nam si diligenter attendas, ipso concursu sonorum non magis offenditur auditus, si soni dissonent, quam si consonent; nec ullam à dissonantia passionem sustinet, contrariam delectationi: sed ideò solum dolet ob dissonantias, quia circumgestat cognatas ideas sonorum consonantium, quos cum desideret, quippe jam antea degustatos, ideò privatus iis tristitia contrahitur, animus interior, non auditus in mentis limine positus. Sic in puero aliud est fames vel sitis vera, aliud cupido vescendi de cerasis ob oculos positis: quae nisi memoriam dulcedinis dudum degustatae refricarent, nuda sui absentia puerum non torquerent. Hoc igitur obtento, nihil obstat dissonantiam copulare cum inefficacitate, quasi quae nuda sit negatio, non positio contrarii ipsius efficacitatis.

Cur offendat dissonantia?

Superfluum existimas, plures observare aspectus quam quinque. Primum non est superfluum dicere rerum apparentium causas. Vt si quo tempore nulli sunt aspectus ex antiquis, videam Naturam praecipue commoveri: digna philosopho cura est, quaerere quam ob rem potissimum hoc ipso die natura commoveatur: digna est philosopho opinio, si videat illo die esse inter bonos planetas semisextum, recipiendum fortassis in numerum et semisextum; digna philosopho sedulitas, attendere ad similes occasiones alias. Et ita factum est. Nam de huius aspectus efficacitate testati sunt Meteoroscopi ante causas inventas; adeoque me non mediocriter exercuit hic semisextus, ut causas sic constituerem aspectuum, ut etiam hic recipi in numerum posset, cum viderem ipsum ab observationibus habere testimonium. Rursum non est superfluum ROBERTE, causis inventis, quibus caeteri aspectus fierent efficaces, videre, num eaedem causae reciperent etiam alios nondum observatione comprobatos, et quo quemque gradu: eademque mensura etiam efficacitatem illis admetiri, etiam citra observationem. Vt quia causae aspectuum non excludunt decilem, tridecilem, sequadrum, sesquadrum; neque tamen admittunt illos nisi remotissimo gradu, post alios notos: pertinet igitur ad causarum istarum cognitionem, ne hos quidem com-

Quare aspectus multiplicati?

24) praecipuo

memorando praeterire, quamvis ad illos observandos non magna causarum dicendarum necessitate adstringimur. Possunt *exigua et obscura* in experimentis capiendis praetermitti, quae in causis elucidandis non possunt. Ita praetervehimur hic alter alterum sine ictu. *Fractiones* tamen et *minutiae* dicendi non sunt aspectus illi, quos Decatemoriis, quos Dodecatemoriis, quos Octoëmoriis Zodiaci metimur.

In Terris dixeram coire radios planetarum, qui coitus si sit Harmonicus, tunc pluvias decidere. Tu occurris: *prius in aere concurrere*. Non est, ROBERTE, distinctio prioris et posterioris, ubi effluxus luminis fit sine tempore. Aut dic *prius*, id est, superius centro. Pergis, *Mixtiones suas accipere in aere, non in terra*. Quid accipiant radii vel hic vel illic, non capio: *Mixtiones* inquis. At ipse coitus est mixtio, illa quam ego concedere tibi possim. Dixeram verò, semper, illos in hac coniunctione mutuaque sectione versari; quid igitur sibi vult illa tua oratio, quod *mixtiones* demum *accipiant*, quas semper, si ita lubet habent? An id illos accipere in aere dicis, quod mixtioni huic dat, ut fiat aspectus? Atqui hoc et in aere et in terra simul uno tempore accedit his mixtionibus. *Vnde*, ais, *nubes in eo generantur, antequam pluat*. Hoc sanè verum est, prius esse nubem, postea pluviam; nec cum ego de pluvia dixi, nubem exclusi. At illud tuum *Vnde* si excutiam; invenio te generationem nubis ex ipso aere, tribuere praesentiae aspectus in aere. Atqui cantilenam occinis, explosam à me rationibus, Harmon. lib IV. illo ipso fol. 158. unde tu verba hic mea, quae refutares decerpsisti. Rationes ROBERTE meas adorire, quibus dogma stabilio, et promptior postmodum ero in dimovendis instantiis.[1]

24 Quaeri enim à me posse vidisti, quibus instrumentis sectio radiorum Harmonica conficiat ex aere nubem. Imo cur unam potius aeris particulam prae aliâ occupat, nubem ex ea efficiens, cum eadem sectio in toto aere circumcirca sit praesens. At quod nubes non in aere primum existant, sed prius evaporet materia nubium ex terra, hoc probavi dicto loco rationibus et experimentis. Haec cum tibi fuissent submovenda, aut assentiendum benè demonstratis: tu satis ad obtrectandum esse putasti, si cum illis, quos illo ipso loco taxavi, simpliciter negares: *nubis vaporem à terra oriri*, id est ab extenuatione humorum, qui in visceribus Terrae latent abditi.

Nebulae, nubium materia, ex Terrae visceribus.

Terra, inquis, *quieti est aptissima, contraria actui animae*, scilicet ut neges inesse in terra animam. Atqui et hoc terrae quod inest in corpore meo, quieti est aptissimum, estque contrarium actui animae meae: dum enim agitatione mentis ista scribo, connivent oculi, defluit caput, denique obsecundandum huic terrae, dimittendus calamus, corpus in

4) ictum 14/15) mixtionem

torum abjiciendum; intercedendum huic agitationi mentis, ut quiete et somno et corpus fruatur. Neque tamen inde sequitur, non inesse in hoc terreno corpore Animam.

Ciere aerem ad praescriptum aspectuum, hoc ego dixi munus animae Terrae, et probavi. Tu intactis causis, cur hoc animae terrae transcribam, satis habes aliam illi substituere *Mundi animam* ad obeunda isthaec munia. Hanc ais *invisibiliter natare in elementis et spiritu aerio*. Non sum sapientiae filius, ut sciam quid sit *natare in aere*, dic sodes cur non ibi hanc volare potius dicam? Hanc etiam ais *alterationes facere*. At non explicas cur ad praescriptum aspectuum illorum, qui sunt in terra? Non explicas, cum illa sit mundi anima, cur igitur in aere potius terrestri sedem habeat, quam vel in toto Mundo, vel saltem in Sole? Si mecum hic sentis ROBERTE, ut non aliam illi sedem des, non aliud *vehiculum proprium*, quam naturam sublunarem, levissima erit inter nos de nomine contentio, Terraene potius an Mundi Anima dicatur; et illa altera, sit ne in terra potius, an circa terram proximè. Nam exemplum hominis jam non amplius applicabis: nisi mecum velis πλατωνίζειν. Hominis enim animam totam aiunt versari in singulis partibus: tu Mundi animam in hoc aere circum terrestri sic statuis ut *proprio vehiculo*. Sin autem Platonicum dogmatistam aequis auribus audis, qui animam radicaliter ad unam cordis sedem determinat, in caeteris membris illam adesse dicit per sui speciem (ut quidem sentire videris, dum animam mundi, Soli comparas; animam verò aeris, radio Solis): non digna videtur sedes propria Animae mundi totius nec in aere nec in terrâ, unde illa per speciem sui excurrat usque in fixas: dignior profecto sedes illi propria in Sole, quod ego mihi Lib. IV. Harm. placere dixi, tuque ipse concedere videris, dum Mundi animam, Solis animam appellas. An magis medicos sequemur: qui quantumvis unitatem animae in Homine defendant, diversas eius facultates agnoscunt pro diversitate viscerum, Cordis, Epatis, Cerebri, et suas quidem singulis visceribus praesentes facultates? Tunc sanè etiam in mundo, ut Sol cor quoddam est, sic Terra Epatis vicem gerit aut lienis. Certa igitur erit Terrae facultas illique insita: quamvis illa principatum cedat Animae mundi universali, eique se per unitatem essentiae copulatam fateatur. Hoc si vis, ROBERTE, sublata omnis lis est: mihi sufficit in terra praesentem esse talem aliquam facultatem, seu ea informet terram, seu inhabitet: sive sui se iuris esse contendat; sive alteri seipsam mancipet, dummodo terrae adsit, humores, aut ut tu vis, aerem in potestate habeat, radiationes, ut illae sub Lunâ sunt comparatae, percipiat.

Quae sedes Animae.

17) πλατονίζειν 35) aliqua

Pergis: *Instinctu coelesti varios producit effectus.* Quis est, ille coelestis instinctus, qui animae Mundi praecipiat, aut quicquam praescribat. Rempubl. sistis ob oculos, in Mundi corpore, in qua certis conditionibus imperet Anima, iura Maiestatis habens divisa, cum suis Proceribus. At ego ob hoc ipsum non censeo universalem illam Mundi animam esse quae tempestates ciet, quia praescribit ei aspectus quilibet Planetarum ut membrorum Mundani corporis: hunc enim solum *instinctum caelestem* scio, qui est à radiationibus. *Varios* autem *effectus* dum ais animam Mundi producere; propius ad Astrologos inclinas, quam ad philoso-
10 phos. Nam astrologi varietatem hanc penè ad singularia extendunt, philosophi omnem illam sub unum genus commotionis contrahunt.[1]

25 *Materiam meteororum vel vaporem esse vel spiritum siccum et igneum, et* Pag.18.
utrumque ex terra exhalare, prorsus negas. Quanto me metu perculisses, si ego solus ita statuerem? si non ARISTOTELEM ducem sequerer? Et quid tu contra substituis? *Materiam hanc* ais *esse in occultissimo elementorum gremio.* Non est occultius elementorum gremium, visceribus terrae, velut utero. Thesaurarium divinum montes sunt, ubi aurum argentumque. Ais *apparere quandoque visibiliter in aere.* Nihil dicis, quia exemplo non uteris. Indigna res est, ROBERTE, me tibi respondere,
20 nihil probanti, nihil destruenti argumentis, solum vel affirmanti vel neganti pro lubitu. Authoritatibus ego philosophorum utor quoties possum et quoties de iis mihi constat. Quid in religione secuti sint, nihil ad hanc philosophiam, quamdiu dogmata religionis non immiscent. Tu inaequalissimus nunc succenses excipienti contra authoritates, ubi rationes cogunt, nunc omnes authores reiicis cum stomacho. Exscribam tua hic verba. *Legi et relegi omnium Ethnicorum scripta hac in re, nec inde evasi doctior.* Quid mihi diceres, si hanc tuam orationem tuis ipsius verbis retunderem? ex pag. tua 15. lin. 1. *Deus bone quantum est in Homine isto ingenii acumen, qui in tantorum virorum doctrinae medullam post*
30 *tot saecula iam elapsa irrepsit atque penetravit, ut tandem Mundum ab erroribus tam diu latentibus purgare queat? Aut quam grossa fuit mundi antiqui speculatio, quod ante hoc tempus in Veterum errores inspicere non potuerit?* Haec supra à te propinata et à me devorata, nunc ego tibi regero, non ut tibi dicta velim, sed ut eadem mihi non meo merito dicta recognoscas.

A diluvio Noetico si licet argumentari contra philosophiam, cavere nunquam quisquam philosophorum poterit, quin ego plurimis ipsum perplexitatibus induam. Mones suffocari terrae Animam à diluvio, quod altitudinem omnium montium superavit. Est haec plaga non irrita, sed
40 en tibi vicissim alteram. Si diluvium omnes montes superavit, quorsum ergo receptae sunt istae aquae: et cur aethnaei ignes non extincti?

seponamus ista miraculosa, quorum similia porrò nunquam futura divinis obtestationibus confirmatum habemus.

Si pluviae ideo non è terra, quia è thesauris Dei, non est igitur, quod in terrâ est, inter thesauros Dei. Et tu ipse sic pro thesauris istis, titubas, nunc coelum interpretatus, nunc aerem. *Imò*, inquis, *aer est vita* (Terrae). Est sic eius vita, ut halitus ex ore qui frigido coelo fit conspicuus specie fumi, est vita Hominis. Nam et aer ille noster quotidie renovatur exhalatione Terrae. *Est* Terrae *anima lucida cum spiritu.* Neque lucet aer, neque anima est, nimis ad hoc crassus est, neque *vivere facit terram*, id supra satis. Quae verò iam sequuntur non intelligo: quia chymicus non sum: *Aer contractus est ignis in aqua etc.* Quae si omnia certo sensu sunt vera, nescio, quomodo inde sequatur, terrae non adesse facultatem animalem, quae ad praescriptum aspectuum cieat tempestates. *Internum cuiusque rei per se operari contendis, sine coeli Harmonia.* De ordinaria ipsius Animae terrae operatione me idem illo ipso loco statuere, dissimulare non debuisti. Nam astrorum aspectibus transcripsi solum insignes impetus. Semper tantum exsudat terra, ut flumina non deficiant; per aspectus verò extimulata tantum exsudat, ut etiam insuper pluat. Tardè dixeram extimulari terram: Tu obiicis, non posse igitur illam 24. horis converti. Atque hoc ipsum respondeo, quo de modo dixi, Motus diurnus opus est ordinarium et perenne, effervescentia illa extraordinarium est, et in montanis saltem; ut si Camelus viam suam pergat, non intermissis passibus, interim verò nunc hanc nunc illam partem cutis corruget ad enecandos culices. Cum multa signa proferrem vitae in terra, tuque ipse vivere illam concedas propter aerem, tamen ut officias qua potes, *inania* signa caetera dicis, nec probas: unum non fideliter refers. Non ideo do terrae auditum, quia lapillus in eius hiatibus sonitum edit: sed ideo quia lapilli coniectu tempestates oriuntur. Nec nesciebam sine aere non posse esse sonitum: at *aeris occulta virtute* quid opus est ad has tempestates ciendas si anima suppetit, quam manifestis documentis stabilivi. Etiam medicum te oblivisceris, qui nullos morbos nisi *ab anima pessima et malevola* causari garris. Quasi non creberrima sit alimentorum culpa? Dum vero explodis causam fluxus et refluxus maris, respirationem seu reciprocationem Terrae, qualis in piscibus, prodis te non esse Geometram. Nequaquam maior fit moles attractae aquae, quam est terrae corpus. Esto enim ut tota intus plena sit aquâ; non opus habebit ad defluxum causandum, plus | attrahere 26
per contractionem partium aliquarum mollium, quam quantum efficit paucorum pedum altitudo; cum reliqua profunditas aequet 900. milliaria. Si testam tute ipse facis Terram, aut ollam aqua plenam, quantulo minus

4/5) per thesauris istis, titulos 14) Harmoonia 40) tu te

erit illa tibi miraculosa, quam si cochlear unum atque alterum hauriat amplius. Ex meo fol. 163. ut plerunque perperam allegas, sumisque hoc potissimum impugnandum, quod Animam terrae dixerim flammam sorbitione marium fovendam: cum ego scripserim *flamma quaedam esse videtur*, ita vero loquimur de eo, quod est simile flammae. Sic anima plantae est flamma quaedam, tendit enim sursum. Sic in hominis corde est lucerna quaedam, ventilatur enim et effumat etc. Quanquam non valde pugnas, recordatus *Archaei* tui Paracelsici. Ego mi ROBERTE, de vocabulis non pugno. Si tibi non placet, vox Anima terrae, per me tibi licebit illam Archaeum Terrae dicere: quem mirum non dudum abs te productum in superioribus, cum aeri circumstanti omnia tribueres, quae vel hic ipse Archaeus à THEOPHRASTO suo peragenda accepit. De Geometria in mente Dei mecum tu non pugnas, qui penè ex meo Pag.19. ore loqueris, ratus te contra me excipere. Sententiam meam ultimam de charactere Zodiaci laudas et approbas, solum priorem habes eius impressionem in aerem, et caetera tuo more. Adeoque qui supra dixeras aerem dare terrae vitam, nunc insuper locum ei das intra terram etiam, et illum cum mea terrae Anima sub idem genus, Ignis scilicet refers, *Aerem*, asserens, *intra terram esse ignem contractum*. Benigne dimittor, gratias ago, nihil mihi porrò eripis nisi nomina, rem relinquis. Cur igitur in conclusione huius loci Paeana canis super me triumphato; adeoque et falsis me criminibus oneras. *Omnes me praeter meipsum condemnare*. Denique verba mea de materia libri III. sonantia, tuo commodo velut de lib. IV. dicta repetis et explodis?

Libro meo V. primum non censes audiendam suasionem meam, ut veteres Hypotheses animo eiiciamus. Neminem cogo; sed hoc certum habe: qui hic mihi non paret, is voluptate illa non potietur, quae hauriri potest ex speculationibus libri V. Negas meis scriptis hactenus effectum, ut PTOLEMAEVM reiicere possis. Ignosce si te non iuvo, non explicas enim, qua potissimum in re haereas. Nuspiam verò clarius probas coetui tot doctorum mathematicorum, te astronomiam ignorare, quam hic, ubi Veterem astronomiam contra omnes modernos extollis, à certitudine praedictionis motuum (quae crebro 2. 3. 4. 5. gradus peccare oculis deprehenditur) aque certitudine praedictorum Astrologicorum, quae sunt de futuris contingentibus, commendas. Neque tamen mihi tuis epithetis opus est, ut doctrinam PTOLEMAEI, ore immodesto *spuriam* appellem. Itaque quia in suasionum contentionem descendimus: suadeo ego lectoribus, CLAVIVM potius audiant, exercitatum in Ptolemaica Astronomia Mathematicum (qui suadet alias quaeramus Hypotheses) quam te ROBERTVM, mathemata inter umbras et phantas-

4) narium 34) Astrologicarum 35) contigentibus

mata abiicientem, dum suades Ptolemaica retinere. De quiete vel motu Solis non erat locus disputandi in Harmonicis, habet haec res idoneum suum locum Epit. Astron. lib. IV. ubi invenies quod agas, si refutare fundamenta illa tentaveris. Moveri Solem circa corporis axem immobilem, oculis patet sed astronomicis: Non tamen is illi motus inest ob luminis, quam tu celebras mobilitatem. Nam hic motus luminis est sine tempore, veri motus sunt in tempore. Ad motum verò caeteris planetis inserendum, opus esse Soli, motu proprii corporis, id est dogmatum unum dictae Epitomes. *Terrae motum tu refutasti in physico tractatu Macrocosmi?* At eundem ego terrae motum defendi in Epitome doctrinae sphaericae diurnum, in Libro eius IV. (doctrinae Theoricae primo) annuum. Contendant inter se libri nostri, iudicent verò spectatores, id est lectores. Falleris tamen si putas erepto mihi terrae motu cadere meam Harmoniam: scilicet non legisti ne titulum quidem libri quinti ubi aperte moneo, ut et c. 3. fol. 185. stante etiam BRAHEI sententia, cui terra stat, valere Harmonicas demonstrationes, quas doceo. Piget tandem tot contradictionum faciendarum. Nam quid
Pag. 20. interest Pag. 20. quantum *tu perceperis ad hanc usque diem*, qui astronomiam insuper habere fateris, etiamque contempsisti supra. Ternos circulos ego non ipsis motibus periodicis sed regionibus assigno, intra quas coercentur motus. Ergo verum hic dixisti per accidens, Orbita Planetae aequalis est circulo regionis suae medio; eademque à Sole est eccentrica. Et quia iam excusasti tuam ab astronomia nostra peregrinationem quippe in aliam tibi sic dictam Astronomiam: ut tamen tela tibi suppetant [1] in Astronomum, transfugis igitur ad Theologos iubens me 27
ex scriptura probare: quod Deus creator, coelorum numerum ex quinque corporibus regularibus desumpserit: nisi faciam, non tu mihi credes hoc asserenti. Ego mi ROBERTE, si te scissem ex hoc loco pugnaturum, planè non comparuissem: quod uno verbo dictum esto.

Non desinis me gravare, me consonantias Harmoniae meae coelestis aedificare super proportiones horum quinque corporum. Atque nihil illae minus sunt quam Harmonicae, excepta tetraedrica. Cognatione quidem aliqua laxa, probo, trahi certas Harmonias à certis figuris, iam antea inter orbes interpositis. At ipsissima in individuo proportio causis nititur longè pluribus. Non attulisti ROBERTE tantum diligentiae ad legendum librum meum V. quanta convenit illi, qui hunc vult convellere: quare praestitisset te de ignotis tacuisse: quia honor non meus sed creatoris agitur.

Ad Analysin XIII.

Aliud textus meus texuit; aliud Analysis tua dissolvere aggreditur. Super causis consonantiarum, non iam super Concinnis minimis, cum Veteribus mihi contentionem esse dixi: deque iis te ne quidem cogitare, adeò verum dixi, ut etiam me de iis clarè dicentem ne quidem exaudias, respondes enim de Concinnis dissonis, non de consonantiis. Age tamen, pensitemus etiam illa, quae abs te de ortu concinnorum sunt dicta.

Rectè formas meam negationem: Intervallis consonis non positam esse communem mensuram numeralem. At *rationem unicam à me prolatam* ais, quae ratio tamen non est. Hoc voluisti dicere, te praeter unicam illam similitudinem, de pusionibus hominem componentibus, nihil intelligere. Ratio à me dicta haec est: Proportiones inter se non multiplices, sunt incommensurabiles: Intervalla consona sunt proportiones inter se non multiplices, praeterquam intervalla Diapason; ergo Intervalla consona praeter Diapason sunt incommensurabilia. Haec ratio invicta est: quare nihil impedit vel *unicam* esse. Neque tamen *hinc solum infero, Consona concinnis esse naturâ priora.* Nam etiam veterum aliqui qui consonantias esse incommensurabiles negare non poterant; Concinna Natura priora fecerunt. Sed haec est illationis meae causa; quia Consona, ut Diatessaron 3.4. Diapente 2.3. monstrantur per figuras circulo inscriptas scilicet Tetragonum, Trigonum: Concinna minimè, sed unumquodque horum monstratur seu gignitur per comparationem duorum consonorum; ut Tonus Maior, seu 8.9. per Nonangulum nequit gigni, nihil enim gignit Nonangulum, cum sit figura indemonstrabilis: at resultat 8.9. ex comparatione Diatessaron cum Diapente: quia differt 3.4. à 2.3. per 8.9.

Tonos et semitonia esse posteriora ipsis consonantiis.

Tu negas, intervalla minora oriri ex consonis maioribus, pag. 21. Enimverò, ROBERTE, quamdiu te ipsum in HERMETIS tui lucos abdidisti, tuitus es existimationem utcunque, perinde ac si in Harmonicis scires aliquid certius rebus mathematicis, quas contempsisti. Nunc postquam prodis in palaestram mathematicam; statim omnibus huic professioni addictis adeo manifestus es, ut indignam operam clamitaturi sint: me in eo sudare, ut te doceam arma tractare, quibus mecum pugnes.

Pag. 21.

Numeri omnes inquis *unitate communi minima mensurâ utuntur. Consonantiae denominantur à numeris, ergo consonantiae communi minima mensurâ utuntur.* Non animadvertis te aliquid concludere contra iactatos abs te veteres, qui consonantias fecerunt incommensurabiles. Hoccine est refutare? Non tu refutas dogma Geometricum de proportionibus in-

23) unum quoque 26) Diatetessaron 27) per 2. 9. 38) Hoccinne

commensurabilibus; sed obiectionem solum proponis more disputantis in Scholâ, contra scilicet dogma, quod concedis verum esse. Ergo cape dissolutionem. Non ideo consonantiae sunt numeri, quia denominantur à Numeris. Magna est differentia inter Septenarium et Diapason, inter Quaternarium et Diapente; inter Ternarium et Diatessaron. Septenarius unitates habet omnes eiusdem ut sic dicam, quantitatis; Diapason habet intervalla septem dissimilia et inaequalia, tonum maiorem ter minorem bis semitonium bis. Aut si iuvandus est adversarius, adiuvetur sane. Est in intervallo, quod generis rationem habeat, est quod speciei. Conveniunt igitur intervalla septem eo, quod in genere intervalla Concinna: dissident in specie quantitatibus uti dictum. [1]

Quatenus igitur vox generis, Concinnum, comparatur unitati: *28* commensurantur sane (potius connumerantur) intervalla consona. Nam Diapason habet septem Concinna, Diapente quatuor, Diatessaron tria. At quatenus differunt Concinna quantitatibus; nequaquam eorum unum emetitur omnes Consonantias. Sed dicas; si non unum, at tria iunctim sumpta emetientur omnes? Verum hoc non est commensurare, sed diversis mensuris uti; quasi dicas dimensurare quodlibet eorum. Norunt Geometrae definitionem commensurationis, quae unam solam communem mensuram requirit, non duas inter se incommensurabiles, ut quod earum uni est impossibile, id cedat alteri.

Hoc igitur fundamento posito, Consonantias esse inter se, ut Numeros; illasque Concinno intervallo (quantocunque) ut numeros unitate mensurari: iam promoves machinam ulterius; et quia rationem consequentiae propriam non invenis, cur si maximè probasses, Consonantias esse inter se commensurabiles, propterea tonos et semitonia priora dicas Consonantiis; ad similitudinem confugis: *sicut* inquis *unitas seipsa est, et prior omnibus numeris, sic etiam Concinnum prius est Consonantiis.* Atqui ratio comparatorum est diversissima. 1. Vnitas, ut numeri omnes, mentis est opus: Concinnum requirit terminos foris constitutos in sonis. 2. Vnitas simplex est et unica (quatenus numeri in abstracto considerantur, ut numerantes, quippe de quibus tu loqueris) Concinnum non est simplex, differunt enim tria vel 4. concinna quantitatibus, et differunt eo ipso respectu, quo Consonantiae id sunt quod dicuntur. Nisi enim Concinna diversarum quantitatum inter se misceantur, non acervabitur, verbi causa, ex sex vel septem tonis maioribus, aliqua consonantia Diapason: et sic de caeteris. 3. Quod si urges similitudinem tuam, ut claudo etiam pede properet; dic quaeso quodnam ex concinnis compares, cum unitate, causa prioritatis? Anne non unum primum, sed omnia tria simul existunt ante Consonantias? Et cur non plura?

non pauciora? Et quam ob causam quodlibet? Denique quae causa triplicitatis in ipso ortu? Hisce angustiis liberatur is, qui Concinna singula definit esse differentias Consonantiarum binarum, priores statuens Consonantias, tum demum ipsas differre intelligens, differentiamque hoc nomine Concinni indigetans. Nam pro diversitate bigarum, diversa illi gignuntur Concinna; denique omnium quaesitorum causas expediet ex hoc ortu assignato. Hic tu multa à linea 20. interseris; quae dispeream si videam quomodo mecum pugnent: quae quia me non attinent, neque defendo, neque refuto.

10 *Absurdum foret* inquis *puncta derivari à lineis*. Nova similitudine pugnas omnium dissimilima: Punctum et linea toto genere differunt: illud negat quantitatem, hoc ait. Concinna et Consona sub eodem proximo genere Proportionum continentur. Et tamen ut fieri solet in plano, ut puncta certa determinentur concursu linearum; ubi lineae binae priores sunt puncto illo, causa sui determinati situs, sic etiam ex Consonantiis binis unum concinnum determinatur: id quod declarationis solum causa dictum volo, non probationis.

Sequuntur Cimmeriae tenebrae: ignosce ROBERTE obtusitati captus mei. In figuris planis consideras Trigonos ut elementum figurarum 20 simplicissimum, in Trigono observas lineas, quas partes trigoni appellas, in lineis puncta, quibus illae concurrunt. Jam Consonantias figuris comparas, Tonum lineae. Expectabam, ut sicut à trigonis figuras, sic à tonis Consonantias componi assereres; hoc enim videbatur requirere instituta ratio similitudinis; iamque habebam in ore, quid hoc dicenti reponerem. At tonus, ut video, lineae comparatur; ut sicut in figuris multiplicantur latera, sic in Consonantiis toni intelligantur acervari. At quid opus est ROBERTE, ortum Consonantiarum eruere de novo ex similibus claudicantibus; cum sit in promptu genuinus et verissimus earum ortus ex sectione chordae circularis, quae fit per figuras? Quid 30 opus transfugere ad multitudinem laterum figurae si locus est ortui Consonantiarum in proportione constitutarum partium circuli? Non habent ROBERTE Consonantiae sua multitudinis nomina à numero laterum figurae quae quamque gignit. Et quia de iisdem figuris tu 29 balbutis, quas et ego adhibui ad generationem Consonantiarum: [1] age discrimen ostendam inter id quod verum et clarum, et id quod tu somnias. Sit verbi causa Pentagonus. Hunc tu procul dubio comparares sextae, quia ut Pentagonus habet quinque latera, sic Sexta quinque habet tonos promiscuos. At irrita est haec comparatio; non enim discrimen ullum indicat inter Sextas, maiorem et minorem. Aliter ego: 40 Nam consonantiam quae tertia maior dicitur elicio ex Pentagono, qui circulum distinguit in arcus aequales quinque. Sive igitur totum circu-

lum comparem cum quatuor suis quintis, sive quinque pentagoni latera in unam rectam composita, cum lateribus eius quatuor, utrinque mihi gignitur proportio 4. 5. Et inveniunt aures, consonare chordas eiusdem tensionis, sic comparatas. Mihi igitur gignitur aliqua consonantia à Pentagono, at non accipit nomen, non numerum tonorum à pentagono. Et si nulla alia esset consonantia praeter hanc: natura hanc unicam non doceret in tonos dividere. Sed fit iam comparatione plurium Consonantiarum quantitate inaequalium, ut secundum earum excessus minimos, quos Concinna dicimus, et haec et aliae omnes in sua Concinna dividatur, et quaelibet denominetur à Numero concinnorum, quae recipit, unitate aucto, quia pro intervallis terminos unitate plures numeramus.

His inquis *consideratis more Geometrico.* O Geometrae concurrite, inquirite si quisquam è vestro numero sit qui praecedentem ROBERTI
Pag.22. orationem intelligat. *Patet minora intervalla esse simplicia.* Nec hoc patet ex tuis considerationibus; nec ego negavi unquam, partem formalem esse simpliciorem toto suo: sed hoc docui; Simplices has partes, quas concinna dicimus, ortu posteriores esse consonantiis ipsis; ita ut consonantiae, causa quidem suae quantitatis, non causa qualitatis, in illa concinna, naturâ duce, dissolvantur, seu distinguantur.

Quid ego nunc dicam de sequentibus, ubi *videri* dicis, *hanc esse rationem meam productionis concinnorum à consonis, quod* scilicet *Cubum* agnoscam *primigenium, idque libro* V. An est ulla magis iniqua perversio verborum, Scopi, Methodi? Quid Cubo cum ortu Concinnorum? Quid Libro meo V. ubi Musicam in coelos induco, cum Libro III. ubi Musicam ex suis principiis gigno? Omninò, ROBERTE, tibi quis credat Methodum, si quis methodum benè curatam velit. Quae igitur tu contra rationem hanc falso mihi tributam disputas, ea transmitto aliis excutienda; quippe iis mihi neque seritur, neque metitur.

Sequitur linea 15. *ex puro* ut ais, *Naturae fonte* longissimus induc-
Pag.23. tionis rivus per tres paginas, cuius fieri exitus pag. 24. *in consonantiis*
Pag.24. *progressionem à minori ad maius, non à maiori ad minus.*

Vt igitur à conclusione prius incipiam; velim te meminisse ROBERTE, me hoc quod tu concludis, neque negasse, neque affirmasse: sed hoc dico, Consonantias, quantitatem maiorem, definiri prius; Concinna intervalla, ut quantitates minores, definiri posterius, scilicet per ipsarum consonantiarum inter se comparationem. Definiri autem hoc loco est idem, quod induere certam qualitatem, quae sit iucunditatis in auditu causa. Jam tua illa ratiocinatio non refertur ad qualitates hasce, sed ad hoc solum, si duae chordae sint aequaliter tensae, earumque altera sonet invariabili sono, reliqua inter pulsandum successivè minuatur; quod

est πάθος quantitativum: tunc quidem, his positis, verum est, transiri omnia minima intervalla Concinna priusquam veniatur ad Tertiam minorem, quae est minima consonantiarum. At si casum fingere licet, fingam ego contrarium. Neque enim minus poterit altera chordarum sonantium etiam augeri successivè, initio facto à puncto, chordae termino: quo posito sequetur, ut minimum concinnorum ultimo omnium conficiatur. Neque tamen interest, neque hic neque illic, quid his positis casibus primò, quid ultimò existat: sed quodnam eorum quae existunt, ab auribus approbetur, seu ut concinnum, seu ut consonum, hoc interest. Hoc etiam interest, ut quaeramus, quam ob causam aures ut concinna approbent, ex intervallis ordine emergentibus, illa potissimum, quam ista; et qua de causa; num ob consonorum comparationem, seu quia sunt excessus consonorum maiorum supra consona minora ut ego dico; an ob causas aliquas, quae sunt antiquiores ipsis consonis, quas te nondum invenisse certum est. [1]

Jam quod inductionem ipsam attinet de sonis: etsi multum tu tenebrarum et locutionum ambiguarum ingeris: illud tamen passim ex iis elucet, pulchrum et consideratione dignum problema; quae sit natura Sonorum in genere: quid Sonus, quae causa acuminis et gravitatis, per omnes sonantium formas. Materia disceptationis est physica, pertinens ad libellum ARISTOTELIS de audibilibus, adque cognatas eius Problematum sectiones. Hic multa essent in tota oratione tuâ ventilanda, multa elucidanda, multa refutanda, quaedam et recipienda: sed quia non est institutum operis mei Harmonici, de sonis disputare, propter seipsos, sed de sonorum inter se proportionibus; missis itaque locutionibus tuis multiplicibus; apponam paucula ex mea sententia. Mihi enim quamplurima sonantia consideranti, non bona videtur ista definitio soni, qua tu niteris per totum ferè; cum sonus percussione aeris definitur, in quo corpus sonans consistit. Nam rectius ego definivero sonum, speciem immateriatam corporis pulsati, in quantum id et figuratum et densum est vel rarum, hoc est, aere intus infarctum; et in quantum est durum vel molle. Nam corpora motus violentiâ speciem induunt duritiei cum sint mollia. Est ubi figura violentiâ transpirati aeris speciem aliam induit, et foramen amplum speciem praebet angustioris. Sic tensio mollibus duritiem conciliat. Dura verò causa sonitus aequiparantur brevibus, comparatione longitudinis ad latitudinem. Nam et latitudo seu crassities et durities flexibilitati derogant. Vt cum vitrum rotundo labro, astrictu digiti humecti Sonitum edit, ipsa rotunditas iam censetur pro longitudine. Haec longitudo, vacuo vitro, habet latitudinem tantam, quanta est profunditas illius vacui, sonat igitur acutè.

De Soni essentia.

Soni è vitris.

12) consonum 13) sed quia 14) antiquo res 22) suâ 32) videntia

Si successive impleatur, demitur latitudini, iamque rotunda sonans longitudo, respectu diminutae latitudinis, censetur longior; sonus igitur ingravescit. Talia multa coacervari possent, à variis experimentis sonantium deducta. Verum his missis, quae sunt indifferentia, respectu nostrae disceptationis, pergo ad reliqua tua argumenta.

Pag.24. *Videmus* ais *etiam in physicis, res omnes ex suis principiis conflari, tanquam ex partibus, et non tanquam minora ex maioribus.* At ubi ego dixi Concinna ut minora conflari ex consonis ut maioribus tanquam ex partibus? Praeterea, ubi tu vidisti unquam, rem physicam, puta corpus animalis, conflari ex suis partibus, seu integralibus, ut ex capite, trunco, pedibus; seu similaribus, ut ex carne, adipe, et aliis huiusmodi? Nonne omnia simul oriuntur, ex similari massa seminis producta à facultate formatrice? Nonne aliqua demum nascuntur post corpus iam formatum, ut adeps, semen, dentes, barba, pubes, in animali cornua? Dissolvi sane possunt naturalia in partes huiusmodi; quemadmodum et ego doceo, consona dissolvi in concinna. Vis ut accommodem propius, ortum concinnorum ad ortum partium physicarum? Tentabo. Consona intervalla sunt quantitates; corpus hominis etiam est quantum. Consonis nomen ponitur à numero concinnorum in ipsis; et corporis proceritati mensurationis nomen datur à numero pedum, spithamarum et digitorum. Ibi concinna mensurantia sunt excessus Consonorum super consona, formanturque à Natura Contemperationis harmonicae in perfecto intervallo Diapason: hic etiam Pes, Spithama, Digitus, formatur in ipso corpore Animalis à formatrice facultate. Quanquam adhuc claudicat in eo similitudo, quod aliter pes in homine formatur, aliter Tonus determinatur in diapason.

Pag.24. *Indirectam* ais *esse meam assertionem*, cum dixi, *cuique Consonantiae suam esse causam internam.* Nescio quid arguas hac voce. Video tamen, te aberrare à meo sensu. De illa causa dixi ego, quae forma est terminorum proportionis, ut Triangulum ipsius Diapente, Diameter ipsius Diapason: tu de *Agente* opponis nec quodnam sit illud agens, indicas. Atqui si de Agente quaestio est, tum et mihi. Agens, id est, concilians proportioni suam suavitatem in auditu, est Mens, eaque una et eadem per omnes consonantias.

Pag.24. Alio impetu capto, negas imperfecta nasci à perfectis, Concinna dissona à Consonis. Nega eodem argumento, perfecta componi ex imperfectis, ut Consona à concinnis dissonis. Non gignitur ROBERTE, Concinnum unum dissonum à duobus consonis, ut puer à mare et foemina, humana species, ab humanae speciei parentibus: [1] sed est haec genitura nihil aliud, quam sectio Geometrica Consoni maioris, per epharmosin

22) Contemparationis 35) Concinnae

consoni minoris. Epharmosis vero fit in proportionibus, constituto altero termino utrinque eodem, utrinque scilicet maiore, vel utrinque minore. Nihil autem novi est in Geometria, sectis figuratis per applicationem figurati generis alterius, Limma constitui non figuratum sed nobilitatis vilioris. Sic latus sexanguli est effabile longitudine, Latus trianguli effabile potentia; et tamen si auferas latus sexanguli à latere trianguli relinquitur ineffabile quippiam, quod Apotomen appellant. Et dixi in Harmonicis, proportiones Harmonicas ab huiusmodi figurationibus fieri Harmonicas, non à quantitate nudâ, ut quae materiae rudis
10 ideam prae se fert.

Denique totus in physicum abis, dum Harmonica disceptas, *A cruditate maturitas, ab imperfectione perfectio:* scilicet hoc vis, à concinnis ad consona, viam moliri naturam. Velim scire qua in fornace fiat ista excoctio, et quo igne. Physica fiunt; Mathematica sunt. Omnis maturitas praeviam habet necessario cruditatem: at Consonantia quaelibet propter seipsam est consonantia, non propter aliam secum comparatam. Itaque Consonantia unica non necessario praesupponit concinnum dissonum: possemus enim canere perpetuo, ut, sol, ut, sol, nec opus esset intervallis intermediis, ut, re, mi, fa, sol, si non praeter ut sol,
20 natura doceret etiam ut, fa, et ut, mi; denique si non intervallum ut fa, esset aequale intervallo re, sol. Pag. 24.

Porrò notabis hoc mihi, Roberte, iterum, te dum omnes rationes proferas, ut Tonos et semitonia priora Natura facias Consonantiis, interim firmamentum hoc intactum reliquisse, incommensurabilia esse haec illis, et utraque sibiipsis: itaque fieri non posse, ut ab horum minimo comparentur reliqua; non esse igitur unum minimum naturâ prius maioribus. Item Consona oriri à figuris demonstrationem admittentibus; quodlibet igitur seipso seorsim: at Concinna dissona, si figuris applicentur ad exemplum consonorum, indemonstrabilibus applicatum
30 iri. Tonum scilicet utrumque Nonangulo, semitonium Quindecangulo, demonstratione propriâ destituto, Diesin Icosipentagono. Cum igitur harum figurarum nulla sit subsistentia mentalis, nihil igitur ex iis in mente orietur; quia non entis nulli sunt effectus. Non oriuntur igitur Concinna dissona ex figuris, ut Consona. At verò apparet clarissimè, illa esse excessus maiorum consonorum supra minora. Conficitur igitur, ut unum concinnum dissonum oriatur ex comparatione duorum consonorum iam ortorum. Sunt ergo Toni et semitonia naturâ posteriora Consonantiis.

23) proferre 26) comparantur

Ad Analysin XIV.

Pag.24. Jam dudum abs te ROBERTE petii, uti me excusatum habeas de crimine obtrectationis aut malevolentiae. Nullum neque tibi neque PTOLEMAEO *dedecus* obtrudo, quod symbolismis utimini nihil directè demonstrantibus. Quin potius agnosco Naturam ipsam rerum sese prodere gestientem primis illis conatibus ad verum quidem alludentibus; viam tamen ipsam meri veri nondum assecutis. Invenies alicubi similitudinem à me usurpatam, fluminis cum asperata superficie undarum, Solis radios clarissimè et latissimo tractu repercutientis, nuspiam tamen puram Solis imaginem repraesentantis, ut alias fit in aqua quieta et stagnante. Neque dixi *vos à philosophorum limine aberrasse*, sed *potius* (id est, propius) *ad poetas vel oratorum* flosculos deflectere.

Multa equidem *me latent;* nec enim operam posui in eruendis *mysteriis Naturae ex poetarum* fabulis: quia cum Mathematicarum demonstrationum certitudine tantum est mihi negocii: ut ad illa nihil supersit temporis. Quin etiam alia ingenia illis Orphaicis, alia his Geometricis apta sunt; ut quantum tu abes à comprehensione certitudinis mathematicae, tantum ego tibi vicissim cedam in coniectandis illis aenigmatibus.

Quod vero *quinque corpora à symbolismis* nudis *Pythagoricis* ad demonstrationes *astronomicas* et Mathematicas traduxi: hic ergo tibi pernego *à vera Philosophia ad fictiones et deliria* me transivisse.[1]

Ad Analysin XV. 32

Pag.25. Quod dixi, in comparationibus saepe usuvenire, ut crinibus trahenda sint, quae non ultro sequuntur; id probrum nullum continet, quod vel in te ROBERTE, vel in tuos Hermeticos coniectum videri possit. Res ipsa loquitur experienti, nullum igitur neque mihi abs te, licet irato probrum regestum puto, dum *retorques*, me intentionem PYTHAGORAE (nam ARISTOTELES ex suo sensu non loquitur) *crinibus traxisse*. Coniecturam dixi; vocibus *forte fortasse* ubique interspersis. Hoc erat intentum textus mei, quem hic dissolvis, ostendere, te in occupatione versari tali, quae difficultates pariat, nec ἀκρίβειαν mathematicam patiatur. Tu verò pervertis scopum mearum στοιχειώσεων; non sunt illae comparatae, ut PYTHAGORAE *intentiones*, sed ut rem ipsam, quinque scilicet corpora ad astronomicam veritatem accommodent. Gratiam tamen habeo, quod demonstrationes meas, quanquam incogitans et obtrectans, ornasti elogio, quod *vim et arma, manuum pedumque nixum* agnoscis. Tu virum te praesta, nodos illos dissolve, ut irritos hos nixus

13) erudiendis 27) experiunti

demonstres. *Violentia est* non mea, sed COPERNICI et vetustissimi ARISTARCHI qua *urgetur* non *Natura*, sed popularis humani generis opinio, oculorumque deceptionibus nimium agnata ingenia: quod *Terram inter astra levo*. Neque tamen *grave* ut *sursum tendat cogitur;* sed ut terra inertiâ suâ fruatur, ut regionem assignatam, motu carens ipsa seipsâ, obtineat, permittitur. Vim unam agnosco, qualem tute ROBERTE tuae intulisti manui, dum ista scriberes; quam scilicet terrae infert Anima ipsius intus, et species corporis Solaris exterius, utraque illam movens. Quod lumen terrae tribuo mutuatitium ex Sole, id non alia vis est, quam si homini dormienti quis palpebras per vim divellat, ut Solem iam ortum, lucentesque ex illuminatione Solis, montes conspiciat. Si *vis* est dicenda, *quae tempestates ciet, aeri et aquis imperat*, ea tanto maior est ex tuâ quam ex meâ sententiâ, quanto maior vis est, si Germania, si Britannia exterorum tyrannide, quod absit, opprimatur, quam si quaelibet provincia, indigenae antiquae stirpis dominatu teneatur: Neque tamen mihi anima Terrae ciet aetherea: auctarium hoc tuum tibi habeto.

Solis motus à me nulla vi cohibentur, nullos enim esse motus centri doceo. Vt tamen is per speciem egressam, et sic mero nutu (ecce tranquillitatem) planetas movere possit, volutionem illi corporis circa suum axem, attestante sensu ipso, largior.

Ad Analysin XVI.

Nuspiam clarius apparet me in comparatione versari nostrorum operum non in obtrectatione, quam hic, ubi ego subiectum meae Harmonices in angustum contraho, quod contemptum quid est, tuum verò ROBERTE amplio. Quid non turbat ira? Ne hoc quidem concoquis: quaeris quod mutuo reponas; obiicis contrariam amplitudinem; exprobraturus utique contrarias angustias, si spacium ego maius Harmonicis meis arrogassem.

Causaris, *me coelestis Harmoniae descensum ad nos nolle respicere aut attendere*. Quid dicas, non capio: non sum enim filius sapientiae Hermeticae, nec assuevi locutionibus aenigmaticis. Nam de JAMBLICHI oraculo supra satis cavi, quomodo id etiam ego intelligam. Est una sanè ratio, qua non datur descensus in Terram illius coelestium Motuum harmoniae, quam ego doceo: Termini enim proportionum Harmonicarum coelestium, id est motus planetarum dimensiones suas accipiunt non ex terrestri sed ex solari apparentiâ. Descensum igitur coelestium Harmoniarum non in terram, sed in Solem docui in Epilogo libri V. Recoquis ex Analysi quinta, obiectionem cur tempora ego non atten-

6) seipsam 39) ergo non

dam periodica, si inter motus, qui in tempore fiunt, Harmonias agnoscam. Satis dilutam existimo hanc obiectionem in responsionibus meis superius.

Tandem aliquid subiungis, quo ius tuum asseris. Non pugno. Accedat haec comparationis particula ex te, illis meis comparationibus. De *harmonia* enim *ascendente et descendente*, nihil ego hoc sensu, nec *de rerum exaltatione per Harmoniam;* lectorem igitur [1] ad opus totum remitto. Qui 33
si etiam hoc in illo invenerit, quale tu *coelum habeas in terrâ;* tunc demum comparet, quae ego de charactere Zodiaci in Anima sublunari, inque omnium hominum vitalibus facultatibus sum philosophatus, iudicetque, idem ne dicamus an diversa. Nam quod terram inter sidera ferri credo, non is est *raptus poeticus*, sed Astronomicus, ut proximè cautum.

Ad Analysin XVII.

In constitutione terminorum Harmoniae cuiusque descripsi, *te fisum veteribus, qui credebant vim Harmonicam esse ex numeris abstractis.* Etsi enim illi chordis applicarunt unitates longitudine aequales, vim tamen non à quantitate continua, sed à numero, ut numerus, esse crediderunt. Per hoc dogma fieri facile potest, ut quis missa aequalitate Geometrica unitatum, contra etiam morem veterum, delabatur ad unitates Geometricè inaequales. Hoc tibi contigisse dixi. Tune hoc affirmas an negas? Exordiris, quasi negaturus; affers argumenta negationis impertinentia; totaque passim oratione confitentem te prodis. Exhibes primò PYTHAGORAE *trigonum* numericum *non figuris planè mercatoriis, sed merè formalibus depictum*, itaque *ab abstractis numeris ipsum longe distare* contendis. Atqui ROBERTE, iam hoc est amplius aliquid, quam formare terminos Harmoniae: est enim formatos dudum, applicare rebus: de qua mihi operâ sermo non fuit. Et cur me refutas, ut negantem, qui legis affirmantis verba, te unitates applicare rebus quod est sane ex abstracto concretum facere.

Pag. 26. Quam igitur tu hic plenâ paginâ 26. infers philosophiam Pythagoricam de mysteriis Trigonicorum numerorum 1. 3. 6. 10. ea suam meretur laudem, loco suo, à peritioribus huius philosophiae, quam sum ego. Mea quidem haec messis non est; nec eâ indigeo. Spicas tamen aliquas passim legere expedit. *Gradus progressionis formae in natura ab imperfectione ad summam perfectionem* appellas *proportiones formales.*

Hunc numerum ais *formalem, vere igneum, rationi familiarissimum.* Vide qua re conveniamus. Mihi mentis, et in eâ quantitatum et circuli, tibi Naturae generantis opes praecedunt, quas sequitur utrinque Numerus.

Et ut ego sine quantitate determinatâ in mente, sic tu sine gradu certo progressionis in Natura, unitatem nullam agnoscimus.

Propior tamen sum ego philosophiae PROCLI, qui JAMBLICHO tuo posterior fuit; qui titulum illum *vere ignei* ad mentem traducit, πυρὸς νοεροῦ inculcatione; tuas verò *maturationes et perfectiones*, abiicit in μέγα
† κῦμα βαρυφλοίσβοιο γενέθλης.

Atque hinc vel maximè demonstro, nullam doctrinae tuae iniuriam illatam à meis comparationibus, dum ego meos Harmoniarum terminos appello mathematicos, tuos verò aenigmaticos, pictos, Hermeticos. Nam
10 non esse mathematicos, facile est ex illis tuis gradibus perfectionum in Natura demonstrare.

Age namque, conditionem tibi defero, regulam mihi praescribe ex qua agnoscam, in continuo perfectionis opere, quando tandem, quo indicio, perveniatur ad exactum, aque reliquis distinctum gradum perfectionis. Demonstra etiam graduum singulorum aequipollentias physicas, unde sciam, inesse illis, quandam rationem aequalitatis. Sic enim in Geometria, inque continuo fluxu puncti ad gignendam lineam, demonstro ego, quando, quove indicio perveniatur ad exactam aque reliqua lineae longitudine distinctam mensuram, quae divisionem in cir-
20 culum inferat harmonicam; demonstro etiam, partes circuli, quae sin-
34 gulis unitatibus afferuntur, esse longitudine aequales. ¹ Tunc concedam, tibi non minus, quam mihi, ex numeris sic formatis eoque *formalibus*, *concentus in Musica constare et in iis iacere totius Harmonicae essentiae secretum*.

Etsi hoc erit liberalitatis meae. Nam possem adhuc obloqui, gradibus illis perfectionum in natura potius ex his meis formationibus quantitativis accessisse determinationes illas, quam ut Musicae nostrae concentuum suavitas veniat ex illis gradibus perfectionis: propterea quia quantitates in Mente sunt, mundumque praecedunt, ut archetypi, at per-
30 fectionis gradus sunt opera mundi iam constituti. Non igitur assentior, cum ais, *sine cognitione horum* numerorum qui scilicet à gradibus perfectionis Naturae formantur, *impossibile esse de musica sive Mundana, sive artificiali rite iudicare*. Nam si modo sint numeri, ut tecum loquar, formati, verius concreti quantitatibus mentalibus et archetypicis: rectissimè ex iis de omni Musica iudicari potest, etiamque de illis ipsis tuis gradibus perfectionum Naturae.

Illud etiam paulo mihi est insolentius, quod quos ego numeros appello abstractos, tu materiales et sensiles appellas. Omnis numerus, ut sit numerus, menti inesse debet, ut docet ARISTOTELES; in sensibus
40 inque materia numerus non est, sed unitates dispersae. Videris etiam

4) πῦρος 8) eo *statt* ego 34) meritalibus

titulum formalis numeri confundere cum distinctione illa Aristotelica; cum Pythagoricos ait nunc loqui de numeris suis, ut numerosis, nunc ut de formatis, ut in denario consideratur vel multitudo unitatum, vel figura.

Negas te *vim Harmoniarum tuarum ex numeris abstractis accepisse*. Neque hoc ego plane ita dixi; sed cum didicisses ex veteribus inter numeros 3. 4. esse proportionem harmonicam; neque observasses, illis unitates omnes in applicatione fuisse aequales longitudine chordarum; dixi, te dimissa aequalitate quantitativa, applicasse numeros ipsos 3. 4. cum unitatibus suis, partibus mundi non amplius inter se aequalibus. Jam nihil interest, unde tu *vim* his numeris conciliaveris, num ex eo solum, quod sunt numeri ut veteres, an ex illis gradibus perfectionum naturalium: sufficit, occasionem ab ipsis veteribus te petiisse deferendi Numeris.

Ego tibi, mi ROBERTE fateor, cum agitur de certitudine comprehensionis rerum *elatum me esse* omninò, *opinione* non *mea*, sed communi Mathematicorum omnium, ut quaecunque *tu tractas* Mathematica more Hermetico, seu strictiora, seu *remissiora*, *in contemptu habeam* idque non odio rerum ipsarum Hermeticarum seu mysteriorum Naturae: sed ob id ipsum, quia nec *capere* Mathematica nisi per demonstrationes mathematicas, nec *in penetralia* tui HERMETIS, opacissima *oculis mathematicis inspicere* unquam didici. Nam postquam omnia tua mihi quam diligentissimè rimatus esse videor: somnus obrepit, obliviscor, quas tu *formalitates* dicas *unitatum* tuarum, quem *spiritum formalem*, quo illum ingenii conamine ex qua *rei litera* eruendum?

Quare me recolligens ab hoc somno temperare mihi non possum, quin omnibus qui certitudine gaudent comprehensionum, et linguam et modos Mathematicorum, huiusque comprehensionis (si quâ illa in materiâ ut est Harmonica, locum nanciscitur) *excellentiam ebuccinem*. Qui cum sit comparationum mearum scopus, ostendere scilicet lectoribus quod Harmonica, rem mathematicam ego tradam Mathematicè, tu Hermetice: miror igitur cur illum tu mihi pergas ablatum quem omnibus orationis tuae voculis confirmari altiusque defigi cernis.

Pag.27. Sed audiamus etiam, quid tu meis obiicias demonstrationibus Musicis. *Duae* inquis *chordae aequalis tensionis eiusdemque longitudinis sed diversae grossitiei consonantias varias in gravibus et acutis reddere solent*. Aut desine mihi obloqui in professione mea, aut à me disce loqui. Diversos, vis dicere, sonos edunt causa acuminis et gravitatis. Atqui si diversos edunt sonos: non censentur *aequaliter tensae*. Primum igitur oportet duas chordas esse tensas ad unisonum: quo facto, iam eaedem plane divisionum leges valebunt in utraque, nihil impediente diversa crassitie.[1]

15/16) communi. Mathematicorum

35 Esto sonet utraque vocem imam G. sintque sic divisae, ut altrinsecus stent Besses, vel dodrantes; utriusque tam subtilioris, quam crassioris Bes sonabit rursum eandem vocem D, servato etiam in partibus chordae unisono: utriusque dodrans sonabit C, nihil turbabit diversa crassities.

Quin neque hanc orationis tuae particulam sine testimonio relinquis eius affirmati mei, quod de te dictum irasceris. *Assignare te* ais *sonos bassiores densiori et spissiori Mundi materiae, acutiores verò tenuiori mundi spiritui.* Si tu sonos assignas mundi partibus, prius igitur quam assig-
10 nares, seorsim illi erant. At sunt soni bassiores à numeris maioribus, numeros igitur maiores assignas materiae densiori: qui ante quam in hunc modum à te consociarentur materiae, abstracti erant à materiâ.

Esto ut vim illam quae acumini et gravitati comparatur, non acceperint secundum te ab hac abstractione sed à materiâ consociatâ numeris: at certè vim illam, quae acumen unius et gravitatem alterius contemperat in suavem concordantiam, habebunt secundum te etiam à proportione sua numeri ut sunt numeri; quia scilicet alter 3. unitates habet, alter 4. nam si alter 6. habeat, alter 7. iam nulla est concordantia; quia proportio horum numerorum non est Harmonica. Quorum om-
20 nium ego causas ex aequalitate unitatum quantitativa exque divisionibus circuli desumpsi. Habemus itaque te confitentem de abstractorum numerorum applicatione ad mundana, qualiacunque illa dicas. Sed et ex hoc elucet, quam tibi *nulla* sit *cura, cuiusmodi unitates accumules* ut confletur tibi formalis tuus numerus: quod tuae unitates partim ex *materia* constant, partim ex *spiritu*, quae duo secundum te, opinor, non sunt sub eodem genere. Non equidem invideo, miror magis, sed hinc argumentum duco, rectè me et ex usu lectoris fecisse, quod hoc discrimen indicavi; ut sciat apud te Hermeticam inveniri Harmoniam, apud me mathematicam: itaque nullo merito te mihi irasci.

30

Ad Analysin XVIII.

Jam quoties hoc mihi repetendum est, non hoc esse mearum reprehensionum intentum, ut tuam ego philosophiam examinem, vel *vulgarem* pronunciem, vel *acriter reprehendam*, vel illi hoc vel illud *obiiciam*, vel *culpam* tibi cuiusquam rei *imputem*. Age nempe, dicito mihi, ubi *temerè de tuis ego unitatibus iudicem*, quibus id fiat verbis?

Dico *te mundum ratione semidiametri divisisse in tres partes aequales:* et verum dico de tua pyramide, ut quae tenditur à centro mundi, quod Terram facis, ad circumferentiam, estque divisa ratione longitudinis in tres partes aequales. Quinetiam fateri hoc ultro videris, dum factum ex-

cusas fol. 28. Nam si proportio vera amplitudinis repraesentata esset; negas, et vere quidem, quantamcumque tibi *chartam suffecturam*.

Atque hoc idem et ego in te excusavi, cum addidi, *tibi sat esse cognitum, non esse has mundi regiones inter se aequales*. Quinetiam tuam ipsius rationem ipsissimam, quam tu hic verbis tam multis prosequeris, complexus esse videri possum; dum recenseo tres tuas unitates, Elementa, Aetherem, Empyreum. Etsi vero intelligi possum de unitatibus nullo planè respectu inter se aequalibus: at patuit et tuae sententiae, quam hic prolixè explicas, receptus sub ista verba. Nam doces, tibi nominatas partes aequales esse potestate, sic enim Geometrae loqui solent: quippe tantundem esse materiae in uno quantum in alio: quod tu appellas Naturae pondus.

Idem igitur dicimus, nec invenior ego hic *temere* de tuis sententiis locutus. Quanquam fol. 27. in fine negas corpore (id est materia variè diffusa), aequales esse, *has enim mensuras à sapientum intentione multum aberrare*. Relinquitur igitur potestatum physicarum quaedam aequalitas. Sed nec sequentia ad te pertinent, dum unitates nego pingi aliter posse (puta in quantitate continua), quam aequalitate linearum: haec enim generaliter vera me dicere putavi. Nec omnem tibi unitatum aequalitatem per hanc sententiam ademi, sed excusavi per eam factum tuum in divisione longitu[1]dinis Pyramidum in aequalia. Negas etiam tuas illas 36
aequales potestate *unitates mensurari communi et aequali lineâ mathematicâ*. Si negas, quod ego hic significare volebam: tuum ipsius factum negas. Pinxisti enim sub aequalitate linearum pyramidis tuae, pinxisti inquam unitates, ponderibus naturae ut ais, aequales. Ex quibus omnibus ap-
Pag.28. paret, verissimum esse hunc meum contextum, nec eum per tuam Analysin vel minima parte dissolutum. Etsi verò fateri cogor, multam esse penes me tuarum speculationum *inscitiam:* non sum tamen penitus rudis aequalitatum istarum, ratione *ponderum*, ut tu ais, *Naturae*. Sic enim et ego agnosco quandam materialis copiae aequalitatem in globo Solis, in toto spacio mundi seu aura aetherea, inque sphaerâ fixarum quam alii crystallinam, vel ex Mose aqueam dicunt: illamque aequipollentiam tradidi libro IV. Epit. Astronomiae. †

Agnosco inquam proboque, sed eam non inter subiecta seu terminos Harmoniarum Mundanarum habeo. Habes ergo, mi ROBERTE, discipulum capacem: disco ex te, unitates tuas esse potestate aequales, disco, diversum aliquid ex tua partium aequalitate, in longitudine Pyramidis, colligendum non esse: disco multa hic latere mysteria naturae: nec unquam ista negavi: habeas tibi tua illibata, *adhaereto mensuris tuis naturalibus, illas ponderibus essentialibus instruito:* tu interim vicissim hoc mihi

2) quantacumque

permittito, ut tuas unitates cum meis comparare possim; ut dicam meas esse cognatiores unitatibus, quas designamus in chordis, ut abs te petam, non nude tantum asseveres, sed etiam liquido demonstres hanc potestatum tuarum aequalitatem: patere, ut indicem lectoribus (pateris ecce, et affirmas ultrò disertis verbis): me *res harmonicas inquirere magis mathematicè et quantitativè*, te verò *physice etc.* id est, Hermeticè. Velim ex te scire quae tibi causa sit irascendi mihi tunc potius, si quid ego meis, quam si idem tu tuis verbis proferas?

Lubet vero tecum colludere. Quam enim tu dicis Harmoniam et hac
10 et praecedenti Analysi, ego Analogiam appello, recepto vocabulo: quod cum dico, non damno Analogias, nec contumelia est, negare, illas etiam Harmonias esse. Nam ut illam agentis et patientis, maris et foeminae, superi et inferi, quam hic attingis, copulationem proferam; eandem et ipse societatem comparavi libro meo IV. Harmon. cum Consonantiâ Diapason, quam ipsam mas et foemina etiam vocibus ipsis ut plurimum exprimunt. Tu quidem tuis insistens principiis Marem et foeminam, unitates facis physice aequales, societatem eorum, unisonum: Mihi mas est ut binarius, foemina ut unitas ratione quidem comparationis cum concordantiis musicis. Tu si lubet, verte ordinem; sit mas unitas, foemina
20 binarius, propterea quia tardos sonos materiae comparas, tardi enim soni maioribus quantitatibus familiares ut materia foeminae.

Hactenus itaque collusum nobis est analogiis: at iam in diversa discedimus: dum tu negas, *sine Analogiis hisce perveniri posse vel ad Harmoniae secretum, vel ad motuum coelestium mysteria* ais *mensuris* potestatum tuarum *exactissimis, Harmonias, Mysteria Naturae, et Mundi motus elici:* ais, *hanc esse doctrinam solam, sine qua nulla mensura, proportio etc. acquiri possit*, ais, *sine hoc sapientiae* Hermeticae *dono neminem, scientiae astronomiae peritum de siderum situ et motibus recte iudicare posse:* ais, *sine his neminem in scientiam aliquam ex illis 7. liberalibus rectè penetrare posse:* meam vicissim
30 *Astronomiam* appellas *imaginariam*. Ego multa quidem video promitti; malim tamen clare demonstrari. Nam Astronomia nostra, hominum, quantum ego scio, minimè Hermeticorum (si TYCHONEM excipias), in propatulo est, ipsa pro se loquitur. Non expedit, studiosos bonarum artium, dimissâ per contemptum, astronomia vulgari tuis inhiare promissionibus: nec postquam à me nova methodo sunt in lucem prolatae causae Harmoniarum; quicquam tu admirationis concitabis, quasi mysteriorum harmonicorum, quae penes te premas, nisi quid eorum etiam publice proferas. Ipse PROCLVS, JAMBLICHI tui admirator, Platonicae philosophiae antistes, philosophus admirabilis, qui numeros Pytha-
40 goricos non tantum per Naturae partes omnes introduxit, sed etiam

31) dare demonstrandi

usque ad Theologiam ipsam evexit: hic inquam *astronomiam* hanc, quam tu dicis *imaginariam* non neglexit: sed diligenter eam tradidit, libro Hypotyposeon Astronomicarum scripto.[1]

Ad Analysin XIX. 37

Pag. 29. Hic *inconstantiam* mihi tribuis et *errorem circa tuam intentionem*. Vincis utroque crimine: nam hic quidem error illam inconstantiam et peperit et excusat. Errori verò causam tute dedisti. Nam tibi familiare *sapienti loqui:* at ego si ex stultis vel ignorantibus fecero sapientes, tum demum me scriptionis munere probè functum existimo. Igitur Pyramidas tuas, diagramma mathematicum, quantum ad lineas et numeros, contemplatus fueram oculis mathematicis, ratus te ignoranti mihi aperturum aliquid arcanorum, idque per genus scribendi communiter notum utrique: haec enim est methodus, qua alter alteri significat. Atqui valde me mea decepit opinio: negas *examen hoc Pyramidis tuae mathematicae eiusque soliditatis cum numeris inquisitionem ad rem pertinere:* ais, *te produxisse quidem figuram Geometricam, at non ideo, ut protinus ad mathematicam pyramidis numerationem transiret lector;* et ne non optimè perciperemus quid velles, pergis, *non eo animo introduxisse pyramidem Geometricam in tuis demonstrationibus, ut aut eius materiae* (intelligo soliditatis abstractae) *identitatem consideraremus, aut soliditatis partes ad invicem compararemus, aut longitudinem metiremur:* adeò vix tibi ipsi satisfacis explicando. Euge ut vel tandem clare loqui incipis, nec quicquam aenigmatibus involvis: intelligo vel tandem, te figuris uti ut picturis, cum mathematicis figurae sint loco diagrammatum. Intelligo picturas tuas inter se multum differre: quae enim ad systema Musicum pertinent, eas ut diagrammata mathematica considerare debemus, quae ad physica, non debemus. Verè tu ista Analysi X. proposita discrimina, nunc exhibes oculis conspicienda. Pauca tamen subsunt priscae vestigia noxae: nondum didici conciliare quae sequuntur, cum praemissis. *Non in id esse* dixeras *Pyramidem tuam, ut eius materiae identitatem consideraremus*. At iam ad mentem revocas, *Pyramidis mathematicae omnes partes esse eiusdem materiae, unamque eius partem homogeneam cum alia; ideoque ad meliorem subiecti explicationem te fecisse partes aequales*.

Pyramidem tuam dum doces physicarum contemplationum causa expressam; ex eo dicis, *eam magis esse formalem quam ut sub consideratione mathematicâ comprehendi possit*. Rursum aliquid proficio: quod enim hactenus scholae *Concretum* dixerunt, tu appellas *formale*. Vtere vocibus arbitratu tuo: mihi formalitas omnis ex Geometria est, saltem mentali, omnis applicatio partium operumque naturae, ad materiam adque subiectum refertur. Interim meminisse te velim postulati mei, analysi

praecedenti sanè quam aequi illius. Dum enim persuadere vis, *in hoc iacere omnem intentionem sapientum, Harmoniae proportionum: et mensurarum, ut intelligamus progressionem formae ad depurationem materiae etc.* restat igitur hoc tibi addendum, quod etiam supra pag. 26. tua flagitavi; ut gradus progressionis huius certis signis definias, ex quibus intelligamus, quando depuratio propositi temporis ad depurationem plenariam sese habeat (verbi causa) ut 3. ad 4. quando scilicet faciat concordantiam seu Harmoniam Diatessaron: nam hoc ex Pyramidibus tuis negas elici debere. Mihi quidem, si liberet indulgere Analogiis, omnis ista imperfectio depurationis, quocunque numero seu Harmonico seu alio, quacunque proportione seu effabili seu ineffabili, contenta, Dissonantiae similior videretur; contra, omnis coniunctio formae cum materiâ in suo genere perfecta. Verumenim verò me retraham: neque enim huius est loci, tuam illam Hermeticam philosophiam penitissimè vel addiscere vel excutere.

Ad Analysin XX.

Nunquam mea ROBERTE recitas sine auctario: omnino liberalis es. Pag.30.
Egone *falsas* pronunciavi *Consonantias tuas* Hermeticas? Atqui adeò nihil mihi cum iis negocii volui esse; ut distinctione seu comparatione clarissimâ censuerim illas à meis summovendas. Non refuto ROBERTE tua, sed comparo mea, ut sciat lector, quid penes te quaerat, quid penes me. Quam igitur tu hic affers explicationem Harmoniarum tuarum physicarum, quas tu laxo vocis usu complecteris, eam lectoribus tuis remitto commendoque. Mirum tamen, cur in hoc meo textu repugnantis
38 et refutantis ora'tione utaris; cum tamen ipse idem de te ipso dicas verbis paulo aliis. *Consensus* inquis *formae et materiae quantitates easdem non admittit, quatenus forma communi Geometriae mensurâ non mensuratur, sed ideali, quoniam forma lineis Geometricis depingi non potest.* Et pergis explicare, quomodo formae mensura competat, et quomodo intelligendum, quod materiae diversas formae portiones recipiant. Quae omnia pertinent eo, ut intelligamus, *te rem tentare diversissimam à mei operis proposito.* Nam etsi tu provocas ad locum ex meo lib. 3. cap. 4. ubi me *hoc ipsum* ais *agnoscere:* at scire poteras, illa à me ex Pythagoricis esse relata κατ' ἄρσιν, non ut θέσιν. Rectius ad alia loca libri mei IV. Harmon. provocasses. Nam ibi penè ad verbum tecum invenies loquentem de ideis rerum Geometricarum in Animarum penitissimis essentiis. Non est tamen ne hic quidem, idem nobis utrinque sensus. Mihi enim duo termini, pure mentalis uterque, mentalem effigiant Harmoniam, quae sit idea sensualium terminorum: duo iterum termini sensuales requiruntur, in quibus eadem sit ex-

25) refutandis

pressa proportio, quae relucet in mente: at tibi formae ipsae fiunt alter terminus, materia, terminus reliquus. Hoc est quod indicavi, discrimen nostrarum conceptionum; dum dixi nequaquam eodem respectu formis quantitates inesse, quo insunt materiae.

Numeros 1. 2. 3. quo tu sensu, quo exemplo proportionales dicas ipse videris: in Geometria proportionales sunt isti 1. 2. 4. sic 1. 3. 9. sic 4. 6. 9.

In his 1. 2. 3. formalibus (scilicet ut sunt figurati) delitescere ais Mysterium Harmoniae mundanae. Laxe nimirum uteris voce Harmonia; quod si non esset, et si de ipso proportionum ortu loquereris, quae proportiones in musica suavitatem conciliant binis consociatis sonis: thema hoc esset, meo themati contrarium, quod totis tribus primis Harmonices meae libris ursi: non itaque sic nude affirmari posset, quippe post decisionem causae: nisi eandem novo etiam molimine, novis argumentis, censueris fulciendam, contraria mea diluenda.

Non esse diversissima Materiam et formam ex eo arguis, *quia conveniant in actione et passione*. Quantam ego molestiam capio vetulus discendâ de novo tuae philosophiae linguâ? Nam antiquitus non diversa tantum sed et contraria cluebant, quae in se mutuo agunt. Adeoque etiam figuris diversis utuntur ille tui exempli vir, et illa mulier; in quantum scilicet agunt patiunturque; quam figurae diversitatem etiam numeris Pythagoricis expressam invenis libro meo IV. Harmon.

Pag.31. *Formarum* ego cum Materiis convenientiam seu coniunctionem, *recuso* Harmonias indigetari, sensu vocis apto meis speculationibus: coniunctionem ipsam non recuso. *Exemplum* meum, *diurnorum motuum Martis et Jovis*, nova inscitiâ miror *formale* appellari. Duo termini sensiles sunt; proportio inter illos res est sola mente percipienda, aestimanda, fruenda. Nisi enim mentis lumen inesset in auditu, non is delectaretur proportione 1. 3. in vocibus. Et nisi prius in ideali circulo intus in Mente creatrice reluxisset ista proportio, non fuisset illa indita motibus, Saturni tardissimo, et Jovis velocissimo.

Incongrua tibi videtur *affirmatio mea*, dum dico diversissimas esse tuas Harmonias à meis. Et quare incongrua? Quia cum tibi sit harmonia inter lucem et materiam, mihi inter motum et motum; motus tamen ipse à luce tibi esse videtur. Atqui ô bone, non idem terminus est, lux ut causa, et motus ut effectus, non eadem combinatio, tibi quidem materiae et lucis, mihi duorum motuum; lucis (si ita vis) effectuum. Etsi quaestio, an motus Planetarum à luce Solis oriatur, non est adeò expedita, ut inter fundamenta possit assumi. Ego in Comm. de motibus stellae Martis, inque libro V. Epitomes Astronomiae, demonstro, causam, quae planetas circa Solem agit, non esse lucem, sed aliquid luci

perquam simile in multis proprietatibus: illos verò motus, qui fiunt Harmoniarum coelestium termini, formari, et causari à concursu insitae virtutis in planetis, Eccentricitatisque Planetae à Sole. Itaque *tarditas et velocitas motuum*, nequaquam ab ipsa *luce*, nec ab ea causa quam eius comitem dixi, primò oritur, sed ab Eccentricitate planetae. Tibi etiam lux idem est quod forma et anima: mihi motus Planetarum nullâ indigent Animâ, indigent verò formâ corporeâ quae consistit in fibris corporis magneticis. [1]

39 Quomodo etiam diversae crassitiei chordae recipiant eodem respectu
10 quantitates, supra explicatum est. Ita dilutam existimo *incongruitatem* obiectam.

Ad Analysin XXI.

Hic tu divellis textum meum eumque per partes aggrederis inermem et exanimem. Atqui tres ordine à te collocatae partes textus, videlicet 21. 22. et 23. coniuncti sensum habent unum; adduntque caeteris discriminibus, quae sunt inter te et me, unum insuper: quod scilicet tu partes rei cuiusque, quam pro subiecto Harmoniae venditas, non aliqua naturali et conspicua nota dispungas, sed in dispungendo mero utaris arbitrio; mihi partes terminorum inter se comparatorum per se
20 ipsas, sine arbitraria divisione sint conspicuae. Igitur hoc 21. textu, dum id ipsum incipio dicere; tu stomacharis veluti super *importunitate mea, cogique te* ais *ad defendendam dignitatem quaternarii*. Ego verò, etsi non possum aliter, quam venerari mysteria, quae tu hic ex philosophia Pag. 31. 32.
Pythagorica promis, exque Cabala Hebraeorum: non existimo tamen te coactum à me potius, quam invitatum: nec invenio quicquam, quod comparationi meae officiat. Est omninò magna quaternarii dignitas: at hac non obstante situm tamen in tuo fuit arbitrio, dividere subiectum aliquod Harmonicum vel in quatuor, vel etiam in tria. Non enim uteris ubique divisione quaternaria, interdum tibi placet et ternaria, ut sequenti
30 textu 22. indico. Quid si ego tecum ex tuis ipsius disputem principiis? An erit mihi difficile probare te hac quidem vice nequaquam respexisse primo ad dignitatem quaternarii, dum quatuor gradus opacitatis exhibes; sed immediate ad numerum elementorum quaternarium? Nam quicquid est in excessu opacitatis terrae super opacitatem aquae, id puto tibi esse gradum quartum, quicquid plus in aqua quam in aere, tertium, quicquid plus in aere quam in igne, secundum: ipsa verò ignis tenebrositate primum definis gradum. Haec equidem distinctio naturae ipsius est, si ponimus quaternionem illum elementorum niti naturae principiis. Sic enim etiam apud me, diurnus planetae motus non

23) alter 29) quaternâ

seipso, sed comparatione ad motum alterius, partes sortitur quatuor, tunc scilicet, cum excessus unius super alterum, ter continetur in altero exacte. At vicissim etiam expende rationes meas, quibus hanc quaternitatem graduum refellam. Primum elementa corporum non sunt quatuor: nititur numerus iste Platonica potius symbolisatione, vel Aristotelicâ qualitatum combinatione; nisi quid aliud ignem dicamus, quam illum qui depascitur corpora. Nec mea est novatio ista: negavit idem CARDANVS, ante me multique alii. Si compositionem respicimus, ex terra et aqua constant artificialia pleraque, est ubi etiam ex aere; ex igne nihil fit, sed ignis omnia consumit. Quaecunque vestigia quis ignis monstrare velit in naturalibus, ea formae potius, aut Animae sunt, quae non est elementum corporeum vel materiatum, ut terra vel aqua.

Numerus elementorum.

Tria Chymicorum principia.

Sin vero ad resolutionem venitur corporum naturalium, iam dudum Arabes, Chymicorum tuorum maiores, tria agnoverunt principia, Sal, sulphur, et Mercurium: puto sensum in hoc secutos, Mercurium dixisse, quicquid exhalat, quod odoratum movet, sulphur, quo pascitur flamma, sal quod post conflagrationem residet in cineribus. His igitur authoribus, ignis vastator est, divisor est, dissolutor est, pars corporis haud est. Multa in hanc sententiam disputari possent; quae tamen huius loci non est prolixius explicare. Quaternario igitur Elementorum numero dissipato, deletur etiam distinctio ista qualitatum quarumcunque in gradus quatuor. Deinde qui gradus alicuius rei numerat, is non debet in numerum referre vel negationem rei puram, vel infinitum quippiam. At in his tuis, ROBERTE, gradibus, video in terra negationem lucis meram, obscuritatis vim infinitam et illimitatam. Hoc perinde est, ac si quis diceret, cuiuslibet lineae tres esse partes, punctum initii, lineam ipsam, et punctum finale. Atque huius defectus confessionem veluti quandam, habemus in ipsa oratione tua, cum ais *terram parum vel nihil habere formae seu lucis vivificae in se*. Tertio si qualitates ipsas sumamus: ineptae illae invenientur, ad hunc quaternarium. Si lucem intuemur, nulla lux est in aere insita et propria, nulla in aquâ, nulla in terrâ: si | pelluciditatem, ea in aethere maxima est, in aere puro minor, in vapido rursum minor, post in aqua tunc in oleo electro et crystallo; sin densitatem, ordo erit alius, aeri succedet oleum et electrum, huic aqua, tum vitrum, Crystallus, Adamas; inde opaca, Sal, Magnes, stannum, ferrum, Cuprum, Argentum, plumbum, Hydrargyrum, Aurum. Adeo Natura
Pag.33. nihil confert ad quaternarium tuum graduum. Relinquitur igitur haec quadripartitio tuo arbitrio. Neque tamen super eo te *condemnavi*: sed comparavi tuam methodum et quae illam ingrediuntur, cum meâ, idque lectoris erudiendi causa, nequaquam igitur *inconsultè*.

Ad Analysin XXII.

Jam ad praecedentem Analysin est dictum, hanc textus particulam cohaerere sensus causa cum superiori. Frustra igitur te munis ROBERTE; non advenio oppugnator, sed hospes, eminus te salutans. Nam etsi nullam attulisses rationem, cur singulas regiones trisecares, non ideo te reprehenderem; sufficeret mihi et hoc et praecedenti textu monstrasse, te arbitrio uti in distinctionibus tuis, quippe qui nunc quadriseces, nunc triseces: Multum et ipse tribuo Archetypali Trinitati in effigiando † Mundo, quod Epitomes Astron. libro IV. explico. Tuam quidem 10 distributionem dierum creationis inter personas Trinitatis Sacrosanctae transmitto Theologis: ego sat habeo si in ipsa figura Mundi inque praecipuis eius membris, quandam exhibeam similitudinem sacrosanctae Trinitatis.

Si trisectio cuiuslibet Elementi probabilis ex eo fit, quod coelum superum triplex esse perhibetur, esto: Non ego id negavi, nam aliud est probabilitas rationis, de qua tu hic, aliud *probabilitas sensuum* quam ego nego per omnia sequi. Ais *te de proportione locutum actionum et passionum inter materiam et formam, non de dimensione intervallorum.* Atqui sensuum probabilitas ne sic quidem ubique sequitur. Aeris quidem 20 tres regiones qualitatibus quodammodo distinctas habet ARISTOTELES, sed habet sine invidiâ hodiernorum philosophorum; at in igne vel aqua, ut in mari Oceano, quid quaeso te ex sensibus allegabis, unde probes aliter superius comparatum cum actionibus et passionibus formae in materiam aliter in medio, aliter denique in fundo: et quod nam signum, quem terminum, quo loco pones, confinia distinguentem mediae regionis cum extremis, quia mensuris quantitativis, aequalitate vel proportione continua constantibus tute ipse iam modo renunciasti. Sed quid ego frustra fatigor? Fateris ecce ipse *probabilitatem huius distinctionis non esse in sensu, sed potius in intellectu.* Frustra quidem, nihil 30 enim est in intellectu verum, quod non sit in re, quae est extra, hoc est in sensilibus. Sed ne quid extra septa: illud dicebam, frustra te irasci meo dicto de tuis distinctionibus, cum id ipse usurpes.

Ad Analysin XXIII.

Quod potissimum urgebam in hac conclusione unius comparationis, Pag.34.
tuarum unitatum mensuras esse indeterminatas à Naturâ, id video te tacita praeteritione concedere. Rectè igitur habet mea comparatio. Accipio tamen abs te auctarium illud comparationum mearum: quod mones, tibi etiam motus esse propositos inter quos sit Harmonia, non

22) in mane Oceano

minus quam mihi, sed tuos motus esse *universales*, esse motus *alterationum et perfectionum: meos esse particulares*. Accipio et concludo: tui igitur dimensionibus mathematicis non subduntur, at mei subduntur: quapropter, ut maximè concedam, illos tuos motus ex illo rerum genere esse, quod proportiones Harmonicas certas, puta Diatessaron vel diapente recipiat; at media quibus tu harum quamlibet de praesenti adesse discas, nulla sunt: Hocque ipsum monere lectores, mei est propositi. Nam de motibus alterationum ex professo egi libro IV. Harmon. cap. III. et commentariis in PTOLEMAEI Harmonica nondum editis; quod scilicet in illis Harmonicarum proportionum ratio nulla possit iniri.[1] 10

Ad Analysin XXIV. 41

Motus tuis Harmoniis tales ademi, quales meae pro terminis habent, qui nempe circinis *Geometricis* possunt mensurari, nulla in *hoc sermone temeritas* nulla *invidia: ut vero argumentum id* tibi *sit inscitiae meae*, patior, quia de illis tuis motibus Analogicis, quibus Forma materiam, Lux tenebras, Anima corpus subiugat domatque ne per somnum quidem cogitavi. Quare partiamur operas, *ridicula* tibi mea sit *asseveratio*, ridebo ego vicissim tuos illos motus, non quod non sint, sed quia *informare* nemo philosophorum hactenus, quod sciam, dixit *movere*, causam nomine effectus: et quia frustra tu iactas te *quaerere proportiones harmonicas in* 20 *tenebrarum et lucis gradibus, respectu motus, quo forma moveat materiam:* si nulla tibi vestigia magnitudinis motuum horum praebet ipsa Natura, quorum adminiculo tu comparare possis motum cum motu, ad eliciendam et aestimandam eorum proportionem Harmonicam. Quaeris et metiris iter navis inter fluctus, volucris per aerem.

Comparatio enim omnis fit secundum numerum, numerus ex mensura capitur. *Harmoniae* verò *subiectum* mundanum, *quod animo respicitur solo non etiam oculis*, (hoc est, quod aptum non est ad species certas Harmoniarum, quantitate differentes, ut Diatessaron, diapente seu 3.4. vel 2.3. induendas) id verò non tantum *substantia* nulla, *nucleus* 30 nullus, sed ne *cortex* quidem est, imo *umbra* est sine corpore, et umbrae somnium.

Ad Analysin XXV.

Pag.35. Novum discrimen in numero intervallorum statui, dixique te applicare paucula intervalla; me verò omnia applicatione meâ complexum esse. Hic tu multa in contrarium dicis magnifice, probas nihil. *Ex semidiametro mundi te* ais *Monochordum fecisse; in monochordo vero potestate inesse*

37) in esse

intervalla omnia. Atqui non est hoc, ROBERTE, applicare intervalla omnia partibus mundi: non est hoc, demonstrare, quibus in membris quaelibet Harmoniarum insit. Age namque dic ubi tu semitonium colloces, quibus naturae metis id sit distinctum: dic quibus mediis expressa sit in mundo differentia generum cantus; nomina terminos Contrapuncti, exprime speciem clausulae seu Harmoniae alicuius universalis omnium terminorum, quos tu adsciscis ad repraesentandas proportiones Harmonicas. Haec ego nequaquam provocandi animo nec scripsi, nec nunc scribo: nam nisi haec omnia et plura alia fuissent in ipsa rerum Natura, in ipsis scilicet Planetarum motibus expressa, nunquam ego illa ullâ mentis agitatione potuissem eruere. Sed cum nos creaturae meritò admiremur adoremus et propalemus haec vestigia sapientiae creatricis agnita: nec quisquam mihi vitio vertet, quod plenus certitudine rei, lectores monui, plus aliquid divinorum operum in meis Harmonicis detegi, quam in tuis, qui privatis de mundo conceptionibus, nullo sensu confirmatis indulgeas: nec nunc ego connivere debeo quietus, quin potius indignationem meam demonstrare, quod te video aemulatione irritatum, iniuriaeque (quam tibi imaginaris ex eo, quod ego Deo suum tribui, munere meo functus distinguendo inter tua et mea) huius inquam offensiunculae ultionibus exagitatum te transversum rapi; ut aspernatione et deformatione mei operis, opera ipsa Dei diuturnioribus ignorantiae tenebris, quantum in te situm, involvas. Non ego tibi irascar, quod *assimilas opus meum Harmonicum Chimaeris vanis in aere imaginatis;* multa talia ut occurrant in eo, fieri posse puto: at quod *motus Planetarios*, per contemptum appellas *accidentia mera creaturarum naturalium*, eaque de causa proportiones Harmonicas, ex iis *extractas*, id est demonstratas, quod verissimè illis insint, *vanas* pronuncias; id puto ad Dei creatoris iniuriam pertinere. Scito enim haec illa esse accidentia, quorum Creator curam habuerit, in quibus exornandis aliquem radium sapientiae suae impenderit. Ecce enim negare non potes, inter Saturni tardissimum et Jovis velocissimum esse Diapason Epidiapente proportionem, inter illius velocissimum et huius tardissimum, proportionem Diapason [1] simplicem: agnoscis perfectionem harum proportionum 1.3. et 1.2. nec audes asseverare id fortuito sic evenisse, quasi nihil de hac re cogitante creatore. Haec omnia cum tu scias: ut tamen me ulciscaris non valdè malè meritum; os in coelum tollis; *Vanam et Chimaerae* similem hanc *Harmonicam proportionem* pronuncias. Haec ex parte Dei Creatoris. Nunc ad alia convertar, quae ad me scriptorem pertinent. *Ac si omnis* inquis *anima à Planetarum aspectibus aut motibus dependeret.* Ego quidem, ROBERTE consequentiam video nullam; neque sanè hoc meum dogma est, citra vel ante motus coelorum

motum vegetationemve in plantis et animalibus nec fuisse nec esse posse. Lege libri mei IV. caput VII. invenies ibi, Naturam sublunarem semper incumbere operi suo; ad stimulos verò aspectuum, praecipuos aliquos capere impetus. Hoc iam supra ad Pag. 18. tuam, inculcavi: *Si totum*, inquis *corpus Harmonicae contemplationis in extremis planetarum motibus consistit, sequitur nullam in mundo fuisse Harmoniam, ante planetarum positionem in coelis*. Malè colligis. Totum in hisce quid impedit sic consistere, ut simul etiam totum sit in aliis? Non est idem dicere, Totum in hisce, et Totum in solis hisce. Quaere, ROBERTE, quaerantque tecum omnes alii; forsitan enim occurrent aliae res sensiles, in quibus etiam sit expressum totum corpus Harmonices: quae ubi vos protuleritis, tunc ego caput tertium libri mei IV. Harmon. augebo, prolatis terminis subiecti Harmonices. Quam verò tu doceas Harmoniam lucis et tenebrarum, novo et laxissimo sensu, vocis: id iam saepius in superioribus est dictum.

Quanquam etiam in voce *Contemplationis*, quam mihi reposuisti pro mea voce *Contemperationis*, lucrum captare videris, sed frustra. Non enim omnis mea *contemplatio* versatur in Planetarum motibus, pars eius, libro scilicet IV. mei Operis, decidit in terram, inque radios planetarum, eorumque angulos in terrâ formatos; pars rursum, libro scilicet III. in voces humanas et artificiosas. At *contemperationis Harmonicae* (qua circumlocutione ego exprimo illam PTOLEMAEI, cum τὴν τοῦ ἡρμοσμένου φύσιν nominat), totum corpus invenio in motibus Planetarum, totum quantum quantum est in vocibus humanis, non verò ita totum in radiorum angulis. Non utar exceptione illa iustissima, de unico illo triduo primae mundi infantiae: quid magnum enim vel insolens, si per id *non pluit Dominus super terram etc.* non utar, inquam, quia mihi opus illa non est.

Quid iam nunc ego potius facio, quam ut tibi ceu alteri ARISTOPHANI, festivissimam exhibenti Comoediam (in qua *Extremum hominis delirium*, tuis imaginationibus formatum, sub persona mei nominis introducis) spectator adsideam SOCRATES ego, subridens applaudensque. Certè equidem magnum *delirium*, *oblitum materiae*, in qua *Lux* opera sua designat profligandis *tenebris; oblitum facultatum Naturae*, quibus illa ut *rex* aliquis *imperat*, *ad stellas confugere cum Ethnicis*, et quae sequuntur oratoria poppysmata luxuriantia.

Solem equidem *fontem statuo motus coelestis;* at *sapientiam creatricem* non pererrare tantum *mundi laticem*, sed fontis ipsius architectum agnosco: ut supra ad finem Analys. XI. sedulo cavi. *Accidentia* verò *pro substantia motum* pro *Natura lucis* nuspiam accipio: sed cum diversa sint, Regiones Planetarum et Motus per eas; utrique rei suum esse ornatum à sapientia creatrice inventum doceo; regionibus quidem, ut spacio, Corpora

quinque regularia, spacii participia: motibus verò, proportiones Harmonicas. Tibi verò, ROBERTE, quid imputem audi; video enim te id non rectè percepisse, flammatum ira, quod scripsi, *te privata pictura Mundum animo tuo circumgestare, tibique tuum illum conceptum Mundi, subiectum esse Harmonices*. Tu scilicet Mundum in tres regiones dividis, hoc quidem privatum nondum est; idem enim et alii fecerunt ante te: iam vero singulas regiones in alia tria subdividis, singulos planetarum orbes, singula elementa: tunc ducta semidiametro, particulas eius applicas quantas lubet, facisque monochordum, vestis illud duplici pyramide, iamque ex hac
10 picturâ quam praeter te invenit nemo, Harmonias elicis. Nolim hoc crederes, ipsam per se picturam hanc, mihi in animo esse, de subiecto tuae Harmonices cogitanti, scio rei aliquid subesse in tuo conceptu: at illud iam dudum ultro fassus es, te Harmonias tuas non nisi mediante hac tua privata Mundi picturâ, partibus Mundi applicasse. Ipsa tibi
43 lux mate|riam suppeditat scio, at Pyramides tuae dant modos et quandam veluti mensuram, sine quibus modis mensurâque, nulla materia in ullam Harmoniam congruit. Nisi tu forte abiures, te cum Diatessaron applicares mundanis, de nulla planè mensura numerove cogitasse. Jam tute te recollige, ROBERTE, tecumque expende, quodnam probrum in te
20 coniectum à me sit, dum tibi ego *picturae Mundi* novae, hoc est *privatae* inventionem mero merito tuo assignavi.

Ad Analysin XXVI.

Ecquis nam hic KEPLERI *triumphus*, qui paean? quod nam *laudum mearum monumentum?* quid ingenuè fateor, *vel totius operis mei notitiam à mysteriis tuis longissimè adhuc abesse?* Nam quod *demonstrationibus mathematicis accuratissimam certitudinem* arrogo, id non ad me privatim, sed ad ipsam scientiam pertinet. Pag. 36.

Qui vero *dedecoris abyssus*, quo modove in eum *famam tuam detrudo;* quod *tradere te* dico *philosophiam profundissimam*, quid *mysteria in illâ*
30 *conferta* celebro? Nam quod *perplexissima* illa mysteria dixi: id nescio qui tu mihi exprobres, quem ne dignaris quidem erudire scriptis tuis: scribis enim *filiis sapientiae*, cum me filium ignorantiae persuasum habeas. Mihi itaque meique similibus *Mysteria tua perplexa* sunt, id est Mysteria, culpâ tuâ tuorumque, quos laudas, *roseae crucis fratrum*: qui fugiunt ad Fratres R. C.
salices, et se cupiunt ante videri. Age namque nisi doctrinam iactent ipso Evangelio caelesti preciosiorem, prodeant in hominum frequentiam, ad mare Galilaeae, in montem, ad festum, dimittant discipulos per castella et vicos: tunc loquantur, si ita libet, in parabolis perplexis, copiam sui privatim conventurientibus faciant, et tunc nisi percontemur,

10) dicis *statt* elicis 34) laudes 38) pexplexis

nisi discamus, perplexitatis culpam nos sustinebimus. Et quod nam hoc sit opprobrium quod dico *tua Mysteria ab accuratissima certitudine demonstrationum mathematicarum longissimè recessisse*? cum tu ipse id omnibus paginis, omnibus prope lineis ultro fatearis? Pyramidas pingis, numeros et mensuras mathematicas applicas, nec eas vis nos intueri oculis mathematicis, nec applicare pateris circinos, metiendi causa: Mathematicas demonstrationes adeò procul habes, ut disertis verbis eas contemnas, interque vani capitis deliria reiicias. *De mysteriis tandem me* ais *loqui*. Etiamne hoc quoque vindicandum censes? Sed *à te male intellecta* dico? Non dico: potest quis secum ipse optimè intel- 10 ligere secretum aliquod, quod demonstrationibus legitimis explicare non vult. Nec unquam crimini dedi, Mysteria tradere: quare non est cur doleam exprobrari mihi libellum meum primum hoc titulo scriptum. *Futilitatem* illius libelli tunc agnoscam, ubi tu illam detexeris. *Lucis et tenebrarum effectus* nonnullos *ignorare* possum, *abnegavi nunquam ore duro. Mathesin* si tu aliam nosti (praeter *vulgarem* illam, à qua denominati fuerunt, quotquot hactenus Mathematici celebrantur), quae scilicet sit *naturalis et formalis:* eam ego fateor me *nunquam delibasse:* nisi ad generalissimam vocis originem confugimus, dimissis quantitatibus. De illa igitur scito me hic non esse locutum: habeas tibi, ROBERTE, laudem et illius, 20 et demonstrationum in illa: quae quam sint accuratae, quam certae, tute tecum iudicabis sine me arbitro. *Motus* ego cogito visibiles, sensuque ipso determinabiles: tu *actus internos considerato*, deque iis in gradus distinguendis laborato: *caudam ego teneo* sed manu, *tu caput amplectaris* mente, modo ne somnians: ego contentus sum *effectis*, seu Planetarum motibus: tu si in ipsis *causis* invenisti Harmonias adeò liquidas, quam sunt meae in motibus, aequum erit, ut ego et tibi de inventione, et mihi de perceptione gratuler, ubi primum percipere potero.

Inhaerere me dicis *coeno et luto impossibilitatis meae doctrinae:* non sum huius perplexitatis mihi conscius, age me doceto de his angustiis, fidelis 30 monitor: dic ubi, quid, quomodo inexplicabile? *Obligar vinculis obscuritatis perplexissimis?* Verum crimen arguis, si materiae insolentiam novitatemque, si mores huius saeculi, si neglectum mathematum, si stuporem ingeniorum respicimus. Non id tamen privatum meum crimen est, socios habeo PAPPVM, SERENVM, APOLLONIVM; et (pro te quidem obscuritatis aestimatore) ipsum adeò EVCLIDEM. Tu verò cedo mihi cathedram, cedo auditorium fre|quens assiduum et attentum; 44 cedo iuventutem philosophiae operantem; efficiam cum Deo intra semestre ut illi (tuque adeò ipse inter caeteros, si volueris), *ex laqueis* istis difficultatibusque liberemini, non minus atque ipse consummato libro 40

36) aestimatorem

meae Harmonices tandem emersi. Interim dum in ignorantiae gurgite natat pulcherrima doctrina; nihil ego de *salute honoris mei* sum sollicitus, qui me scio Dei creatoris honori propalando destinatum esse.

Ad XXVII. seu complementum Numeri Analyseon.

Per Deum immortalem te rogo, abstineas manum à summario operis mei scribendo, quod mitius dixero te non intelligere, quam si dicam te studio pervertere. Mihi non est aliud *Harmoniae subiectum*, quam bini cuiusque Harmoniae termini. *Situs* vero *Planetarum in coelo* non sunt Harmoniarum mearum termini, non igitur subiecta Harmoniarum. Si verò de Libri mei quinti Harmonicorum *subiecto*, id est materia seu capitibus intelligi vis; loquere igitur distinctè, ut ne in fraudem meam intelligaris à lectoribus. Partem enim aliquam libri V. facit illa distributio spacii mundi mobilis inter Planetas, facta secundum proportionem Orbium figuralium Geometricorum. Neque mihi *collocatio terrae inter sidera, complementum est Harmoniae* ipsius, sed bene extremi motus Telluris sunt complementum numeri terminorum, quibus continentur proportiones Harmonicae caelestes. In *sitibus Planetarum* ipsis nullas statuo *consonantias*, frustra enim fui, cum in illis has quaererem. Neque philosophorum dicta *torqueo*, cum voculis utar dubitativis *forte*, quibus omnis Pag.37. vis tormentorum enervatur et remittitur. Tibi namque, caeterisque lectoribus liberum relinquo, quid credas Pythagoricos insinuare voluisse. Nec me contemplationes Harmonicae demum induxerunt, ut *terram inter sidera numerarem:* iam dudum hoc dogma magnis magistris acceptum fero. Astronomia est, ROBERTE, quae hanc nobis confessionem extorquet. Quod corporum quinque *quodlibet sumatur ex alio, tanquam filius ex patre, vel minus ex maiori;* nec Geometriae figuratae consentaneum est, nec meis enarrationibus.

Nam Tetrahedron ex Cubo sumi dixi Geometricè, tanquam Evam ex Adamo: intelligit similitudinem, qui rationem inscriptionis illius in hoc intelligit. Dodecaedron verò ex illis duobus, ut filium ex utroque parente, oriri largior, at non ut *minus ex maiori*. Nam ratione figurationis, hoc est inscriptionis maius est dodecaedron cubo: quantitas vero figurarum in mundo non est ex figuratione, sed ex necessitate spacii. Rursum Octaedron et Icosaedron foeminis magis assimilantur Cubi et Dodecaedri, quam filiis. Nec propositum meum fuit *componere Harmoniam à proportionibus corporum regularium ad invicem*. Harmoniam enim componunt, hoc est, constituunt bini termini proportionis probatae. At proportiones corporum Geometricorum invicem non fiunt mihi termini ulterioris alicuius, nimirum Harmonicae proportionis; quia inter terminos hosce non recipio nisi motus reales planetarum ipsorum diur-

nos. Sed hoc solum in re inest; quod iam supra ad pag. tuam 15. monui, quod cum et figurae solidae singulae interesse debuerint inter binos orbes, et Harmonicae proportiones singulae inter binos motus in illis orbibus; utraeque suis iuribus: ut igitur bene illis una habitantibus inter se conveniret; principio libri V. familiaritas aliqua conciliata fuit inter cohabitaturas. Et cubo quidem assertae sunt 1.2. et 1.3. non quod cubus illas et pariat, et harmonicas efficiat; sed quia vel origo utrisque cognata, vel quantitas pro usu futuro conveniens, vel dignitatis praerogativa utrinque penè eadem. Neque *varietas motuum eccentricorum proportionaliter oritur ex proportionibus regularium corporum:* distinctius ista sunt efferenda: oritur sanè varietas aliqua motuum proportionaliter, ex proportione corporum regularium (non sola sed sociata cum aliis causis, de quibus in Physica caelesti seu Epit. Astron. lib. IV.) at haec varietas attinet motus binorum planetarum inter se comparatos, non attinet motus diversos unius planetae eccentricos, in quantum eccentrici.

Vicissim illa varietas, quae est in motibus diversis unius planetae, nequaquam oritur ex proportione corporum regularium, sed oritur ex ipsa cuiusque planetae eccentricitate. Nec [1] *compono Harmonias propter huiusmodi varietatem*, sed ex hac varietate, id est ex motibus utraque de causa differentibus in celeritate, tanquam ex terminis, constituuntur vel resultant proportiones eaedem, quae sunt et Consonantiarum in humanâ Musicâ. Denique etiam hic falleris, quod quamvis libro IV. proportiones illae Harmonicae, quae *angulis radiorum* conciliant efficaciam, omnino desumuntur à *figuris planis:* non tamen pari passu proportiones quas inter *planetarum motus* inveni, desumptae sunt à *figuris solidis:* essent enim aliae ipso ortu et figuratione; cum tamen omnibus tribus, III. IV. et V. proportiones Harmonicae sint eaedem ortu et formatione: nisi quod alia deinde fit supellex Concinnorum in IV. alia in III. et V. Atque his iisdem correctionibus meis summarii tui, multa insuper loca Com-
Pag. 38. parationis tuae, quae sequitur pag. 38. diluta existimo. Nam cum Epitoma tuae Harmoniae Mundanae, praeterquam quod illam cum doctrinâ meâ comparavi, nihil mihi porrò superest negotii.

Ad Comparationem etc. Pag. 38.

Praeter iam dissipatas tuas oblocutiones, hic etiam contradictionem mihi exprobras, quod uno loco libri mei recenseo sententiam Pythagoreorum de 5. corporibus ex vulgari traditione, alio loco dubia usus oratione, nitor illam in melius emendare. Atqui contradictio nulla est, quae lectorem impediat, cum constet, quo respectu quodlibet eorum affirmaverim.

Alio capto impetu in spaciosum Operis mei agrum excurris, vastitatem utcunque et damna illaturus hostiliter. *Mundus* ais *tertio die completus fuit, Elementis ordinatis, secundo coeli, cum nondum essent sidera. Ergo* PLATO *et* PYTHAGORAS *applicando figuras elementis non cogitarunt de stellarum distantiis.* Sufficit recensuisse argumentum, nam hoc iam plus est quam refutare: quanquam de conclusione non pugno: quod testantur voces meae, *forte, forte,* ut cavi ad Analysin 15. Sequitur haud paulo violentius telum *Incongrue* KEPLERVS *de philosophorum intentionibus, quare valde debilia fundamenta Harmoniae eius Mundanae.* Cum ego philosophorum meminerim obiter, nec ullum iis locum fecerim in fundamentis meis. Pag.39.

De tuae Harmonices Epitoma nihil antea dixi; nihil igitur ne nunc quidem ad me pertinere puto, quomodo tu applices figuras regulares: illud solum cavendum, ne tu meis abutare verbis. Accipe sensum. *Cubus* ratione figurae *primigenius est et rationem totius habet:* consentaneum igitur erat ut illi etiam locus *extimus et amplissimus* (eorum scilicet quos figurae nancisci possunt), assignaretur. *Quid hoc,* inquis, *ad Saturnum?* Omninò plurimum. Nam quinque figurae, sex dederunt circuitus; Cubus igitur dedit extimos Saturnum et Jovem. *Atqui* (regeris tu) *Saturnus est minima pars totius?* Quid tum? Dummodo sit eius regio amplissima totius Mundi mobilis: nam causa erat, cur non omnis, non *totum* illud, sed sola pars mundi mobilis ex praescripto figurarum multiplicaretur.

Ex TRISMEGISTO tu tibi videris probasse, *quod spiritus igneus vitam, Harmoniam et concentum det elementis atque elementatis, et nequaquam Planetae, nec eorum motus.* Atqui non dixi, vel planetas vel motus planetarum dare vel elementis, vel elementatis concentum et Harmoniam: sed hoc dico: Deum conciliasse, seu dedisse, ipsis motibus planetarum, proportiones easdem, quae sunt in concentibus humanis.

Ad Testimonia et authoritates contra Keplerum iactatas.

Distinctè si non scripsisti, saltem adhuc mea percipias velim. Ad ornatum coelorum Harmonicum *basin* ego *securitatis* causa nullam in ipsissimo reali terrae motu erigo, frustra mihi hoc etiam supra Analysi XII. imputasti: nam ut ibi scripsi mihi sufficit vel apparens ille ex Sole motus Telluris, qui relinquitur etiam à TYCHONE, cum terra interim illi reverâ quiescat. Multo minus Radiationum ego proportiones, huic basi motus Terrae superstruo: nam expresse doceo lib. IV. Naturam sublunarem sic à coelo commoveri: ut id apparet in terris, non ut est reverâ in seipso comparatum.[1] Pag.40.

34) ut tibi

Denique quod *terrae Animam* qualemcunque tribuo, non ideo facio, 46
ut anima haec fiat terminus vel subiectum proportionis illius Harmonicae, quam statuo in radiis; sed ut istae radiorum proportiones possint esse efficaces in Meteoris.

Huic parti philosophiae tu nescio quid obloqueris, serione an aliud agens tuique oblitus: *In scripturis sacris nulla inveniri argumenta, quod meteora, ab aspectibus excitentur.* Id equidem sciunt quam optimè, qui sunt à philosophia quam maximè vacui. Quid vero tu inde? Num ideo aspectus nihil faciunt ad cienda Meteora: *nec stellae plus habent facultatis quam eam ipsam* distinguendi tempora signis, *ad quam* in scriptura dicuntur 10
factae ab origine? Argumentare itaque ulterius; in scriptura nullam fieri mentionem discriminis inter stellas errantes et fixas; nullos igitur esse Errones seu Planetas. O finem mihi contingat videre taediosissimae lectionis: non tenes ecce institutum, opponis tibi ipsi vim Solis admira-
Pag. 40. 41. bilem, duabus plenis paginis. Quid hostes faciant, dicunt si talia authores ipsi de suis dogmatibus? Cur ut mihi oppositum ostentas, quod ipse, luculentissima oratione de Solis dignitate, protelasti?

Sed enim Sol tibi geminus est, unus inconspicuus; et illi ut principi tribuenda ista omnia. Invenio inferius etiam Planetas geminatos. Ecquando tandem finem impones ROBERTE, nomenclaturae tuae arbi- 20
trariae? Solent, quibus oculi vino et crapulâ diriguere, singula per errorem aestimare gemina: num eadem vis sit Cervisiae Britannicae, non habeo dicere. Non sumus tamen adeo carnales, ut cum Solis, ut instrumenti, munia cernamus in mundo; sapientiae creatricis obliviscamur, quae instrumento utitur. Nam quaerenti tibi *Cur non attribuamus Harmoniam Elementorum potius principi quam principiato* (Soli) respondeo ego, hunc quem in Opere meo Harmonico detexi, ornatum motuum harmonicum, nec *à visibili* Sole esse, nec *ab invisibili* aliqua creaturâ, sed primum esse conceptum in archetypo mentis divinae, idque ab aeterno; deinde in tempore per ipsam creationem procuratum esse, ut esset (hic 30
quem ego doceo) nec in *Elementis*, nec in *elementatis*, sed in motibus Planetarum caelestibus. Nec opus habet haec *Harmonia*, ut etiamnum hodie *procedat ab anima seu Natura lucida primaria*, sicut ventus solet excitari *à flatore*, ad implendas fistulas, consonantiam edituras: sufficit enim, ut extremi planetarum motus, moderatione Eccentricitatum in tantas sint expressi celeritates, quantae comprehendunt proportionem Harmonicam: sufficit Animam esse, quae cum existunt illae proportiones, illas et percipiat, et ab iis irritetur.

Sequitur locus paulò tolerabilior: incipis agnoscere animam circa hanc Meteororum officinam occupatam: eam verò dicis, esse illam 40

21) oculivino 23) habero

ipsam *Mundi Animam*. Jam supra facilem hic me tibi exhibui: esto, dummodo quicquid agit non nisi mediante hoc telluris loco agat, in quo concurrunt planetarum radii quando sunt operosi in Naturam. Sic enim et hoc largiar, non inesse in epate peculiarem Animam, sed facultatem aliquam universalis illius in corpore humano animae, quae quod agit suum, id mediante epate agat. Atque ob id ipsum sedes harum facultatum rectissimè tribuuntur illis instrumentis.

Ex hoc loco transvolas ad hyperphysica quaedam opera, de quibus sacrae literae, quaerisque num illa sint ab aspectibus? ut quod Terra
10 Dathanem et Abiron deglutiit ad imperata Dei, et alia similia? Quaero ego vicissim, num huiusmodi opera sint ab Anima mundi, aut à quoquam creato spiritu? Cur igitur ex tua opinione cadit mea Terrae Anima, non cadit tua Mundi? Quin potius ista miraculosa seponimus; ad consueta vero et stata naturae opera convertimur?

Quis Deum fertilitatis ac proventus terrae authorem negat? aut qua Pag.42.
ratione transcribitur aspectibus fertilitas: si transcribitur illis conturbatio meteororum? Anne sufficit ad fertilitatem, incitari statis temporibus, Naturam sublunarem? Quis *omnes mundi inferioris eventus à stellarum motibus nectit?* Quis verò vicissim philosophorum, qualem tu,
20 ROBERTE, personam geris, ad id ineptiarum cum insulsis nonnullis Theologastris, adhuc à matre rubentibus, progreditur: ut cum legit, *Deum omnibus escam dare*, propterea vanum et inutile existimet investigare, quae arbor, quam escam cui fundat animali? Cum *Deum* audit
47 *aperire manum suam, ut saturet*, propterea vetet patrem familias aperire manum, ut hordeum equis suppeditet? Et cui fini tute ipse tuum illud ingens opus Macrocosmi et Microcosmi scribis si non licet *scrutari secreta Naturae*, nec instrumento cuicunque *tribuere mysteria momenti alicuius*, nec *authoritate* sapientum duce, ad causas rerum viam tendere propterea quia illi à veri Dei revelatâ cognitione fuere longiores?
30 Cur ergo tu TRISMEGISTVM sequeris, si mihi PLATONIS interdicis contubernio? Cur JAMBLICHVM tibi PORPHYRIVMque licet allegare, Christianae doctrinae hostes, mihi PROCLVM aut ARISTARCHVM non licet?

Sed enim coecus ego palpito in vasto hoc orationis tuae coenaculo, nec ubi te obvium habeam, divino. Tandem occurris et feris. *Sapienti* inquis *non mundano, sed Theosophico data est cognitio certa institutionis Mundi etc.* Tu nimirum *Theosophus* es, alii Cosmosophi; Tu quantitates invisibiles calles, tu numeros non numerandos, tu *Solem spiritalem*, tu *planetas* αὐτοπλάνητας, sola mente cernendos, ego *spurios*, tu *veram*
40 *Astrologiam elicis*, ego *adulterinam* exerceo: tu *vera* frueris *Animâ Harmoniae Mundanae:* mea est *imaginaria:* Tu *splendore sapientiae praesentissimo*

illuminaris; mihi *sapientia ista est incognita.* Omnino ROBERTE conclusionum tuarum undique et undique sic satis est, ut abunde etiam sit.

Illam potius orationis tuae partem quae laudes continet sapientiae divinae, consideremus devotis animis; et ab illa speremus illuminari, etiam cum naturalia rimamur: quod nos tanto propius assequemur, quanto remotiores utrinque ab aemulatione fuerimus. Illud solum te monitum volo, si prima (ex Analysi 12. pag. 17.) ultimis comparem, videri mihi hanc sapientiam à te sic confusam cum creaturis, ut nesciam quando creatam subintelligere iubear sapientiam, quando creatricem. 10

Pag. 43. *Sine spiritu Dei tanta naturae secreta, operaque Dei admiranda speculari insania est maxima,* fateor. At sive tu de conversione mentis ad Deum loquaris, desine quaeso prophanitatis condemnare secretum meum, in quod solus Deus inspicit: sive de impletione mentis à divino numine; ex effectu causam censeto et si vera de operibus Dei profero, circa *stellarum positiones et motuum rationes,* agnosce grato animo digitum Dei, nec mihi hoc imputaveris impietatis, quod oraculum damnem Apostolicum, *Omne donum perfectum desuper à patre luminum;* sin alicubi falsitatis mea dogmata coarguere potes, id ipsum age honoris divini studio mente tranquilla, seposito contentionis aestu. 20

Intelligere me divinorum operum ornatum harmonicum, eumque demonstrasse principiis Geometricis, vulgo sic dictis etsi non *iacto,* ut me ostentem, te deprimam, dissimulare tamen non debui, ne in Deum ingratus, in honorem eius iniurius, in lectores (proximum meum) inofficiosus coarguar. Si *ut inventionibus meis faciem splendidiorem conciliem, antiquorum scripta damno:* damno ipse meipsum: sin veritas, et creatoris honor potior esse debet honore veterum: nemo ex verè et legitimè philosophantibus, ab huiusmodi calumniis tutus erit unquam. Quare tu missis obtrectationibus, perge potius aureas dictare sententias; ut applausore me potius utare, quam confutatore. 30

Est Deus *propior stellis, non impeditur à stellis,* cum vult punire, non indiget *radiationibus* cum benefacere: *coeca est sine eius praesentiâ* cum Natura ipsa, tum eius simia, coeci sine hac scriptores tam Hermetici, quam Mathematici. Neque tamen ex his omnibus sequitur; inutilem à me collocatam esse operam in supplendâ doctrinâ Meteorologicâ ARISTOTELIS, in pervestigandis causis commotionum Naturalibus: non ideo nulla est vel Mundi totius vel Naturae sublunaris Anima: non ideo evanuit vox Dei creatoris, cum dixit *Producat terra.* Quare malè tu *concludis hoc* à me assertum *Harmoniae Mundanae* (puta illius efficaciae) *fundamentum merum esse figmentum, nulloque modo à Christianis approban-* 40

12) Deus 14) Deum

dum vel aestimandum. Quorum aliquid si prior ego in te dixissem; plus excusationis invenire potuisset haec tua vindictae cupiditas, quam nunc, ubi meris comparationibus usus, sepem in gratiam lectoris inter tua et mea Harmonica struxi; nec ullum ad eam virgultum ex tuo dumeto decerpsi, nec quicquam tibi tuaeve doctrinae imputavi, quod non tu ipse disertissimis verbis fatearis.

In oppugnando motu Telluris circa Solem (meorum terminorum Harmonicorum uno nec tamen necessario, ut dictum ad finem Analyseos XII. pag. tuae 19.) quo magis tu φιλονεικίαν demonstras, qui
48 10 quae sunt aliorum inventa, ea in me potissi|mum exagitanda sumis: hoc minus ego moveor, tuosque ictus persentisco, ob causam eandem. Antiquitatis desertae invidia non ad me pertinet, qui alios sequor, novationis crimini locum hic non praebeo; non ad COPERNICVM; quos enim ille sequitur, illi sunt planè vetustissimi. Creaturae, Soli scilicet, attributa Dei transcribi toties iam criminaris; quod is movere statuitur, ipse immobilis; quodque fons motus esse perhibetur; perinde ac si voces non sint aequivocae; ac si non idem et tibi ipsi posset obiici, Trinitatis imaginem agnoscenti in Hebraea voce Jehova, praecipue loquenti de luce, igne, spiritu, Animâ Mundi? Et quid fons est nisi instrumentum? An
20 qui cor fontem vitae asserit, is obliviscitur, inspirasse Deum in hunc ipsum fontem, spiraculum vitae?

Si coeli multi sunt, non erit aliquis terrae cursus circa Solem? Quasi verò, qui terrae suum assignat cursum, is non eidem et suam assignet regionem, id est coelum per quod illa currat?

Quae ratio motuum primo mundi triduo.

Rursum autem solennia tironibus arma rapis, argumenta ab Hexhemero primo deducis. Jam quoties respondi, me textus Mosaici non agere interpretem. Age dic ut is sit intelligendus, respondeboque ad quaesita. Esto ut inhaereamus literae. Ergo cum iam esset divisa lux à tenebris, uno loco lux erat, caeteris materia luce vacua. De figurâ lucis
30 ne perconteris, non affui spectator: nec fido vel HERMETI vel picturis tuis. Sed lucis regione designatâ iam datur tempus, eiusque partes, vespera et mane. Mansisse dicam centrum terrae loco suo, volutam vero terram circum axem immobilem, quoad illucesceret dies quarta. Revolutionis illi diurnae fons fuit idem, qui nunc est; principium scilicet animale insitum: nam ex Sole non hunc partium corporis diurnum, sed centri motum annuum derivo: nec opus illi ad hanc revolutionem diurnam, corpore regulari. Quod si motu centri tunc nondum erat praedita, nullus igitur tunc adhuc terminus erat proportionis ullius Harmonicae, quas ego quidem doceo. Tu si meam hic inopiam censes
40 commiseratione dignam, age mihi erogato quippiam de laxis tuis significatibus vocis Harmonia, ut tecum etiam primis diebus Harmoniam

aliquam fatear, sed non quales ego trado. Nihil enim impedit succedere novas Harmonias die quarto, quae nondum erant prioribus. Nonne celebratissima illa tua Harmonia inter marem et foeminam totis quinque diebus defuit, vix demum sexto creatâ foeminâ emicuit.

Quae contra Terrae motum ex SS.

Porrò ad superiora COPERNICVS tribunalia citatur, causam coram iudice scripturâ dicturus. Et supra excusavi me, non litigaturus in hoc foro, fine Analys. XII. nec est aequum, te ROBERTE, hanc orare causam, cum Theologus non sis. Ipsi videbunt, nec tuis utentur oculis, tuâ linguâ. Nam tu quidem oppidò quam suspectus actor huius causae futurus fueris. Cedo namque *bases terrae* ex tua sententiâ. Literam vis an mysticos sensus? Si Terra stat ad literam, bases habebit ad literam: si bases, tu non bases obtrudes, ut supra Planetas non Planetas, Solem non Solem: quietem ego tibi non quietem reponam. Dic porrò mihi, qua regione mundi tendatur *Solis thalamus?* quae *sponsa?* quae *exsultatio?* dic ubi *coeli extremitas?* unde Soli cursus diurni principium? ubi finis? Et nonne qui *de die currit*, idem de nocte quiescit? Quod si Sol *cognoscit occasum suum* ad literam, cognosces et tu Solis occasum. Dic ergo quaeso quo loco terrarum sit Solis occasus? Dic ubi in coelo superum, quorsum ille oriatur? ubi inferum, quorsum decidat vel *occidat?* Dic quod *coeli medium*? Ex re ipsa nunquam tu haec mihi depromes; ex sensu visus ego tibi omnia facilimè. Quin etiam eo res deveniet, ut *nasci* statuas Solem instar floris aut ovi in Gallinae utero: ut *advenientes* velut à longinquo loco somnies nepotes, seu *generationes praetereuntes*, et abeuntes, quasi post tergum, maiores, si interim terra tibi *stat* ad literam, adque rei veritatem, et non *durare eadem* intelligenda est. *Quid planius esse potest ad probandum* ei, qui oculis captus est, *Solem* videri caeteris hominibus *moveri?* Et quid tu, ROBERTE? Liceat enim retorquere tuam orationem. *An putas Prophetas in secretis et mysticis coelorum motibus adeo fuisse* exercitatos? *aut quod temporum et motuum planetariorum calculatio ipsis* fuerit opus quotidianum, ex tabulis puto Prutenicis? aut illi fortè doctrinam Opticam EVCLIDIS aut VITELLIONIS, quam vix hodie centesimus ex literatis aspicit, perdidicere, *ut differentiam inter* veritatem sensus et | veritatem rei tam remotae scirent? Omninò, ROBERTE, tui illi Astronomi *ex tribu Issaschar;* quorum inter laudes commemoras, *Dies et horas electionis praescribere Israelitis* (id est Esaiae faciem conspuere, cap. 47.); hi poterant omnia docere, ex praeceptis scilicet et experientia sua militari. Et proh Deum immortalem, *quantus hic in Bibliis error* (ut tuis verbis et exemplo etiam hic exclamem) quod Febri praecipitur, ut creaturae rationali, audiendi: aut quod Hiobi 38. negatur tibi cognitio viae lucis et tenebrarum, limitumque; quam

49

23) generationem

tu tamen evidentissimâ Pyramidum picturâ vel oculis conspiciendam exhibuisti. Etsi ut iam saepe dictum, stat doctrina de Planetarum Harmoniâ, etiam si quis terram reverâ stare supponat.

Jam etiam veluti de novo lancinas intervalla Regionum planetariarum; primus post annos 25. quam Mysterium Cosmographicum est editum; postquam iam tandem iteratam editionem extorserunt amici. Vbi, si usquam, faberrimè cohaeret oratio tua. Omnino stupidus ego sum, qui nunc demum animadverto clare, quod supra pag. tuam 15. olfacere cepi; te mihi illudere, ut habeas quod rideas, si cum scriptione nihili me in occupationem compegeris. Pergendum tamen, tanto aequiore animo, quod finis apparet. Primum haec *dimensionum ratio non est* ipsissima *Harmonia vera*. Deinde habuerit Mundus statim ab initio, quaecunque tu dicis; meas certè harmonias non habuit, quo tempore non habuit planetas currentes. Tertiò firmamentum ego nullum unquam petii ab authoritate veterum, sed à ratione; quae si pro regionibus Planetarum stat, quod scilicet hae conformatae sint ad 5. corpora, id mihi satis est. Tu has rationes dissolve, si tuae conclusioni vis credere lectores, *quod debilissima sint meae Harmoniae Mundanae fundamenta*. Quartò quod causaris, *Difficilimum invenire talia coeli secreta* (causam scilicet numeri proportionisque Orbium) *sine adiumento Spiritus divini:* ex eo non sequitur meram *me fictionem meam attribuisse creatori fabricae*. Difficilima namque fuit tota Astronomia, tantoque difficilior, quanto propior origini suae: inventa tamen est et constituta, illa quam nos hodie callemus, non à populo Dei, sed à Chaldaeis, Aegyptiis, et Graecis. Et quis ore duro negabit, etiam illis *datam à Deo sapientiam, missumque Spiritum eius è sanctis coelis?* Non igitur si *difficiles* meae demonstrationes, propterea et *instabiles;* nec si vel tu vel quisquam alius non ultra *Opinationem*, legendo meum opus, profecit, propterea *rei veritate non confirmatum* id haberi debet.

Quid verò denique te struere dicam, quod Astrologiam illam vanam Pag.45.
sive tuis sive MIRANDVLANI verbis vexas? Quam ego libro mei Operis Harmonici quarto (ut non dicam de aliis meis libris), à sincerâ philosophia longissimè secrevi: quam tu tamen, comitatam Chiromantia et Geomantia pedissequis, magnam operis tui partem fecisti quam non uno loco huius ipsius tuae declarationis, seu veris seu falsis laudibus ebuccinasti pag. 17. Oppositiones lethales et violentas pronunciasti, Animae mundi varios effectus astrologicos permisisti, pag. 19. veteres à certitudine praedictionum astrologicarum commendasti: hoc ipso in titulo paulo superius electionum Astrologicarum sortilegia ad tribum Issaschar adque ipsas scripturas retulisti. An ego te somniare an potius

8) dare *statt* clare

furere dicam, qui ut me quacunque ratione ulciscaris, tua mihi crimina exprobras? Anne etiam excusationem apud cordatos sum inventurus, quod examinandis tuis Analysibus, oppido quam dissolutis et confusis tempus aliquod perdidi?

Sed ecce rursum excusso somno ad obiectionem *difficultatis* reverteris, exprobrationes ignorantiae *humanae ex Jobis* 38. 39. *cap.* ultimo conatu ingeminas: nec animadvertis hoc eodem orationis tuae torrente omnem ARISTOTELIS disputationem de motu, de coelo, de generatione et corruptione, de Meteoris, de Anima, de historia Animalium, omnes HERMETES, tua ipsius καυχήματα, omnes PLATONES, ipsumque adeò tuum tam Macrocosmum, quam Microcosmum, tam Naturam tuam, quam insidentem illi Simiam, uno impetu rapi, provolvi, in abyssum demergi: Audiantur potius interpretes loci illius legitimi et sobrii.

Non *ex meis lineis quantitativis*, ROBERTE, sed ex aeterno sapientiae penu deprompta sunt illa 5. Corpora; quibus coelorum idea constat: nec negabis aeternas esse rationes Geometricas, ipsum scilicet λόγον; cuius imagini ut saepe dictum, nos homines om'nem nostram animi naturalem aptitudinem ad percipienda Geometrica, omnes notitias concreatas acceptas merito ferimus. Non igitur ideò *debilia* sunt aut *ficta* fundamenta disputationum Geometrica, quia in mente hominis; sed firma, quia ex imaginis Dei participatione naturali dependent: nec si homo ratiocinatur ex lumine naturae, quid coelorum aedificio conveniat, propterea coelorum Architectus humanas respicit regulas: sed quia tales ipse regulas ex seipso desumpsit struendi mundi, propterea imago ipsius ratiocinando non alias invenit.

Ad Testimonia pro Harmoniis Roberti de Fluctibus.

Pag. 46. in 54. Etsi in hac postrema repetitione philosophiae tuae, quam tu plenis novem paginis infers, plus decies inserta invenio vel nomen vel crimina mea: id tamen causae non putavi satis esse, cur prolixior essem in illa examinanda. Sic enim existimo, vix quenquam lectorum, sive Mathematicus ille sit, sive Hermeticus, perduraturum in hac lectione usque ad finem: itaque nomen meum in hoc Chao facile latitaturum: quod si etiam inveniatur: omnia tamen obiecta diluta sunt in superioribus. De tua verò philosophia plus aliquid delibare, quam quod faciat ad explicandum lectoribus discrimen inter Harmonica tua et mea; consilium mihi in hac scriptione non fuit. Et finis tu quidem, non sine felle, *gratiis Dei praeeuntibus acceptum ferens, quod stimulis incitatus meae invidiae, foeliciter opus pertexueris:* ego verò invidiam strenuè inficior; ad periti lectoris iudicium provoco, num qua invidenda bona reperiat, quae im-

putati criminis opinionem sustineant. De caetero candidè me tibi excuso: me praeterquam quod omnibus pene lineis sum fassus, nihil aliud quaesivisse: hoc scilicet unum spectasse, ut lectores imperiti, qui facilè titulis decipiuntur, scirent, quid apud quemque, quo discrimine invenirent. Id si aliter fieri non potuit; quin tu vel perstringereris leviter, vel offendereris graviter: illud equidem necessario, hoc contra meam voluntatem factum perpendito. Et haec quidem de Comparationibus meis, ex Appendice ad Opus Harmonicum.

Quantum attinet praesentem apologiam, etsi crebris iniuriis irritatus, causam habuissem passim excandescendi; spero tamen nihil in te, nihil in honorem vel dignitatem tuam dictum esse gravius, nihil quod cum acerbitate tua conferri possit, sales verò et ioci, disputatorum sunt embammata. Hac mea aequanimitate si tu fueris mitigatus: nihil in posterum impediet, quin amicitiam colamus literariam; et quod quisque accepit à Deo talentum, id in laudem creatoris, inque eruditionem proximi, citra obtrectationem alterius conferat; quae verò alter ab altero bene scripta offenderit, ea ab illo cum veneratione Largitoris Spiritus animo grato acceptet, atque fruatur. Vale.

Cal. Augusti Anni 1621.

FINIS

NACHBERICHT

Die „Harmonice Mundi" zeigt Kepler auf dem Gipfel seines geistigen Schaffens. Der Plan zu diesem Werk geht auf das erste Mannesalter zurück und ist gewachsen mit ihm, mit seinen Kräften, mit den Kenntnissen und Einsichten, die er sich in mehr als zwanzig Jahren in rastloser Forschertätigkeit errungen hatte, bis er sich im Vollalter von nahezu fünfzig Jahren gedrängt sah, das Werk der Öffentlichkeit zu übergeben. In den meisten seiner vorausgehenden Schriften klingen Ideen an, die er in diesem Buch zu einem einheitlichen System in ausgereifter Form zur Darstellung bringt. Es ist das Lieblingskind seines Geistes und trägt am sichtbarsten die Züge dessen an sich, der es gezeugt hat, des Mannes, der in gleicher Weise mit nüchternem Tatsachensinn und mit der Bereitschaft zu peinlich genauer Rechenarbeit, wie mit hochfliegender Phantasie, mit spekulativer Gründlichkeit und mit mystischer Inbrunst eine höhere Ordnung in der Welt der Erscheinungen zu ergründen versuchte, wie sie so viele große Denker seit ältesten Zeiten geahnt haben.

Das System der Wandelsterne, die um die Sonne im Mittelpunkt der Welt kreisen, wie Kopernikus wollte, als ein kunstvolles Gefüge aufzuzeigen, in dem alle Maße ausgezeichneten geometrischen Verhältnissen entnommen sind, die ihrerseits ihr Urbild in Gott selber haben, das ist das Ziel, das Kepler sich in diesem Werke gesetzt hat. Der Zufall hat hier keinen Raum. Alle Beziehungen sind mit Notwendigkeit gegeben durch die Forderung, die Welt müsse die schönstmögliche sein. Wie man mit dem Zirkel die Maßverhältnisse eines alten hohen Domes zu enträtseln versucht, so wollte Kepler den göttlichen Weltplan erforschen. Da die geometrischen Zahlenverhältnisse, die die ästhetischen Grundmaße liefern, auch in der Musik bei den wohlklingenden Akkorden auftreten, vernimmt sein geistiges Ohr in den ewig wiederkehrenden Rhythmen der Planetenbewegungen himmlische Harmonien. So ist das ganze Werk gleichsam eine gewaltige Fuge über das Thema: ὁ θεὸς ἀεὶ γεωμετρεῖ.

Wohl ist es ein seltsames und für uns fremdartiges Gedankengebäude, das Kepler hier aufrichtet. Die Nachwelt hat aus dem ganzen Werk ein einziges Kleinod herausgebrochen, das dritte seiner Planetengesetze, nach dem er zur Krönung seines Gebäudes so lang gesucht hat und das er hier verkündet. Man muß aber den Blick auf das Ganze lenken und den Geist gelten lassen, aus dem heraus es entstanden ist. Wissenschaft, Philosophie, Kunst, Religion offenbaren sich hier in inniger Verflechtung. Zudem stecken in dem Werk außer jenem Gesetz so viele gründliche mathematische, musikalische, astronomische und philosophische Einzeluntersuchungen, daß es des eindringlichen Studiums wert ist. Es stellt nicht nur wahrhaftig den Gipfel der Spekulation über das Weltbild in der Renaissance dar, sondern bereitet auch mit bedeutsamen Teilen die neue Zeit vor. Wer Weite des Blicks und aufgeschlossenen Sinn für wagemutige Großtaten des menschlichen Geistes besitzt, der wird bei der Lektüre etwas von dem Entzücken verspüren, das Kepler in höchstem Maß bei der Abfassung seines Werkes erfüllt und beseligt hat.

ENTSTEHUNGSGESCHICHTE DER HARMONICE MUNDI

Wir sind über das innere Werden und Wachsen des Werks, über die Anregungen, die von außen her hinzukamen, über die verschiedenen Umwege, die Kepler eingeschlagen, sehr gut unterrichtet, nicht nur durch die Schriften, die an die Öffentlichkeit kamen, sondern mehr noch durch zum Teil sehr lange und ausführliche Briefe, in denen er in seiner lebendigen Darstellung seine Gedanken entwickelt und den Leser an seiner peinvollen Sucharbeit wie an dem Hochgefühl seiner Entdeckerfreude teilnehmen läßt.

Die Ouvertüre bildet sein Jugendwerk, das Mysterium Cosmographicum, das im Jahre 1596 erschienen ist und sogleich die Eigenart seines Denkens und seiner Fragestellung erkennen läßt. Die meisten Motive seines späteren Schaffens klingen bereits darin an. Welches sind die „Ursachen für die Zahl, die Größe und die Bewegung der Bahnen der Wandelsterne"? Das ist die neue Frage, auf die er in diesem Werk eine Antwort sucht. Die Frage nach der Zahl und der Größe der Planetenbahnen glaubte Kepler durch Heranziehung der fünf regulären Körper lösen zu können, die er so zwischen die Bahnen einschaltet, daß jeweils die Sphäre eines oberen Planeten umbeschriebene und die Sphäre des nächstfolgenden unteren Planeten einbeschriebene Kugel eines dieser Körper wird, und zwar folgen so von außen nach innen in den fünf Zwischenräumen zwischen den sechs Planeten der Reihe nach Würfel, Tetraeder, Dodekaeder, Ikosaeder, Oktaeder aufeinander. Wie Kepler diese Reihenfolge apriorisch zu begründen sucht und wie es ihm gelingt, einigermaßen eine Übereinstimmung mit den von Kopernikus gelieferten Abständen der Planeten von der Sonne zu erzielen, mag man im I. Band unserer Ausgabe nachlesen. Die Begründung wie das sachliche Ergebnis sind für die Harmonice Mundi von großer Bedeutung.

Was die Beantwortung der Frage nach der „Bewegung der Planetenbahnen" anlangt, so sehen wir den jungen Magister bereits auf einem guten Weg. Die Beobachtung, daß die Umlaufszeit der Planeten um so größer wird, je weiter sie von der Sonne entfernt sind, gibt seinem forschenden Geist Anlaß, nach dem mathematischen Zusammenhang zwischen jenen Größen zu suchen. Da die Umlaufszeiten mit verhältnismäßig großer Genauigkeit bekannt waren, hoffte er auf diesem Weg genaue Werte für die relativen Abstände der Planeten von der Sonne und damit eine Gewähr für seine mit Hilfe der fünf Körper auf theoretischem Weg gewonnenen Abstände zu erhalten. Er nahm in der Sonne eine anima motrix an (später sagte er für „anima" „vis"), die die Planeten herumführt. Da nun diese Seele in ihrer Wirkung mit der Entfernung nach derselben Gesetzmäßigkeit wie das Licht schwächer werde, verlangsame sich die Bewegung der Planeten, je weiter sie von der Sonne entfernt sind. Da zudem mit wachsender Entfernung die Kreisbahnen um die Sonne größer werden, glaubte Kepler aus dem Zusammenwirken dieser beiden Ursachen den Satz ableiten zu können: Die Radien der Kreisbahnen zweier aufeinanderfolgender Planeten verhalten sich wie die Umlaufszeit des unteren von ihnen

zum arithmetischen Mittel der beiden Umlaufszeiten. Natürlich stimmen die hieraus berechneten Abstände nicht mit denen überein, die ihm die kopernikanische Lehre lieferte. Allein die Frage ist richtig gestellt und im Prinzip richtig angepackt. So sehen wir Kepler gleich zu Anfang schon auf der Spur nach dem Gesetz, das den Schlußstein zu seiner Harmonice Mundi bilden sollte.

Das Ergebnis seiner Untersuchungen im Mysterium Cosmographicum ist also dieses: Die drei Reihen von relativen Abständen, die erstens die kopernikanische Theorie auf Grund der damals zu Gebote stehenden Beobachtungen, zweitens die fünf regulären Körper und drittens die Umlaufszeiten liefern, stimmen nicht genau überein. Worin liegt die Ursache dieses Mangels? fragte sich Kepler. Einen Hauptgrund vermutete er in den Exzentrizitäten der Planetenbahnen, die für die Werte der ersten und zweiten Reihe von Bedeutung sind; er mußte ja den den einzelnen Körpern ein- und umbeschriebenen Kugeln eine den betreffenden Exzentrizitäten entsprechende Dicke geben. Sind aber die Exzentrizitäten nicht genau bekannt, so kann der Mangel in der Übereinstimmung zwischen den Werten der ersten und zweiten Reihe daher rühren. Vielleicht steckt auch in den beiden letzten Ansätzen noch ein Fehler. „Wie, wenn wir einmal den Tag erleben könnten, wo diese beiden Ansätze in Einklang miteinander gebracht sind? Wie, wenn sich hieraus eine Begründung für die Exzentrizitäten ergeben würde?" (Bd. I, S. 74.) So fragt sich Kepler. Und in der späteren 2. Auflage macht er zu dieser Frage die Feststellung: „Wir haben diesen Tag nach 22 Jahren erlebt und uns gefreut, wenigstens ich; ich nehme an, auch Mästlin und sehr viele andere Männer, die das V. Buch der Harmonik lesen, werden an meiner Freude teilnehmen." Denn Kepler sieht in der apriorischen Begründung auch der Exzentrizitäten der Planetenbahnen eine Hauptleistung dieses V. Buches.

Die Unstimmigkeiten, die er am Schluß seines Werkes feststellen mußte, entmutigten ihn nicht, sondern forderten seinen Unternehmungsgeist heraus. Da er sehr wohl sah, daß eine Klärung nur auf Grund genauer Tatsachen erreicht werden konnte, drängte es ihn danach genauere Beobachtungsergebnisse zu erhalten, um sein „Inventum" nachprüfen zu können. Begierig schaute er aus nach dem Manne, der am besten sein Verlangen befriedigen konnte und der den reichsten Beobachtungsschatz sein eigen nannte, Tycho Brahe. Ein gütiges Geschick, die göttliche Vorsehung, wie Kepler sagt, sollte ihn in einigen Jahren mit diesem Mann zusammenführen und damit eine Verbindung herbeiführen, die in der Geschichte der Astronomie ewig denkwürdig bleibt.

Eine Idee fehlt in seinem Jugendwerk noch gänzlich, die Idee der „Sphärenharmonie". Es findet sich aber doch darin ein Kapitel (das XII.), das erkennen läßt, daß Kepler bereits damals musikalische Betrachtungen herangezogen hat, um einen Zusammenhang zwischen den Zahlenverhältnissen der Konsonanzen und der regulären Körper sowie der astrologischen Aspekte zu konstruieren. Wenn er auch viele dieser seiner ersten Gedanken später wieder umgeändert oder umgestoßen hat, so zeigen sie doch, wohin sein Denken und Suchen zielte. In der Tat konnte es bei seiner geistigen Anlage nicht ausbleiben, daß

er seine Aufmerksamkeit jener Wissenschaft zuwandte, die die Griechen als Harmonik bezeichneten und als einen Teil der Mathematik betrachteten, so daß sie entsprechend einem Grundzug ihres Wesens eine zentrale Stellung in ihrem Bildungswesen einnahm.

Die alte Überlieferung schreibt dem Pythagoras die Entdeckung zu, daß zwei Saiten gleicher Spannung und Beschaffenheit Wohlklänge erzeugen, wenn sich ihre Längen wie gewisse kleine ganze Zahlen verhalten. Mag diese Überlieferung richtig sein oder nicht, jedenfalls waren es die Griechen, die diese Erscheinung als Offenbarung geheimer Zusammenhänge staunend empfanden und in den Vordergrund ihrer Spekulation über Gott und Welt stellten. Die Zahl wurde als Kern und Symbol, ja als das Wesen der harmonisch geordneten Welt betrachtet, wie Aristoteles von den Pythagoreern berichtet: „Da sie erkannten, daß die Verhältnisse und Gesetze der musikalischen Harmonie auf Zahlen beruhten und da überhaupt alle anderen Dinge ihrer ganzen Natur nach den Zahlen zu gleichen schienen, die Zahlen aber die ersten Prinzipien der ganzen Natur seien, so glaubten sie, daß die Elemente der Zahlen auch die Elemente aller Dinge wären und daß die ganze Welt Harmonie und Zahl wäre."[1] Ist es verwunderlich, wenn sie in diese Schau der Dinge vor allem die Erscheinungen am Himmel einbezogen, wo die Fixsterne in erhabener Ordnung ihren Umlauf vollziehen und die Wandelsterne nach immer gleichem Maß und Schritt ihre Reigen aufführen? Die Töne werden durch regelmäßige Bewegungen erzeugt, also, so schlossen sie umgekehrt, treten dort, wo sich wohlabgestimmte Bewegungen zeigen, Töne auf. So entstand die Idee der Sphärenharmonie, an der sich die Jünger des Pythagoras durch Jahrhunderte begeisterten. Die Harmonielehre der Alten rückte mit dem Wiederaufleben des antiken Ideengutes in der Renaissance wieder mehr in den Vordergrund. Im übrigen war sie während des ganzen Mittelalters hauptsächlich durch das, was Boëthius davon überliefert hatte, bekannt gewesen. Und wie seit den Tagen Cassiodors, des Zeitgenossen von Boëthius, im Quadrivium die Musik neben Astronomie, Geometrie und Arithmetik gelehrt wurde, so nahm auch in der Musikwissenschaft des 16. Jahrhunderts noch die Lehre von dem zahlenmäßigen Aufbau des Notensystems einen bedeutenderen Platz ein, als dies heute der Fall ist.

Ehe sich aber diese Gedanken in Kepler tiefer auswirken konnten, war seine Zeit und Sorge durch andere Dinge in Anspruch genommen. Die Gründung eines eigenen Hausstandes im Jahre 1597 bereitete ihm erhebliche Schwierigkeiten, durch die seine Studien aufgehalten wurden. Eine Erkrankung, wie sie ihn bei seiner schwachen körperlichen Konstitution des öfteren befiel, verzögerte den Fortgang seiner Arbeit. Der Vertrieb seines ersten Werkes, durch das er alsbald in der gelehrten Welt von sich reden machte, und der Briefverkehr, der sich hieraus entwickelte, verlangten Zeit.

Dazu kamen die bedrohlichen Anzeichen der Gegenreformation, die die Gemüter heftig aufregten, lange schon, ehe im September 1598 in Graz die

[1] Aristoteles, Metaph. I, 5.

ersten Ausweisungen der protestantischen Kirchendiener und Lehrer erfolgten. Wurde auch für Kepler zunächst eine Ausnahme gemacht, so schufen doch die gegenreformatorischen Maßnahmen in der unmittelbaren Folgezeit eine mit Spannungen geladene Atmosphäre, die, so müßte man glauben, eine intensive geistige Betätigung unmöglich machte bei einem, den das alles unmittelbar anging und der täglich eine ganz unsichere Zukunft vor sich sah. Und doch bemerken wir, daß Kepler gerade in dieser Zeit, in dem Jahr 1599, da alles in Schwebe war, da die häufigen Zwischenfälle infolge der behördlichen Maßnahmen und des Widerstandes der von ihnen Betroffenen die Erregung immer mehr steigerten und das bürgerliche Leben aufs stärkste beunruhigten, den Grund und Plan zu seinem Werk über die Weltharmonik legte. Man muß sich hierüber um so mehr wundern, wenn man bedenkt, daß die Fragen, um die es bei dem unglückseligen Streit ging, für Kepler Herzenssache waren, daß er sich bei seiner religiösen Gewissenhaftigkeit eingehend mit ihnen beschäftigte und sein empfindliches Gemüt, das zum Frieden neigte und Einigkeit wollte, unter der Spaltung besonders schwer leiden mußte.

Trotz alledem also hat dieses Jahr 1599 als das eigentliche Entstehungsjahr der Weltharmonik zu gelten. Am 14. Dezember konnte er Herwart von Hohenburg berichten: „Obgleich mir unsere so gefahrvolle Lage viel Störung bereitet, habe ich doch bereits die Methode und die ersten Umrisse zu einem Buch entworfen, dem ich den Titel geben werde: De Harmonice Mundi Dissertatio cosmographica." Die Hauptgedanken hierzu hatte er bereits in den vorausgehenden Sommermonaten Juni bis August erarbeitet. Wir finden sie dargelegt in den Briefen, die er in diesem Jahr mit Herwart und Mästlin wechselte, besonders in den ausführlichen Schreiben vom 6. August und 14. September an Herwart und vom 29. August an Mästlin.

Drei Fragen sind es, die Kepler aus dem „harmonischen" Bereich hier untersucht.

Die erste Frage betrifft die „Ursachen der musikalischen Harmonien", das will heißen die Erforschung von tieferen Gründen, aus denen sich die den Konsonanzen entsprechenden Zahlenverhältnisse sollen ableiten lassen. Schon Plato hat im Timäus die Oktave, Quint und Quart, die ihm allein als eigentliche Konsonanzen galten, und von diesen ausgehend die uneigentlichen Konsonanzen des Ganztons und Halbtons a priori zu erklären und so eine absolute Idealtonleiter aufzustellen versucht durch phantastische Zahlenspekulationen, die an die ersten 4 Zahlen, die sogenannte Tetraktys, d. i. Vierheit, anknüpfen und dazu noch die zweiten und dritten Potenzen dieser Zahlen heranziehen. (Vgl. die Ausführungen Keplers in unserem Buch S. 94 ff., wo er diese Spekulationen einer unklaren Überlieferung folgend als pythagoreisch bezeichnet.) Kepler weicht auf doppelte Weise von diesen Lehren ab. Fürs erste läßt er auch die Terzen und Sexten als ursprüngliche, von dem Gehör gegebene Konsonanzen gelten, so daß er sieben harmonische Urelemente erhält, nämlich: Oktav mit dem Verhältnis 1/2, große Sext mit 3/5, kleine Sext mit 5/8, Quint mit 2/3, Quart mit 3/4, große Terz mit 4/5, kleine Terz mit 5/6.

Und zweitens lehnt er, was man von vornherein wohl beachten möge, die Zahlenspielereien der Griechen grundsätzlich und aufs bestimmteste ab. „Ich will nichts auf Grund von Zahlenmystik beweisen und ich glaube auch, daß solche Beweise nicht möglich sind."[1] Wenn es gerade 7 Harmonien sind, so hat dies für ihn nichts mit der vermeintlichen geheimnisvollen Bedeutung der Siebenzahl zu tun. Er will nicht von reinen Zahlen, nicht von der Arithmetik ausgehen; mit dieser komme man nicht weiter; sie sei nur der „aussprechbare Teil" der Geometrie. Was die Zahlen Besonderes an sich haben, ihre „aptitudo", ihre Geeignetheit zur Erforschung der Ursachen der Dinge, rühre von den geometrischen Figuren her. Daher müssen diese den Ausgangspunkt für die Beantwortung der Frage nach den Zusammenhängen zwischen den Harmonien und den Zahlenverhältnissen bilden. Die durch die Geometrie dargebotenen Zahlen und Größen allein sind es, was der Mensch richtig erfassen kann, und zwar, „wenn es die Frömmigkeit zu sagen erlaubt, auf die gleiche Art der Erkenntnis, wie Gott sie erkennt, insoweit wir sie wenigstens in diesem sterblichen Leben erfassen können".[2] In diesen Gedanken klingt der Einfluß eines Mannes wider, den er in unserem Buch an hervorragender Stelle so oft erwähnt und dessen Euklidkommentar er bereits in einem der angeführten Briefe zitiert, des Neuplatonikers Proklus.

Es steht also für ihn fest: in den ebenen, natürlich regelmäßigen Figuren müssen die λόγοι κοσμοποιητικοί, die „weltbildenden Verhältnisse" gesucht werden; in den ebenen deswegen, weil diese Figuren mit den Qualitäten der Dinge in Beziehung stehen, während die räumlichen Gebilde ein Analogon zu den Substanzen sind. Und da eine Konsonanz, wie er sagt, nichts anderes ist als ein bestimmtes Verhältnis zweier Bewegungen, durch die die Töne erzeugt werden, so stecken in jenen Verhältnissen auch die Ursachen für die Konsonanzen. Denkt man sich also in einen Kreis ein beliebiges regelmäßiges Vieleck gezeichnet, so schneiden die Seite und die verschiedenen Diagonalen je einen bestimmten Bruchteil vom Kreise ab. Diese Verhältnisse sind es, die Kepler ins Auge faßt. Nun gibt es aber zugleich mit den unendlich vielen Figuren dieser Art unendlich viele derartige Verhältnisse. Wie können aus dieser unendlichen Zahl die sieben angeführten Verhältnisse ausgesondert werden? Welches sind die Merkmale, die diese Verhältnisse an sich haben, daß gerade sie und nur sie als etwas ganz Besonderes dastehen? Das ist die Frage, die sich Kepler stellt und auf die für ihn die Frage nach den Ursachen der musikalischen Harmonien hinausgeht.

Die Beantwortung dieser Frage hat Kepler sehr viel zu schaffen gemacht. Dem Proteus gleich habe er sich in tausend Formen gewandelt. Der erste und Hauptgesichtspunkt, nach dem er eine Unterscheidung der Figuren setzte, war der ihrer Konstruierbarkeit. Die „Figurae demonstrabiles", d. h. die mit Zirkel und Lineal konstruierbaren regulären Vielecke haben nicht nur den Rang vor den anderen, sondern sind, wie er später eindringlicher darlegte, von

[1] Brief an Herwart von Hohenburg vom 14. Sept. 1599.

[2] Brief an Herwart von Hohenburg vom 9./10. April 1599.

begrifflich anderer Art als die nichtkonstruierbaren. Allein der konstruierbaren Figuren gibt es unendlich viele. Scheidet man nun die aus, die nicht mit Hilfe einer anderen konstruiert werden, sondern eine ihnen eigene Konstruktion besitzen, so werden das 15-Eck und alle jene Vielecke ausgeschieden, die man durch fortgesetzte Halbierung des Zentriwinkels erhält. Damit fällt dann aber auch das Achteck weg. Oder nimmt man nur die Vielecke her, bei denen drei Vieleckswinkel zusammen nicht größer sind als 4 Rechte? Oder solche Vielecke, die geeignet sind, die Ebene lückenlos auszufüllen? Oder solche, die reguläre Körper bilden? Kann man vielleicht die Verhältnisse brauchen, die die Summen der Winkel an einer körperlichen Ecke einer regulären Figur mit 4 Rechten bilden? Solche und ähnliche Fragen legte sich Kepler vor. Aber immer wollte es nicht stimmen. Entweder stellten sich zuviel oder zu wenig, oder falsche Verhältnisse ein.

Freilich war das Suchen und Probieren in anderer Hinsicht nicht ergebnislos. Es führte Kepler schon in dieser Zeit auf die Entdeckung des einen der beiden Sternpolyeder (Figur S. 293), die als eine ausgezeichnete Leistung seines mathematischen Spürsinns zu gelten hat. Ob er auch damals schon auf den zweiten dieser Körper kam, geht aus den Briefen nicht sicher hervor, wenn er auch im Plural von „corpora Kepleriana" spricht. Bei der Untersuchung der Frage, wie sich die Ebene durch reguläre Figuren lückenlos überdecken lasse, wobei auch die Sternvielecke herangezogen werden, machte er ebenfalls schöne Entdeckungen; es finden sich in einem der Briefe bereits mehrere der Figuren, die das II. Buch der Weltharmonik schmücken (so Figur Z und Aa, S. 73 f.).

Endlich kam ihm Mitte August der rettende Gedanke: Ein „weltbildendes" Verhältnis entsteht bei der Teilung eines Kreises immer dann und nur dann, wenn die beiden bei der Teilung entstehenden Kreisteile sowohl unter sich als je mit dem ganzen Kreis Verhältnisse bilden, die zu einer konstruierbaren regulären Figur gehören. Die erste Forderung bei der Bildung der „weltbildenden" Verhältnisse verlangt also, daß es sich um eine mit Zirkel und Lineal konstruierbare Kreisteilung handelt (und zwar um eine „eigentliche" Kreisteilung, so daß das 15-Eck ausgeschlossen wird). Aus der unendlichen Anzahl von Fällen, die diese Forderung befriedigen, wird sodann eine kleine endliche Anzahl ausgeschieden durch die weitere Forderung, daß auch die beiden Kreisteile unter sich ein einer konstruierbaren Figur entsprechendes Verhältnis bilden. Teilt man z. B. den Kreis in 5 Teile, was möglich ist, so verhält sich der zu einer Seite gehörige Bogen zum ganzen Kreis wie 1:5 und zum Reststück wie 1:4. Da auch das reguläre Viereck konstruierbar ist, ist die ganze Teilung „harmonisch" oder „weltbildend". Das gleiche gilt für die Seite des Fünfecksterns. Nimmt man aber 1/8 des Kreises an, so wird dadurch keine harmonische Teilung begründet, obwohl man diesen Kreisteil konstruieren kann. Denn das Verhältnis dieses Teils zum Rest, d. h. 1:7, gehört zu einer nichtkonstruierbaren regulären Figur. Indem nun Kepler alle möglichen Fälle untersucht, gelangt er gerade zu jenen 7 Verhältnissen (nebst ihren

Komplementen), die er in den Briefen aus dieser Zeit in demselben Schema darstellt, das S. 118 unseres Buches wiedergegeben ist und das gleichsam den Stammbaum der Harmonien darstellt.

Die zunächst fremdartige Überlegung Keplers wird einleuchtender, wenn man mit ihm zur Musik übergeht. „Was in der Geometrie Konstruieren ist, das ist in der Musik Konsonieren."[1] Denkt man sich den Kreis in eine Saite ausgezogen und überträgt man auf diese die aus den genannten geometrischen Prinzipien abgeleiteten Teilungen, so erhält man gerade die 7 Elementarharmonien. Es bilden (nach dem damaligen Stand des mathematischen Wissens) bei diesen Teilungen und nur bei diesen jeder der beiden Teile mit der ganzen Saite und beide Teile miteinander Konsonanzen. Damit glaubte Kepler die Ursachen für die musikalischen Harmonien in den urbildlichen Formen der Geometrie gefunden zu haben. Er ist begeistert von seiner Idee. Wie wunderbar ist das Entsprechen! Ist nicht die Kreisteilung im Verhältnis 1 : 2 die einfachste und ursprünglichste, wie auch das musikalische Intervall 1 : 2 die am meisten auffallende und ursprünglichste Konsonanz der Oktav bildet? Und der dem Grad nach verschiedenen Lieblichkeit der anderen Konsonanzen entspricht der mehr oder weniger ausgezeichnete Rang der zugehörigen Figuren. „So hat Gott nicht einmal die Töne ohne Geometrie in die Welt eingeführt."[2]

Aus den 7 Elementarintervallen leitet dann Kepler die Intervalle 8/9 und 9/10 des großen und kleinen Ganztons, 15/16 des Halbtons und 24/25 der Diesis ab und baut damit in natürlicher Weise die diatonische sowie die chromatische Tonleiter auf einem bestimmten Grundton auf.

Allein nicht nur in der Musik, so spekuliert Kepler mit kühner Phantasie weiter, treten jene „weltbildenden" Verhältnisse auf. „Die Natur liebt diese Verhältnisse in allem, was des Verhältnisses fähig ist. Es liebt sie auch der Verstand des Menschen, der ein Ebenbild des Schöpfers ist."[3] So findet man sie in den Metren des Dichters, im Tanzrhythmus und im Takt der Musik, vielleicht bei den Farben (bei den Refraktionswinkeln der einzelnen Farben des Regenbogens), bei den Gerüchen und Geschmäcken, bei den Gliedern des menschlichen Körpers, in der Architektur und vor allem bei den Himmelserscheinungen, und zwar bei diesen in doppelter Weise, bei den Aspekten und bei den Bewegungsgeschwindigkeiten der Planeten.

Demzufolge bezieht sich die zweite der Fragen, die Kepler in den genannten Briefen behandelt und die für den Aufbau unseres Buches von wesentlicher Bedeutung sind, auf die Planetenaspekte und den Zusammenhang der entsprechenden Verhältniszahlen mit den musikalischen Grundharmonien.

Daß eine Einwirkung des Himmels auf die Wettererscheinungen, aber auch auf die menschliche Seele erfolgt, das ist für Kepler eine Tatsache der Erfahrung. Dies betont er wie schon in diesem ersten Stadium seiner geistigen Ent-

[1] Brief an Herwart von Hohenburg vom 14. Sept. 1599.
[2] Brief an Herwart von Hohenburg vom 6. Aug. 1599.
[3] Brief an Michael Mästlin vom 29. Aug. 1599.

wicklung so auch später aufs bestimmteste.[1] Er hat sich die Erprobung seiner Lehre an der Erfahrung nicht leicht gemacht. „Alle Wissenschaften gehen von der Erfahrung aus", sagt er mit Bezug auf die Astrologie.[2] „Den Glauben an die Wirksamkeit der Aspekte verleiht in erster Linie die Erfahrung, die so klar ist, daß sie nur jemand leugnen kann, der nicht αὐτόπτης ist"[3] d. h., der sie nicht mit eigenen Augen geprüft hat. Vom Jahre 1593 an hat er seine täglichen Wetterbeobachtungen mit den Aspekten verglichen.[4] Er weiß wohl, daß bei der Menge ein krasser Aberglaube herrscht. „Ich aber," sagt er, „der ich die Allgemeinheit der astrologischen Prophezeiungen aus der Erfahrung, wie aus der Wissenschaft kennen gelernt habe, der ich mir das tausendfältige Ineinandergreifen von Materie, Umständen und Anlässen, das man nicht vorauswissen kann, klar vor Augen halte, werde durch astrologische Anzeichen nicht mehr bestimmt als durch das, was Physiognomie, Temperament und Krankheitskrisen ansagen. Ich halte mich daher für gefeit gegen den Aberglauben."[5]

Den Grund für die Wirksamkeit der Aspekte sucht Kepler nun wiederum in jenen 7 Zahlenverhältnissen, zu denen als achtes das „Verhältnis der Gleichheit" 1 : 1 kommt. Wenn also die Strahlen zweier Planeten Winkel miteinander bilden, die jenen Zahlenverhältnissen bzw. ihren Komplementen entsprechen, dann wird die Seele, die die geometrischen Urbilder in sich trägt, erregt. „Der Himmel gibt dem Menschen nicht sein Gehaben, sein Tun, nicht Glück, Kinder, Reichtum, Gattin; er formt aber alles, was dem Menschen begegnet."[6] Auch die Witterungserscheinungen der Erde werden durch die Aspekte beeinflußt. Damit dies möglich ist, will Kepler der Erde eine Seele zuschreiben, eine Lehre, die er im 7. Kapitel des IV. Buches unseres Werkes in aller Ausführlichkeit ausbaut. In seinem Kalender auf das Jahr 1599 gibt er diesem Gedanken in sehr anschaulicher Weise Ausdruck.

Die geometrische Begründung liefert Kepler 8 wirksame Aspekte: die Konjunktion, den Sextil, das Quadrat, das Trigon, die Opposition sowie den Quintil, den Trioktil und Biquintil. Ihnen entsprechen der Reihe nach die Verhältnisse 1/1, 1/6, 1/4, 1/3, 1/2 sowie 1/5, 3/8, 2/5. Bei den Autoren, die er heranzieht, Ptolemäus, Cardanus, Reinhold, die ebenfalls einen Zusammenhang zwischen den musikalischen Intervallen und den Aspekten feststellen, findet Kepler freilich nur die ersten 5 dieser Reihe angeführt. Die weitere Erfahrung soll ihn über die Richtigkeit seiner Annahme belehren. Daß ihn diese Erfahrung später zu einer Modifikation seiner Aspektenreihe und damit zu andersgerichteten geometrischen Überlegungen in diesem Zusammenhang veranlaßte, werden wir später sehen.

Die dritte Frage, zu deren Beantwortung Kepler seine „weltbildenden" Verhältnisse heranzieht, betrifft die Geschwindigkeiten der Planeten in ihren

[1] Siehe hierzu Bd. I, S. 186 Z. 12 ff., 187 Z. 28 ff., 204 Z. 10 ff.
[2] Brief an Herwart von Hohenburg vom 30. Mai 1599.
[3] Brief an Herwart von Hohenburg vom 14. Sept. 1599.
[4] Siehe Bd. IV, S. 205 u. 254.
[5] Brief an Herwart von Hohenburg vom 30. Mai 1599.
[6] Brief an Herwart von Hohenburg vom 9./10. April 1599.

Bahnen. Hier klingt bei ihm zum erstenmal die Sphärenharmonie an. Im Juni/Juli hat er das „iucundum theorema" gefunden, das er voll überschwenglicher Freude seinen Partnern mitteilt, damit es ja nicht verlorengehe, wenn er etwa vor der Zeit sterben sollte. Die in den benachbarten Landen wütende Pest gab ihm diese Besorgnis ein.

„Damit dem Kopernikus nichts abgehe von der Pythagoreischen Philosophie" habe er, so berichtet er, seinen Blick auf die Weltharmonie gerichtet. Triumphierend verkündet er: „Gib dem Himmel Luft, und es wird wirklich und wahrhaftig Musik erklingen."[1] Doch da jene fehlt, so tritt ein „concentus intellectualis", eine geistige Harmonie auf, „an der reine Geistwesen und in gewisser Weise auch Gott selber nicht weniger Genuß und Ergötzen empfinden, als der Mensch mit seinem Ohr an musikalischen Akkorden."[2]

Worin besteht nun seine vermeintliche Entdeckung? In seinem Mysterium Cosmographicum hatte er, wie wir gesehen haben, bereits bemerkt, daß die Umlaufszeiten der Planeten stärker zunehmen, als es dem Maß der Vergrößerung der Bahnen entspricht; bei Verdoppelung des Abstandes von der Sonne wird die Umlaufszeit mehr als nur doppelt so groß. Um dieser Erscheinung gerecht zu werden, weist er den einzelnen Planeten Geschwindigkeiten zu, deren Verhältniszahlen wiederum den musikalischen Intervallen und damit seinen geometrischen Urverhältnissen entnommen sind, und zwar erhält Saturn die Zahl 3, Jupiter 4, Mars 8, Erde 10, Venus 12, Merkur 16. Demzufolge setzt er zwischen Jupiter und Mars eine Oktave an, zwischen Saturn und Erde eine Dursext plus einer Oktave, zwischen Erde und Merkur eine Mollsext, zwischen Mars und Venus eine Quint, zwischen Saturn und Jupiter eine Quart, zwischen Mars und Erde eine Durterz und zwischen Erde und Venus eine Mollterz. Alle Urharmonien sind damit untergebracht. Natürlich weiß er auch allerhand Gründe anzuführen, warum gerade dieses und kein anderes Intervall zwischen zwei Planeten anzusetzen ist. So bestehen zwischen Saturn und Jupiter sowie zwischen Venus und Merkur gleiche Intervalle, weil das Oktaeder, das nach seiner alten Theorie zwischen das letzte Paar gehört, die gleiche Höhe hat wie der zugehörige Würfel, der zwischen dem ersten Paar steht. Zwischen Jupiter und Mars mußte die Oktave bestehen, weil in dem zugehörigen Tetraeder die eine Ecke bildenden ebenen Winkel zusammen 180°, d. i. einen Halbkreis ausmachen, usw. Und wenn es irgendwo nicht ganz aufeinandergeht, so müßte eben Pythagoras wieder auferstehen, der ihn belehren könnte; doch dieser kommt nicht, „falls nicht seine Seele in mich gewandert ist".[3] Wenn Herwart allem dem gegenüber Bedenken äußert, da sich die ganze Theorie auf Ahnung und Vermutung gründe, so weiß er zu erwidern: „Nicht jede Ahnung ist falsch. Denn der Mensch ist ein Ebenbild Gottes und es ist leicht möglich, daß er in gewissen Dingen, die den Schmuck der Welt ausmachen, dasselbe meint wie Gott. Denn die Welt hat an der Quan-

[1] Brief an Michael Mästlin vom 29. Aug. 1599.
[2] Brief an Herwart von Hohenburg vom 6. Aug. 1599.
[3] Brief an Michael Mästlin vom 29. Aug. 1599.

tität teil und der Geist des Menschen (etwas Überweltliches in der Welt) erfaßt nichts so gut, wie eben die Quantitäten, für deren Erkenntnis er offenbar geschaffen ist."[1]

Die Geschwindigkeitszahlen zusammen mit den Umlaufszeiten gestatten es jetzt Kepler, Verhältniszahlen für die Abstände der Planeten von der Sonne zu berechnen. Er stellt sich eine Liste auf und ist befriedigt, daß die Werte, die er so erhält, besser stimmen als jene, die er im Mysterium Cosmographicum mit Hilfe der dort angewandten Beziehung zwischen den Abständen und Umlaufszeiten erhalten hat. Und nun? Er kennt die mittleren Abstände aus den Harmonien. Er kennt auch die Zwischenräume je zwischen dem geringsten Abstand eines oberen und dem größten des nächstunteren Planeten; die eingeschalteten Körper liefern sie ihm. Sollte man daraus nicht die Exzentrizitäten gleichsam a priori ableiten können? Doch er spürt selber, mit diesem Probieren allein kommt er nicht weiter. Er braucht genaue Unterlagen aus der Erfahrung und diese kann ihm nur der Erste der Astronomen jener Zeit, Tycho Brahe, geben. „Auf Tycho allein warte ich; er soll mir die Eigenschaften und Anordnungen der Kreise in den Bahnen und die Verschiedenheit der Einzelbewegungen mitteilen. Dann, so hoffe ich, werde ich dereinst, wenn Gott mich am Leben erhält, einen herrlichen Bau aufrichten."[2]

Dies war der Stand von Keplers Unternehmen am Ende des Jahres 1599. Die vorausgehenden Darlegungen mußten so ausführlich sein, weil es sich hier, wie bereits bemerkt wurde, um die erste Entstehung seines Werkes über die Weltharmonik handelt. Er muß sicher in jener Zeit bereits ziemlich weit ausgearbeitete Entwürfe ausgeführt haben, wenn sich diese auch nicht in seinem handschriftlichen Nachlaß finden. Fertig war freilich noch nichts. Vieles wurde, wie sich zeigen wird, später wieder geändert, wesentlich erweitert oder völlig umgestoßen. So vor allem die zuletzt dargelegte Lehre von der Harmonie in den Planetenbewegungen, die im fertigen Werk ganz anders aussieht. Aber Titel und Umrisse standen fest, und auch die Disposition des Ganzen. Er teilte diese Herwart mit in einem Brief vom 14. Dezember 1599, wo er schreibt: „Das Buch wird 5 Teile erhalten, nämlich 1. einen geometrischen über die darstellbaren Figuren, 2. einen arithmetischen über die dreifachen Verhältnisse, 3. einen musikalischen über die Ursachen der Harmonien, 4. einen astrologischen über die Ursachen der Aspekte und 5. einen astronomischen über die Ursachen der periodischen Bewegungen." Diese Einteilung wurde später im wesentlichen beibehalten, nur daß die geometrischen Überlegungen in 2 Teile auseinander gezogen wurden, indem Kepler sicherlich wegen der Änderung seiner Aspektenlehre dem, was er Kongruenz der Figuren nannte, einen besonderen Teil widmete, und dafür den 2. Teil in den Anfang des III. Buches aufnahm.

In den ersten Januartagen des Jahres 1600 trat Kepler die Reise zu Tycho Brahe nach Prag an. Knapp ein halbes Jahr konnte er bei ihm bleiben. Und

[1] Brief an Herwart von Hohenburg vom 14. Sept. 1599.

[2] Brief an Herwart von Hohenburg vom 6. Aug. 1599.

das Ergebnis? Kurz nach seiner Rückkehr nach Graz schrieb er an Herwart: „Mein Werk über die Weltharmonie hätte ich schon vollendet, wenn mich nicht Tychos Astronomie so sehr mit Beschlag belegt hätte, daß ich fast von Sinnen kam."[1] Die neue Atmosphäre, in die er kam, hatte seiner geistigen Entwicklung gut getan. War er in Graz, auf sich selbst gestellt, der Gefahr ausgesetzt gewesen, sich ganz in seine Spekulationen zu verwickeln und den Boden unter den Füßen zu verlieren, so war er jetzt in einer neuen, reichen Umgebung mit einem Manne zusammengetroffen, der in der klaren Erkenntnis, daß nur genaueste Beobachtungen die von der Zeit geforderte Erneuerung der Astronomie würden ermöglichen können, Jahrzehnte hindurch seine Nächte dieser nüchternen Arbeit geopfert hatte. Freilich fand Kepler bei Tycho Brahe zunächst nicht das, was er gesucht hatte. Er hatte gehofft, von ihm vor allem genaue Werte für die Exzentrizitäten der Planetenbahnen zu erhalten. Allein Tycho Brahe rückte mit seinen Ergebnissen nur zögernd heraus und sein riesiges Beobachtungsmaterial harrte zum großen Teil erst der Bearbeitung. Dafür erhielt aber Kepler eine Aufgabe gestellt, die ihn reizte. Er sollte aus den Beobachtungen die Bahn des Planeten Mars bestimmen. Diese Aufgabe fesselte seinen Geist so sehr, daß dadurch die harmonischen Studien in den Hintergrund gedrängt wurden. War er doch überzeugt: „Es dürfen diese Spekulationen a priori nicht gegen die offenkundige Erfahrung verstoßen, sie müssen vielmehr mit ihr in Übereinstimmung gebracht werden."[2] Seine Kräfte wuchsen an der neuen Aufgabe ins Riesengroße. Ihre Lösung führte ihn zu triumphalen Erfolgen.

Es ist hier nicht der Ort, die Schicksale Keplers in der unmittelbaren Folgezeit zu schildern und zu erzählen, wie ihn nur wenige Wochen nach seiner Rückkehr aus Böhmen die schärferen gegenreformatorischen Maßnahmen zwangen, seine bisherige Wohnstätte zu verlassen, wie er in seiner Hoffnung, in der schwäbischen Heimat ein geeignetes Unterkommen zu finden, enttäuscht wurde, wie er für ganz mit Familie und Hausrat nach Prag zu Tycho Brahe zog in melancholischer Gemütsverfassung, wie er sich daselbst einrichtete und mit dem alternden Meister die gemeinsame Arbeit aufnahm, bis dieser nach wenigen Monaten vom Tod abberufen wurde, und wie er dann selber zum kaiserlichen Mathematiker ernannt und im Besitz dieser leidlich gesicherten Stellung instand gesetzt wurde, die astronomischen Aufgaben, die vor ihm lagen, mit Energie durchzuführen. In dem Nachbericht zur Astronomia Nova (Bd. III) ist das Wesentlichste hierüber gesagt. Dort mag man auch nachlesen, wie Kepler sich Schritt für Schritt der Lösung der ihm gestellten Aufgabe näherte, wie aus den Wochen und Monaten, die er anfänglich für erforderlich hielt, Jahre wurden, und wie er schließlich zu der Entdeckung der Gesetze gelangte, denen die seit Jahrtausenden beobachteten und seither vergeblich erforschten geheimnisvollen Bewegungen der Wandelsterne gehorchen.

[1] Brief an Herwart von Hohenburg vom 12. Juli 1600.
[2] Brief an Herwart von Hohenburg vom 12. Juli 1600.

Wenige Wochen nach der Entdeckung seines Ellipsensatzes im Jahre 1605, als er den Koloß der ihm gestellten Aufgabe bezwungen hatte, entrang sich ihm nun der Seufzer: „Möge mich doch Gott von der Astronomie losmachen, damit ich mich der Sorge für mein Werk über die Weltharmonik zuwenden kann."[1] So tief hafteten diese Betrachtungen in seinem Geist, so stark nahmen sein Denken und Fühlen die Spekulationen ein, die auf dem Grenzgebiet zwischen Mathematik und Metaphysik liegen. „Wenn es etwas gibt", so sagt er in dem gleichen Brief, „was den himmlischen Geist des Menschen an diesen unseren verstaubten Verbannungsort fesseln und ihn damit aussöhnen kann, so daß man sich freuen mag zu leben, so ist es wahrhaftig dieser Genuß." Ganz hatte er ja auch in den vorausgehenden Jahren diese Spekulationen nicht unterdrückt. In einigen Briefen an seinen neuen Freund und Gesinnungsgenossen David Fabricius sowie in einigen Schriften, die nebenher in diesen Jahren entstanden waren, hatte er sich mit ihnen beschäftigt und sie weiter entwickelt. So vor allem in der Ende 1601 erschienenen kleineren Schrift „De Fundamentis Astrologiae certioribus" (Bd. IV) und in dem umfänglicheren Werk „De Stella Nova" (Bd. I). Jetzt hatte er wieder mehr Zeit, sich dem zu widmen, was ihm so sehr am Herzen lag. So finden sich denn auch gleich in dem Brief, dem die vorausgehenden Stellen entnommen sind, lange Ausführungen über harmonische Fragen. Dazu kommen als weitere Quellen in den nächstfolgenden Jahren hauptsächlich die Briefe, die Kepler mit dem Arzt J. G. Brengger von Kaufbeuren und dem Leipziger Professor J. Tanckius gewechselt hat. Daß ihm die beiden astrologischen Kontroversschriften „Antwort auff Röslini Discurs von heutiger zeit beschaffenheit" (1609) und „Tertius interveniens" (1610), in deren erster er den astrologischen Wahnglauben ihres Verfassers widerlegt, während er in der zweiten die These verficht, man dürfe das Kind nicht mit dem Bad ausschütten, willkommene Gelegenheit zur Erörterung seiner Aspektenlehre gaben, ist in Bd. IV des näheren ausgeführt worden.

Man hätte nun glauben sollen, Kepler habe nach der Vollendung der Astronomia Nova zuerst die besseren Werte, die seine neue Theorie für die Exzentrizitäten lieferte, der Untersuchung unterzogen. Allein man findet hierüber nichts in den vorhandenen Zeugnissen. Hatte sich doch auch seine neue Theorie nur erst an der Bahn des Mars erprobt. Für die anderen Planeten standen die Berechnungen noch aus.

Was sich in den genannten Quellen, die die Zeit seines Prager Aufenthalts umfassen, an Gedanken über die Weltharmonik findet, bezieht sich in der Hauptsache auf die gleichen Fragen, die wir oben kennen gelernt haben. Des öfteren weist er auch auf das in Aussicht stehende Werk hin. Er berichtet, er habe es schon seit langem im stillen dem englischen König Jakob I. zugedacht, nicht so sehr, um bei ihm bekannt zu werden, als vielmehr in dem heißen Wunsch, es möge in diesem Monarchen die Harmonie der Kirche erwachsen.[2]

[1] Brief an Heydonus in London [Mai 1605].

[2] Brief an Heydonus [Mai 1605].

Treten nun auch in dieser Periode nicht viele neue Gedanken auf, so zeigt sich doch ein Fortschritt in der mehr systematischen Darstellung und in der Vertiefung der Begründung. Kepler hat sich in dieser Zeit offenbar eingehend mit Euklid, den er „philosophus ter maximus" nennt, besonders mit dem X. Buch seiner Elemente beschäftigt, das die mathematischen Irrationalitäten behandelt und das die Grundlage für den I. Teil unseres Buches bildet. Er hält daran fest, „daß die geometrischen Dinge dem Schöpfer das Vorbild für die Ausschmückung der ganzen Welt geliefert haben."[1] Die Zahlenspekulationen im Timäus werden wiederholt aufs bestimmteste abgelehnt. „Nichts wird durch Symbole bewiesen, nichts Verborgenes wird in der Naturphilosophie mit Hilfe von geometrischen Symbolen ans Licht gebracht. Es werden nur Dinge, die zuvor schon bekannt waren, in Beziehung gesetzt."[2] „Die geometrischen Figuren aber sind Vernunftdinge. Die Vernunft ist ewig. So ist es z. B. seit Ewigkeit im Geiste Gottes wahr, daß im regelmäßigen Viereck das Quadrat über der Seite halb so groß ist wie das Quadrat über der Diagonale."[3] Wenn ein regelmäßiges Vieleck konstruierbar ist, so kann man die Seite „wissen" (scire). Dieser Terminus, der jetzt auftritt, beherrscht das I. Buch der Weltharmonik. „Wissen heißt bei geometrischen Dingen, eine Sache durch eine Formalursache erkennen."[4] „Vom Unendlichen gibt es kein Maß und kein Wissen."[5] Ein solches Wissen ist bei der Seite des 7-, 9- usw. Ecks unmöglich. Der Grund liegt nicht „in unserer mangelnden Einsicht, sondern in der Natur der Quantitäten. Es ist dem Menschen mit allen seinen Begriffen und seinen begrifflichen Namen (es sind aber die Zahlen die Worte der Geometer) nicht möglich, das Verhältnis solcher Strecken auszusprechen, und diese Unmöglichkeit entspringt geradewegs der Natur, sowohl der unseres Geistes wie der der Größen."[6] So gibt es zwar auf einem Kreis einen Punkt, der von einem angenommenen Punkt aus die Seite eines Siebenecks begrenzt, allein man weiß ihn nicht. Der Punkte auf dem Kreis sind es unendlich viele, aber man weiß nicht unendlich viele Punkte; denn mag man sie zählen, so wären es endlich viele. „Daher hat niemals jemand weder auf dem Papier, noch in Zahlen, noch im Geist eine vollkommene Siebeneckseite gehabt, auch Gott selber nicht, da das Wesen jener Seite darin besteht, daß man sie nicht im Geiste haben kann."[7] Auch auf die „Coss", die Algebra, kommt er zu sprechen, die es gestattet, eine Gleichung für die Siebeneckseite aufzustellen. Im Jahre 1603 war Jost Bürgi, der sich gut auf diese neue Kunst verstand, nach Prag gekommen und in ein freundschaftliches Verhältnis zu dem kaiserlichen Mathematiker getreten. Allein was die Cossisten machen, befriedigt Kepler nicht. Im I. Buch unseres Werks hat er seine Bedenken des näheren ausgeführt (S. 50 ff.). Daher ist es

[1] Brief an David Fabricius vom 1. Okt. 1602.
[2] Brief an Joachim Tanckius vom 12. Mai 1608.
[3] Brief an Heydonus [Mai 1605].
[4] Brief an David Fabricius vom 1. Okt. 1602.
[5] Brief an Heydonus [Mai 1605].
[6] Brief an David Fabricius vom 1. Okt. 1602.
[7] Brief an Heydonus [Mai 1605]. Vgl. auch Bd. IV S. 203 f.

für ihn auch verständlich, daß das Siebeneck mit gleichen oder anderen regulären Figuren weder die Ebene lückenlos auszufüllen, noch im Raum geschlossene Körper zu bilden vermag. Deshalb wurde von Gott das Siebeneck auch nicht zur Ausschmückung der Welt angewandt. Denn „er entnahm die Ideen der Dinge der Vorratskammer der Geometrie, nicht den ungeometrischen Größen; fast hätte ich gesagt, Gott schuf, was er schaffen konnte, und ließ weg, was er nicht konnte."[1] Die konstruierbaren Figuren dagegen „drängen sich auch gegen den Willen der Philosophen als Schöpfungsurbilder auf, da sie selber innerhalb der Grenzen der Geometrie etwas Schöpferisches leisten", d. h. geschlossene räumliche Gebilde schaffen. Es ist eine „speculatio profundissima, wenn man erwägt, daß das, was Gott im Urbild nicht hat finden können, auch im Schöpfungswerk nicht ausgedrückt ist".[2]

Durch diese Gründe wird die ausgezeichnete Bedeutung der früher aufgeführten Urharmonien ins Licht gerückt. Kepler kommt denn auch auf seinen Harmonien-Stammbaum (S. 118), in dem diese Urharmonien aus dem Verhältnis 1:1 abgeleitet werden, immer wieder zu sprechen. Eine gewisse Schwierigkeit bereitet dabei das Fünfzehneck, das ja auch konstruierbar ist, so daß die Teilung 1:16 ebenfalls als harmonisch zu gelten hätte. Er sucht es auszuschalten, indem er von dem eine Urharmonie begründenden Verhältnis verlangt, es müßten bei den entsprechenden Verhältniszahlen „die Differenz und die Differenzen der Differenzen bis zur Einheit" Zahlen sein, die zu wißbaren Figuren gehören. Da das Verhältnis 1:15 diese Forderung nicht erfülle, gehöre das Fünfzehneck zu den törichten Jungfrauen; es komme zu spät, nachdem die Türen durch die Zahlen 5, 7, 9, 11, 13 bereits geschlossen seien.[3]

Das Geschöpf ahmt den Schöpfer nach. Dies zeigt sich Kepler in der Musik. „Jene Fähigkeit, die dem Gehör vorsteht und die an der höchsten Vernunft teilhat, verwirft jene Töne, die von ungeometrischen Saitenlängen herrühren, und billigt jene, die auf geometrische zurückgehen."[4] Der Fortschritt seiner musikalischen Untersuchungen, die Kepler in jener Periode mit großem Eifer betrieben hat, zeigt sich besonders in der auf Axiomen aufgebauten systematischen Darstellung, die er seiner Lehre zu geben weiß (vgl. Kapitel I des III. Buches). Er hat sich in der Literatur weit umgesehen. Den Aufbau der Tonleiter legt er in aller Ausführlichkeit dar. Der Osterhymnus „Victimae paschali laudes", den er auch in unserem Werk als Beispiel heranzieht (S. 158), wird seinem ganzen Aufbau nach ins einzelnste zergliedert.[5] Daß Kepler den Versuch der Griechen, die einzelnen musikalischen Intervalle und die ganze Tonleiter mit Hilfe eines kleinsten Elementarintervalls theoretisch aufzubauen, als der Erfahrung und der Vernunft widersprechend ablehnt, ist eine notwendige Folge seiner theoretischen Unterlagen. Er geht den umgekehrten Weg und leitet die kleineren Intervalle aus der Vergleichung der Urharmonien

[1] Brief an Joachim Tanckius vom 12. Mai 1608.
[2] Brief an Heydonus [Mai 1605].
[3] Brief an Herwart von Hohenburg [Januar 1607].
[4] Brief an Joachim Tanckius vom 12. Mai 1608.
[5] Brief an Heydonus [Mai 1605].

her, die die Erfahrung liefert und die mit seiner geometrischen apriorischen Begründung übereinstimmen.

Einen breiten Raum nehmen in den genannten Quellen seine Darlegungen über die Aspekte ein. Die landläufigen Praktiken werden mit kräftigen Worten abgelehnt. Kepler ist nicht einverstanden mit Fabricius, der ein arger Astrologe war. Er will nichts wissen von guten und bösen Gestirnen und Aspekten; für ihn gelten bei den Himmelserscheinungen nur die Begriffe harmonisch und unharmonisch, schön und unschön, stark und schwach. Nach seiner Anschauung besteht der Unterschied in der Wirkung der einzelnen Aspekte nur in ihrer größeren oder geringeren Stärke. Allen Aspekten will er „die gleiche gute Wirkung zuschreiben, daß sie nämlich die seelischen Fähigkeiten zur Verrichtung ihrer Werke anreizen". Eine Wandlung gegenüber seiner früheren Lehre liegt nun darin, daß er glaubte, aus seinen fortlaufenden Beobachtungen der Wettererscheinungen auch eine Wirksamkeit des Halbsextils (1/12 des Kreises) feststellen zu müssen, während der Sesquadrus 3/8 in den Hintergrund treten müsse.[1] Er kommt des öfteren darauf zu sprechen, und die Sache ist für ihn deswegen so wichtig, weil dadurch die parallele Erklärung der musikalischen Harmonien und der Aspekte aus den geometrischen Urverhältnissen gestört wird. Er sieht sich daher veranlaßt, sich nach anderen geometrischen Gründen für die Erklärung der Wirkung der Aspekte umzuschauen. Wieviel ihm das zu schaffen gemacht hat, erhellt aus dem IV. Buch unseres Werkes.

Des weiteren arbeitete Kepler in dieser Periode die psychologische Seite der Wirkung der Aspekte schärfer heraus. Die Wirkung der Gestirnstrahlung ist ja nach ihm nicht so zu verstehen, daß diesen Strahlen an und für sich eine bestimmte Kraft zukäme; diese sind keine „agentia naturalia", die bei Gegenwart einer „res patibilis" eine Kraft ausströmen. Sie erregen die Natur vielmehr so, wie die Objekte die Sinne erregen, das Licht die Augen, die Töne die Ohren, die Wärme den Gefühlsinn. Wie bei den sinnlichen Wahrnehmungen, bei denen wohl zu unterscheiden ist zwischen dem äußeren Geschehen und dem psychischen Vorgang, die Seele keineswegs passiv, sondern aktiv auftritt, so muß man auch der ganzen sublunarischen Natur, die zunächst eine res patibilis ist, eine aktive facultas animalis zuschreiben, die ohne ratiocinatio, rein instinktmäßig die Relationen, als welche sich die Aspekte darstellen, wahrnimmt, sie nach ihrer mathematischen Größe abzumessen weiß und darauf entsprechend reagiert (vgl. Bd. I, S. 184 f.). So kommt Kepler zu der Annahme einer Erdseele, deren Wesen aus ihren Äußerungen erschlossen werden muß. „Der gleiche Grund, der die Alten dazu zwang, eine dritte Art von Seele in die Pflanzen zu versetzen, zwingt uns, eine vierte in die Erde zu versetzen" (Bd. IV, S. 23). Zwischen der Natur des Himmels und den Seelen und Vermögen der sublunarischen Welt besteht ein Zusammenhang; daher ist auch eine Beeinflussung dieser durch die Vorgänge am Himmel möglich. Jede Seele ist gleichsam ein „circulus potentialis", ein „punctum plagis distinctum",

[1] Brief an J. G. Brengger vom 30. Nov. 1607.

d. h. ein Punkt, der die Unterscheidung von Richtungen zuläßt (vgl. Bd. I, S. 192 und Bd. IV, S. 184 u. 246). Alle diese Gedanken kehren in erweiterter, systematischer Darstellung im IV. Buch der Harmonice Mundi wieder.

Was schließlich die Harmonien in den Bewegungen der Planeten anlangt, so ist Kepler offenbar in seiner Prager Zeit kaum über das hinausgekommen, was er schon zuvor hierüber aufgestellt hatte. In gelegentlichen kurzen Ausführungen wiederholt er seinen früheren Versuch, zwischen den wahren mittleren Bewegungsgeschwindigkeiten harmonische Verhältnisse aufzuspüren, wobei er aber andere Verhältniszahlen für die Geschwindigkeiten ansetzt. Den Gedanken, die sublunarische Natur könne vielleicht auch reagieren, wenn zwei Planeten mit ihren in bestimmten Intervallen wachsenden Geschwindigkeiten gerade ein harmonisches Verhältnis bilden, hat er nicht in die Weltharmonik aufgenommen.

Unter den Schriften, die Kepler aus der reichen Literatur alter und neuer Zeit über harmonische Fragen heranzog, um sich zu belehren und sein eigenes Werk durch Vergleichung seiner Ideen mit den Lehren anderer Autoren zu fördern, spielte die Hauptrolle die Harmonik des Claudius Ptolemäus. Schon i Graz hatte er sich bemüht, die lateinische Übersetzung, die Gogavinus in Venedig 1562 herausgegeben hatte, zu bekommen. Er war sehr beglückt, als er endlich 1600 das Exemplar der „Bibliotheca Bavarica" in München durch Vermittlung Herwarts von Hohenburg zugeschickt bekam. Seine Überraschung war groß, als er entdeckte, daß Ptolemäus den Stoff so ziemlich in gleicher Weise disponierte, wie er selber getan hatte, ehe er ihn kennenlernte. Er gibt seiner Verwunderung lebhaften Ausdruck in der Vorrede zum V. Buch. „Ein Fingerzeig Gottes" lag für ihn in der auffallenden Übereinstimmung, die sich freilich mehr auf die Disposition und auf den Grundgedanken, als auf die Ausführung im einzelnen bezog. Da Kepler glaubte, den Sinn der Gedanken des Ptolemäus aus der lateinischen Übersetzung des Gogavinus nicht voll erfassen zu können, bittet er seinen hohen Gönner in München um die Besorgung einer griechischen Handschrift. Auch dieser Wunsch wurde ihm 1607 zu seiner großen Freude erfüllt. Der Plan, wie dieser Text zusammen mit einer neuen lateinischen Übersetzung herausgegeben werden könnte, wird in dem Briefwechsel zwischen den beiden Männern um jene Zeit viel besprochen.[1]

[1] An Autoren, die über Harmonielehre schrieben, hat Kepler außer Ptolemäus, Porphyrius und Aristoxenus im besonderen gekannt und erwähnt: Euklid (Musica. Ausgabe von Dasypodius, Straßburg 1571), Boëthius (De institutione musica, Venedig 1492 u. sp.), Jordanus Nemorarius und Jac. Faber Stapulensis (Arithmetica. Musica. Epitome in libros arithmeticos Boetii, Paris 1496 u. sp.), Glareanus (Isagoge in musicen, Basel 1516. Dodecachordon, Basel 1547), Vincenzo Galilei (Dialogo della musica antica e moderna, Florenz 1581 und 1602), Giov. Mar. Artusi (L'Arte del contrapunto, Venedig 1586 u. sp. L'Artusi overo delle imperfettioni della moderna musica ragionamenti due, Venedig 1600), Sethus Calvisius (Compendium musicae practicae, 1594 u. sp. Melopoeia, 1582 u. sp.), Jo. Thom. Freigius (Erotematum Musicae libri duo, 1580), Andreas Reinhard (Monochordum, Leipzig 1604). Die Musica mathematica des Abraham Bartolus, Altenburg 1614, kam Kepler erst nach Erscheinen seiner Harmonice Mundi zur Kenntnis.

So waren in den Prager Jahren bis 1610 neben der reichen astronomischen Ernte, die Kepler daselbst einheimsen durfte, auch seine harmonischen Gedanken weiter ausgereift. Er stand mitten im Schaffen und war um jene Zeit ganz erfüllt von den neuen Entdeckungen, die Galilei mit dem Fernrohr machte. Er packte selber zu und lieferte in seiner Dioptrice die theoretische Begründung für das astronomische Fernrohr und andere optische Instrumente. Als er am 1. Januar 1611 die Widmung zu diesem Werke schrieb, dachte er nicht, daß dieses Jahr ein Jahr des Unglücks und der Trauer für ihn werden sollte und daß das Schicksal bereit war, „ihm das astronomische Studium gleichsam aus der Hand zu schlagen". Am 19. Februar entriß ihm der Tod sein siebenjähriges Lieblingssöhnchen Friedrich. Am 3. Juli folgte diesem die Mutter nach. Dazu griffen auch die politischen Wirren in sein Leben ein. Sein Kaiser, dem er die Jahre herein gedient hatte und dem bei allen Versäumnissen und Fehlern, die man ihm zum Vorwurf machen kann, doch das große Verdienst gebührt, durch die Berufung Tycho Brahes und Keplers die Erneuerung der Astronomie ermöglicht zu haben, wurde im gleichen Jahr nach blutigen Auseinandersetzungen in Prag durch seinen Bruder Matthias als König von Böhmen abgesetzt. Auf Wunsch seines kaiserlichen Herrn hielt Kepler bei ihm aus, bis Rudolph am 20. Januar folgenden Jahres starb. Die bedrohliche Lage, in der er sich befand, hatte den kaiserlichen Mathematiker schon zuvor genötigt, nach einer anderen Stätte für seine Wirksamkeit auszuschauen. Die schwäbische Heimat verschloß sich auch diesmal gegen seine Bitten. Mehr Glück hatte der hart geprüfte Mann bei den Ständen in Linz. Diese nahmen ihn als ihren Mathematiker auf. Er sollte „deroselben adeligen Jugendt" Unterricht erteilen und eine Karte des Landes entwerfen. Im Frühjahr 1612 trat er sein neues Amt an, nachdem er kurz zuvor von Matthias als „Kaiserlicher Mathematiker" bestätigt worden war.

Es dauerte freilich noch längere Zeit, bis Kepler den abgerissenen Faden seiner früheren Studien wieder aufnehmen konnte. „Die Spannkraft, die astronomische Studien erfordern", fehlte ihm. Einen beglückenden Aufschwung aus all der Not der vergangenen Zeit erfuhr Keplers Leben und Schaffen erst, als er am 30. Oktober 1613 zum zweitenmal geheiratet und seinen Hausstand wieder neu aufgebaut hatte. Als Zeugnis seiner neu gestärkten Arbeitskraft erweist sich seine Stereometria Doliorum, zu deren Abfassung die Einrichtung seines neuen Hausstandes Anlaß gab.

Jetzt war auch die Zeit gekommen, wo er seine astronomischen Studien wieder mit alter Energie aufnehmen und fortsetzen konnte. Eine große Aufgabe stand schon seit langer Zeit vor ihm; auf ihre Lösung wartete die astronomische Welt mit steigender Ungeduld. Schon Tycho Brahe hatte sich vorgenommen, ein neues Tafelwerk zu verfassen, das die ungenügenden Prutenischen Tafeln ersetzen sollte. Es sollte nach dem kaiserlichen Gönner den Namen Rudolphs tragen. Mit der Sorge für den Nachlaß Tycho Brahes hatte Kepler auch diese große und schwierige Aufgabe übernommen. Mit der Verwirklichung des Plans ging es jedoch langsam voran. Wir wissen, wieviel

Zeit und Mühe die Erforschung der Marsbahn Kepler bereitet hatte. Er hatte zuerst die wahren Gesetze der Planetenbewegungen ergründen müssen, um die Aufgabe so lösen zu können, wie es sein wissenschaftliches Gewissen erforderte. Nun galt es das, was die Not der letzten Jahre verhindert hatte, hereinzuholen. Das Wichtigste, was hierfür zu geschehen hatte, war die Berechnung der Bahnelemente der anderen Planeten und des Mondes auf Grund der Erkenntnisse, die er sich in seiner Astronomia Nova erarbeitet hatte. Wir sehen denn auch, wie Kepler diese Aufgabe mit Eifer in Angriff nahm.

Als erste Frucht dieser Forschungsarbeit bot er den ersten Teil seines Ephemeridenwerks dar, dessen Widmungsschreiben vom 1. November 1616 datiert ist. Er wollte mit der Berechnung der Ephemeriden nach seiner neuen Theorie erst eine Probe an der Erfahrung machen, ehe er an die endgültige Abfassung der Tafeln ging. Traten nun auch naturgemäß bei dieser Rechenarbeit seine harmonischen Spekulationen in den Hintergrund, so verlor er sie doch nicht aus dem Auge. Das beweisen nicht nur fragmentarische Notizen, die sich in seinem Nachlaß finden. Wenn er in der Einleitung zum V. Buch der Weltharmonik (S. 289) sagt, vor 18 Monaten sei ihm zur Entdeckung des dritten Planetengesetzes und damit zu einer tieferen Begründung der so sehnlich gesuchten Harmonie in den Bewegungen der Wandelsterne das erste Licht aufgegangen, so weist diese Angabe eben auf die Zeit hin, in der er die Widmung zu seinem Ephemeridenwerk abgefaßt hat. In der Tat, die eindringlichen Spekulationen und Rechnungen, die er hatte anstellen müssen, boten ihm endlich das, was er solange vermißt und viele Jahre zuvor als Unterlage für seine harmonischen Untersuchungen vergebens herbeigewünscht hatte: genauere Werte für die relativen Abstände der Planeten von der Sonne und für die Exzentrizitäten ihrer Bahnen. Jetzt konnte er diese alte Aufgabe mit mehr Aussicht auf Erfolg in Angriff nehmen.

Es blieb jedoch zunächst noch bei Versuchen ohne besondere Ergebnisse. Ein längerer Aufenthalt am kaiserlichen Hof in Prag, die Berechnung weiterer Ephemeriden und die Veröffentlichung des I. Teils seiner Epitome Astronomiae Copernicanae nahmen den größten Teil des Jahres 1617 ein. Ein Unheil, das seine Familie und seinen guten Namen bedrohte, unterbrach im Herbst diese Arbeit. Seit Dezember 1616 hatte Kepler seine alte Mutter bei sich in Linz. Er hatte sie zu sich beschieden, als er von den Anschuldigungen hörte, die man seit geraumer Zeit gegen sie als angebliche Hexe erhoben hatte. Als sie zu Anfang Oktober 1617 wieder in die Heimat zurückkehrte, machte es der Stand der Rechtssache dringend notwendig, daß auch ihr Sohn sich nach Württemberg begab, um ihr beizustehen. Im gleichen Monat noch trat er die Reise an. Wie sehr ihm damals wieder seine alten Studien im Kopfe herumgingen, beweist die Tatsache, daß er als Reiselektüre den „Dialogo della Musica antica e moderna" des Vincenzo Galilei sowie Konzepte mit seinen Gedanken über den Gegenstand des III. Buches der Weltharmonik mitnahm. Er benützte den Aufenthalt in seiner Heimat zu Besuchen in Tübingen, wo er im Verkehr mit seinen Freunden seine Pläne entwickelte und sich bei diesen Unterhaltun-

gen in seinen harmonischen Gedankenkreis hineinredete. Kurz vor den Weihnachtstagen kam er wieder in Linz an. Den Monat Januar 1618 benützte er zur Fortsetzung seiner Ephemeridenrechnungen.

Da trat am 9. Februar ein Ereignis ein, das, wie er selber erzählt, seinen Arbeitsplan änderte. Sein Töchterchen Katharina starb. Der Kummer über diesen Verlust bedrückte den Vater. „Ich legte die Tafeln beiseite, da sie Ruhe erforderten und lenkte meinen Geist auf die Vollendung der Harmonik hin."[1] Er übersetzte das III. Buch der Harmonik des Ptolemäus und verfaßte Noten dazu, redigierte, was er schon beieinander hatte, schrieb weiter und ergänzte, was noch fehlte. Am 8. März hatte er fast sein drittes Gesetz in Händen; ein Fehler im Ansatz verhinderte den Erfolg. Endlich am 15. Mai brach die Erkenntnis durch: Die Quadrate der Umlaufszeiten zweier Planeten verhalten sich wie die dritten Potenzen der mittleren Entfernungen. Keplers Begeisterung kannte keine Grenzen. Er spricht von „heiliger Raserei". Was er so viele Jahre lang gesucht, lag plötzlich klar vor seinen Augen. Jetzt konnte er seinem Werk die Krone aufsetzen und die Harmonien, nach denen der Schöpfer die Bewegungen der Planeten abgestimmt hatte, ergründen. „Ich fühle mich hingerissen und besessen von einem unsäglichen Entzücken über die Schau der himmlischen Harmonien."

In den gleichen Tagen, in denen Kepler von diesem Sturm erhabener Gefühle geschüttelt wurde, brach der unselige Krieg aus, der dreißig Jahre lang die deutschen Lande heimgesucht und verwüstet hat. Am 23. Mai gaben die bekannten Vorgänge in Prag das Signal zu dessen Ausbruch. Lange schon hatten die kommenden unheilvollen Ereignisse ihren Schatten vorausgeworfen. Es ist merkwürdig, daß Kepler, wie er in dem Jahr der Trübsal 1599 sein Werk grundgelegt hatte, so dieses zur Vollendung brachte, als wiederum der Himmel voll drohender Wolken hing. Der Mann, der den Frieden liebte und ihm dienen wollte, flüchtete vor den schrillen Dissonanzen, die Unduldsamkeit und Zwietracht hervorriefen, in die erhabene Region der Gestirne, in der sein geistiges Ohr himmlische Klänge vernahm. Seinen Freunden rief er in jenen Tagen zu: „Verachtet das barbarische Gewieher, von dem die edlen Lande widerhallen, und weckt in euch Verständnis und Verlangen nach den Harmonien."[2]

Am Schluß seines Werkes sagt Kepler, er habe es am 27. Mai 1618 abgeschlossen; das V. Buch sei während des Druckes bis zum 19. Februar 1619 nochmals überarbeitet worden. Wenn Kepler am erstgenannten Tag fertig war und erst nach dem 9. Februar 1618, wie oben bemerkt, angefangen hatte, so müssen notwendig große Teile wenigstens in ganz ausführlichen Entwürfen bereits vorhanden gewesen sein (vgl. seine Anmerkung auf S. 128 f.). Dies geht auch daraus hervor, daß er auf seiner Reise nach Württemberg dem Diakonus Wilhelm Schickard in Nürtingen am Neckar, der mit großer Gelehrsamkeit ein besonderes Talent als Zeichner und Kupferstecher verband und alsbald in

[1] Brief an Wackher von Wackhenfels [Anfang 1618].

[2] Vorwort zum 1. Teil der Ephemeriden.

ein freundschaftliches Verhältnis zu Kepler trat, den Auftrag erteilte, gewisse Figuren seines Werks zu zeichnen. Außerdem scheint Kepler auf dieser Reise in Augsburg bereits Besprechungen über den Druck der Weltharmonik mit dem dortigen Drucker H. Krüger gepflogen zu haben. Es war also offenbar in jenen Wochen nur noch die letzte Hand an das Ganze zu legen. Genauere Angaben lassen sich über die Abfassungszeit aus den vorhandenen Quellen nicht ermitteln. Das V. Buch hat jedenfalls in seiner ersten Fassung entsprechend unseren früheren Ausführungen ein wesentlich anderes Gesicht gehabt. Denn es wird sich zeigen, daß Kepler in der endgültigen Fassung harmonische Verhältnisse nicht zwischen den Geschwindigkeiten der Planeten in ihrer Bahn, sondern zwischen den scheinbaren Bewegungen von der Sonne aus gesehen ansetzte. Was er im V. Buch darbietet, setzt wesentlich die Kenntnis des dritten Planetengesetzes voraus, das er ja nur wenige Tage vor dem genannten Datum des 27. Mai entdeckte.[1]

Alsbald nach Fertigstellung des Werks wurde mit dem Druck begonnen, den Hans Plank in Linz ausführte. Kepler war überzeugt: „Wenn die Schrift des Aristoteles über den Himmel, wenn Platos Timäus, wenn die Harmonik des Ptolemäus und Porphyrius, lauter Bücher, die alle unvollständig sind und sich nach dem Eingeständnis ihrer Verfasser noch auf der untersten Stufe halten, von Akademien und Bibliotheken geschätzt worden sind, dann wird es auch Männer geben, die die Philosophie zu der Vervollkommnung dieses Teilgebietes durch diese so prächtigen Entdeckungen beglückwünschen werden."[2] Der Druck nahm mehr als ein Jahr in Anspruch. Mit dem III. Buch wurde begonnen. Während das IV. Buch erst im März 1619 fertig wurde, gelangte bereits im Dezember 1618 der erste Bogen des V. Buches als Aushängebogen zum Versand. Er sollte für das Werk werben. Die Bücher I und II gelangten erst nach Fertigstellung der drei anderen im Frühjahr 1619 unter die Presse. Ende Juli 1619 war der Druck fertig. So heißt es in dem Schreiben vom 28. Juli 1619, mit dem Kepler die Ephemeride für 1620 dem Lord Neper, dem Erfinder der Logarithmen, gewidmet hat: „Die Harmonik ist dank der Gunst des höchsten Harmosten des Weltalls vollendet. Umsonst hat der Kriegsgott mit Bombarden und Trompeten und seinem ganzen Taratantara gebrummt und geknirscht und dazwischengebrüllt. Wenn uns jetzt nicht die Kriegsfurie zu Hause oder draußen belagert oder die Arbeiter ausreißen und uns im Stiche lassen, werden die Exemplare der Harmonik und meiner Kometenschrift auf der kommenden Herbstmesse in Frankfurt von allen erworben werden können, denen es am Herzen liegt, die Werke der Hände Gottes, wie ich sie durch das Licht des Verstandes erhellt habe, tiefer zu betrachten."

Freilich fehlten zu jenem Zeitpunkt noch Generaltitel und einige Figurentafeln, die erst zu Ende des Jahres 1619 fertig wurden. Der Grund dieser Verzögerung lag bei dem bereits genannten W. Schickard, der für Kepler die

[1] Man vergleiche, was Kepler selber S. 384 f. in seiner „Apologia" über die Abfassung der Handschrift zur Harmonice Mundi mitteilt.

[2] Vorwort zum 1. Teil der Ephemeriden.

Figuren herstellte. Dieser hatte schon im Dezember 1617 die Figuren, die Kepler ihm bei seinem Besuch in Württemberg aufgetragen hatte, auf Holzstöcke gezeichnet. Den Schnitt ausgeführt hat er aber nicht. Er schickte vielmehr die Holzstöcke auf Verlangen Keplers an den Augsburger Drucker H. Krüger. Ob sie nun dieser daselbst hat ausführen lassen oder ob Kepler in Linz einen Holzschneider fand, läßt sich aus seinem Briefwechsel mit Schikkard, dem leider eine Reihe von Stücken fehlen, nicht feststellen. Es handelt sich bei dieser ersten Serie allem nach um die Figuren S. 80, 83, 85, 87, 243, 292, 293, die ohne Textvorlage gezeichnet werden konnten. Nach Fertigstellung des Manuskripts schickte Kepler Buch I und II an W. Schickard nach Nürtingen. Darin liegt der Grund, warum der Druck mit dem III. Buch begonnen wurde. Während nun Schickard mit der ersten Figurenserie sehr rasch fertig wurde, ging es mit der zweiten Reihe viel langsamer. Im Herbst 1618 schickte er die Zeichnungen an Kepler und machte diesem den Vorschlag, die Figuren zum II. Buch als Kupferstiche auf besonderen Tafeln von seiner Hand ausführen zu lassen. (Es handelt sich um die Tafeln S. 73, 74, 79 sowie 298 unserer Ausgabe.) Kepler ging gegen Ende des Jahres auf diesen Vorschlag ein. Es dauerte aber ein volles Jahr, bis Schickard, der im Sommer als Professor der hebräischen Sprache an die Universität Tübingen übersiedelte, die Stiche vollendet hatte. Noch im Juni 1619 ist erst von der Beschaffung der Kupferplatten die Rede.

Das fertige Werk wurde von dem Verleger Tampach in Frankfurt gegen Ersatz der Herstellungskosten übernommen. Dieser setzte als Verkaufspreis $2^1/_2$ fl. fest. Als Honorar erhielt der Verfasser 100 Exemplare mit der Auflage, diese nicht zu verschenken und nicht unter dem festgesetzten Preis zu verkaufen. Das Titelblatt liegt in zwei verschiedenen Fassungen vor. Da Tampach das Werk später zusammen mit der 1621 erschienenen 2. Auflage des Mysterium Cosmographicum vertrieb, enthält das Titelblatt in seiner 2. Fassung einen diesbezüglichen Zusatz.[1] Das Format der Originalausgabe ist das des vorliegenden Bandes. Da die beiden ersten Bücher zuletzt gedruckt wurden, beginnt mit Buch III eine neue Seitenzählung. Die beiden Teile enthalten 66 + 255 Seiten. Der Titel bildet mit der Widmung einen Bogen von 4 Seiten.

Seiner seit vielen Jahren gehegten Absicht entsprechend, hat Kepler sein Werk dem König Jakob I. von „Großbritannien" gewidmet. Diese Widmung, die vom 13. Februar 1619 datiert ist, hat ihre Geschichte. Kepler besprach sie zuvor mit verschiedenen Männern, von denen ihm der Tübinger Professor Besold, der kaiserliche Rat Tengnagel und der Arzt am Kaiserhof Remus zusprachen, während der kaiserliche Leibarzt Mingonius abriet. Der Hauptgrund, warum Kepler gerade diesem Monarchen das Werk, an dem sein Herz hing, widmete, ist in seiner Sorge um die verhängnisvolle Glaubensspaltung in der Christenheit zu suchen. Seine Seele litt unter der „dreifachen Dissonanz", dem Gegensatz und der Feindseligkeit zwischen den Katholiken, Lutheranern und Calvinisten. Wie er jeden Tag für die Wiedervereinigung der

[1] In meiner „Bibliographia Kepleriana" ist auch dieses Titelblatt wiedergegeben.

streitenden Parteien betete, so ließ ihn sein Gottvertrauen wider Hoffen auf eine baldige Beendigung der Streitigkeiten hoffen sogar in einer Zeit, da dieser Hader die blutigen Kämpfe entfesselt hatte, die über seinen Tod hinaus so viele Jahre lang währen sollten. Von einem Echo auf Keplers Appell an den englischen König ist denn auch nichts bekannt. Eine Antwort auf sein Widmungsschreiben darf man vielleicht in dem kurzen Besuch des englischen Gesandten Wotton sehen, den dieser im Sommer 1620 Kepler abstattete und bei dem er den Astronomen einlud nach England zu kommen. Kepler lehnte jedoch die Einladung ab.[1]

Wenn man die Widmung liest, fällt einem die äußerst vorsichtige Fassung des Textes auf; man merkt, der Verfasser möchte mehr sagen, als er kann und darf. Diese Zurückhaltung wird verständlich, wenn man bedenkt, daß der kaiserliche Mathematiker Kepler, der der protestantischen Lehre anhing, im Dienste des Hauses Österreich stand, das die katholische Sache vertrat. Wie gut diese Zurückhaltung war, zeigte sich in der unmittelbaren Folgezeit. Jakob I. war der Schwiegervater Friedrichs V. von der Pfalz, der sich gegen Ferdinand am 4. November 1619 zum König von Böhmen krönen ließ. Da der Titelbogen mit dem Widmungsschreiben erst Ende 1619 gedruckt wurde und zum Versand gelangte, konnte Kepler in den Verdacht geraten, Anhänger des Gegenkönigs zu sein. Bereits am 8. November 1620 verlor dieser durch die Schlacht am Weißen Berg Krone und Land, worauf er zu seinem Schwiegervater nach England flüchtete. Diese Umstände machen es auch erklärlich, daß in manchen Exemplaren der Harmonik das Widmungsschreiben fehlt und der Titel als Einzelblatt vorgeklebt ist.

Nun sind noch einige Worte zu dem Anhang zu sagen, den Kepler seinem Werk hinzugefügt hat. Kepler hatte die Absicht, eine lateinische Übersetzung des III. Buches der Harmonik des Ptolemäus, mit der er sich, wie wir gesehen haben, viel beschäftigt hat, zusammen mit dem Kommentar des Porphyrius und eigenen Anmerkungen seiner Weltharmonik beizugeben. In der Inhaltsangabe des V. Buches (S. 290) kündigte er diese Absicht an, die er noch im Februar 1619 verfolgte. Die äußeren und inneren Gründe, die ihn schließlich veranlaßten, diesen Plan aufzugeben und sich mit einer summarischen Übersicht zu begnügen, führt er selber an (S. 369 f.). Über den zweiten Teil des Anhangs, der ihn in eine Kontroverse mit dem Oxforder Arzt und Theosophen Robert Fludd oder de Fluctibus hineinzog, ist unten S. 513 ff. des mehreren die Rede.

Die Begeisterung, mit der Kepler sein Werk vollendet hatte, wurde während des Drucks durch verschiedene Vorkommnisse, die ihm Sorge und Kummer bereiteten, gedämpft. Das nicht lange zuvor erfolgte Verbot der Schriften, die die kopernikanische Lehre von der Erdbewegung enthielten, durch das Hl. Offizium in Rom schuf ihm Bedenken, ob sein Buch in Italien verkauft werden könnte und ob nicht durch eine etwaige Zensurierung seine wissenschaftliche Tätigkeit im katholischen Österreich lahmgelegt würde. Er be-

[1] Vgl. Briefe an Matthias Bernegger vom 29. Aug. 1620 und 15. Febr. 1621.

klagte sich bei dem kaiserlichen Arzt Remus, der in Rom katholisch geworden war, darüber, daß man ihn dort als Ketzer ausschreie. Remus beruhigte ihn, ebenso auch der Venetianer V. Bianchi, an den sich Kepler um Aufklärung gewandt hatte. Dieser schrieb ihm: „Bücher von hervorragenden deutschen Verfassern werden, auch wenn sie verboten sind, in Italien doch heimlich verkauft und um so eifriger gelesen."[1] Um etwaigen Schwierigkeiten zuvorzukommen, verteidigte Kepler seinen Standpunkt sehr geschickt in einer „Denkschrift an die ausländischen Buchhändler, besonders in Italien", über die Harmonik. Dieselbe ist unten S. 543 ff. vollständig abgedruckt. Dazu kam die Bekümmernis, die ihm seine eigenen Glaubensgenossen bereiteten, indem die Auseinandersetzungen mit den Theologen seines Heimatlandes, die ihm früher schon viel zu schaffen gemacht hatten, eben um jene Zeit ihn schwer verletzende Formen annahmen. Doch unbeirrt durch diese Mißhelligkeiten machte sich der rastlos tätige Mann alsbald an die großen Aufgaben, die noch vor ihm lagen. Die himmlische Musik, die sein geistiges Ohr erlauscht hatte, klang in ihm nach und gab ihm frische Kraft zu neuer Arbeit.

ANALYSE DER HARMONICE MUNDI

Wenn man die in den vorausgehenden Ausführungen dargelegten Grundgedanken der Harmonielehre Keplers kennt, ist es nicht schwer, den ganzen Aufbau des Werkes zu übersehen und die Beziehungen der einzelnen Teile zueinander zu erfassen. Die Inhaltsangabe und Charakterisierung der einzelnen fünf Bücher, in die das ganze Werk zerfällt, auf dem Haupttitel lassen sogleich erkennen, in welchen Teilen die bereits bekannten Hauptgedanken untergebracht sind. Unsere Aufgabe im folgenden kann daher nur darin bestehen, diese Gedanken in ihrem systematischen Zusammenhang noch einmal kurz zu wiederholen und auf besonders wichtige Ausführungen und Ergebnisse im einzelnen hinzuweisen.

Den Grund- und Eckstein des Gebäudes bilden die Urharmonien, d. h. die ausgezeichneten Zahlenverhältnisse, die das begründen, was Kepler Harmonien nennt. Dabei ist zu beachten, daß man hierbei nicht sogleich an musikalische Dinge denken darf, wenn auch die begrifflichen Bezeichnungen diesem Bereiche entnommen sind. Was Kepler meint, sind rein abstrakte Zahlenverhältnisse, deren ausgezeichnete Bedeutung nachzuweisen er als eine seiner Hauptaufgaben in dem Werke sich vorsetzt. Die Einführung dieser Urharmonien erfolgt in den zwei ersten Kapiteln des III. Buches, also gerade in der Mitte des ganzen Werkes. Die beiden vorausgehenden Bücher liefern die geometrischen Unterlagen, aus denen jene Zahlenverhältnisse abgeleitet werden; die weiteren Kapitel des III. Buches sowie die Bücher IV und V stellen die Gebiete dar, in denen die Harmonien verwirklicht sind, wobei freilich

[1] Brief von Bianchi an Kepler vom 20. Januar 1619.

bei den Aspekten, von denen im IV. Buch die Rede ist, eine gewisse Abweichung von dem Grundschema auftritt.

Grund und Wurzel aller Ordnung im Weltbau liegt für Kepler in der Geometrie. Was er nun für die Darlegung und Erklärung der „harmonischen Proportionen" in erster Linie als essentielle Unterlage brauchte, war die Unterscheidung der konstruierbaren und nichtkonstruierbaren Vielecke oder der mit Hilfe von Zirkel und Lineal möglichen und unmöglichen Kreisteilungen, sowie zur rangmäßigen Unterscheidung der konstruierbaren Vielecke eine Klassifikation der Irrationalitäten, die in den Verhältnissen der Seiten dieser Vielecke zum Durchmesser des umbeschriebenen Kreises auftreten. Das aber gab ihm Euklid im X. Buch seiner Elemente an die Hand. So beginnt das I. Buch unseres Werkes in der Vorrede mit einem Bekenntnis zu der Leistung, die die griechische Mathematik mit der Behandlung des Irrationalen vollbracht hat, und mit einer scharfen Zurückweisung der Angriffe, die besonders seitens des französischen Mathematikers Petrus Ramus gegen das X. Buch Euklids erhoben wurden.

Es handelt sich hierbei um einen tiefliegenden Gegensatz, um eine Frage, die für Keplers ganzes Denken und für die Beurteilung unseres Werkes von prinzipieller Bedeutung ist. Die Vorrede deckt eine Spannung auf, die mit dem Aufkommen der algebraischen Rechnung im 16. Jahrhundert entstanden ist. So bedeutend dieser neue Kalkül für die Weiterbildung der Mathematik geworden ist, so brachte er doch, wie die Geschichte zeigt, die Gefahr mit sich, daß man die euklidische Strenge vergaß und von dem neuen Rechenverfahren allzu handwerksmäßigen Gebrauch machte. Petrus Ramus war ein Hauptvertreter dieser neuen Kunst. Wie er in temperamentvoller Weise die aristotelische Dialektik und die scholastische Methode bekämpfte und dabei einen solchen Einfluß auszuüben verstand, daß sich die Philosophen seiner Zeit in die zwei Lager der Ramisten und Antiramisten teilten, so trat er auch als Befürworter des algebraischen Rechenverfahrens gegen die euklidische Mathematik auf den Plan, indem er in ihr und zumal in der Behandlung des Irrationalen im X. Buch der Elemente das Dunkelste und Verworrenste erblickte, was je geschrieben worden sei. Daß er in Bekämpfung der griechischen Mathematik jener Gefahr nicht entging, zeigt ein Blick in seine mathematischen Schriften. Ohne Bedenken ersetzt er irrationale Größen durch Näherungswerte und streift damit gerade das ab, was eine tiefer dringende Betrachtung für immer als bedeutendste Leistung der griechischen Mathematiker wird anerkennen müssen.

Eine solche Auffassung mußte Keplers Widerspruch erfahren. Dieser wurde um so mehr herausgefordert, als eben zu seiner Zeit Anhänger des Ramus, der bereits im Jahre 1572 als Opfer der Bartholomäusnacht sein Leben verloren hatte, dessen Werke neu herausgaben und seine Gedanken verbreiteten. Keplers Entgegnung ist nicht weniger temperamentvoll als der Angriff des Ramus. Ihm geht es bei der Mathematik nicht um praktische Nützlichkeit. Obwohl auch er in seinen astronomischen Rechnungen mit Näherungswerten umzu-

gehen gewohnt war und sich auf Approximationen sehr gut verstand, so folgte er doch in der theoretischen Begründung der Mathematik dem griechischen Ideal, das ganz seiner Denkrichtung entsprach. Man lese das Motto aus Proklus nach, das er für den Titel dieses ersten Buches gewählt hat, und man wird wissen, was Kepler meint und will. Hatte Ramus die Geometrie einfach als „ars bene metiendi", die Kunst gut zu messen, definiert und Euklids Darlegungen im X. Buch als ungeheuerliche Sophismen und nutzloses Zeug gekennzeichnet, so erblickt Kepler in dem immanenten Erfassen geometrischer Dinge einen Grund für die Ebenbildlichkeit des Menschen mit Gott, und was Euklid über diese geometrischen Dinge zu sagen gewußt hat, ist ihm höchste Offenbarung. Wenn sich, so ist er überzeugt, der Geist hochsinnig zum Verständnis des tieferen Plans von Euklids Begriffsystem durchgerungen hat, „dann wird er sich bewußt, daß er im Licht der Wahrheit wandelt; ein unglaubliches Entzücken erfaßt ihn, und frohlockend durchschaut er hier aufs genaueste wie von einer hohen Warte aus die ganze Welt und alle Unterschiede ihrer Teile" (S. 16). Den Sinn dieser hochgreifenden Worte auszulegen ist eben die Aufgabe seiner Weltharmonik.

Wenn Kepler die konstruierbaren Vielecke in prinzipiellen Gegensatz stellt zu den nichtkonstruierbaren, so gibt er dem Kreis neben der Geraden eine ganz besondere Bedeutung. In der Folgezeit ist seit Descartes die Auffassung, daß der Kreis unter den krummen Linien nichts anderes ist als eine spezielle Kurve zweiten Grads neben den anderen unendlich vielen vom selben oder höherem Grad, nur allzu geläufig und selbstverständlich geworden. Kepler schaut die Welt des Geometrischen mit anderen Augen an. Daß man das eine Vieleck mit Zirkel und Lineal konstruieren kann, ein anderes aber nicht, ist für ihn nicht eine Frage der Nummer, d. h. eine Frage, ob es sich bei den entsprechenden Gleichungen um solche vom zweiten oder um solche von höherem Grad handelt, sondern eine im göttlichen Wesen wurzelnde metaphysische Gesetzlichkeit. In Übereinstimmung damit legt er dem Kreis eine hohe symbolische Bedeutung bei (vgl. S. 224). So redet er auch nicht von konstruierbar, sondern von „scibilis", wißbar. Die Sieben-, Neun-, Elfecke usw. sind für ihn schlechthin „non-entia" Nichtdinge (S. 55). Man kann sie zwar praktisch ebenso genau konstruieren, wie das Vier-, Sechseck usw., auch kann man die Verhältnisse ihrer Seiten zum Durchmesser mit beliebiger Genauigkeit berechnen. Aber nicht auf das praktische Konstruieren oder das approximative Berechnen kommt es an, sondern auf den intelligiblen Charakter. Daß Kepler auf der Grundlage seiner Auffassung vom Wesen der Mathematik zu seiner Zeit die mathematische Strenge gegenüber dem neu aufkommenden handwerksmäßigen Betrieb verteidigt hat, ist ihm zu besonderem Verdienst anzurechnen.

Die Einteilung des I. Buches ergibt sich aus seinem oben angegebenen Zweck von selbst. Im ersten Teil, der in der fortlaufenden Reihe von Definitionen und Sätzen von I bis XXIX geht, führt Kepler im Anschluß an das X. Buch Euklids die 13 Irrationalitäten ein, die daselbst definiert sind. Sein

Verhältnis zu Euklids Darlegungen präzisiert er selber am Schluß der Vorrede. Er weist daselbst darauf hin, daß es ihm darum zu tun war, die Reihe der Gedanken jenes Buches unter Verwendung gewisser Einteilungsgründe klar herauszustellen, daß er aber wegen seines Zweckes, d. h. wegen der Vergleichung der wißbaren und nichtwißbaren Figuren, manches neu dargestellt und die Anordnung geändert habe. Er wollte nicht „in der Philosophie als Mathematiker, sondern in diesem Teil der Mathematik als Philosoph" auftreten. In den einleitenden Definitionen führt er in exakter Weise seine Fachausdrücke ein; bemerkenswert ist, daß er das Wort „irrational" ausdrücklich ablehnt und dafür „ineffabilis", „unaussprechbar" setzt. Was seine Darlegungen von denen Euklids namentlich unterscheidet, ist das Unternehmen, die einzelnen Irrationalitäten nach „Graden der Wißbarkeit" zu unterscheiden. Er folgt dabei seinem auch sonst häufig bekundeten Drang, ein Begriffsystem durch Divisionen und Subdivisionen bis ins einzelnste schematisch zu zergliedern, um den logischen Aufbau ins Licht zu rücken. Daß freilich hier der Versuch einer derartigen Einteilung nicht durchwegs glücklich ist und das Verständnis des an sich schwierigen Stoffes gegenüber der Darstellung Euklids eher erschwert, wird der kundige Leser bald feststellen.[1]

Im zweiten Teil des I. Buches (XXX–L) untersucht Kepler planmäßig, welche regulären Vielecke konstruierbar sind und welche nicht, um schließlich die konstruierbaren nach dem Grad der Wißbarkeit ihrer Seiten und ihrer Flächeninhalte in eine rangmäßige Ordnung zu bringen. Neben den bekannten konstruierbaren Vielecken behandelt er jeweils auch als selbständige Figuren die zugehörigen Sternvielecke, und zwar, ohne besonders darauf hinzuweisen, nur jene, die durch einen fortlaufenden Streckenzug gewonnen werden, d. h. nicht zerfallen; das sind die Vielecke, die zu 3/8, 3/16, 5/16, 7/16, 5/12, 5/24, 7/24, 11/24, 3/10, 2/5, 2/15, 4/15, 7/15 des Kreises gehören. Vom XLV. Satz an handelt Kepler über die nichtkonstruierbaren Vielecke, d. h. über Kreisteilungen, die mit Zirkel und Lineal nicht ausführbar sind. Darin, daß diese Sehnen nicht wißbar sind, erblickt Kepler den Grund, „warum Gott das Siebeneck und die anderen Figuren dieser Gattung nicht wie wißbare Figuren zum Schmuck der Welt verwendet hat" (S. 47). Sein Versuch, die Unmöglichkeit der Konstruktion des Siebenecks nachzuweisen, ist freilich durchaus unzulänglich (S. 48 ff.). Um so mehr Interesse verdienen aber die darauffolgenden Ausführungen, in denen er sich mit der algebraischen Methode der Berechnung der Siebeneckseite mit Hilfe des Ptolemäischen Satzes nach Jost Bürgi auseinandersetzt. Er gibt diese Methode ausführlich an und teilt die Gleichungen mit, die Bürgi aufgestellt hat. Die Kritik, die er daran übt und die sein Unbehagen gegenüber der „Coss" erkennen läßt, basiert ganz auf der griechischen, klassischen Auffassung der Mathematik und legt den Finger auf die Schwierigkeiten, die entstehen, wenn man geometrische, d. h. kontinuier-

[1] Vor kurzem hat Th. Peters in seiner Dissertation (Berlin 1939), die sich das I. Buch der Harmonice Mundi zum Gegenstand setzt, die mathematische Leistung, die Kepler in diesem Teil vollbracht hat, in einen weiten geschichtlichen Zusammenhang eingeordnet.

liche Größen durch diskrete Zahlen erfassen will. Die weiteren Fragen, die Kepler in diesem Teil noch behandelt, wie die Näherungskonstruktionen für das Elf- und Neuneck, die er von anderen Autoren anführt, die Teilung eines beliebigen Kreisbogens in eine Anzahl von Teilen, die von 2^n verschieden ist, im besonderen die Dreiteilung, lassen erkennen, wie gründlich sich Kepler mit diesem ganzen Gedankenkreis beschäftigt und wie eingehend er die vorhandene Literatur studiert hat. Er macht sich seine Aufgabe nicht leicht und sucht überall so tief zu dringen, als es der Stand mathematischen Wissens zu seiner Zeit irgendwie zuläßt.

Außer der Konstruierbarkeit und dem größeren oder geringeren Grad der Wißbarkeit gibt es noch eine andere Eigenschaft, die eine Unterscheidung der regulären Vielecke ermöglicht. Kepler nennt sie Kongruenz und untersucht diese im II. Buch unserer Weltharmonik. Es handelt sich bei dem, wofür sich Kepler die anschauliche Bezeichnung Kongruenz geprägt hat, darum, ob und wieweit ein reguläres Vieleck sich eignet, mit gleichen oder anderen regulären Vielecken die Ebene um einen Punkt herum lückenlos auszufüllen (ebene Kongruenz) und mit gleichen oder anderen regulären Vielecken geschlossene Raumfiguren zu bilden (räumliche Kongruenz). Die Frage der lückenlosen Ausfüllung des Raums wird nur gestreift, wobei darauf hingewiesen wird, daß das Rhombendodekaeder diese zu leisten vermag.

Auch hier zeigt Kepler seinen Tiefsinn in der Begründung. Wie Gott als höchstes Gut sich notwendig mitteilen müsse, so habe er, der von Ewigkeit her die Bilder der regulären Vielecke in sich trage, notwendig die Ideen der Körper schaffen müssen, für die diese Vielecke die Potenz in sich tragen; entsprechend werde der spekulative Geist des Menschen durch diese Potenz eingeladen, selber zu schaffen und zu gestalten. Es ist nun eine Freude, Kepler zuzuschauen, wie er mit sichtlichem Wohlgefallen mit den Bausteinen der regulären Vielecke spielt und eine Fülle reizvoller Figuren vor uns ausbreitet. Daß er bei dieser Aufgabe, die die Mathematiker bis heute viel beschäftigt hat, zu schönen Ergebnissen gelangte, ist bei der Gründlichkeit, mit der er jede Sache anpackte, nicht anders zu denken.

Nach den einleitenden allgemeinen Definitionen I–XI wird in den Definitionen und Sätzen XII–XXI die Kongruenz in der Ebene, in XXII–XXVIII die Kongruenz im Raum behandelt und schließlich in den beiden letzten Abschnitten die Schlußfolgerung für den vorliegenden Zweck gezogen.

Mit eindringlichem Spürsinn und in klaren Überlegungen gelingt es Kepler, mit bemerkenswerter Vollständigkeit die ebenen Kongruenzen darzustellen, wobei er besonders darauf achtet, ob eine Kongruenz fortsetzbar ist, d. h. ob sich die ganze Ebene lückenlos ausfüllen läßt. Indem er hierbei auch die Sternvielecke als selbständige Vielecke in den Bereich seiner Untersuchungen zieht, gelangt er zu Ergebnissen, die das besondere Interesse der Mathematiker verdienen.

Bei den räumlichen Kongruenzen gelingt Kepler eine besonders schöne und bedeutsame Entdeckung. Denn neben den 5 regulären Körpern, dem

Rhombendodekaeder und Rhombentriakontaeder, den 13 Archimedischen Körpern, die alle dargestellt werden, führt Kepler hier als neue, bisher unbekannte Vielecke zwei Sternpolyeder ein (S. 82). Die mathematische Leistung, die er hiermit vollbrachte, wurde freilich nicht beachtet. Im Jahre 1810 hat der französische Mathematiker Poinsot diese Polyeder nebst den beiden anderen, die es noch gibt, unabhängig von Kepler neu entdeckt. Aber erst ein halbes Jahrhundert später wurde Keplers Prioritätsanspruch beachtet und so anerkannt, wie er es verdient. Man sieht hieraus, daß der Ausspruch des Leipziger Professors U. Junius 80 Jahre nach Keplers Tod, dessen Werke seien den meisten Mathematikern unbekannt, auch viel später noch seine Gültigkeit nicht verloren hatte. Wenn schon behauptet wurde, Kepler habe seine Sternpolyeder rein zufällig gefunden, so ist dies völlig falsch. Er ist vielmehr auf diese Körper gestoßen, indem er mit planmäßiger Überlegung die Frage zu lösen versuchte, welche Polyeder durch die ebenen Sternvielecke, die er neben den anderen regulären Vielecken als selbständige Figuren betrachtete, erzeugt werden könnten. Er war sich auch bewußt, daß er damit die Reihe der 5 Platonischen Körper fortsetzte, indem er die beiden Sternpolyeder neben jene als „vollkommenste reguläre Kongruenzen" stellte.

Die Rangliste der Vielecke, die Kepler zum Schluß aufstellt, und die er aus der größeren oder geringeren Eignung bei der Bildung von Kongruenzen ableitet, deckt sich nicht genau mit der Ordnung der Vielecke am Ende des I. Buches. Ein bemerkenswerter Unterschied besteht besonders auch darin, daß die Zahl der konstruierbaren Vielecke unendlich groß, die der bei Kongruenzen beteiligten dagegen endlich ist. Alle Vielecke der letzteren Gruppe sind jedoch in der ersteren enthalten.

Am Ende der Vorrede zum I. Buch gibt Kepler den der Mathematik unkundigen Lesern den Rat, sie mögen die ersten zwei Bücher überschlagen und nur von den Schlußergebnissen Kenntnis nehmen. In der Tat wird ein Leser, dem mathematische Darlegungen ferner liegen, in den Gedankenkreis der späteren Teile wohl eindringen können, auch wenn er sich die Beweise des I. und II. Buches nicht im einzelnen zu eigen gemacht hat. Der Mathematiker freilich wird sich mit um so größerem Vergnügen auch ohne Rücksicht auf den Zweck, den Kepler mit diesen Büchern verfolgt, in die Gedanken, die er darin ausbreitet, vertiefen.

Mit den geometrischen Darlegungen der beiden ersten Bücher hat sich Kepler die Unterlage für seine Harmonielehre geschaffen. Denn „die Geometrie, ewig wie Gott und aus dem göttlichen Geist hervorleuchtend, hat Gott die Bilder zur Ausgestaltung der Welt geliefert, auf daß diese die beste und schönste, dem Schöpfer ähnlichste würde" (S. 104 f.). Jetzt kann er daran gehen, seine Harmonielehre in ihrer abstrakten Form aufzubauen. Das ideale Schema für seine weiteren Untersuchungen wäre nun, wie er in der Einleitung zum III. Buch darlegt, folgendes: 1. Einführung der abstrakten harmonischen Proportionen, 2. ihre Verwirklichung in der Natur durch den Schöpfergeist, sowie ihre Verwirklichung durch die Natur, 3. ihre Verwirklichung durch den

Menschen in Nachahmung des Schöpfergeistes in der Musik. Kepler weicht jedoch von diesem Schema ab und zieht im III. Buch die Teile 1 und 3 zusammen, da es schwierig sei, die Unterschiede, Gattungen und Maße der harmonischen Proportionen begrifflich zu fassen ohne Beziehung auf die musikalischen Stimmen und Töne, insofern uns zur Darstellung dieser Dinge keine anderen Wörter zur Verfügung stehen als solche aus der Musik. Er will aber, daß wir bei seinen musikalischen Darlegungen mit dem geschulten Ohr des Geistes immer auch auf die von den Tönen losgelösten abstrakten Intervalle lauschen, da diese ja nicht nur in den Tönen und im menschlichen Gesang, sondern auch in anderen Bereichen, insbesondere in den Bewegungen der Planeten, eine wohlgefällige Wirkung erzeugen.

Was sind „harmonische Proportionen"? Ehe Kepler seine eigene Lehre aufzeigt, geht er in der Einleitung zum III. Buch auf die mystischen Zahlenspekulationen ein, die einer (freilich anfechtbaren) Überlieferung zufolge die Pythagoreer anwandten, um die musikalischen Konsonanzen zu begründen, und die sie dazu verführten, gegen das Urteil des Gehörs die Terz als Konsonanz zu verwerfen. So gern Kepler bei diesem Thema verweilt – er hat sich offenbar viel mit diesen Untersuchungen beschäftigt –, so lehnt er doch jene Zahlenspekulationen kategorisch ab, weil sie „dem natürlichen Instinkt des Gehörs Gewalt antun" (S. 99). Von solcher „Tyrannei" will er nichts wissen. Seit 20 Jahren habe er nach einer anderen besseren Begründung gesucht. Mit aller Macht und zu seiner höchsten Verwunderung drängte sich ihm die Tatsache auf, daß die Zahlenverhältnisse, die den vom Gehör approbierten Konsonanzen entsprechen, irgendwie mit den „wißbaren" Kreisteilungen zusammenhängen, da beiderseits die Zahlen 7, 11, 13 usw. ausgeschlossen sind. Um seiner Lehre gerecht zu werden, muß man hierbei von vornherein ein Doppeltes beachten: Erstens, Kepler geht von der Erfahrung aus; seine Lehre soll „das Urteil des Gehörs befriedigen". Er will nicht die Erfahrung durch seine Theorie vergewaltigen. Und zweitens, er verlangt, daß die Ursachen dafür, daß ein Intervall harmonisch ist, intelligibler Natur sind. Also im Geistigen liegen diese Ursachen, nicht im Stofflichen. Das Ergötzen, in dem er die wahre Definition einer Konsonanz erblickt, wird so, wenn auch unbewußt, zu einer intellektuellen Befriedigung. Die Seelen „erfreuen sich an denselben Proportionen, die Gott angewandt hat, wo immer sie sie finden, ob durch reine Vernunftbetrachtung oder durch Zwischenschaltung der Sinne in den den Sinnen unterworfenen Dingen oder auch ohne schlußweises Denken durch einen verborgenen, angeborenen Instinkt" (S. 105). Allein die Freude an einer musikalischen Konsonanz hat nichts zu tun mit der Reizung des Gehörsinns. Denn es ist die Seele, der Geist, der die konsonanten Intervalle von den dissonanten unterscheidet.

Nach Ablehnung der griechischen Musiktheorie geht nun Kepler im 1. Kapitel an die positive Beantwortung der Frage nach der Natur der harmonischen Proportionen oder der Konsonanzen, wobei er unter Proportionen das versteht, was der heutige Sprachgebrauch Verhältnisse nennt. Danach werden

solche zunächst durch jene Zahlenverhältnisse gebildet, die den Bruchteil angeben, den der zu der Seite eines konstruierbaren Vielecks gehörige Bogen vom Kreis abschneidet, also 1/2, 1/3, 1/4, 1/5 usw. Dagegen sind alle Kreisteile, die durch die Seiten und Diagonalen der nichtkonstruierbaren Vielecke vom Kreis abgeschnitten werden, im Vergleich zu diesem dissonant. Wie steht es aber mit den Diagonalen der konstruierbaren Vielecke bzw. mit den Seiten der entsprechenden Sternvielecke? Diese sind doch ebenfalls zugleich mit den Seiten konstruierbar? Hier macht Kepler eine Einschränkung. Es sind nach seiner Theorie die Verhältnisse $\frac{m}{n}$, wo n die Seitenzahl eines konstruierbaren Vielecks ist und m und n teilerfremd sind, nur dann harmonische Proportionen, wenn m nicht Seitenzahl eines nichtkonstruierbaren Vielecks ist. Kepler stellt das alles in einem sehr ausgeklügelten System von Definitionen, Axiomen und Sätzen more mathematico dar. Eine besondere Rolle spielt dabei die bemerkenswerte Tatsache, daß, wie die fortgesetzte Verdopplung der Seitenzahl eines konstruierbaren Vielecks immer wieder konstruierbare Vielecke schafft, so die Verhältnisse $1:2^n$ auch Konsonanzen besonderer Art begründen, die er identische nennt (Oktaven). Das 15-Eck, das er bei seinen harmonischen Proportionen nicht brauchen kann, wird ausgeschlossen durch die Forderung, die Wißbarkeit müsse eine „eigentliche" sein, d. h. die Konstruktion der Seiten dürfe nicht unter Zuhilfenahme anderer konstruierbarer Vielecke erfolgen. Am Schluß des 1. Kapitels stellt er in einer Tabelle, dis bis zum 24-Eck geht, die harmonischen oder konsonanten und die dissonanten Verhältnisse zusammen.

Solcher harmonischen Proportionen gibt es unendlich viele. Im 2. Kapitel trifft Kepler unter diesen eine Auswahl, indem er nach der Anzahl der möglichen „harmonischen Teilungen" einer Saite fragt. Im Gegensatz zum mathematischen Sprachgebrauch versteht er hierbei eine solche, bei der die beiden Teile unter sich und mit der ganzen Saite konsonieren, d. h. harmonische Proportionen bilden. Er gelangt hier zu jenen 7 Zahlenverhältnissen, die wir früher bereits als Urharmonien kennengelernt haben, und zu jenem Stammbaum, den er schon im Jahre 1599 aufgestellt hatte. Damit ist der Übergang zu seinen musikalischen Untersuchungen vollzogen, in denen er zeigen will, „wie der menschliche Geist, das Urteil des Gehörs formend, vermöge eines natürlichen Instinkts den Schöpfer nachahmt, indem er mittels der Stimme die gleichen Proportionen auswählt und anerkennt, nach denen es Gott gefallen hat, die himmlischen Bewegungen abzustimmen" (S. 93).

Der erste Teil des III. Buches geht bis zum 12. Kapitel. Kepler verfolgt in diesem Teil das Ziel, „das herrliche Gebäude des harmonischen Systems oder der musikalischen Tonleiter aufzurichten, ein Gebäude, dessen Gliederung nicht willkürlich, wie einer denken möchte, nicht eine menschliche Erfindung ist, die man abändern könnte, sondern sich durch und durch vernunft- und naturgemäß darstellt, so daß Gott der Schöpfer selber sie beim Abstimmen der himmlischen Bewegungen ausgedrückt hat" (S. 114).

Es ist, auch für den musikalischen Laien, von hohem Reiz, Kepler zuzuschauen, wie er im einzelnen dieses Gebäude errichtet und nach einem bis zum

Letzten durchdachten und ausgewogenen Plan Stein auf Stein setzt, bis es vollendet dasteht. Aus den Urharmonien werden als Differenzen die „Intervalla concinna", die „melodischen" Intervalle abgeleitet. Es handelt sich dabei um die Tonschritte, nach denen eine Melodie in natürlicher Weise voranschreiten kann, um den großen und kleinen Ganzton und den Halbton. Auch diese werden von dem Gehör gebilligt, nicht infolge von Gewöhnung, sondern durch natürlichen Instinkt. Die natürliche Doppelung der Terzen und Sexten gibt Anlaß zur Unterscheidung der Tongeschlechter Dur und Moll. Aus der diatonischen Tonleiter wird die chromatische entwickelt, indem man von den großen Ganztönen im 1., 4. und 7. Intervall von oben her einen Halbton abspaltet. Schließlich wird das „vollkommene" System einer Doppeloktav mit Angabe aller auftretenden Intervalle aufgestellt. Dazwischen finden sich psychologische Untersuchungen über die Bezeichnungen hoch und tief und geschichtliche Bemerkungen über die Notenschrift. Mit allem Nachdruck wird der organische Charakter der Tonleiter betont und die atomistische Auffassung abgelehnt. So wenig es angehe, den menschlichen Körper als Summe seiner Glieder zu betrachten, ebensowenig dürfe man glauben, aus einem kleinsten Intervall das kunstvolle Gefüge rational aufbauen zu können (S. 127).

Im zweiten Teil des III. Buches, der mit dem 13. Kapitel anfängt, kommen eine Reihe von Fragen der Harmonielehre zur Sprache. Es werden die Bestandteile einer kunstgerechten Melodie, Regeln für die Melodieführung, die verschiedenen Tonarten und das Wesen der figurierten Musik untersucht. H. Trede[1] urteilt mit Bezug auf verschiedene Ausführungen in diesem Teil: „Man kann ohne Übertreibung sagen, daß Kepler hier nichts Geringeres geschaffen hat als, jedenfalls im Umriß, die Grundlage für alle neuere objektive Musikbetrachtung. Er ist hierin auch seinen italienischen Vorgängern und Zeitgenossen nicht nur ebenbürtig, sondern in vieler Hinsicht überlegen und steht ihnen, ungeachtet mannigfacher Beziehungen, vollkommen selbständig gegenüber. Die Art wie Kepler die Elementarerscheinungen der Musik objektiv als solche beobachtet und die Struktur der musikalischen Phänomene sowie die psychischen Wirkungen der Musik aus ihrem sachlichen Kern, d. h. aus den harmonikal-mathematischen Grundlagen der Musik und zugleich aus lebendigster Beobachtung der Erscheinungen heraus zu begründen versucht, läßt seine wissenschaftliche Methode vorbildlich bis auf den heutigen Tag erscheinen. Wenn ihm der Ruhm, auch hier mit als erster neue Wege beschritten zu haben, bis jetzt nicht in dem Maß zuerkannt wurde, wie es dem Sachverhalt eigentlich entspräche, so liegt das vielleicht an der ganz besonderen Originalität und Eigenwilligkeit der Keplerschen Gedanken, durch die, von einigen Ansätzen abgesehen, bis auf diesen Tag eine vollständige und zulängliche Würdigung seiner Harmonik insbesondere auch nach der musikalischen Seite hin, erschwert und hintangehalten wurde."

[1] H. Trede hat in den Sonderheften der „Blätter für Harmonikale Forschung" in Lieferungen von 1936 an eine kommentierte Übersetzung des ganzen III. Buches der Harmonice Mundi veröffentlicht.

Dem III. Buch ist ein eigenartiger, inhaltlich selbständiger Anhang beigegeben. Kepler nennt ihn einen „politischen Exkurs". Er geht darin im Anschluß an den zu seiner Zeit gefeierten französischen Publizisten Jean Bodin der Frage nach, inwiefern man von harmonischen Proportionen in einem Gemeinwesen reden könne. Zwar ist das Ganze nur ein Spiel mit den Begriffen arithmetischer, geometrischer, harmonischer Proportion. Denn diese mathematischen Begriffe lassen sich exakt auf jenes Gebiet nicht anwenden. Da aber doch hinter diesen Analogien etwas steckt, was jedermann sofort versteht, gewinnen die Ausführungen Sinn und Berechtigung und es ist amüsant, Kepler zuzuhören, wenn er seine Gedanken über Staats- und Regierungsformen, Rechtspflege, Ehe-, Kleider-, Strafgesetze, Zinsforderung, Schadenersatz usw. ausbreitet.

In dem IV. astrologischen Buch trägt Kepler seine Aspektenlehre vor, deren Grundzüge schon oben dargestellt worden sind, allein nicht nur diese. Nachdem er bereits in seinen früheren Ausführungen mehr gelegentlich auf das intelligible Wesen der Harmonien hingewiesen hatte, macht er diese Untersuchung in den ersten Kapiteln dieses Buches zum Hauptthema. Indem er hierbei mit besonderer Sorgfalt und Gründlichkeit seine prinzipielle Seelen- und Erkenntnislehre darstellt und dazu noch in dem sehr langen ergänzenden Schlußkapitel des Buches alle Gedanken aufstapelt, die in ihm über die Erdseele, ihr Wesen und ihre Verrichtungen, sowie über die menschliche Seele und ihre kosmische Bindung im Laufe seines Lebens herangewachsen waren, verdient dieses Buch trotz seiner Bezeichnung als astrologisches, nicht nur das besondere Interesse der Philosophen, es wird vielmehr auch jeden Leser aufs beste unterrichten, der sich mit Keplers Grundhaltung der Welt und dem Leben gegenüber bekannt machen will.

Kepler unterscheidet sinnliche und reine Harmonien. Die ersteren treten nicht nur in der Musik und in verschiedenen anderen Bereichen menschlichen Tuns auf. Sie finden auch Verwirklichung durch die Gestirnstrahlen, wenn die Strahlen zweier Planeten an der Erde Winkel bilden, die in den im I. und II. Buch ausgezeichneten Vielecken auftreten. Das Harmonische haftet aber nicht den Sinnendingen als solchen an. Denn die Harmonie ist eine Relation. „Das Bezogene ist aber nicht das, was es genannt wird, wenn nicht irgendein Geist angenommen wird, der das eine auf das andere bezieht" (S. 212). Nimmt man die vergleichende Seele weg, die der Harmonie Existenz verleiht, so bleiben zwar die Sinnendinge als solche bestehen, aber sie bilden keine Harmonie, insofern diese ein Vernunftding ist. Eine harmonische Proportion in den Sinnendingen auffinden, heißt demnach für Kepler „die Ähnlichkeit der Proportion in den Sinnendingen mit einem bestimmten, innen im Geist vorhandenen Urbild einer echten und wahren Harmonie aufdecken, erfassen und ans Licht bringen" (S. 215). Die Harmonien werden jedoch keineswegs nur durch diskursives Denken festgestellt. Es wohnt vielmehr den Seelen ein niederes Vermögen, ein Instinkt inne, mit dem sie die Proportionen in den Sinnendingen wahrnehmen und als harmonische erfassen. So komme es, daß

Kinder, Ungebildete, Bauern und Barbaren, ja selbst die Tiere die Harmonien der Töne wahrnehmen, wenn sie auch nichts von der harmonischen Wissenschaft wissen. „Wie die Sinnendinge, die uns außer uns begegnen, machen, daß wir uns an das erinnern, was wir vorher schon wußten, so locken auch die sinnlichen mathematischen Formen, wenn sie wahrgenommen werden, die intelligiblen hervor, die schon vorher im Innern vorhanden waren, so daß sie jetzt aktual in der Seele aufleuchten, nachdem sie sich vorher gleichsam unter dem Schleier der Potenz versteckt gehalten hatten" (S. 226). Eine Einsicht in diesen Zusammenhang ist dabei nicht nötig. Die Wahrnehmung der Harmonien durch die niederen Seelenvermögen ist nur dumpf und dunkel; sie liegt gleichsam „unter der Wolke des Nichtwissens" (S. 227). Die Seele verhält sich jedoch keineswegs rein passiv. Es handelt sich vielmehr bei der Wahrnehmung der Harmonien um eine Tätigkeit der Seele, die durch eine natürliche Erregung auf sich selber wirkt und sich selber weckt.

Eine derartige dumpfe und instinktmäßige Wahrnehmung speziell der Strahlenharmonien kommt auch der Erdseele, der „sublunarischen Natur", zu. Es werden von dieser jene Harmonien erwartet, beobachtet, unterschieden von den unharmonischen, aufgenommen und angewandt. „Die Konfigurationen spielen auf, die sublunarische Natur tanzt nach den Weisen dieser Musik" (S. 239).

Träger der reinen Harmonien, der Urbilder der sinnlichen Harmonien, sind der Kreis und seine wißbaren Teile. Die Behandlung dieser Harmonien gibt Kepler Anlaß, das Wesen der mathematischen Dinge und ihrer Erkenntnis zu untersuchen. Hier ist er ganz in seinem Element und seine Rede erhebt sich zu bedeutsamen Formulierungen. Er wendet sich gegen Aristoteles, wenn dieser sagt, daß die mathematischen Dinge nirgends getrennt von den Sinnendingen existieren, und daß die Begriffe dieser Dinge von den Sinnendingen abstrahiert werden. Er ist ein überzeugter Anhänger Platos und seiner Lehre von der Anamnesis, nach der das Wissen und Erlernen des Menschen auf der Wiedererinnerung beruht. Sein Hauptzeuge aber ist der Neuplatoniker Proklus, aus dessen Euklidkommentar er nicht nur lange Stellen diesem und dem vorausgehenden Buch als Motto vorgesetzt hat, sondern auch einen großen Abschnitt hier in wörtlicher lateinischer Übersetzung wiedergibt (S. 218 ff.). Kepler hat sich zwar seine Lehre gebildet, ehe er Proklus gelesen hatte; er ist aber glücklich, als er die Übereinstimmung mit ihm entdeckt. Danach machen die mathematischen Begriffe für die Seele selber und umgekehrt die Seele für sie geradezu das Wesen aus. Nicht der sinnlich gegebene Kreis, sondern der rein verstandesmäßig gedachte liefert daher die Bezugsglieder der reinen Harmonien. Der Geist denkt aus sich den gleichen Abstand von einem Punkt und macht sich daraus ein Bild vom Kreis, ohne jegliche Sinneswahrnehmung. Die Sinne richten sich nach dem Geist, nicht umgekehrt. „Denn wenn der Geist nie eines Auges teilhaftig gewesen wäre, so würde er sich zum Begreifen der außer ihm gelegenen Dinge das Auge fordern und die ihm selbst entnommenen Gesetze zu dessen Bildung vorschreiben (falls er rein und gesund und ohne

Hindernisse, d. h. wenn er nur das ist, was er ist). Denn das dem Geist eingeborene Erkennen der Quantitäten gibt an, wie das Auge sein muß, und daher ist das Auge so beschaffen, weil der Geist so beschaffen ist, nicht umgekehrt. Doch wozu viele Worte? Die Geometrie, vor der Entstehung der Dinge von Ewigkeit her zum göttlichen Geist gehörig, Gott selbst (denn was ist in Gott, das nicht Gott selbst wäre), hat Gott die Urbilder für die Erschaffung der Welt geliefert und mit dem Bild Gottes ist sie in den Menschen übergegangen, also nicht erst durch die Augen in das Innere aufgenommen worden" (S. 223). Den tiefsten Grund für die Auszeichnung, die er dem Kreis beimißt, sieht Kepler schließlich in seiner symbolischen Bedeutung. Wie die Kugel das Abbild der Hl. Dreifaltigkeit ist, die Gerade und die durch ihre Drehung erzeugte Ebene die Körperwelt symbolisiert, so ist der Kreis, der als Schnitt von Kugel und Ebene entsteht, Sinnbild des Geistes, der gleichzeitig im Körper ist und in Gott als eine Ausstrahlung, die sich aus dem Antlitz Gottes in den Körper ergießt. Indem also die Seele reine Harmonien feststellt, stellt sie gleichsam eine Vergleichung zwischen ihren eigenen Teilen an. Sie wird selber Harmonie und die Harmonie wird zum Geist, ja zu Gott (S. 224 f.).

Es steckt in diesen Lehren eine tiefe Auffassung vom Wesen der mathematischen Dinge. Diese werden nicht erfunden, sondern entdeckt, sie werden vom Menschen nicht gemacht, sondern produziert, d. h. der Mensch führt das heraus, was vorher schon in seinem Geist wesentlich vorhanden ist, so daß mathematische Erkenntnis geradezu zu Selbsterkenntnis wird.

Mit dem 5. Kapitel des IV. Buches beginnt die eigentliche Aspektenlehre. Auch hier ist die Darstellung nach Definitionen, Axiomen und Sätzen gegliedert. Was Kepler daselbst vorträgt, gehört nach Inhalt und Beweismethode zum Seltsamsten des ganzen Werkes. Aber doch ist bei der Beurteilung zu bemerken, daß er der festesten Überzeugung ist, damit nur das, was ihm die lange Erfahrung und Beobachtung von vielen Jahren an die Hand gegeben hat, auf seine in der Geometrie zu suchenden Ursachen zurückzuführen. Der ganze komplizierte Aufbau dieses Kapitels war ja nur deswegen nötig, weil, wie er sagte, die Wetterbeobachtungen, die er seit über 20 Jahren fortlaufend anstellte, ihn zwangen, die ursprünglich angenommene Übereinstimmung zwischen den 7 Urharmonien und den Planetenaspekten aufzugeben. Er glaubte aufs bestimmteste beobachtet zu haben, daß auch der Halbsextil (1/12 des Kreises) die sublunarische Natur aufstachelt, obwohl die entsprechende Teilung in seinem Sinn keine harmonische ist, während umgekehrt beim Trioktil 3/8, dem in der Musik eine der 7 harmonischen Saitenteilungen entspricht, die Beobachtung eine derartige Beeinflussung zweifelhaft machte. Kepler sah sich daher vor die Aufgabe gestellt, nach neuen Gründen für diese Erfahrungstatsachen zu suchen. Nicht die Musik bilde die Aspekte, so sagt er sich, sondern diese beiden Reiche werden von der Geometrie gestaltet, jedoch nach verschiedenen Gesetzen. Während er bei der Musik die Wißbarkeit der Figuren für die Anzahl und Ordnung der Konsonanzen bestimmend sein läßt, rückt er bei den Aspekten die Kongruenz in den Vordergrund, um schließlich

durch ein äußerst verzwicktes System von Axiomen und Sätzen das zu erhalten, was er braucht, eine Beschränkung der Anzahl der Aspekte entsprechend seinen Beobachtungen und eine Rangordnung dieser Konfigurationen.

Um schließlich die Fülle der Gedanken und Einfälle, die sich in dem Kopfe Keplers neben der vorausgehenden systematischen Entwicklung angesammelt hatten, unterzubringen, beendet er das IV. Buch mit einem langen Epilog (Kap. 7), in dem er alle jene Dinge verstaut, über die er in diesem Zusammenhang so gern sinniert und spekuliert. Da ist die Rede von der Erde als beseeltem Wesen, dessen einzelne Funktionen teilweise in grotesker Form gedeutet werden, von der menschlichen Seele und ihren Vermögen, von dem Sinn des Geburtshoroskops, von den Bedingungen für das Glück eines Menschen, von der Tatsache und Grenze der kosmischen Beeinflussung des einzelnen Menschenlebens. Man könnte meinen, den merkwürdigen Mann leibhaftig plaudern zu hören.

Jetzt aber wechselt der Tenor der Rede. Jetzt hört das Plaudern auf. Es hebt mit den feierlichen Akkorden der Einleitung im V. Buch der gewaltige Schlußsatz der Symphonie an. Von Mensch zu Mensch hatte Kepler zuvor mit seiner blühenden Phantasie zum Leser gesprochen und aus der Geborgenheit seiner geschlossenen Weltanschauung heraus Seelenleben und Menschenschicksal zu deuten unternommen. Er hatte gezeigt, wie er sich die Verwirklichung der Harmonien durch die Natur in den Gestirnstrahlen dachte. Er hatte ergründet und verkündet, wie der Mensch die seinem Geist wesentlich innewohnenden Harmonien zu dem Wunderwerk der Tonleiter zusammenfügt und in der Musik das tiefste Ausdrucksmittel für sein Seelenleben schafft. Jetzt aber ist nicht mehr die Rede von Menschenwerk und Menschenlos. Sein Blick erhebt sich über das irdische Geschehen und wendet sich hin auf die Betrachtung des Kosmos, den Gott selber in seiner Weisheit und Güte im Aufbau der Planetenwelt geschaffen und nach harmonischen Verhältnissen abgestimmt hat, ein Wunderwerk, von dem das Höchste, was Menschengeist und Menschenhand schafft, nach verborgenen Zusammenhängen Maß und Regel entnimmt. Kepler ist gleichsam der Erde entrückt, er überläßt sich „heiliger Raserei"; er schaut eine Vision, die ihn beseligt. Mit der Naivität des Genies, die sich bei ihm mit der Demut des wahren Christen verbindet, will er den Plan, den Gott beim Schöpfungswerk verwirklicht hat, bis ins kleinste aufzeigen. Er ist überzeugt, „daß der Schöpfer, der Quell jeglicher Weisheit, der ständige Wahrer der Ordnung, der ewige, überwesentliche Ursprung der Geometrie und Harmonik, daß dieser himmlische Werkmeister höchstselber die harmonischen Proportionen, die sich aus den ebenen regulären Figuren ergeben, mit den fünf räumlichen regulären Figuren verbunden hat, um aus den beiden Figurenklassen ein einziges vollkommenstes Urbild des Himmels zu formen. Ein Urbild, in dem einerseits mittels der fünf räumlichen Figuren die Ideen der Sphären zum Ausdruck gelangten, die die sechs Gestirne herumführen, und andererseits mittels der Abkömmlinge der ebenen Figuren, der Harmonien, die Maße der Exzentrizitäten der einzelnen Bahnen zum Zweck

einer entsprechenden Regelung der Körperbewegungen enthalten waren. Aus diesen beiden Bestandteilen sollte ein einheitliches, ausgeglichenes System gemacht werden" (S. 330).

Diese Worte sind der Einleitung zum 9. Kapitel entnommen, in dem das V. Buch und die ganze Weltharmonik gipfeln. Von da aus läßt sich auch ein Überblick über den Aufbau des V. Buches gewinnen. Zwei Pfeiler sind es, auf denen seine Konstruktion ruht: die fünf regulären Körper, durch die die Zahl der Planeten und ihre Abstände von der Sonne bestimmt werden, und die Urharmonien, durch welche die Exzentrizitäten und die Umlaufszeiten ihre ursächliche Erklärung finden. Daß die beiden Prinzipien in Konkurrenz miteinander treten, ist, wie sich alsbald zeigen wird, nicht der geringste Teil der Schwierigkeiten, die er bei der Lösung seiner Aufgabe zu überwinden hatte.

Was die Rolle der regulären Körper anlangt, so kann sich Kepler hierfür im 1. Kapitel auf sein Mysterium Cosmographicum berufen. Ehe er nun an die Grundlegung seiner Himmelsharmonie geht, schickt er im 3. Kapitel die astronomischen Hauptsätze voraus, die er in den folgenden Untersuchungen benötigt. In 13 Thesen liefert er ein Summarium seiner Lehre von den Planetenbewegungen. Wer die geschichtliche Entwicklung des astronomischen Weltbildes kennt und irgendwie mit den Werken des Kopernikus und Tycho Brahe durch eigene Einsichtnahme, nicht nur durch die herkömmlichen knappen historischen Darstellungen, vertraut ist, der kann den Riesenschritt ermessen, den Kepler hier über seine Vorgänger hinaus getan hat. In der fünften These findet man eine kurze Zusammenfassung dessen, was den Inhalt seiner beiden ersten, in der Astronomia Nova entdeckten Planetengesetze ausmacht, und in der achten These (S. 302) verkündet er triumphierend das neue, eben erst gefundene dritte Gesetz: „Es ist ganz sicher und stimmt vollkommen, daß die Proportion, die zwischen den Umlaufszeiten irgend zweier Planeten besteht, genau das Anderthalbe der Proportion der mittleren Abstände ist." In unablässiger Arbeit einer sehr langen Zeit hatte er zuvor, wie er sagt, die wahren Abstände mit Hilfe der Beobachtungen Tycho Brahes ermittelt, ehe es ihm gelang, diese bestimmte Aussage zu machen und damit eine Frage zu lösen, die er sich bereits ein Vierteljahrhundert früher gestellt hatte. Sein genialer Spürsinn hatte ihn früh schon auf diese Fährte gewiesen und ihm gesagt, es muß einen Zusammenhang zwischen den Bahnhalbmessern und den Umlaufszeiten geben. Endlich war seinem Suchen und Probieren Erfolg beschieden. Daß sich Kepler der Bedeutung seiner Entdeckung, die er ohne irgendwelche Begründung als Tatsache einführt, bewußt war, geht schon daraus hervor, daß er das Datum des glücklichen Tages – es war der 15. Mai 1618 – für die Nachwelt festhält. Freilich bestand diese Bedeutung für ihn hauptsächlich darin, daß ihm dieses Gesetz das letzte Glied an die Hand gab, das seiner Kette noch fehlte, um den „harmonischen" Bau des Planetensystems aufzeigen zu können. Er wendet das Gesetz sogleich an, indem er in den Thesen 11 und 13 des Kapitels mit großem Scharfsinn zu späterem Gebrauch Beziehungen zwischen den extremen und mittleren scheinbaren Geschwindigkeiten einerseits und den

extremen und mittleren Abständen andererseits für ein Planetenpaar aufstellt. In der These 12 zeigt er, wie man unter Anwendung des Flächensatzes aus den extremen Winkelgeschwindigkeiten eines einzelnen Planeten dessen mittlere Winkelgeschwindigkeit berechnen kann.

Mit dem 4. Kapitel fangen die eigentlichen Untersuchungen über die Himmelsharmonie an. Auch hier geht Kepler von der Erfahrung aus, die ihm seine langjährigen Untersuchungen und Berechnungen der Planetenbahnen an die Hand geben. Die deduktive Begründung kommt erst hintendrein. Er untersucht an den Zahlen, die ihm die Erfahrung liefert, ob sich seine harmonischen Verhältnisse 1. in den Bahnhalbmessern, 2. in den Umlaufszeiten, 3. in den Bahngeschwindigkeiten, 4. in den Zeiten, die ein Planet zur Zurücklegung gleicher Elementarbögen braucht, und schließlich 5. in den von der Sonne aus betrachteten Winkelgeschwindigkeiten finden. Daß diese Größen teilweise miteinander zusammenhängen, dessen ist er sich wohl bewußt. In seinen früheren Untersuchungen hatte er, wie oben dargelegt worden ist, Harmonien für die Geschwindigkeiten in der Bahn angesetzt. Diese Annahme wird jetzt, weil der Erfahrung widersprechend, verworfen und damit auch die Zeiten unter Nr. 4. Desgleichen kommen auch die Bahnhalbmesser und die von ihnen abhängigen Umlaufszeiten nicht in Betracht. Wenn wir nach Harmonien suchen, sagt er, so wollen wir sie nicht in den Abständen suchen, insofern sie Halbmesser der Bahnen sind, sondern insofern sie das Maß für die Bewegungen sind, d. h. vielmehr in den Bewegungen selber. Aber was sollen denn Harmonien zwischen den Wegen? Wer wird diese Harmonien wahrnehmen? Sie festzustellen wäre Sache einer wissenschaftlichen Erkenntnis, nicht eines Instinkts. Es kann sich also nur um die scheinbaren Tagesbögen, d. h. die Winkelgeschwindigkeiten handeln, wie sie von einem bestimmten ausgezeichneten Ort der Welt aus erscheinen, d. h. vom Sonnenkörper aus, der die Quelle der Bewegungen für alle Planeten ist. Und da diese Winkelgeschwindigkeit bei einem einzelnen Planeten eine veränderliche Größe ist, so müssen vorab ihre extremen Werte in den Apsiden ins Auge gefaßt werden. So stellt sich Kepler schließlich die Werte dieser Winkelgeschwindigkeiten in einer Tabelle (S. 312) zusammen. Und siehe da, es zeigt sich ihm nicht nur, daß die Verhältnisse der beiden extremen Winkelgeschwindigkeiten bei den einzelnen Planeten an Harmonien sehr nahe herankommen. Bei der Vergleichung der extremen Geschwindigkeiten je zweier verschiedener Planeten bricht vielmehr „sofort auf den ersten Blick die Sonne der Harmonien in aller Klarheit" hervor. Jene Tabelle stellt daher den Grundstein für die Untersuchungen in diesem Buche dar. Daß die Zahlenwerte nicht genau stimmen, merkt Kepler selber wohl an, es macht ihm aber nichts aus. Im Gegenteil, er wird zeigen, daß diese kleinen Abweichungen großenteils geradezu naturnotwendig sind.

Zwischen den Harmonien bei den einzelnen Planeten und denen bei Planetenpaaren besteht ein großer Unterschied. Die ersteren verwirklichen sich nicht in einem bestimmten Zeitpunkt, da die extremen Geschwindigkeiten um die halbe Umlaufszeit auseinanderliegen. Dagegen treten die letzteren wohl

in einem bestimmten Augenblick auf, wenn der eine Planet etwa im Aphel, der andere gleichzeitig im Perihel steht. „Wie sich daher der einfache oder einstimmige Gesang, der den Alten allein bekannt war, zum mehrstimmigen, sog. figurierten verhält, der eine Erfindung der letzten Jahrhunderte ist, so verhalten sich auch die Harmonien, die die einzelnen Planeten bilden, zu den Harmonien der Planetenpaare" (S. 316).

In Übereinstimmung damit zeigt Kepler zunächst im 5. Kapitel, daß in den Verhältnissen der scheinbaren Planetenbewegungen die Stufen der Tonleiter ausgedrückt sind, indem er die extremen Geschwindigkeiten durch Teilung mit einer geeigneten Potenz von 2 gewissermaßen auf eine einzige Oktave reduziert und die den diesermaßen gewonnenen Zahlenverhältnissen entsprechenden Töne von einem Grundton aus festsetzt. Ordnet er die langsamste Bewegung des Saturn dem Subcontra-G als Grundton zu, so entspricht der raschesten Bewegung des Merkur das fünfgestrichene e, und es werden nach der Reduktion nahezu alle Noten des Durgeschlechts innerhalb einer Oktave durch die verschiedenen extremen Geschwindigkeitswerte bezeichnet. Doch noch mehr. Weist man der Bewegung des Saturn im Perihel die Note G zu und verfährt in gleicher Weise, so werden alle Töne der Molloktave durch extreme Geschwindigkeiten ausgedrückt, so daß also auch die Tongeschlechter am Himmel vorgezeichnet sind. Außerdem werden noch durch die Intervalle, die jeder einzelne Planet für sich vom Aphel bis zum Perihel durchläuft, in gewisser Weise die verschiedenen Tonarten zum Ausdruck gebracht (6. Kapitel). Daß Kepler in seinen Spekulationen den Humor nicht verliert, zeigt hier seine Bemerkung: aus der Tatsache, daß die Erde mi fa mi singe, ersehe man bereits, daß auf unserem Wohnsitz „M i seria et f a mes" (Elend und Hunger) herrsche.

Betrachtet man die zwischen den extremen Geschwindigkeiten verschiedener Planeten bestehenden Harmonien, so zeigt es sich (im 7. Kapitel), daß sogar zu gewissen Zeitpunkten Gesamtharmonien aller sechs Planeten auftreten können, und zwar ist dies in den beiden Geschlechtern Dur und Moll möglich. Freilich sind die Fälle, in denen solche Gesamtharmonien auftreten, durch sehr lange Zeiträume voneinander geschieden. Kann man nicht vielleicht das Alter der Welt daraus bestimmen, wenn man annimmt, daß bei ihrer Erschaffung eine ausgezeichnete Gesamtharmonie angesetzt wurde? Häufiger treten Harmonien von fünf oder vier Planeten auf. „Es sind also die Himmelsbewegungen nichts anderes als eine fortwährende mehrstimmige Musik (durch den Verstand, nicht das Ohr faßbar), eine Musik, die durch dissonierende Spannungen, gleichsam durch Synkopen und Kadenzen hindurch auf bestimmte, vorgezeichnete, je sechsgliedrige Klauseln lossteuert und dadurch in dem unermeßlichen Ablauf der Zeit unterscheidende Merkmale setzt" (S. 328).

So spielt die gewaltige Himmelsorgel durch die ganze Weltzeit ihre ewigen Weisen. In der irdischen Musik spiegelt sich nur die himmlische wider. Und wenn die Menschen Musik machen, so tun sie es nach Kepler kraft der im

Geistigen wurzelnden Urharmonien nur in Nachahmung dieser Himmelsmusik. Sopran und Alt, Tenor und Baß werden durch die einzelnen Planeten ausgedrückt. „Man wird sich daher nicht mehr wundern, daß die Menschen diese so ausgezeichnete Anordnung der Töne oder der Tonleiter aufstellen, wenn man sieht, daß sie dabei eigentlich keine andere Rolle als die von Nachahmern des göttlichen Schöpfers spielen und gleichsam ein Drama von der Anordnung der Himmelsbewegungen aufführen" (S. 320). Und ferner: „Es ist nicht mehr verwunderlich, daß der Mensch, der Nachahmer seines Schöpfers, endlich die Kunst des mehrstimmigen Gesangs, die den Alten unbekannt war, entdeckt hat. Er wollte die fortlaufende Dauer der Weltzeit in einem kurzen Teil einer Stunde mit einer kunstvollen Symphonie mehrerer Stimmen spielen und das Wohlgefallen des göttlichen Werkmeisters an seinen Werken soweit wie möglich nachkosten in dem so lieblichen Wonnegefühl, das ihm diese Musik in der Nachahmung Gottes bereitet" (S. 328).

Man möchte nun annehmen, Kepler würde jetzt nach der Feststellung der Harmonien in den extremen Bewegungen der Planeten sich sogleich daran machen, daraus die Exzentrizitäten der Planetenbahnen abzuleiten. Diese Begründung ist ja das letzte, was ihm noch fehlt und worauf er ausgeht. Doch wer so denkt, kennt Kepler nicht. Für ihn kommt nach jener empirischen Feststellung erst das Wichtigste, d. i. die deduktive Herleitung dieses Erfahrungsinhalts aus obersten Prinzipien. Warum ist das alles gerade so und nicht anders gemacht worden? Das ist die Frage, die er sich im Mysterium Cosmographicum gestellt hatte. Dieselbe Frage stellt er sich auch hier. Seine Antwort findet man im 9. Kapitel, das in unserer Ausgabe nicht weniger als 33 Seiten ausmacht. Er will hier nicht nur die Ursachen dafür aufzeigen, warum die Harmonien gerade so, wie er sie in den Bewegungen entdeckt hatte, auf die einzelnen Planeten verteilt sind, sondern auch dafür, warum diese Übereinstimmung in vielen Fällen keine ganz vollkommene ist und kleinste Abweichungen von den genauen Werten der Urharmonien auftreten.

Mit einem langen Gebet fängt er an. So wichtig ist ihm, was jetzt kommt. Er bittet Gott, den Vater der Geister, er möge verhindern, daß er etwas aussage, was seiner Majestät unwürdig wäre. Dann beginnt er wiederum mit Axiomen, entwickelt daraus Satz um Satz, stellt neue Axiome auf, wo es die Sache erfordert, und reiht so Glied an Glied zu einer endlos langen Kette. Wer ihm Schritt für Schritt folgt, sieht sich alsbald in ein Dickicht von Beziehungen versetzt, daß er nicht mehr weiß, wohin der verschlungene Pfad geht, und sich verwundert fragt, wie der, der ihn führt, dies alles übersehen konnte. Es ist das Allerseltsamste, was man sich denken kann. Wer dieses Kapitel schrieb, mußte viele Tage lang alles um sich herum völlig vergessen und in einer höchsten Konzentration des Geistes, gleichsam in einer Ekstase gelebt haben. Anders war es nicht möglich, die Glieder dieser Gedankenkette zu übersehen, das Hinterste mit dem Vordersten in Zusammenhang zu bringen und die verwickelten Zahlenverhältnisse bis ins kleinste aufeinander abzustimmen.

Die sprachliche Form der Aussagen entspricht dem metaphysischen Charakter der Fragestellung. Sie ist dieselbe wie einst im Mysterium Cosmographicum. Wie Kepler dort gesagt hatte, dieser Körper mußte zwischen dieses Planetenpaar eingeschaltet werden, so sagt er jetzt, dieses harmonische Zahlenverhältnis mußte zwischen diesen Geschwindigkeiten angesetzt werden, diese kleine Abweichung mußte an dieser Stelle auftreten. Und die Gründe, mit denen er diese Aussagen beweist? Sie stützen sich auf die Rangordnung, in die er die Planeten, die zwischen ihnen eingeschalteten regulären Körper und die Harmonien einreiht, auf die größere oder geringere Verwandtschaft, die er zwischen den einzelnen regulären Körpern und den einzelnen Harmonien feststellt, sowie auf das Prinzip der Symmetrie oder das Prinzip des Kontrastes. Saturn und Jupiter mußten die Harmonien 1/2 und 1/3 haben, weil sie die obersten und ersten Planeten sind, und auch diese Harmonien an erster Stelle rangieren. Dem Saturn als dem stärkeren und höheren dieser beiden Planeten mußte (bei einem gewissen Ausgleich) der Bestandteil zugewiesen werden, der früher und schöner, d. i. harmonischer ist. Wo beiderseits größere Eigenschaften vorliegen, da besteht auch engere Verwandtschaft. Die harmonische Schönheit legt es nahe, daß man den Ausgleich so und so trifft. Mit der Aphelbewegung des Saturn, der der höchste der Planeten ist, ist eher die Aphelbewegung der Erde als die der Venus zu verbinden, weil von diesen beiden die Erde der höhere Planet ist. Nach den Gesetzen des Kontrastes folgt, daß die Perihelbewegung des Merkur mit der der Erde im Einklang steht. So und ähnlich lauten die Gründe, die er vorbringt. Daß übrigens manche Sätze schwierige mathematische Überlegungen erfordern, zeigen die Sätze 6 und 7, zu deren Beweis er das zweite und dritte seiner Planetengesetze benötigt. Wenn ihm bei seinen subtilen Erwägungen Bedenken kommen, ob die höchste schöpferische Weisheit sich damit abgegeben habe, solchen kniffligen Gründen nachzuspüren, so hilft er sich mit der Bemerkung: „In geometrischen Dingen, die der Freiheit der Wahl unterworfen waren, hat Gott an nichts Gefallen gefunden, was nicht irgendwelche geometrische Ursache hat. Dies sieht man an den Rändern der Blätter, an den Schuppen der Fische, an den Fellen der Tiere mit ihren Flecken und der Anordnung dieser Flecken und ähnlichem" (S. 343).

Auf diese Weise weiß Kepler zu zeigen, daß „die Harmonien nach höchstem Ratschluß einander so angepaßt sind, daß sie sich gegenseitig gleichsam als Teile eines einzigen Bauwerks tragen und keine die andere zerdrückt" (S. 317). Die kleinen Beträge, um die die Harmonien bei den verschiedenen Planetenpaaren von den exakten Zahlenverhältnissen abweichen, rühren, wie er beweist, von seiner axiomatischen Forderung her, es müßten durch Abstimmung der extremen Bewegungen der sechs Planeten Gesamtharmonien, und zwar in beiden Tongeschlechtern ermöglicht werden. Voll Freude ruft er aus: „In dieser Weise hat die Wunderwerke seiner Weisheit geschmückt er, der vor aller Zeit und in alle Ewigkeit ist. Nirgends ist etwas zuviel, nirgends etwas zuwenig da; nirgends ist ein Angriffspunkt für die Kritik. Alles ist gedoppelt;

eines steht dem anderen gegenüber. Zu keinem fehlt das Gegenbild. Einem jeden hat er seine Vorzüge sicher zugeteilt, und wer bekommt je genug in der Betrachtung ihrer Herrlichkeit" (S. 354).

Jetzt kommt aber zum Abschluß noch ein wichtiger Teil, die Probe seiner Konstruktion an der Erfahrung. Mit der empirischen Tabelle S. 312 stimmen die durch sein deduktives Verfahren gewonnenen Werte bis auf kleinste Abweichungen wohl überein. Allein es gibt noch eine andere Probe. Seine früheren astronomischen Berechnungen lieferten ihm auf Grund der Beobachtungen Brahes Werte für die relativen Abstände der Planeten von der Sonne. Durch die Festsetzung der Harmonien zwischen den extremen Winkelgeschwindigkeiten sind aber die mittleren Winkelgeschwindigkeiten an der Sonne und damit die Umlaufszeiten gegeben. Zwischen diesen und den mittleren Abständen besteht nun nach seinem dritten Gesetz ein Zusammenhang. Somit läßt sich durch Vergleichung der theoretisch abgeleiteten Abstände mit den aus den Beobachtungen errechneten eine Prüfung seiner Konstruktion durchführen.

Die Ausführung dieser Prüfung soll noch ein anderes erweisen. Die Einschaltung der regulären Körper zwischen die Planetenbahnen im Mysterium Cosmographicum hatte ja ebenfalls Werte für die Abstände der Planeten von der Sonne geliefert. Diese stimmten jedoch mit der Erfahrung nur ungenau überein. Die ursprüngliche Hoffnung Keplers, die Beobachtungen Brahes würden ihm Werte liefern, die seine Einschaltung besser bestätigen, hatte sich nicht erfüllt. Diese Unstimmigkeit hatte ihm peinliche Sorge bereitet. Einen Ausweg verhieß ihm der Gedanke: Sind vielleicht die immer noch bestehenden Abweichungen notwendige Folge eines höheren Prinzips, das im Weltbau zur Darstellung gelangen sollte und das die Vollkommenheit der Einschaltung verhinderte? Dieses übergeordnete Prinzip erkannte Kepler in den Harmonien. Damit diese in den Bewegungen zum vollkommenen Ausdruck gelangen konnten, mußten sich die Werte für die Abstände, die die regulären Körper lieferten, kleine Änderungen gefallen lassen.

Der Gang seiner weiteren Untersuchungen ist daher folgender: Erstens werden aus den extremen Winkelgeschwindigkeiten eines einzelnen Planeten nach dem Flächensatz seine extremen Abstände von der Sonne und daraus sein Bahnhalbmesser in dem jedem einzelnen Planeten zukommenden Maßstab berechnet. Damit ist zugleich die numerische Exzentrizität der Bahnellipse bekannt und als Folge der Harmonien nachgewiesen. Zweitens werden aus den extremen Winkelgeschwindigkeiten ebenfalls mit Hilfe des Flächensatzes die mittleren Winkelgeschwindigkeiten bestimmt. Drittens werden aus den Verhältnissen der mittleren Winkelgeschwindigkeiten mit Hilfe des dritten Gesetzes die Verhältnisse der mittleren Abstände von der Sonne berechnet. Da die numerischen Exzentrizitäten bereits bekannt sind, lassen sich daraus auch die größten und kleinsten Abstände der Planeten von der Sonne nach einem allen Planeten gemeinsamen Maß, für das Kepler den Radius der Erdbahn annimmt, bestimmen. Solche Rechnungen gab es früher nicht; man dachte nicht einmal an ihre Möglichkeit.

Als Ergebnis seiner Berechnungen stellt Kepler schließlich fest: „Die Zahlen kommen ganz nahe an die Abstände heran, die ich aus den Tychonischen Beobachtungen ermittelt habe" (S. 359). Damit sind auch die Abweichungen von den Abständen, die die regulären Körper liefern, erklärt. „Der geometrische Kosmos einer vollkommenen Einschaltung hatte keinen Platz neben dem anderen möglichst harmonischen Kosmos" (S. 359). Die regulären Körper sind nur als rohe Steine für den Weltbau zu betrachten. Der göttliche Baumeister hatte aber diese Steine nach dem wohlgegliederten Bild eines belebten Körpers gestaltet. Jene fünf Figuren bestimmen die Zahl der Planeten und ihre rohen Abstände. Die Harmonien aber, die vor jenen den Vorrang haben wie die Form vor der Materie, geben diesen Abständen ihre kunstvolle Abstimmung und liefern den Grund für die so mannigfaltig verteilten Exzentrizitäten.

So ist das Werk vollendet, das sich Kepler einst in jugendlicher Begeisterung vorgenommen hatte. Der Plan des Weltbaus ist in allen seinen Teilen ergründet. Da wird ihm nun dieses Weltgebäude gleichsam zum Dom, zum Gotteshaus. Mächtige Orgelklänge durchfluten den weiten Raum. In einem ergreifenden Gebet sagt er Gott dem Schöpfer Dank für die Freude, die er ihm an den Werken seiner Hände bereitet hat. Er weiht ihm sein Buch und bittet, Gott möge alles, was darin gesagt ist, zu seinem Ruhm und zum Heil der Seelen gelangen lassen.

Noch einmal schweifen seine Gedanken ab. Wer wird auf der Sonne die Harmonien, die sich in den Winkelgeschwindigkeiten der Planeten daselbst zeigen, wahrnehmen? In einem Epilog mit mutmaßlichen Annahmen spricht er sich hierüber aus. Was er da vorbringt, ist aber so fein gesagt, daß man es nicht mit trockenen Worten wiederholen kann. Er träumt und sinniert. Seine Phantasie reißt ihn empor zu höchsten Höhen, von wo wir zuletzt seinen frohlockenden Ruf vernehmen: „Groß ist unser Herr und groß seine Kraft und seiner Weisheit ist keine Zahl."

EINSCHLÄGIGE MANUSKRIPTE

Wenn man die Anmerkung Keplers auf S. 128 heranzieht, wonach der Text seines Buches aus Zetteln zusammengetragen ist, ist man überrascht zu sehen, wie wenig handschriftliches Material zur Harmonice Mundi sich in seinem umfangreichen Nachlaß findet. Handschriftliche Teile sind überhaupt nicht vorhanden, sondern nur vorbereitende Konzepte. Und zwar beziehen sich diese hauptsächlich auf den Stoff des I. und II. Buches. So enthält Bd. V der Pulkowoer Mss. Bl. 59–138 Studien zu Euklid, den Kepler gleichsam mit der Feder in der Hand gelesen hat, Untersuchungen über die nichtkonstruierbaren regulären Vielecke, cossische Rechnungen und ähnliches. Das Material in Bd. XXII dieser Mss. (Bl. 107–132) zeigt, wie eingehend sich Kepler mit dem Aufbau der regulären und Archimedischen Körper und der Sternpolyeder beschäftigt hat. Weitere Blätter (228–233) handeln von den regulären Vielecken,

die die Ebene erfüllen. In Bd. IV finden sich Abschriften aus der Harmonik des Ptolemäus, des Aristoxenus und des Kommentars von Porphyrius, Keplers Übersetzung vom III. Buch der Harmonik des Ptolemäus sowie Notizen aus den Dialogen des Vincenzo Galilei. Daß der Bestand der Pulkowoer Mss. auch in neuer Zeit Verluste erlitten hat, geht u. a. daraus hervor, daß der Abschnitt „Brevis et dilucida explicatio fundamentorum harmonicorum", den Frisch (Opera Omnia vol. V, p. 71–74) aus dem XIX. Bd. mitteilt, sich heute in den Pulkowoer Mss. nicht mehr findet.

Wie J. H. Rümelin in seiner Dissertatio historico-mathematica de Vita, Scriptis et Inventis Joannis Kepleri, Tübingen 1770, p. 19 mitteilt, hat er in der Bibliothek des Tübinger Professors Ploucquet ein Exemplar der Harmonice Mundi eingesehen, das früher im Besitz Keplers war und das handschriftliche Einträge von ihm hauptsächlich zu p. 186 (in unserer Ausgabe S. 297 f.) aufwies. Leider waren die Nachforschungen nach diesem Exemplar erfolglos.

Im folgenden sind die Briefe aufgezählt, die sich auf den Stoff der Harmonice Mundi beziehen und Aufschluß über die Entstehungsgeschichte und den Druck des Werkes geben.

Kepler an Herwart. *[Graz], 9. u. 10. April 1599.*

München, Staatsbibl. Cod. lat. 1607. 150–175. Eigenhändig.

Ausführliche Darlegungen über die Aspekte und die Möglichkeit ihrer Einwirkung auf die Menschen.

Kepler an Herwart. *[Graz], 30. Mai 1599.*

München, Staatsbibl. Cod. lat. 1607. 350–374. Eigenhändig.

Über die harmonischen Teilungen einer Saite.

Kepler an Herwart. *[Graz], 6. August 1599.*

München, Staatsbibl. Cod. lat. 1607. 376–400. Eigenhändig.

Erster Entwurf zu einer Sphärenharmonie. Über die geometrischen Ursachen der musikalischen Harmonien. Zeichnungen zu den Kongruenzen. Über die Ursachen der Aspekte.

Kepler an Mästlin. *Graz, 19./29. August 1599.*

Stuttgart, Landesbibl. Math. 4a. 90–99. Eigenhändig.

Plan zu einem Buch: De Harmonia Mundi. Entscheidende Fortschritte in den Untersuchungen über die geometrischen Grundlagen der Harmonien. Der „Stammbaum" der harmonischen Proportionen. Versuch, die harmonischen Proportionen in den Planetenbewegungen nachzuweisen.

Herwart an Kepler. *München, 29. August 1599.*

Mss. Pulk. IX. 52–55. Eigenhändig.

Bedenken Herwarts gegenüber den Ausführungen Keplers im Brief vom 6. August 1599.

Kepler an Herwart. *[Graz], 14. September 1599.*

München, Universitätsbibl. Cod. 693. 205–224. Eigenhändig.

Eingehende und für die Entstehungsgeschichte der Harmonice Mundi sehr wichtige Darlegungen seiner auf der Geometrie aufgebauten Harmonielehre.

Kepler an Mästlin. *[Graz], 12./22. November 1599.*

Stuttgart, Landesbibl. Math. 4a. 100. Eigenhändig.

Versuch, aus Rhombendodekaeder und Rhombentriakontaeder, sowie den Archimedischen Körpern die Exzentrizitäten der Planeten zu gewinnen.

Kepler an Herwart. *Graz, 14. Dezember 1599.*

München, Universitätsbibl. Cod. 693. 325 u. 328. Eigenhändig.

Disposition des geplanten Buches „De Harmonice Mundi".

Kepler an Herwart. *Graz, 12. Juli 1600.*

München, Universitätsbibl. Cod. 693. 375–390. Eigenhändig.

Die harmonischen Untersuchungen sind durch die Arbeit bei Tycho Brahe in den Hintergrund gedrängt worden.

Herwart an Kepler. *München, 25. Juli 1600.*

Mss. Pulk. IX. 67–72. Eigenhändig.

Er schickt die Harmonik des Ptolemäus in der Ausgabe von Gogavinus (Venedig 1562).

Kepler an David Fabricius. *[Prag], 1. Oktober 1602.*

Mss. Pulk. X. 19–29. Abschrift.

Über die Aspekte und ihre geometrische Begründung. Über die Wißbarkeit der Seiten der regulären Vielecke.

Kepler an Heydonus. *[Prag, Mai 1605].*

Wien, Nat.Bibl. Cod. 10703. 309–314. Abschrift.

Lange, grundsätzliche Ausführungen über die in der Geometrie zu suchende Begründung der harmonischen Proportionen in der Musik und bei den Aspekten.

Kepler an Herwart. *[Prag], Januar 1607.*

Mss. Pulk. IX. 235–247. Eigenhändiges Konzept.

Über seine musikalische Harmonielehre.

Herwart an Kepler. *München, 6. März 1607.*

Mss. Pulk. IX. 249–252. Eigenhändig.

Er will eine griech. Hs. der Harmonik des Ptolemäus, sowie Hss. von Porphyrius und Barlaam schicken.

Herwart an Kepler. *München, 20. März 1607.*

Mss. Pulk. IX. 253–254. Eigenhändig.

Die Bücher, die er am 6. März schicken wollte, sind auf der Post nicht angenommen worden, weil sie zu schwer waren. Bei nächster Gelegenheit werden sie fortkommen.

Kepler an Herwart. *[Prag, April 1607].*

Mss. Pulk. IX. 219–226. Abschrift.

Urteil über die Hss., die Herwart ihm geschickt hat. Mitteilungen über Schriften zur Harmonielehre und Anweisung zu praktischen Versuchen.

August Fürst v. Anhalt an Kepler. *Crossen, 20./30. Juli 1607.*

Wien, Nat.Bibl. Cod. 10703. 74–75. Eigenhändig.

Anfrage, ob Kepler das Büchlein von dem Corporalisch Octocedronte kenne.

Kepler an August Fürst v. Anhalt. *[Prag, Juli/August 1607].*

Wien, Nat.Bibl. Cod. 10703. 80–81. Abschrift.

Er kennt das Büchlein von dem Corporalisch Octocedronte nicht. Hinweis auf das Mysterium Cosmographicum und Ausführungen über Harmonien und Aspekte, auf die der „Archeus subterraneus" reagiere.

Brengger an Kepler. *Kaufbeuren, 1. September 1607.*

Wien, Nat.Bibl. Cod. 10703. 275–283. Eigenhändig.

Anfrage betreffs einzelner Stellen in Keplers Schrift „De Stella Nova", die sich auf Aspekte und harmonische Proportionen beziehen.

Herwart an Kepler. *München, 10. Oktober 1607.*

Mss. Pulk. IX. 260–261. Eigenhändig.

Er hat die Absicht, die Harmonik des Ptolemäus griechisch und lateinisch in Augsburg drucken zu lassen und bittet Kepler um Rat.

Kepler an Herwart. *[Prag], 24. November 1607.*

Mss. Pulk. IX. 262–265. Eigenhändig unterschrieben.

Kepler möchte die Hss. noch behalten, da er selbst die Harmonik des Ptolemäus zu übersetzen begonnen hat. Beziehung seiner Weltharmonik zu dem Stoff der Harmonik des Ptolemäus.

Kepler an Brengger. *[Prag], 30. November 1607.*

Wien, Nat.Bibl. Cod. 10703. 285–288. Abschrift.

Antwort auf den Brief Brenggers vom 1. September 1607.

Herwart an Kepler. *München, 12. Januar 1608.*

Mss. Pulk. IX. 266–267. Eigenhändig.

Kepler möge die Hss. noch behalten.

Brengger an Kepler. *S. l., 7. März 1608.*

Wien, Nat.Bibl. Cod. 10703. 289–293. Eigenhändig.

Über Aspekte und die harmonische Teilung einer Saite.

Kepler an Brengger. *Prag, 5. April 1608.*

Wien, Nat.Bibl. Cod. 10703. 294–300. Abschrift.

Ausführliche Antwort Keplers auf die Anfragen im vorausgehenden Brief.

Tanckius an Kepler. *Leipzig, 18. April 1608*

Mss. Pulk. XI. 37. Eigenhändig.

Er schickt Kepler A. Reinhards „Monochord" und bittet um Keplers Urteil.

Kepler an Tanckius. *[Prag], 12. Mai 1608.*

Mss. Pulk. XI. 38–44. Abschrift.

Antwort auf den vorigen Brief. Symbolische Deutung des goldenen Schnitts. Längere Ausführungen über die musikalischen Intervalle. Versuch, harmonische Proportionen in den Geschwindigkeiten der Planeten nachzuweisen.

Brengger an Kepler. *Kaufbeuren, 25. Mai 1608.*

Wien, Nat.Bibl. Cod. 10703. 301–303. Eigenhändig.

Eine Einzelfrage aus der Harmonielehre.

Markus Welser an Kepler. *Augsburg, 10. Juli 1613.*

Mss. Pulk. XI. 156–157. Eigenhändig.

Über eine Hs. der Harmonik des Ptolemäus in der Augsburger Stadtbibliothek.

Kepler an Bernegger. *[Linz], 11. Dezember 1614.*

Ms. unbekannt. Erster Druck in: Epistolae J. Kepleri et M. Berneggeri mutuae. Argentorati 1672. p. 21 s.

Kepler an Bernegger. *Linz, 14. Februar 1615.*

Ms. unbekannt. Erster Druck l. c. p. 22–24.

Kepler an Bernegger. *Linz, 23. März 1615.*

Ms. unbekannt. Erster Druck l. c. p. 24–27.

Kepler an Bernegger. *Linz, 29. April 1615.*

Ms. unbekannt. Erster Druck l. c. p. 27–29.

Die vier vorausgehenden Briefe beziehen sich auf den Kommentar des Porphyrius zur Harmonik des Ptolemäus, der in der Kepler zur Verfügung stehenden Hs. nur bis Buch II Kap. 3 geht. Bernegger soll zum Vergleich eine andere Hs. einsehen.

Schickard an Kepler. *Nürtingen, 30. Dezember 1617 [a. St.].*

Mss. Pulk. XI. 211 u. 214. Eigenhändig.

Über die Figuren zur Weltharmonik, deren Zeichnung Kepler Schickard übertragen hat.

Kepler an Wackher v. Wackhenfels. *[Linz, Februar 1618].*

Erster Druck in: Hansch, Epistolae p. 563–565.

Er macht sich nach dem Tode seines Töchterchens an die Vollendung der Weltharmonik.

Kepler an Schickard. *S. l., 3. März 1618.*

Ms. unbekannt. Eine Stelle daraus gedruckt in: J. H. Rümelin, Dissertatio historico-mathematica de Vita, Scriptis et Inventis Joannis Kepleri. Tübingen 1770. p. 19.

Die Spekulationen über die Harmonie der Himmelsbewegungen gehen nach Wunsch voran.

Kepler an Schickard. *[Linz], 11. März 1618.*

Mss. Pulk. XI. 212–213. Abschrift.

Über die Figuren.

Kepler an Guldin. *Linz, 16. März 1618.*

Graz, Universitätsbibl. Cod. 158. 1. Eigenhändig.

Ankündigung seiner Harmonik.

Schickard an Kepler. *Nürtingen, Passionssonntag [22. März a. St.] 1618.*

Mss. Pulk. XI. 215–216. Eigenhändig.

Über die Figuren.

Mingonius an Kepler. *Wien, 15. Juni 1618.*

Wien, Nat.Bibl. Cod. 10703. 19–20. Eigenhändig.

Er bedauert, daß Kepler im Ausland einen Patron für sein Werk suchen muß.

Besold an Kepler. *S. l., 10./20. September 1618.*

Wien, Nat.Bibl. Cod. 10702. 247–248. Eigenhändig.

Die Widmung der Harmonik an König Jakob I. wird voll gebilligt.

Schickard an Kepler. *Nürtingen, 15./25. Oktober 1618.*

Mss. Pulk. XI. 217–218. Eigenhändig.

Über die Figuren.

Kepler an Hafenreffer. *Linz, 28. November 1618.*

Tübingen, Acta Univ. V, 23. 18–20. Eigenhändig.

Kepler schickt Exemplare des Titelbogens zum V. Buch der Harmonik, damit sie öffentlich ausgehängt werden.

Kepler an Bianchi. *Linz, 30. November 1618.*

Mss. Pulk. XI. 355–356. Abschrift.

Das IV. Buch der Harmonik ist gedruckt. Das V. geht langsam voran. Anbei der Titelbogen zu diesem. Befürchtungen wegen der Aufnahme der Harmonik von seiten der katholischen Kirche.

Remus an Guldin. *Rotenmann, 1. Dezember 1618.*

Graz, Universitätsbibl. Cod. 158. 12. Eigenhändig.

Kepler habe ihm aus seiner Harmonik vorgelesen. Er beklage sich, daß man ihn zu Rom als Ketzer ausschreie.

Kepler an Mästlin. *Linz, 3. Dezember 1618.*

Mss. Wolfenbüttel Cod. Aug. 15, 3 (Nr. 2174). 275–278 u. 297. Eigenhändig.

Die Harmonik ist zur Hälfte gedruckt; der Druck des V. Buches ist begonnen. Mästlin möge das Werk empfehlen. Kepler erwartet von Tampach aus Frankfurt Antwort, ob dieser das Werk erwerben wolle. Wenn nicht, will er sein eigener Verleger sein. Er wartet mit Ungeduld auf den Boten, der von Schickard das I. und II. Buch, das er ihm wegen der Holzschnitte geschickt hatte, zurückbringen soll.

Schickard an Kepler. *Nürtingen, 27. Dezember 1618 [a. St.].*

Mss. Pulk. XI. 219. Eigenhändig.

Über die Figuren.

Bianchi an Kepler. *Venedig, 20. Januar 1619.*

Mss. Pulk. XI. 189–190. Eigenhändig.

Antwort auf Keplers Brief vom 30. November 1618. Bianchi spendet Kepler hohes Lob und ist begierig auf sein neues Werk. Er will seine Bücher in Italien, wo sie selten sind, verbreiten.

Kepler an Bianchi. *Linz, 17. Februar 1619.*

Mss. Pulk. XI. 195–199. Abschrift.

Kepler macht Vorschläge über den Transport von Büchern nach Italien. Er schickt Bianchi alle bisher gedruckten Bogen der Harmonik und bittet um die Meinung des Bianchi über den (noch nicht gedruckten) Epilog zum V. Buch, da er befürchtet, dieser könnte Anstoß erregen.

Hafenreffer an Kepler. *Tübingen, 17. Februar 1619 [a. St.].*

Tübingen, Acta Univ. V, 23. 23–24. Abschrift.

Die Titelbögen zum V. Buch sind verteilt. Der Buchhändler ist angewiesen sie auszuhängen.

Florian Crusius an Kepler. *S. l., 23. Februar 1619.*

Wien, Nat.Bibl. Cod. 10702. 328–329. Eigenhändig.

Vorläufiges Urteil über die Harmonik. Was Crusius bedenklich erscheint, ist die kopernikanische Grundlage. Wenn Kepler die Lehre des Kopernikus beweisen könne, gewinne seine Harmonik an Glauben und Wahrheit.

Kepler an P. Crüger. *Linz, 11. März 1619.*

Mss. Pulk. XI. 78. Eigenhändig.

Das IV. Buch der Harmonik ist heute fertig geworden. Buch I und II stehen noch aus.

Remus an Kepler. *Innsbruck, 13. März 1619.*

Mss. Pulk. XI. 122. Eigenhändig.

Die Titelbögen zur Harmonik hat er erhalten, einen davon dem Erzherzog Leopold gegeben, der ihn mit Begeisterung gelesen hat. Einige weitere will er dem Kardinal-Bibliothekar des Vatikans schicken.

Bianchi an Kepler. *Venedig, 14. März 1619.*

Mss. Pulk. XI. 200–201. Eigenhändig.

Er kann das Erscheinen der Harmonik kaum erwarten. Kepler solle seine Bedenken fallen lassen, da er ja nicht für die Masse, sondern nur für die besten Männer schreibe.

Kepler an Bianchi. *[Linz], 14. April 1619.*

Mss. Pulk. XI. 347–348. Abschrift, teilweise eigenhändig.

Er schickt die restlichen Bogen bis zum Schluß von Buch V. Buch I und II werden nächstens zum Druck gegeben.

Kepler an Remus. *Linz, 4. August 1619.*

Mss. Pulk. XI. 124–125. Abschrift.

Die Harmonik wird 83 Bogen umfassen; der Verleger schätzt den Preis auf $2^1/_2$ Gulden. Es fehlen noch einige gestochene Figuren und die Widmung. Kepler fragt, ob er dem Erzherzog ein Exemplar mit oder ohne Widmung an Jakob I. schenken soll.

Remus an Kepler. *Wien, 13. August 1619.*

Mss. Pulk. XI. 128–129. Eigenhändig.

Die Widmung an Jakob I. wird durchaus gebilligt.

Kepler an Remus. *[Linz], 31. August [1619].*

Mss. Pulk. XI. 287–291. Abschrift.

Von der Harmonik hat der Drucker Kepler 100 Exemplare überlassen mit der Bedingung, sie nicht zu verschenken und sie nicht billiger zu verkaufen, als er selber. Er hofft, daß Titel und Widmung in Frankfurt endlich gedruckt sind.

Florian Crusius an Kepler. *Rastenberg, 13. Oktober 1619.*

Wien, Nat.Bibl. Cod. 10702. 330–331. Eigenhändig.

Ausführliche und aufschlußreiche Kritik an der Harmonice Mundi. Crusius ist nicht mit der Erkenntnislehre Keplers einverstanden, wenn dieser behauptet, daß die Seele die Harmonie durch eine Vergleichung mit dem Urbild schaffe und bewirke. Auch sei der Mensch infolge der Erbsünde nicht mehr eine imago Dei, sondern eine larva Satanae.

Kepler an Bianchi. *Linz, 13. Januar 1620.*

Wien, Nat.Bibl. Cod. 10703. 31. Eigenhändig.

Schwierigkeiten des Büchertransports nach Italien. Kepler will die dem Bianchi noch fehlenden Bogen und den Generaltitel nachschicken, den er mit den fehlenden Figurentafeln kurz vorher aus Frankfurt erhalten hat.

P. Crüger an Ph. Müller. *Danzig, Ostern [9./19. April] 1620.*

Paris, Bibl. de l'Observatoire B, 1. 9; 89, 9 Nr. 24. Eigenhändig.

Er hat die Harmonik Keplers noch nicht aufmerksam durchgelesen. Das Werk scheine ähnlich dunkel zu sein wie das Marswerk.

Ratsverlaß Ulm. *19. April 1620 [a. St.].*

Ulm, Stadtbibl. A. V. 1301.

Über Keplers Harmonik sollen Rektor Hebenstreit und der Konrektor ein Urteil abgeben.

Kepler an den Magistrat von Augsburg. *[Linz], 30. April 1620.*

Augsburg, Staats-, Kreis- und Stadtbibl. 2°. Cod. Aug. 399. Eigenhändig unterschrieben.

Er überreicht ein Exemplar seiner Harmonik.

Kepler an den Magistrat von Regensburg. *Linz, 30. April 1620.*

Regensburg, Kreisbibl. Cod. Civ. 571. 79–82. Eigenhändig unterschrieben.

Gleichlautend mit dem vorigen Brief. (Am 22. Juli wurden Kepler 6 Goldgulden „Verehrung" bewilligt.)

Hebenstreit an Kepler. *[Ulm], 7. Mai 1620 [a. St.].*

Wien, Nat.Bibl. Cod. 10702. 367–368. Eigenhändig.

Mit feinem Humor berichtet Hebenstreit, wie er, obwohl er nichts von Mathematik verstehe, die ihm vom Rat der Stadt Ulm übertragene Aufgabe, ein Gutachten über Keplers Werk zu erstatten, erfüllt habe.

Ratsverlaß Ulm. *10. Mai 1620 [a. St.].*

Ulm, Stadtbibl. A. V. 1301.

Für sein überreichtes Werk soll Kepler auf Grund des Urteils von Rektor und Konrektor 10 Goldgulden erhalten. (Das prächtig gebundene Exemplar befindet sich heute noch in der Ulmer Stadtbibliothek.)

Ratsverlaß Nürnberg. *20. Mai 1620.*

Nürnberg, Staatsarchiv. Ratsverlässe 1620/21, Heft 2, fol. 9.

Petrus Saxonius soll über die dem Rat überreichte Harmonik Keplers ein Urteil abgeben.

Ratsverlaß Nürnberg. *2. Juni 1620.*

Nürnberg, Staatsarchiv. Ratsverlässe 1620/21, Heft 2, fol. 44.

Kepler soll für sein überreichtes Exemplar ein Dutzend Gulden Groschen erhalten.

Rat der Stadt Nürnberg an Kepler. *3. Juni 1620*

Nürnberg, Staatsarchiv. Briefbücher Nr. 238, fol. 288/288b.

Dank für das überreichte Exemplar der Harmonik. Der Buchdrucker Abraham Wagenmann soll ihm eine Verehrung von 12 Gulden Talern überbringen.

Florian Crusius an Kepler. *Straßburg, 15. November 1621.*

Wien, Nat.Bibl. Cod. 10702. 333–334. Eigenhändig.

Er hat ein Exemplar der Harmonik in Paris erworben.

Kepler an Ph. Müller. *[Linz, Herbst 1622].*

Paris, Bibl.Nat. Nouv. acq. lat. Cod. 1635. 102–104. Eigenhändig.

Veranlaßt durch die Schrift „Musica Mathematica" des Abraham Bartolus, die ihm Müller geschickt hatte, verbreitet sich Kepler ausführlich über den Zusammenhang zwischen Aspekten und musikalischen Harmonien.

Besold an Kepler. *S. l., 1./11. März [1626].*

Wien, Nat.Bibl. Cod. 10702. 261–262. Eigenhändig.

Er hat im Auftrag Keplers der Tübinger Hochschule ein Exemplar der Harmonik überreicht und dafür nur 4 Taler erhalten.

Kepler an Remus. *Sagan, 2. März 1629.*

Mss. Pulk. XI. 143–145. Abschrift.

Das Gesetz über Umlaufszeiten und Abstände gilt auch für die Jupitermonde. „Exemplum vere aureum!"

Die Harmonice Mundi wurde bisher zum ersten und einzigen Mal nachgedruckt in: Joannis Kepleri Opera Omnia. Ed. Ch. Frisch, Vol. V. Francofurti et Erlangae 1864. Eine deutsche Übersetzung ausgewählter Abschnitte der Bücher III–V gab W. Harburger unter dem Titel: Joh. Keplers Kosmische Harmonie, Leipzig 1925, heraus. Vom III. (musikalischen) Buch veranstaltete Hilmar Trede eine kommentierte Übersetzung in den Sonderheften der „Blätter für Harmonikale Forschung" von 1936 an; leider ist diese Schrift nur in einer kleinen Zahl von Durchschlägen erschienen. Der Herausgeber des vorliegenden Bandes hat eine vollständige deutsche Übersetzung mit Einleitung und Kommentar veröffentlicht unter dem Titel: Johannes Kepler, Weltharmonik. München-Berlin 1939.

Da Kepler seinem Werk kein Inhaltsverzeichnis beigefügt hat, sind am Schluß des Bandes zu leichterer Übersicht die Titel der einzelnen Bücher und Kapitel in deutscher Übersetzung zusammengestellt.

APOLOGIA PRO OPERE HARMONICES MUNDI

Im zweiten Teil des kurzen Anhangs zur Harmonice Mundi (S. 373–77) hat Kepler Stellung genommen zu dem Werk des englischen Arztes und Theosophen Robert Fludd oder de Fluctibus (1574–1637) über den Makrokosmos und Mikrokosmos, dessen erster Band kurz vorher erschienen war.[1] Da in diesem mächtigen Folioband von einer „Musica mundana", einer „arithmetica Musica", einem „Templum Musicae, in quo musica universalis tanquam in speculo conspicitur", also von Dingen die Rede war, die sich eng mit dem Gegenstand der Harmonice Mundi zu berühren schienen, war der Wunsch laut geworden, Kepler möge sich dazu äußern, wie sich die Inhalte beider Werke zueinander verhalten. Er erfüllte dieses Verlangen und setzte in knappen Vergleichen den „ungeheuren Unterschied" auseinander, der zwischen seiner eigenen Lehre und der Fludds bestehe.

Diese sachlichen Ausführungen fanden ein Echo, das ihren Verfasser höchlichst überraschen mußte. Fludd fühlte sich gereizt und in dem Bewußtsein einer hohen Sendung, zu der er sich als Verkünder geheimer Wissenschaft und tiefer Weisheit berufen wähnte, verletzt. Daher ließ er gegen den kaiserlichen Mathematiker eine geharnischte Streitschrift los, die er als „Demonstratio analytica" bezeichnete,[2] und in der er Keplers Darlegungen, die im Original gerade drei Seiten ausmachen, auf 54 eng gedruckten Folioseiten zu zerpflücken und zu widerlegen unternahm.

Das vorliegende Werk enthält Keplers Antwort auf diesen Angriff. Kepler hatte, wie er einleitend sagt, die Schrift Fludds spät zu Gesicht bekommen. Er weilte von September 1620 bis November 1621 in seiner schwäbischen Heimat, um seiner als Hexe angeklagten Mutter beizustehen. Als es der Stand dieses Prozesses gestattete, begab er sich in der Zwischenzeit (Juni/Juli 1621) nach Frankfurt, wo der Druck zweier anderer Werke seine Anwesenheit wünschenswert machte. Offenbar hat er hier erst das Libell Fludds kennen gelernt. Jedenfalls aber hat ihn bei dieser Gelegenheit sein Verleger Tampach dazu überredet, eine Antwort auf Fludds Angriffe herauszugeben. Spricht er doch in der Einleitung selber davon, daß die Buchdrucker die Autoren aufzuhetzen

[1] Der genaue Titel lautet: Utriusque cosmi maioris scilicet et minoris metaphysica, physica atque technica historia. Tomus primus de macrocosmi historia. Tractatus primus de metaphysico macrocosmi et creaturarum illius ortu, physico macrocosmi in generatione et corruptione progressu. Secundus de arte naturae simia. Oppenhemii 1617. 2°. – Kepler hatte das Werk für die ständische Bibliothek in Linz angeschafft, wie aus einem Bescheid der Verordneten hervorgeht (Oberösterr. Land.-Archiv Linz, Bescheidbücher 1613/18, fol. 520). Es heißt daselbst: „Die 22. Martii 1618, dem Keppler sein für dargegebene Büecher, Opera Alphonsi, item prima parte Macrocosmi de Flud 65 fl. 35 kr. aus dem Einnember Ampt zu bezallen bewilligt."

[2] Der bombastische Titel ist von vornherein kennzeichnend für den Autor; er lautet: Veritatis proscenium, in quo aulaeum erroris tragicum dimovetur, siparium ignorantiae scenicum complicatur, ipsaque veritas à suo ministro in publicum producitur, seu demonstratio quaedam analytica, in qua cuilibet comparationis particulae, in appendice quadam à J. Kepplero, nuper in fine Harmoniae suae Mundanae edita, factae inter Harmoniam suam mundanam, et illam R. Fludd, ipsissimis veritatis argumentis respondetur. Francofurti 1621. 2°

pflegen, um ein „Profitchen" zu machen. In späteren Briefen[1] schreibt er, sein dem Buchhändler gegebenes Wort habe ihn hintennach gereut. Um es aber doch einzuhalten, verfaßte er, offenbar ganz rasch, im Juli/August 1621 seine Replik, die ihm sein Gegner in sachlicher Hinsicht nicht schwer gemacht hatte. Das Datum am Schluß des Werkes ist vom 1. August 1621. Der Druck erfolgte gleich darauf und Tampach brachte es alsbald zusammen mit der 2. Auflage des Mysterium Cosmographicum heraus, woselbst es auch als Additamentum auf dem Titel vermerkt ist. Das Format ist Folio. Die verhältnismäßig große Zahl von Druckfehlern läßt erkennen, daß Kepler, der in den folgenden Monaten weiterhin auf Reisen war, den Druck nicht selber überwacht hat. Wenn auf dem Titel das Erscheinungsjahr 1622 angegeben ist, so hat hier, wie auch sonst, der Buchdrucker einfach die Ausgabe vordatiert.

Kepler hat seine Schrift nach ihrem Erscheinen seinem Gegner zugeschickt. Natürlich gab sich dieser nicht zufrieden. Fludd trat mit einem neuen Pamphlet auf den Plan,[2] in dem er zwar den Ton etwas mäßigte, sich in der Sache aber als schlechterdings unbelehrbar erwies. Kepler wollte jedoch, wie er sagt, nicht länger mehr an diesem Seil ziehen. „Ich habe Berge berührt; es ist ungeheuer, wieviel Rauch sie ausstoßen. Wie er mir droht, wie dieser Unglücksrabe mir Übel prophezeit."[3]

Um die Bedeutung dieser Kontroverse zu verstehen und damit auch die Leistung ins rechte Licht zu rücken, die Kepler mit seiner Harmonice Mundi vollbracht hat, muß man sich das geistige Gesicht jener Epoche vergegenwärtigen. Schaut man sich in jener schreib- und druckseligen Zeit um, so ist man erstaunt über den Wust von astrologischen, alchimistischen, magischen, kabbalistischen, theosophischen, aftermystischen und pseudoprophetischen Schriften, welche die Geister in ihrem Bann hielten und um so mehr Leser fanden, je verschwommener ihr Inhalt und je reicher die Versprechungen waren, die sie in Voraussagungen, in Mitteilungen geheimen Wissens und Könnens sich anmaßten. Es war die Zeit, da man mit heißem Verlangen nach dem Stein der Weisen suchte. Was immer unter dem Namen des Hermes Trismegistus verkündet wurde, galt als Offenbarung und ein Abklatsch der Ideen des Paracelsus als höchste Weisheit. Dieser krankhafte Hang und Drang machte es möglich, daß so etwas wie ein Geheimbund, der Orden der sogenannten Rosenkreuzer, entstehen konnte. Man muß die im Jahre 1614 erstmals erschienenen Schriften,[4] auf denen diese Gründung beruht, lesen, um sich einen Begriff von dem Ausmaß der Verwirrung und Verirrung zu bilden, die damals in den Köpfen herrschte.

[1] Brief an Bernegger vom 21. August 1621. Brief an J. Seussius vom 15. Juli 1622.

[2] Monochordium mundi symphoniacum seu replicatio ad Apologiam viri clarissimi et in mathesi peritissimi J. Kepleri, adversus demonstrationem suam analyticam nuperrime editam, in qua Robertus validioribus Joannis objectionibus, Harmoniae suae legi repugnantibus, comiter respondere aggreditur. Francofurti 1622. 4°. Die Schrift trägt am Schluß das Datum 9. Dez. 1621.

[3] Brief an J. Seussius vom 15. Juli 1622.

[4] Allgemeine vnd General Reformation der gantzen weiten Welt. Beneben der Fama Fraternitatis oder Entdeckung der Brüderschafft, des Hochlöblichen Ordens des R[osen] C[reutzes], an die Häupter, Stände vnd Gelehrten Europae. Cassel 1614.

Fludd war nun eben der Hauptvertreter dieses Ordens in England. Man gewinnt bereits eine Vorstellung seiner abstrusen Lehren, wenn man den Bericht Keplers in dem Appendix liest. Seine „Demonstratio analytica" vollends zu lesen, kostet geradezu Überwindung. In der anmaßlichen Geste des Esoterikers und Mystagogen kanzelt er Kepler ab. Er macht ihm den Vorwurf krasser Unwissenheit und eitler Ruhmsucht. Er verdreht seine Worte, legt ihnen einen tadelnden Sinn unter, an den Kepler niemals gedacht hat, und fühlt sich hoch über ihn erhaben. Was Kepler macht, bezieht sich nach seiner Meinung nur auf die Außenseite der Dinge. Er unterscheidet zwischen vulgärer und formaler Mathematik, ohne freilich zu sagen, was er unter der letzteren versteht. Nur die auserwählten und in der formalen Mathematik bewanderten Weisen erkennen die Natur wahrhaftig; den Vertretern der vulgären Mathematik, die er Bastarde und Krüppel nennt, und zu denen er auch Kepler rechnet, bleibt sie unsichtbar und verborgen. Diese messen den Schatten statt des Wesens, jene umfassen das Wesen und erfreuen sich an der Vision der Wahrheit, mögen auch die vulgären Mathematiker krächzen und plappern über ihre tiefe Naturerkenntnis. Der Astronomie Keplers stellt er eine „mystische Astronomie" gegenüber. Während Kepler bei den äußeren Bewegungen der Natur haften bleibe, betrachte er selber die inneren und wesentlichen Akte, die aus der Natur hervorfließen. Die Chymia sei die wahre Wissenschaft, durch die ihr Kenner sich den Namen eines wahren Philosophen und eines natürlichen Magiers erwerbe, indem er nicht nur in die Natur, sondern auch in das innere Heiligtum der Natur und in ihre verborgensten Tiefen aufs scharfsinnigste eindringe. Nur der Chymicus erkenne, wie die Natur als unendliche Kraft aus Ähnlichem Ähnliches hervorbringe, mit welcher Kraft sie selber alles wachsen lasse und ernähre, mit welcher Hilfe Tier, Stein, Holz, Baum und alle sichtbaren Körper aus ihr entstehen, warum sie das Band der Elemente genannt werde. Er verwirft Keplers musikalische Harmonielehre und greift ihn an, weil er die pythagoreisch-platonische Zahlenspekulation ablehne; sei doch hier die Zahl nicht vulgaris, materialis, sensibilis, sondern formalis, vere igneus. Den Gelehrten gibt er den Rat, sie sollen ja die ptolemäischen Grundlagen der Astronomie nicht leichthin aufgeben, damit sie nicht einen Frosch statt eines guten Fisches eintauschten. Diese Proben mögen genügen. Sie zeigen zur Genüge, daß sich der Rosenkreuzer Fludd gut darauf versteht, mit vielen Worten wenig zu sagen. Im übrigen sind in der Apologia eine Menge Stellen aus Fludds Schrift angeführt und durch Kursivschrift gekennzeichnet.

In Keplers Welt atmet man eine andere Luft. Er sah in den Tiraden Fludds nur philosophische Träumereien, die seine Geduld herausforderten. „Des Mannes Rede gleicht der Philosophie, zu der er sich bekennt; man könnte sie eine Traumgeschichte aus schlecht zusammenhängenden Gliedern nennen."[1] Form und Stil der Schmähschrift machten sie ihm einer Antwort unwürdig. Die Art, wie er trotz inneren Widerstrebens auf das „läppische Buch" seines

[1] Brief an J. Seussius vom 15. Juli 1622.

Gegners erwidert, bekundet seine Überlegenheit. Den aufgeregten Schmähungen Fludds setzt er gemessene Ruhe entgegen. Mit gewandter Dialektik deckt er Widersprüche in seinen Darlegungen auf und mit feiner Ironie weist er seine Überheblichkeit in Schranken. Mit Recht kann er am Schlusse bemerken, er habe nichts gesagt, was die Ehre und Würde seines Gegners ernstlich verletzen, nichts, was mit dessen scharfer Tonart verglichen werden könnte; Witze und Scherze aber seien die Tunke des Wortstreits. Auch sein Freund, der Leipziger Professor Philipp Müller, anerkennt den freundlichen, artigen und höflichen Ton Keplers gegenüber der ungerechten, zornigen und plumpen Redeweise seines Gegners; es sei verständlich, daß es Kepler reue, sich mit diesem gallenbitteren, halsstarrigen Schwätzer eingelassen zu haben, der nichts für richtig und wahr halte, außer was er selber wisse oder vielmehr nicht wisse.[1]

Die Apologia gibt Kepler nicht nur Gelegenheit, die Absicht, die er mit seinem Appendix verfolgte, sowie dessen Inhalt zu rechtfertigen. Sie veranlaßt ihn vielmehr auch, eine Reihe von grundsätzlichen Gedanken seiner Harmonice Mundi zu wiederholen und zu verteidigen. Sie erweist sich damit als eine wertvolle Ergänzung des Hauptwerkes. Bisweilen gibt er hier jenen Gedanken eine besonders kräftige Formulierung, so, wenn er die grundlegende Bedeutung der Geometrie für seine Harmonielehre ausdrückt mit dem lapidaren Satz: „Geometria est rationis habitus" (S. 408), oder wenn er die Stellung der Mathematik bei der Erforschung der sinnlichen Erscheinungen in die knappen Worte kleidet: „Physica fiunt, Mathematica sunt" (S. 427). Von der Unterscheidung zwischen vulgärer und formaler Mathematik will er nichts wissen. Er hält sich nur an die erstere, die letztere überläßt er seinem Gegner; er habe noch nicht von ihr gekostet (S. 446). „Ich habe noch nie gelernt, Mathematik zu erfassen ohne mathematische Beweise oder in die so dunklen Geheimnisse des Hermes mit mathematischen Augen Einblicke zu tun" (S. 432). Ohne mathematische Beweise sei er blind (S. 397). Daher ist er überzeugt, daß jeder, der die Sicherheit der Mathematik liebt, bei ihm mehr findet für die Erlernung des Zweigs der Mathematik, der in der Harmonik besteht, als bei Fludd. Wenn dieser ferner nur einen feinsten und letzten Extrakt der Wissenschaft bieten wolle, so wolle er lieber ein Kräutersammler sein (S. 387). Er versuche die Harmonien in ihrer vollen Bekleidung kennen zu lernen. Vielleicht komme dann einmal einer, der sie entkleide und in Gold fasse, so daß ihr Sinn ohne Worte im Geist geschaut werden könne. Er selber sei freilich bisher noch nicht so glücklich gewesen. Und wenn ihm Fludd im Wahn, tiefere Erkenntnis zu besitzen, vorhält, er selber halte den Kopf, Kepler dagegen umfasse den Schwanz, so erwidert er launig: Ich halte den Schwanz, aber mit der Hand; du umfassest den Kopf, wenn es aber nur nicht im Traum geschieht (S. 446). Von der „lichtscheuen" Geheimbündelei will Kepler nichts wissen. Er deutet auf die Zugehörigkeit Fludds zu den Rosenkreuzern hin (S. 445) und fordert ihn und seine Brüder, die sich mit ihrer Lehre nur an die

[1] Brief von Ph. Müller an Kepler vom 3. August 1622.

„Kinder der Wahrheit", nicht an die Öffentlichkeit wenden, auf, sie sollen doch in die Versammlungen der Menschen, auf die Berge und öffentlichen Plätze gehen und reden, damit man ihre wahre Lehre kennen lerne.

So zieht Kepler einen scharfen und klaren Trennungsstrich zwischen seiner Gedankenwelt und dem okkulten Schrifttum seiner Zeit. „Ich hasse alle Kabbalisten", sagt er in einem Brief aus jenen Jahren (an Ph. Müller, Herbst 1622). Wenn ihn auch die Abfassung der Apologia hintennach gereut hat, so muß man es doch begrüßen, daß sie da ist. Sie läßt erkennen, in welch reine Höhen sich die Harmonice Mundi erhebt. Kepler hat gegenüber den Schwarmgeistern seiner Zeit den echten und wahren Anspruch der Ratio vertreten und hochgehalten. Er hat das Ziel seines wissenschaftlichen Strebens selber am besten und treffendsten gekennzeichnet in einem Satz aus seinem Appendix (S. 374): „Man sieht, daß Fludd seine Hauptfreude an unverständlichen Rätselbildern von der Wirklichkeit hat, während ich darauf ausgehe, gerade die in Dunkel gehüllten Tatsachen der Natur ins helle Licht der Erkenntnis zu rücken. Jenes ist Sache der Chymiker, Hermetiker und Parazelsisten, dieses dagegen Aufgabe der Mathematiker."

ANMERKUNGEN

11. 40. In den Pulkowoer Mss. Bd. XI, Bl. 357–361 findet sich das Widmungsschreiben Keplers in seiner ursprünglichen Fassung, die gegenüber der vorliegenden endgültigen bemerkenswerte Abweichungen aufweist. Da in den Absätzen von S. 9 Z. 32 bis S. 11 Z. 32 nur wenige Sätze mit der ursprünglichen Fassung genau übereinstimmen, soll im folgenden der entsprechende Text aus dieser wörtlich mitgeteilt werden.

Major verò mihi causa dedicationis ex antiquo, est ista. Cùm primùm ante annos paulò minus viginti materiam operis animo concepissem, titulumque nuncupassem, nondum cognitis planetarum motibus proprijs, ceu subjecto, in quo inessent Harmoniae, invitante me ad quaerendas inter motus Harmonias, instinctu quodam Naturae, et ratione unicâ et summâ: Quod Mundum creator fecerit, quàm posset fieri optimum: Jam tunc ego patrocinium Operis, si quando id succederet, absolutumque esset, Majestati tuae destinavi: hocque veluti votum meum, Legatis tuis ad aulam Imperatoriam, primùm Pragae, superstite Rudolpho Imp. rursum ante annos quinque, Linzij quoque, testatum feci. Quippe inter speculationes Harmonicas subinde me admonebat Majestatis tuae diuturna ista dissonantia Religionis: quam cùm cernerem, non equidem ex inconcinnis intervallis conflari, sed planè ex concinnis et articulatis, et omninò Musicis: non desperandum de providentiâ Dei censui; quin ipse totius Ecclesiae melodiam, in motu constitutam, sic esset moderaturus, ut concinna ista, licet dissona, per hos 100 annos, tandem in plenariam concordantiam deflecterent.

Si enim de hac re certamen esset, Christus an Mahometus sit sequendus: implacabile omninò bellum hoc sciebam: at quia partium altera emendationem cultus et doctrinae Christi, altera disciplinam et ordinem Ecclesiasticum, doctrinamque et mores antiquos à patribus acceptos urget: quorum studiorum utrumque bonum est, si alterum alteri, quo loco par est, cedat; utrumque malum, si modum excedat, aut si sub sanctis praetextibus alia mysteria peragantur: quis igitur dubitet, quin Deus in hunc finem permittat partes inter se confligere, ut veritate utrinque satis superque ventilatâ, separatisque et profligatis humanorum affectuum paleis (quod fit bellorum tribulis) quisque, quid sibi sequendum, quid etiam à suâ parte vitiosum, eòque fugiendum sit, clarè perspicere posset; tandemque saltem posteritas aliqua, paulatim in puram pacem consentiret.

Cùm igitur is Rex esses, qui utriusque partis subditos haberes: cùm adeò aequum te gereres, ut dubitarent aliqui tunc temporis, utri partium animitùs assentireris: cùm turbulentam plebem, partis unius carcinoma, publicâ voce coërcuisses, Ordinem Ecclesiasticum, gloriationem partis alterius, collaudasses; retinendos filio Episcopos Angliae emendandumque et ornandum illum Ordinem, nondum rex ipse Angliae, censuisses: cùm posteà, Angliam adeptus, brevi commune illi cum Scotiâ nomen Britanniae Magnae, exque utrâque provinciâ regnum et Harmoniam unam (nam quid aliud est regnum, quàm Harmonia) confecisses, discordiâ haereditariâ Nationum infensissimarum, quae crebris et cruentissimis cladibus, aliquot saeculorum seriem ceu notis quibusdam interstinxerat, foelicissimè sublatâ et extinctâ: cùm etiam titulum haereditarium Defensoris fidei, diversissimis studijs datum usurpatumque, retinendum tibi censuisses: haec et alia signa non infida mihi videbantur, secuturi majoris et praestantioris, etiamque durabilioris operis tui, pacis scilicet Ecclesiarum procurandae: quod quidem et votis meis tacitis, et ominatione publicâ, in libro de stellâ novâ sum prosecutus. Itaque velut jam confecto eo, quod optabam, Harmostae tam laudabili meas Harmonias coelestes accinere, tantò firmiùs mecum statui.

Et visus quidem est eventus aspirare votis meis; cùm in regnum tuum se recepissent viri duo (ut de alijs nihil dicam) quorum uterque scientiam et eruditionem ad tantum opus necessariam, alter et dignitatem attulisse videri potuit: ille aliud quidem agens, et penè merus Grammaticus, radium tamen emisit latentis altioris consilij: iste medicum sanandis Ecclesiae vulneribus palam professus; nec tamen verbis adeò apertus, quin verè (non minus iste quàm alter ille) plus aliquid quàm diceret, innuere velle videretur. Verum, proh dolor, vulnus Ecclesiae decussatum, seu sacratiori foeliciorique vocabulo, cruciforme, tumet

adhuc multiplici labro: quare, nullo illorum connivente, adhucdum irrita videtur esse haec cura, et Medicina partibus omnibus ingrata. Et quid mirum, si Medicus, aegro deliro sese accommodans, multa consultò faciat, multa simulet, quae à sanâ ratione plurimùm abire videantur, ut hac viâ medicinam fallens ingerat? Spero tamen, Deum Opt. Max. à quo unum illorum publicè mundo commendatum esse, incensâ stellâ novâ anno 1604, hoc potissimùm argumento conjicio, quia ipsum illum ego vivis coloribus, tot annis antequàm prodiret, depingere potui, in descriptione illius stellae; Deum inquam, qui hos duos viros, veluti consolidantia cerata, jam mundo monstravit ex tuo Regno; eundem ut supremum medicum, artisque suae certum, nec quicquam frustrà applicantem, jam nunc etiam lenientia expedire, ad deprimendum tumorem: aut si caro putrida et fera, charitatis sc. extinctae, succrescens, impedit blanda ista; per hos igitur ipsos tumultus, et similes alios, medicum erodentia applicare, quoad aliquis doloris sensus ad vivae carnis profunditatem descendat.

Ego verò etsi votis meis, de concordiâ brevi coalituri, hactenus excidisse videor; tamen hoc ipsum in magni beneficij divini parte numero, quòd non tantùm caetera, quae mihi fuerunt ad absolutionem Operis necessaria, loco pristino; sed etiam Majestatem tuam, cui patrocinium operis tandiu anteà destinavi, hucusque incolumem et florentem vidi: audeoque etiam ex hoc eventu, exque ipso inventionum mearum successu (cujus equidem foelicitas audaciam in quaerendo longissimè superat) animare magis magisque spes meas, etiam contra spem susceptas de pace Ecclesiarum tandem aliquando constituendâ. Potens enim est Deus (ut hoc ex libro meo de stellâ novâ repetam) ex his etiam tenebris producere Lucem. Denique si nos omnia deseruerint argumenta benè ominandi: non tamen desinam à Deo Pacis authore contendere devotis precibus; uti tibi et vitam et Majestatem regiam tueatur incolumem, usque ad illum optatum eventum: ubi Harmoniam illam Ecclesiae tuis ipsius velut ulnis fovens et proferens, exclamare possis: Eja nunc tandem exsolve servum tuum Domine cum pace; postquàm viderunt jam oculi mei salutis hoc pignus verissimum, quo lumen aeternae foelicitatis ex hoc magis magisque reveletur gentibus, adhucdum in umbrâ mortis delitescentibus; et quô tandem enitescat, orbisque terrarum oculos perstringat, Ecclesiae tuae gloria.

Vergleicht man die beiden Fassungen miteinander, so fällt sofort auf, daß die endgültige noch viel vorsichtiger ist, als die ursprüngliche. Auf die Gründe hierfür ist bereits oben S. 483 hingewiesen worden. So läßt Kepler die Darlegung seiner kirchenpolitischen Auffassung weg, über die er sich in der Urfassung ausspricht. Auch dort, wo von dem Arzt und den angewandten Heil-

mitteln die Rede ist, spricht er sich in der ursprünglichen Fassung viel deutlicher aus. Er weist dabei auf zwei Männer hin, die der König in seinem Land aufgenommen habe, ohne aber ihre Namen zu nennen. Beide hätten die zu dem Unionswerk nötige theologische Bildung; außerdem sei der eine noch durch seinen Rang ausgezeichnet und öffentlich mit seinen Ratschlägen zur Heilung der Wunden am Leibe der Kirche aufgetreten. Dieser letztere ist der auch sonst wiederholt in Keplers Schriften teils offen, teils versteckt erwähnte Theologe *Marcus Antonius de Dominis* (1560–1624). Derselbe war zuerst Erzbischof von Spalato, entfloh aber 1616 nach England, als er der Ketzerei verdächtig nach Rom zitiert worden war, und trat zur anglikanischen Kirche über. Er war noch dort, als Kepler seine Widmung verfaßte. Kurz zuvor war der erste Teil seines umfangreichen Werkes „De Republica ecclesiastica libri X" erschienen. Kepler hielt große Stücke auf diesen Mann, den „wällischen trewen Eckhard", wie er ihn nennt, der sich übrigens später wieder der katholischen Kirche zuwandte, 1622 nach Rom zurückkehrte und daselbst zwei Jahre später im Gefängnis starb. Seine Stellung zu ihm und seine auch in der endgültigen Widmung (S. 10 Z. 34) genannte versteckte Prophezeiung über ihn in seinem Werk „De Stella Nova" (Ges. Werke Bd. I S. 320 f.) behandelt Kepler ausführlich in seinem späteren „Glaubensbekenntnis" (hrsg. von *W. v. Dyck*, Abhandl. d. Bayer. Ak. d. Wiss., Math.-phys. Klasse, Bd. XXV, H. 9, S. 23 ff.). Jene Prophezeiung begründete er in höchst merkwürdiger Weise durch eine Mißgeburt, zwei zusammengewachsene Mädchen, die damals Aufsehen erregte. Der andere Mann, der am Hofe Jakobs I. sich in dem Sinn Keplers betätigt hatte, war, wie schon Frisch bemerkt hat, der gelehrte *Isaac Casaubonus* (1559–1614), der Sohn eines reformierten Predigers in Genf. In seinen Angriffen gegen die Katholiken und in seiner Verteidigung des Anglikanismus befleißigte er sich eines milden Tones, wodurch er sich wiederum Angriffe seitens seiner Glaubensgenossen zuzog. Er war schon tot, als Kepler sein Widmungsschreiben abfaßte.

13. (Titel). Auf die Titel des I., III. und IV. Buches setzt Kepler als Motto jeweils eine längere Stelle von Proklus hin. Mit diesem Manne fühlte sich Keplers Geist verwandt. Die von ihm zitierten Proklusstellen, die das Wesen und die Bedeutung der Mathematik im weiteren Sinn betreffen, sind ihm gleichsam aus dem Herzen geschrieben. Sie stammen aus den einleitenden Ausführungen des Kommentars, den *Proklus* zum I. Buch der Elemente Euklids verfaßt hat. In der Ausgabe von *Friedlein*, Leipzig 1873, findet sich die vorliegende Stelle 22, 17–19, und 22, 22–26.

Von den Commentarii des Proklus stand Kepler zur Verfügung die Editio prima, die *Simon Grynaeus* seiner griechischen Ausgabe von Euklids Elementen (Basel 1533) beigefügt hat. Der Text der Proklusstellen, die Kepler in lateinischer Sprache wiedergibt (Motto zum III. und IV. Buch und die lange Stelle im IV. Buch), weicht stark ab von der lateinischen Übersetzung, die *Franciscus Barocius* von den Prokluskommentaren zu Euklid (Padua 1560) herausgegeben hat. Vom X. Buch Euklids sind neuerdings zwei deutsche Übersetzungen er-

schienen, von *Th. Peters*, Berlin 1936, und von *Cl. Thaer*, Leipzig 1936 (Ostwalds Klassiker Nr. 241). Kepler folgt in der Numerierung der Sätze Euklids der genannten Ausgabe von Grynaeus.

16. 15. *P. Rami*, Scholarum Mathematicarum Libri XXXI. Basileae 1569. Ramus bringt daselbst in Lib. XXI–XXIII eine Inhaltsangabe des X. Buches von Euklids Elementen. Einleitend übt er im XXI. Buch die von Kepler hier erwähnte scharf ablehnende Kritik. Die folgende Stelle findet sich p. 257s. Über Proklus als Kommentator Euklids urteilt Ramus in ausführlicher Weise p. 80ss.

17. 3. *Lazarus Schoner* (oder Schöner), zeitweilig Gymnasiallehrer in Korbach, war ein eifriger Anhänger des Ramus und suchte dessen mathematische Ideen in Deutschland zu verbreiten. Er gab die Arithmetica, die Geometria und die Scholae Mathematicae des Ramus 1599 in Frankfurt mit einigen eigenen Zusätzen heraus. In der Einleitung zum ersten Werk blies er in das gleiche Horn wie sein Meister und ging gegen Euklid los, wobei er von dessen X. Buch sagte: „Nullus est inutilior, nullus qui bona ingenia magis ab his studiis deterruerit. Abjecit haec monstra P. Ramus." Die von Kepler zitierte Äußerung findet sich jedoch nicht in diesen Ausgaben.

17. 10. *Arist.* De coelo, an verschiedenen Stellen im III. Buch.

18. 25. Die zitierte Äußerung findet sich in der Einleitung von *Ludolphi a Ceulen*, Variorum Problematum Libri IV, a *Willebrordo Snellio* e vernaculo in latinum translati, ac varijs locis demonstrationibus aucti et illustrati. 1615. Die Schrift ist (von p. 81–269) angehängt dem Werk: Fundamenta Arithmetica et Geometrica cum eorundem usu in varijs problematis Geometricis, partim solo linearum ductu, partim per numeros irrationales, et tabulas sinuum, et Algebram solutis. Authore *Ludolpho a Ceulen*. E vernaculo in Latinum translata a *Wil. Sn.* R. F. Lugduni Batavorum 1615. W. Snellius, ein Sohn des „Ramisten" Rudolph Snellius, ist der bekannte Entdecker des Lichtbrechungsgesetzes.

18. 41. Die Stelle, die Kepler wie ein Zitat mitteilt, ist zweifellos eine Anspielung auf eine Äußerung des *Ramus* in seinen Scholae Mathematicae (s. Anm. zu S. 16 Z. 15). Es heißt daselbst (p. 258): „Equidem toto decimo libro studiose et accurate considerato nihil aliud judicare potui quam crucem in eo fixam esse, qua generosae mentes cruciarentur. Quare omni studio diligentiaque connitendum nobis est, ut ista clarissime evoluantur, miseraque et funesta crux evertatur et prosternatur, atque in perpetuum affligatur."

Codrus ist eine Figur aus den Satiren Juvenals, der Typus eines bettelhaften Privatgelehrten. Der Luxus Kleopatras ist sprichwörtlich.

28. 16. Kepler redet hier von 12 Arten des Unaussprechbaren. Euklid zählt (nach Satz X, 111) 13 Arten auf. Offenbar läßt Kepler die „Mediale" weg und zählt nur die zweigliedrigen Ausdrücke.

Es muß hier eine kritische Feststellung gemacht werden. Indem Kepler über Euklid hinausgehend die einzelnen Irrationalitäten rangmäßig zu numerieren unternimmt, bemerkt er nicht, daß die Streckenpaare, die als vom 8. Grad eingeführt werden, ebenfalls rationale oder mediale Quadratsummen und Rechtecke besitzen, somit dieselbe Beschaffenheit aufweisen wie die Streckenpaare vom 6. und 7. Grad, und daß umgekehrt die Streckenpaare vom 6. und 7. Grad in der Form der Strecken, die als zum 8. Grad gehörig bezeichnet werden, dargestellt werden können. Den Zusammenhang vermittelt die Identität

$$\sqrt{\varkappa}+\sqrt{\lambda}=\sqrt{\varkappa+\lambda+2\sqrt{\varkappa\lambda}}.$$

Daraus folgt, daß der 8. Grad als überflüssig erscheint. Kepler bemerkt den Sachverhalt im weiteren Verlauf in einigen Fällen. Er sagt dann, die einzelnen Strecken seien wißbar vom 8. Grad, die zusammengehörigen Paare aber vom 6. bzw. 7. Grad.

31. 31. Setzt man GA = g, so ist GO = $^1/_2$ g $(3-\sqrt{5})$. Es ist also GO eine Apotome der Strecke GA + AM = $^3/_2$ g. Kepler kommt mit seiner geometrischen Darstellung nicht mehr durch und überläßt daher die Lösung anderen. Die „Prosharmozusa" ist OA + AM = $^1/_2$ g $\sqrt{5}$. Die Apotome ist nach der obigen Definition von der 1. Art. Beschreibt man über der Strecke $^3/_2$ g den Kreis und legt die Prosharmozusa als Sehne darein, so ist die andere Kathete des so bestimmten rechtwinkligen Dreiecks gleich g, also zur Hypotenuse in Länge kommensurabel, wie Kepler bemerkt.

34. 17. Die sehr verwickelten geometrischen Überlegungen lassen sich zahlenmäßig leicht durchschauen. Setzt man wieder GA = g, AM = $^1/_2$g, dann wird

$$PG=\frac{g}{2}\sqrt{10-2\sqrt{5}} \text{ und } GX=\frac{g}{2}\sqrt{10+2\sqrt{5}},$$

also ist die Summe

$$PGX=\frac{g}{2}\sqrt{10-2\sqrt{5}}+\sqrt{10+2\sqrt{5}}$$

eine „Major", wie sie in Definition XXV definiert wird.

Es ist aber auch

$$PG=\frac{g}{2}\left(\sqrt{5+2\sqrt{5}}-\sqrt{5-2\sqrt{5}}\right) \text{ eine „Minor",}$$

$$GX=\frac{g}{2}\left(\sqrt{5+2\sqrt{5}}+\sqrt{5-2\sqrt{5}}\right) \text{ eine „Major".}$$

Es ist erstaunlich, wie Kepler mit der Charakterisierung dieser irrationalen Größen auf rein geometrischem Weg fertig wird.

46. 13. AN ist nicht, wie Kepler meint, eine Strecke neuer Art; die Rechnung liefert sie gleich $^1/_4$ r $(\sqrt{5}+1)$; sie ist also eine Binomiale. Der Grund, warum Kepler dies nicht erkannte, liegt in dem Auftreten des Quadrats einer

Minor, also einer Flächenart, die in den früheren Definitionen nicht auftritt. Entsprechendes gilt für das Lot vom Kreismittelpunkt auf die Zehneckseite. Doch bilden wirklich die Inhalte des Fünf- und Zehnecks Flächen, deren inhaltsgleiche Quadrate Seiten besitzen, die durch höhere Irrationalitäten als die bisherigen ausgedrückt werden.

46. 16. Hier liegt ein Versehen Keplers vor. Das Quadrat über der halben Zehneckseite ist nicht gleich dem Rechteck aus dem Durchmesser und der Pfeilhöhe im Bogen eines Zehntelkreises. Das Ergebnis, daß die Seite des Zwanzigecks eine höhere Irrationalität bildet, bleibt aber bestehen.

47. 9. Auch in diesem Abschnitt tritt bezüglich der Art von AN das gleiche Versehen auf wie im vorigen.

47. 22. Die letzte Angabe über die Größe von MF erhält man, wenn man auf das Viereck IMCF den Satz des Ptolemäus anwendet: Das Rechteck aus den Diagonalen eines Kreisvierecks ist gleich der Summe der beiden Rechtecke aus den gegenüberliegenden Seiten.

47. 28. Dieser Satz hat durch spätere Forschungen eine Einschränkung erfahren. Bekanntlich hat Gauß bewiesen, daß Vielecke mit der Seitenzahl $2^{2^n} + 1$ konstruierbar sind, falls diese Zahl eine Primzahl ist. Er hat aber auch gezeigt, daß alle anderen Primzahlen ausgeschlossen sind. So sind also auch das 17-, 257-Eck usw. konstruierbar.

48. 20. Die Konstruktion des regulären Siebenecks sowie allgemein der Vielecke mit ungerader Seitenzahl hat die Mathematiker im 16. Jahrhundert viel beschäftigt. Es finden sich diesbezügliche Überlegungen hauptsächlich in den Euklidausgaben im Anschluß an Buch IV, 16, wo die Konstruktion des 15-Ecks dargestellt ist. Gemeinsam ist den meisten dieser Versuche der Hinweis auf die von Kepler hier berührte Beziehung zwischen den Winkeln in dem gleichschenkligen Dreieck, das man erhält, wenn man in einem Vieleck mit ungerader Seitenzahl eine Ecke mit den Endpunkten der gegenüberliegenden Seite verbindet. So ist, wie man leicht feststellt, in diesem Dreieck das Verhältnis des Winkels an der Spitze zum Basiswinkel im Fünfeck gleich 1 : 2, im Siebeneck gleich 1 : 3 und allgemein im $(2n + 1)$-Eck gleich $1 : n$. Ausführlich ist diese Beziehung in der Euklidausgabe von *Chr. Clavius* erörtert (1. Auflage Rom 1574, Bl. 142 f.). Sie findet sich aber auch bereits in Euklidausgaben, die auf Grund der aus dem Arabischen angefertigten lateinischen Übersetzung des *Johannes Campanus* (13. Jahrhundert) von 1482 an hergestellt wurden (in der Ausgabe Venedig 1509, Bl. 29 v. Basel 1537, p. 101). *Franciscus Flussates Candalla* hat die Elemente erstmals in Paris 1566 herausgegeben. (In seiner Ausgabe von 1578 findet sich übrigens die obige Bemerkung nicht.) *Hieronymus Cardanus* geht bei seinen Überlegungen zum Siebeneck nicht von jenem gleichschenkligen Dreieck aus, sondern von dem Dreieck, das durch eine Seite und zwei Diagonalen gebildet wird, von denen die eine 1, die andere

2 Ecken überspringt. Zwischen den Seiten dieses Dreiecks stellt er zwei voneinander unabhängige Gleichungen auf, so daß die folgende Kritik Keplers nicht das Richtige trifft. (*Cardani* de Subtilitate Libri XXI. Nürnberg 1550, p. 306.)

50. 3. Natürlich ist dieser Beweis der Unmöglichkeit, ein Siebeneck zu konstruieren, völlig unzulänglich. Indem Kepler zeigt, daß von den beiden Proportionen, die für die 3 Abschnitte auf der Seite BF im Dreieck BEF (Fig. S. 47) aufgestellt worden sind, die eine aus der anderen hervorgeht, beweist er, daß es ihm nur gelungen ist, eine einzige unabhängige Beziehung zwischen jenen Abschnitten aufzustellen, und daß diese Beziehung eine notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für jenes Siebenecksdreieck darstellt. Jetzt käme aber die Hauptsache, nämlich der Nachweis, daß es zwischen jenen Abschnitten eine zweite unabhängige Beziehung, die auf eine Konstruktion mit Zirkel und Lineal führt, nicht gibt. Diesen Nachweis zu liefern, bleibt Kepler schuldig. Der moderne Unmöglichkeitsbeweis geht auf analytischem Wege vor.

50. 25. Bei der Erklärung des Wortes Algebra folgt Kepler einem zu seiner Zeit verbreiteten Irrtum. Der Name stammt bekanntlich aus dem Titel eines Werkes des arabischen Mathematikers Al-Chwarizmi, worin Al-dschebr eine gewisse Operation beim Auflösen von Gleichungen (das Versetzen eines negativen Gliedes von der einen Seite auf die andere) bedeutet. Von dieser speziellen Bedeutung aus wurde der Name auf die gesamte Lehre von den Gleichungen übertragen.

50. 27. Jost Bürgi aus Lichtensteig im Toggenburg in der Schweiz (1552–1632), gelernter Uhrmacher, erwarb sich durch seine außerordentliche Geschicklichkeit wie durch sein hervorragendes mathematisches Talent hohe Verdienste um die Astronomie. Von 1579 an war er im Dienst des Landgrafen Wilhelm IV. von Hessen, 1603 übersiedelte er nach Prag, wo er am Hof Kaiser Rudolphs II. Gelegenheit hatte, seinen Eifer zu betätigen. Mit Kepler war er daselbst eng befreundet. Die folgenden Ausführungen, die von der hohen mathematischen Begabung Bürgis Zeugnis ablegen und für die Geschichte der Mathematik bedeutungsvoll sind, stehen in engem Zusammenhang mit einem umfangreichen handschriftlichen Fragment im Nachlasse Keplers (Pulkowoer Mss. Bd. V, Bl. 93–138). Dasselbe enthält Bürgis Untersuchungen zu einer genauen Berechnung einer Sinustafel, ist aber von Kepler geschrieben und weist viele Korrekturen von dessen Hand auf. Es wird in einem späteren Band zum Abdruck gelangen. R. *Wolf* hat auf das interessante Manuskript hingewiesen und es freilich nur in kürzerem Auszug herausgegeben (Astronomische Mitteilung., XXXI, Zürich 1872, S. 6–28). Vgl. auch den Vortrag desselben Verfassers: Johannes Keppler und Jost Bürgi. Zürich 1872.

50. 36. Dem Gebrauch im „cossischen" Rechnen folgend hat Kepler die Potenzen der Unbekannten x in folgender Weise bezeichnet: $x = ℞$ (res), $x^2 = ȝ$ (Zensus), $x^3 = ȣ$ (Kubus), $x^4 = ȝȝ$ (Zensizens), $x^5 = ȝ\,ȣ$.

Die andere, viel übersichtlichere Bezeichnung dieser Potenzen, die Kepler im Text verwendet, stimmt so, wie sie hier wiedergegeben ist, mit dem Originaldruck überein. In seinen Handschriften dagegen gebraucht Kepler bei der Bezeichnung jener Potenzen römische Ziffern, die er über die Zahlenkoeffizienten setzt. So schreibt er z. B. den Ausdruck $x^6 - 6x^4 + 9x^2$ in der Form $\overset{\text{VI}}{1} - \overset{\text{IV}}{6} + \overset{\text{II}}{9}$.

50. 41. Der bekannte, nach Ptolemäus genannte Satz findet sich im Almagest I, 9.

51. 28. In der heutigen Form stellen sich Keplers Ausführungen folgendermaßen dar. Man setze (in der Figur S. 47) den Radius des Kreises gleich 1, die Seite des Siebenecks gleich x, die 1 oder 2 Ecken überspringenden Diagonalen bzw. gleich d_1, d_2. Dann ist $BO = \frac{x^2}{2}$ und im Dreieck BCO

$$\frac{d_1^2}{4} = x^2 - \frac{x^4}{4}. \tag{1}$$

Im Viereck BCDE ist nach dem Satz des Ptolemäus

$$d_1^2 = x d_2 + x^2. \tag{2}$$

Nach demselben Satz ist im Viereck BDEH

$$d_2^2 = d_1 d_2 + x^2. \tag{3}$$

Eliminiert man aus (1), (2) und (3) d_1 und d_2, so erhält man die erste von Kepler angeführte Gleichung

$$63x^2 + 11x^6 = 28 + 42x^4 + x^8.$$

Wendet man den ptolemäischen Satz auf das Viereck BDEG an, so erhält man

$$x d_1 + d_1^2 = d_2^2. \tag{3a}$$

Eliminiert man wiederum d_1 und d_2 aus (1), (2) und (3a), so erhält man Keplers zweite Gleichung

$$49x^2 + 10x^6 = 21 + 35x^4 + x^8.$$

52. 3. Die hier genannten Gleichungen ergeben sich auf folgende Weise. Da der Durchmesser gleich 2 gesetzt ist, ist in nebenstehender Figur

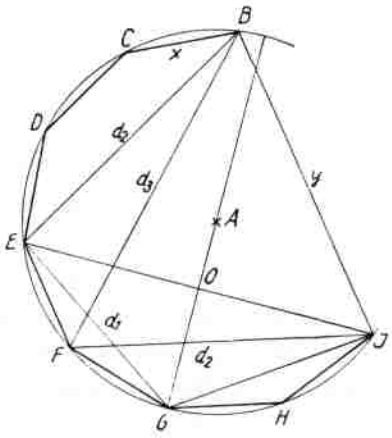
$$\overline{EG}^2 = d_1^2 = 2 \cdot OG, \text{ also } OG = \frac{d_1^2}{2}.$$

Daher ist im Dreieck EGO

$$\left(\frac{d_3}{2}\right)^2 = d_1^2 - \left(\frac{d_1^2}{2}\right)^2,$$

also nach Gl. (1) der vorausgehenden Anmerkung

$$d_3 = \sqrt{16x^2 - 20x^4 + 8x^6 - x^8}.$$



Wendet man den ptolemäischen Satz auf das Viereck BEFJ an, so erhält man

$$d_3^2 - d_2^2 = x \cdot y,$$

wenn die abschließende Sehne mit y bezeichnet wird. Da sich d_2 aus den Gleichungen (1) und (2) der vorausgehenden Anmerkung gleich $3x - x^3$ ergibt, ist also

$$y = 7x - 14x^3 + 7x^5 - x^7.$$

Handelt es sich um ein reguläres Siebeneck, so wird $y = 0$, und man hat zur Berechnung der Seite die von Kepler angeführte Gleichung

$$7 - 14x^2 + 7x^4 - x^6 = 0.$$

52. 7. Die Einsicht, daß ein und dieselbe Gleichung nicht nur die Seite eines Vielecks, sondern auch ihre Diagonalen, d. h. die Seiten der entsprechenden Sternvielecke liefert, stellt eine besonders bemerkenswerte Leistung Bürgis dar. Die Art, wie er diese Einsicht begründet, legt Zeugnis ab von der höchst originellen mathematischen Denkweise dieses Mannes. In dem oben genannten handschriftlichen Fragment sagt er (Pulk. Mss. V, Bl. 112 v):

„. . . es khompt aber jetzo ein andere Vrsach zur hand, die da erzwinget, das ein Radix im fünffeckh zwo subtensas bedeutet, im sibeneckh drey, im Neuneckh vier, im ailffeckh fünff, vnd so fort an, wie nit weniger im viereckh zwo, im sechseckh drey, im achteckh vier, vnd so fort an. Vrsach ist dise, dan weil die subtensa ist 0, vnd aber auf der subtensa 0 (analogicè zureden) so wol zwei drey vier etc. gantzer Circulj stehen khönden, als aber nur einer, vnd als zuvor auf einer subtensa ein Zirckel vnd ein Bogen, derohalben, so bedeuttet die radix nit nur die subtensam, zum exempel eins eilfften theils von einem Circulo, sondern auch die subtensam eins eilfften theils von zweyen, eins eilfften theils von dreyen, von vieren von fünffen etc. das ist zweyer, dreyer, vierer, fünffter, eilffter theil von einem einzehlen Circulo. Wills mit eim Exempel erweisen. Wan der Circul in vier theil gehen soll, so gibt die tafel ein coßische Zahl $\overset{\text{II}}{16} - \overset{\text{IV}}{20} + \overset{\text{VI}}{8} - \overset{\text{VIII}}{1}$, soll sovil sein als Nichts oder als die subtensa 0. Würt nun gefragt, was ditz für ein Radix sein müesse, darauß ein solliche coßische Zahl folge, Antwort, die Radix gilt zwo Zahlen, dan wan ich einen einigen Circulum in 4 theile, so gibt es ein subtensam von 90 grad, wan ich aber 2 Circulos in 4 theile, so gibt es ein subtensam von 180 grad. Wan ich aber schon weitter güenge, vnd drey Circulos in 4 theilen wolte, so gäb es khein newen subtensam; dan der vierte theil von 3 Circkeln ist 270 grad deren subtensa ist einerlay mit der subtensa von 90 grad."

Chasles, der in seiner Geschichte der Geometrie (übers. von *L. A. Sohncke*, Halle 1839, S. 553 ff.) der Harmonice Mundi hohes Lob spendet, stellt in seiner Würdigung diese neuen Gedanken geradezu neben die Entdeckung des 3. Planetengesetzes. Er irrt sich aber, indem er die Leistung, die in der Deutung der verschiedenen Wurzeln jener Gleichungen liegt, Kepler zum Verdienst anrechnet. Auch *S. Günther* (Vermischte Untersuchungen zur Geschichte der

mathematischen Wissenschaften, Leipzig 1876, S. 29 ff.) nimmt im Anschluß an Chasles für Kepler die Priorität der Erkenntnis in Anspruch, daß bei einem Vieleck ein und dieselbe Gleichung Seite und Diagonalen liefert. Demgegenüber ist festzustellen, daß dieses Verdienst nicht Kepler, sondern Bürgi gebührt. War ja doch für Kepler, wie seine folgenden Ausführungen zeigen, die Vielheit der Wurzeln einer Gleichung ein Stein des Anstoßes und gerade ein Grund, die ganze „Coss" aus der Lehre von den regulären Vielecken zu verbannen.

Seine Abneigung gegen das „cossische" Rechnen hat Kepler an verschiedenen Stellen seiner Schriften zum Ausdruck gebracht. In der folgenden Kritik stellt er der „mechanischen" Behandlung, d. h. näherungsweisen Auflösung der Gleichungen, das Ideal der griechischen Mathematik gegenüber, auf dem sich seine „harmonischen" Untersuchungen aufbauen. Seine feinsinnigen Ausführungen verdienen alle Beachtung, müssen aber, wenn man Keplers Stellung zur Mathematik richtig beurteilen will, mit dem zusammengehalten werden, was er anderwärts als Vorläufer der Infinitesimalrechnung und als praktischer Rechner (man denke an seine Logarithmen) geleistet hat. Die beiden Prager Freunde mögen oft über die strittige Frage miteinander debattiert haben. Es klingt wie eine Antwort auf Keplers folgende Kritik, wenn Bürgi in dem erwähnten Fragment (Pulk. Mss. V, Bl. 117 v) sagt:

„Vnd ob wol einer meine folgende generalem formam aequationis als ein grobe Mechanisch vnd gar nit künstliche verwerffen wolte, weil sie sich rathens, vnd etlicher Mechanischer griffe gebraucht, so soll aber derselbige wissen, daß ich eben in diser Mechanischen vnd rätherischen abhandlung ja sovil speculationes vnd subtiliteten finde als ein Geometra in den gebreuchigen (vnd zwar sehr scharffsinnigen vnd wunderbarlichen) aequationibus immer mehr finden würt."

Angesichts dieses Sachverhalts ist es verfehlt, wenn *S. Günther* (a. a. O.) und im Anschluß an ihn *M. Brückner* in seinem Buch Vielecke und Vielflache, Leipzig 1900, S. 13, zu den vorliegenden Äußerungen Keplers sagen, dieser habe wegen der Unmöglichkeit, ein Siebeneck zu konstruieren, den geometrischen Weg verlassen und sich, wenn auch nicht ohne einiges Widerstreben, der Rechnung in die Arme geworfen.

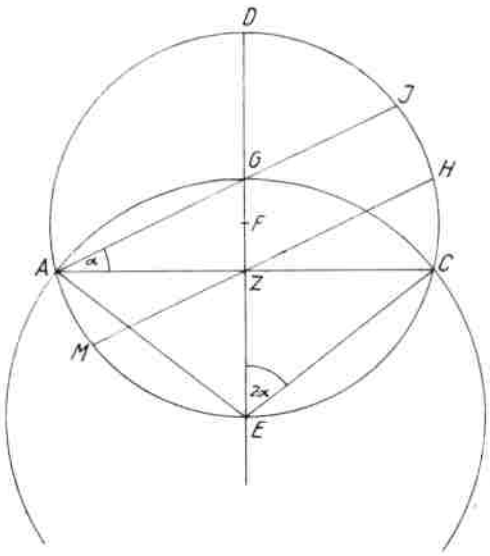
53. 13. Die Gleichung $5x - 5x^3 + x^5 = 0$, die Kepler hier für das Fünfeck anführt, ergibt sich sofort aus den beiden Gleichungen (1) und (2) in der Anmerkung zu S. 51 Z. 28, wenn man beachtet, daß im Fünfeck $d_1 = d_2$ ist.

55. 31. Diese angenäherte Konstruktion des Siebenecks ist, wie *J. Tropfke* in seiner Geschichte der Elementarmathematik (IV. Bd., 2. Aufl., 1923, S. 194 f.) berichtet und im einzelnen belegt, schon sehr alt und findet sich bei zahlreichen Schriftstellern. Jordanus Nemorarius bezeichnet sie als indisch. Sie wird bereits um 100 v. Chr. von Heron genannt. Tropfke vermutet, daß sie auf Archimedes zurückgehe. Sie wird ferner erwähnt von Leonardo da Vinci, Regiomontanus und dann von Dürer, den Kepler hier erwähnt. Die Stelle bei *Dürer*

findet sich in seiner „Vnderweysung der messung mit dem zirckel und richtscheyt", Nürnberg 1525, Bl. E IIIIv. Auffallend ist, daß Kepler weiter unten, wo er vom Neuneck spricht, Dürers Konstruktion nicht anführt.

56. 2. *Chr. Clavius* spricht, wie bereits bemerkt wurde, in seinen Euklidausgaben von der Konstruktion des Siebenecks (1. Ausgabe Rom 1574, Bl. 142f.). Er sagt daselbst: diese Kunst ist noch unbekannt. Demnach nahm er in der Frage der Möglichkeit oder Unmöglichkeit, ein Siebeneck zu konstruieren, noch einen anderen Standpunkt ein als Kepler. Doch weist er an der gleichen Stelle auf die Fehler in den Versuchen des Orontius Finaeus hin. In seiner Geometria Practica (Rom 1604, S. 407 ff.) weist er die Fehlerhaftigkeit der Konstruktionen der von Kepler zitierten Autoren sowie auch Dürers nach.

56. 9. Über die Näherungskonstruktion dieses Mannes (1550–1624), der als Gesandter an mathematischen Aufgaben sein Ergötzen fand und auch mit Galilei in Verbindung stand, findet man nähere Angaben in den Pulkowoer Mss. Bd. V, Bl. 61–62. Die Notizen daselbst gehen offenbar zurück auf mündliche Unterhaltungen, die Kepler mit Malaspina gepflogen; er versucht hier mit großer Mühe, sich Rechenschaft zu geben über den Fehler, der nach seiner vollen Überzeugung notwendig in dem Ansatz stecken mußte. Aus den ziemlich verworrenen Aufzeichnungen läßt sich die Näherungskonstruktion Malaspinas in folgender Form entnehmen. Gegeben ist ein Kreis um F mit Radius r und darin der Durchmesser DE. Um E beschreibe man einen zweiten Kreis mit $^5/_4$ r, der den gegebenen Kreis in A und C und den Durchmesser in G schneidet, so daß also GF = $^1/_4$ r ist. Man ziehe die Gerade AG, die den gegebenen Kreis in J schneidet. Nun wird behauptet, CJ sei $^1/_7$ des gegebenen Kreises.



Zum Beweis ziehe man durch Z die Parallele zu AJ, die den gegebenen Kreis in M und H schneidet. Nun werden zwei Annahmen gemacht, die zwar falsch sind, aber in der Zeichnung sehr nahe zutreffen: es wird GF = FZ und JH = HC gesetzt. Läßt man diese Annahmen gelten, so kann man leicht zeigen, daß CJ dann wirklich den 7. Teil des Kreises ausmachen würde. Es ist nämlich ∢ AEC = 4 · ∢ GAC. Daher verhalten sich die Bogen CJ und CDA zueinander wie 1 : 4 oder CJ und JDA wie 1 : 3. Aus jenen Annahmen folgt aber auch, daß die Bogen JDA und MEH einander gleich sind. Da ferner ebenfalls nach diesen Annahmen AM = JH = HC ist, ist Bogen MEH gleich

Bogen AEC und somit Bogen AEC gleich Bogen JDA. Es ist also auch der Bogen AEC dreimal so groß wie der Bogen JC, so daß dieser $^1/_7$ des Kreises ausmacht. Ferner folgt, daß auch GC gleich $^1/_7$ des größeren Kreises ist.

Verfolgt man die Näherungskonstruktion rechnerisch, so zeigt sich das amüsante Ergebnis, daß sie exakt auf das gleiche hinauskommt, wie die S. 55 mitgeteilte alte Näherungslösung. Auch läßt sich unschwer errechnen, daß, wie Kepler an der vorliegenden Stelle angibt, die Strecke DZ angenähert gleich der Sehne zu $^3/_{14}$ des Kreises ist.

57. 29. Hier liegt eine hübsche Kontinuitätsbetrachtung vor; Kepler stellt solche oft und gerne an. Es steckt jedoch ein Fehler in seiner Überlegung. Ist der Zentriwinkel des zu teilenden Kreisbogens gleich α, so ist, wie sich zeigen läßt, der Punkt, den er sucht, um die Strecke $2r \cos \frac{\alpha}{6}$ vom Mittelpunkt entfernt. Diese Entfernung wird also, wenn α sich dem Wert 0 nähert, nicht unendlich, sondern nähert sich der Grenze $2r$.

58. 29. Die Gleichung, für die hier Kepler nach Bürgis Methode eine interessante näherungsweise Auflösung liefert, ergibt sich folgendermaßen. Es sei a die Sehne zu 48°, d die zu 32° und x die zu 16°. Man erhält dann (entsprechend den Gleichungen (1) und (2) in der Anmerkung zu S. 51 Z. 28) für $r = 1$

$$d^2 = ax + x^2 \text{ und } x^2 = \left(\frac{x^2}{2}\right)^2 + \frac{d^2}{4}.$$

Daraus folgt durch Elimination von d

$$3x - x^3 = a \text{ oder } x = \frac{a}{3} + \frac{x^3}{3}.$$

Nimmt man in erster Annäherung $x_1 = {}^1/_3\, a$ an, so zeigt die Anschauung und die Gleichung, daß dieser Wert zu klein ist. Einen 2. Näherungswert erhält Bürgi nun aus der Gleichung

$$x_2 = \frac{a}{3} + \frac{x_1^3}{3} = \frac{a + \left(\frac{a}{3}\right)^3}{3}.$$

Die weiteren Näherungswerte ergeben sich nach der Formel

$$x_n = \frac{a}{3} + \frac{x_{n-1}^3}{3}.$$

Eine nähere Untersuchung zeigt jedoch, daß die Anwendung dieser Rekursionsformel bei der folgenden Berechnung der Sehne zu 104° nicht statthaft ist, wenn auch die obige Gleichung für diese Sehne gültig ist.

59. 22. *Pappi* Alexandrini Mathematicae Collectiones a *Frederico Commandino* in Latinum conversae et Commentariis auctae. Venetiis 1588, p. 61 ss. und p. 67 s. *Chr. Clavii* Geometria Practica, Romae 1604, p. 399 s.

60. 40. Der Franzose Franciscus Vieta (1540–1603) gilt als der eigentliche Erfinder der Algebra. Mit den belgischen Mathematikern meint Kepler in erster Linie Ludolph van Ceulen (1540–1610), Adrianus Romanus (Adriaen van Roomen, 1561–1615) und Willibrord Snellius (1581–1626).

61. 17. Kepler denkt hier in erster Linie an die berühmte Aufgabe der Würfelverdopplung, das delische Problem, und an die verschiedenen Versuche der griechischen Mathematiker zur Lösung dieser Aufgabe. Dabei fanden die von Kepler genannten zwei zwischenliegenden Proportionalen in folgender Weise Verwendung. Es sei a die Kante des gegebenen Würfels. Nun werden zwei Größen x und y so bestimmt, daß sich verhält

$$a : x = x : y = y : 2a.$$

Die beiden Gleichungen $x^2 = ay$ und $y^2 = 2ax$ stellen zwei Parabeln dar. Die Abszisse des Schnittpunkts ist dann gleich $a\sqrt[3]{2}$ und liefert somit die Kante des Würfels mit dem doppelten Rauminhalt.

62. 4. In seiner Euklidausgabe zu Buch IV, 16 (Ausgabe Venedig 1509, Bl. 29 v. Basel 1537, p. 101). Kepler hatte die letztere Ausgabe in Händen.

62. 12. Die Figur der Konstruktion von *Giordano Bruno* findet sich in dessen Werk De Monade, Numero et Figura, Frankfurt 1591, p. 124, ohne mathematischen Text. In den Pulkowoer Mss. (Bd. V, Bl. 63–64) finden sich Studien von der Hand Keplers, in denen er mit Hilfe der Coss die Sehne, die in Brunos Zeichnung als Neuneckseite auftritt, zu berechnen versucht. Er gelangt jedoch mit dieser Aufgabe nicht ans Ziel und begeht bei seinen Rechnungen schlimme Fehler. Der Mann, der in den vorausgehenden Abschnitten eine unglaubliche Gewandtheit in geometrischen Deduktionen an den Tag legte und völlig vertraut war mit den schwierigen Überlegungen im X. Buch Euklids, ist in der Handhabung der zu seiner Zeit neuen cossischen Rechnungen noch so unbeholfen, daß es ihm passiert, die Wurzel aus $4x^2 - x^4$ gleich $2x - x^2$ zu setzen.

67. 4. Man beachte, daß bei Kepler der Terminus „Kongruenz" eine andere Bedeutung hat als in der heutigen mathematischen Fachsprache (s. die folgenden Definitionen I und V). Keplers Begriff entspricht der Grundbedeutung des Wortes congruere = zusammentreffen, zusammenstoßen.

75. 29. Die Figuren Aa und Bb mußte Kepler erheblich weiter fortsetzen, um zu seinen Aussagen zu gelangen. Wenn man die Figur Bb fortsetzt, treten Zehnecksterne auf, die sich geradeso überschneiden wie die Zehnecke in der Figur Aa.

80. 13. Neuere Forschungen haben erwiesen, daß die „Pythagoreer" die fünf regulären Körper nicht alle kannten. Auch Plato waren jedenfalls, wie den Pythagoreern, nur drei von ihnen bekannt, nämlich Tetraeder, Würfel und Dodekaeder. Die Kenntnis des Oktaeders und Ikosaeders verdankt man Platos

Freund Theätet. Von diesem stammt auch der Satz, daß es nur fünf solcher Körper geben kann. *Plato* spricht sich hierüber im Timäus aus (53 C). Die Verbindung der Elementenlehre mit den regulären Körpern geht auf Empedokles zurück und wird von *Plato* im Timäus (55 f.) ausgebaut; sie ist sicher nicht pythagoreisch. Das XIII. Buch Euklids stützt sich auf eine verlorengegangene Schrift von Theätet. Siehe *Eva Sachs*, Die fünf platonischen Körper. Philolog Untersuchungen, Heft 24, Berlin 1917; sowie *J. Tropfke*, Geschichte der Elementarmathematik. VII. Bd., 2. Aufl., Berlin und Leipzig 1924, S. 47 ff.

82. 13. Gemeint ist der in der Anmerkung zu S. 17 Z. 3 genannte Lazarus Schoner. Die 2. Auflage des Mysterium Cosmographicum ist 1621 erschienen.

82. 40. In dem vorausgehenden kurzen Abschnitt führt Kepler die wichtigste Entdeckung ein, auf die ihn seine planmäßigen Untersuchungen über die regulären Vielecke bereits im Jahre 1599 gebracht haben, die Entdeckung seiner regulären Sternpolyeder. Wie bereits oben bemerkt wurde, blieb diese schöne mathematische Leistung Keplers über 200 Jahre lang unbeachtet. Im Anfang des 19. Jahrhunderts entdeckte der französische Mathematiker *L. Poinsot* diese Polyeder neu und fügte ihnen noch zwei weitere polare Vielecke hinzu (Mémoire sur les polygones et les polyèdres. Journal de l'École polytechnique. 10. cahier, Tome IV, p. 16–48. Paris 1810). Es ist nach den vorhandenen Unterlagen als sicher anzunehmen, daß Poinsot seine Entdeckung ohne Kenntnis der Leistung Keplers gemacht hat. Verwunderlich aber ist, daß es nach dieser Veröffentlichung so lange gedauert hat, bis man auf die frühere Entdeckung Keplers aufmerksam wurde. Noch in der bekannten Schrift von *Chr. Wiener*, „Über Vielecke und Vielflache" aus dem Jahr 1864, worin sich der Verfasser ausführlich mit den Sternpolyedern beschäftigt und treffliche Figuren von ihnen bringt, wird Kepler nicht erwähnt und im Vorwort gesagt, das Studium der Poinsotschen Vielflache biete dadurch eine Schwierigkeit, daß nirgends Zeichnungen derselben bestehen. Das Verdienst, Keplers Prioritätsanspruch mit Erfolg vertreten zu haben (1862), gebührt in erster Linie *R. Baltzer*, dem sich hernach Chr. Wiener anschloß.

Ein Jahr nach Poinsots Veröffentlichung lieferte sein berühmter Landsmann *A. L. Cauchy* den Nachweis, daß die 4 von Poinsot aufgeführten regulären Sternpolyeder die einzigen sind, die es gibt. Näheres hierüber sowie über die späteren Arbeiten von *J. Bertrand* und *A. Cayley* über diesen Gegenstand findet man bei *Siegmund Günther*, Vermischte Untersuchungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften, Leipzig 1876, S. 34 ff., und bei *Max Brückner*, Vielecke und Vielflache, Theorie und Geschichte, Leipzig 1900, S. 176 ff. Die Abhandlungen von Poinsot, Cauchy, Bertrand, Cayley wurden in deutscher Übersetzung herausgegeben von *R. Haussner*, Leipzig 1906 (Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Nr. 151). Darin ist auch der vorliegende kurze Abschnitt von Kepler wiedergegeben (S. 101). Vgl. ferner *Fr. Kubach*, Joh. Kepler als Mathematiker. Karlsruhe 1935, S. 42 ff.

Die beiden Keplerschen Sternpolyeder führen in der mathematischen Fachsprache verschiedene Namen. Das mit dreikantigen Ecken heißt: Sterndodekaeder 7. Art, großes Sterndodekaeder (Cayley), zwanzigeckiges Sternzwölfflach (Wiener). Das mit fünfkantigen Ecken: Sterndodekaeder 3. Art, kleines Sterndodekaeder, zwölfeckiges Sternzwölfflach.

Kepler hat, wie der folgende Text und besonders seine hinterlassenen Konzepte erkennen lassen, Versuche angestellt, weitere Sternpolyeder aufzubauen. Wie planmäßig er dabei vorging, geht u. a. aus einem Konzept in den Pulkowoer Mss. Bd. XXII, Bl. 115–117 mit dem Titel „De cognatione trium Icosaedrj prolium" hervor. Hier weist Kepler auf die Gebilde hin, die entstehen, wenn man 1. die Kanten des Ikosaeders, 2. die Ebenen der Dreiecke, die je um eine Seitenfläche herumstehen, und 3. die Ebenen von je fünf in einer Zone sich befindlichen Seitenflächen verlängert. Während er die beiden ersten Gebilde, die er „Echinus" und „Ostrea" nennt, hier kurz abtut, behandelt er ausführlich den letzten Fall. Wenn ihm dabei auch die Gestaltsverhältnisse offenbar nicht völlig klar geworden sind, so gelangt Kepler doch zu der Vorstellung einer „stella cava", die zwischen den Ecken des neuen Gebildes auftritt.

83. 15. Das Verhältnis der Diagonalen beim Rhombendodekaeder ist $1 : \sqrt{2}$.

83. 25. Während das Rhombendodekaeder entsteht, indem man auf die Seitenflächen eines Würfels gerade Pyramiden von seiner so bemessenen Höhe aufsetzt, daß die durch die gleiche Würfelkante gehenden Seitenflächen zweier benachbarter Pyramiden jeweils in eine Ebene fallen, entsteht das Rhombentriakontaeder, indem man die entsprechende Operation beim Dodekaeder oder Ikosaeder, die beide gleich viele Kanten haben, vornimmt. Das Verhältnis der Diagonalen der Rhomben ist beim Rhombentriakontaeder $1 : \frac{1}{2}\sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$. Die Entdeckung dieses Körpers ist allem nach eine Leistung Keplers. Er behandelt die beiden Polyeder bereits in seiner Schrift: Strena seu de Nive sexangula, 1611 (Bd. IV S. 266). Eine interessante Studie über das Rhombentriakontaeder gab *G. Kowalewski* heraus unter dem Titel: Der Keplersche Körper und andere Bauspiele, Leipzig 1938.

84. 12. Daß Archimedes die 13 halbregulären Körper gekannt hat, geht auf eine Bemerkung des Pappus zurück, die sich samt dem Kommentar des *Commandinus* in der Kepler zur Verfügung stehenden Ausgabe der Collectiones Mathematicae des *Pappus* (Venetiis 1588) S. 83 v–84 findet.

91. (Titel). Der griechische Text der vorliegenden Stelle findet sich in *Procli* in I. Eucl. Element. lib. commentarii ed. *Friedlein*, Leipzig 1873, 22, 1–16 und 24, 4–14. Der von Proklus erwähnte ἱερὸς λόγος ist ein dem *Pythagoras* zugeschriebenes orphisches Gedicht (vgl. Anmerkung zu S. 97 Z. 36). Die „Bakchen" ist der Titel, der in späterer Zeit einem zum größten Teil verlorengegangenen Werk des Pythagoreers *Philolaus* gegeben wurde. Dieses Werk, das über Harmonik und Kosmologie, Zahlen- und Seelenlehre handelte, sollte

mit diesem Namen als Erzeugnis heiliger Begeisterung bezeichnet werden. Der „Gastfreund aus Athen" ist die führende Person in *Platos* Dialog „Gesetze". Plato läßt das Gespräch auf Kreta sich abspielen und durch den Gastfreund aus Athen seine eigenen Gedanken aussprechen. Die hier angezogenen Ausführungen finden sich in den „Gesetzen" am Anfang des II. Buches (654 ff.).

95. 34. In den vorausgehenden Ausführungen über die Harmonik der Alten hat Kepler Fragen angeschnitten, die zu einer der Wurzeln hinführen, aus denen das geistige Leben der alten Griechen seine Nahrung sog. Da aber ein großer Teil des alten Schrifttums nicht auf uns gekommen ist, ist es nicht leicht, sich im einzelnen ein Bild über den Gang der Entwicklung jener Wissenschaft zu machen und zu entscheiden, was und wieviel davon dem Pythagoras, mit dessen Namen diese Spekulationen zumeist verknüpft werden, und seinen Schülern zuzuschreiben ist. Sehr eingehende und aufschlußreiche neuere Untersuchungen hierüber findet man bei *Erich Frank*, Plato und die sogenannten Pythagoreer, Halle 1923. Kepler folgte in seiner Darstellung der alten Tradition, die durch diese Untersuchungen in wesentlichen Punkten berichtigt wird. Er scheint, wie aus verschiedenen Stellen seiner Briefe hervorgeht, sein Wissen hauptsächlich aus Boëthius geschöpft zu haben. Ein sehr reiches Material über die von Kepler kurz berührten Fragen findet man in dem großen Werk von *Albert Freiherr von Thimus*, Die harmonikale Symbolik des Alterthums, Köln 1868/76. Die genannten Quellen (Frank und Thimus) unterrichten auch im einzelnen über die Zahlenspekulationen, über die sich Kepler im folgenden ausläßt und die sich im besonderen auf die „Tetraktys", d. h. die „Vierheit", und die Zehnzahl beziehen. Da aber Kepler, wie sich zeigt, diese wilden Spekulationen aufs bestimmteste ablehnt, ist es nicht nötig, weiter darauf einzugehen.

96. 19. *Joachim Camerarius* (1500–1574), mit dem Familiennamen Liebhard, ein hochangesehener Humanist, der vor allem in Tübingen und Leipzig seine gelehrte Tätigkeit entfaltete, gab die angeblichen „Goldenen Sprüche" des Pythagoras samt Kommentar in griechischer Sprache heraus in seinem Libellus Scolasticus, Basel 1551. Das vorliegende lange Zitat findet sich daselbst S. 205–208. Die Schwurformel der Pythagoreer steht S. 58. Neuerdings wurden diese „Goldenen Sprüche" mit kritischem Apparat herausgegeben von *Ernst Diehl* in seiner Anthologia Lyrica Graeca, Vol. I, Leipzig 1925, S. 186–194.

96. 23. Die Stelle bei *Plato* (Phaedon 104 A, B), die Camerarius hier anzieht, entspricht nicht dem griechischen Text. Dieser lautet: ὁ ἥμισυς τοῦ ἀριθμοῦ ἅπας . . . περιττός. Es muß also heißen: numeri semis universus est impar.

97. 18. *Epiphanius* hat uns lange Stellen des griechischen Originaltextes von der Schrift des *Irenäus* Contra Haereses, von der in Gänze nur eine lateinische Übersetzung erhalten ist, überliefert. Zur vorliegenden Stelle s. *Migne*, Patr. gr. Tom. VII, 1857, Sp. 447 und Tom. XLI, 1858, Sp. 491.

97. 23. Der Vers findet sich in der pseudoplutarchischen Schrift De placitis philosophorum lib. I, 3. 18 s. Der griechische Text lautet: παγὰν ἀενάου φύσεως ῥίζωμα τ' ἔχουσαν. Kepler hat diesen frei übersetzt.

97. 36. Die hier sowie weiter unten S. 98 Z. 10 ff. zitierten Verse aus einem angeblichen pythagoreischen Hymnus bringt *Proklus* in seinem umfangreichen Kommentar zu *Platos* Timäus (269 B, C; ed. Diehl Vol. III, 1906, p. 107). Kepler ist bei seiner Übersetzung von dem Text des Camerarius abgewichen, der eine andere, etwas kürzere Stelle des Proklus (96 D, E; l. c. Vol. I, 1903, p. 316) herangezogen hat. Kepler hatte die damals einzige griechische Ausgabe von Basel 1534 in Händen.

98. 23. Kepler zieht hier eine der zahlreichen Schriften heran, die aus der neupythagoreisch-platonischen Schule heraus um das Jahr 300 n. Chr. entstanden sind und unter dem Namen des ägyptischen Gottes *Hermes Trismegistus* laufen, gleich als ob die darin enthaltenen Lehren Offenbarungen dieser Gottheit enthielten. Die zitierte Schrift trägt den Titel Poemandres (= Hirte). Sie wurde im 16. Jahrhundert wiederholt im Druck herausgegeben, so (griechisch und lateinisch) von *Franc. Flussates Candalla* (Bordeaux 1574) und von *Franc. Patricius* in seinem von Kepler auch anderwärts zitierten Werk Nova de universis philosophia (Ferrara 1591). Den vorliegenden Abschnitt entnahm Kepler dem XIII. Kapitel, das in der Ausgabe des Candalla den Titel trägt: „Mercurii Trismegisti, ad filium Tat in Monte, sermo arcanus, de regeneratione et silentii professione." Die von Kepler zitierte Stelle findet sich daselbst p. M_1v.

99. 14. Nach *E. Frank* (Plato und die sogenannten Pythagoreer, Halle 1923) gilt der Vorwurf, den Kepler hier den Pythagoreern macht, nicht diesen, sondern Plato und seinen Schülern, da, wie Frank zeigt, in diesem Kreis der Versuch unternommen wurde, die Konsonanzen ohne Rücksicht auf die Erfahrung rein nur durch Zahlenspekulationen zu begründen. Er beruft sich (S. 152) für seine These u. a. auf eine Stelle in *Platos* Staat (531), wo Plato die Pythagoreer mit den Worten tadelt: „Sie suchen in den Konsonanzen, die man wirklich hört, die Zahlen, statt von hier zu ‚Problemen' aufzusteigen und zu untersuchen, welche Zahlen an sich konsonant sind und welche nicht und warum beide."

103. 32. Es fehlen in dieser Tabelle bei 14 die Teilzahlen 2, 4, 6 und bei 18 die Teilzahlen 2, 4, 8. Die entsprechenden Verhältnisse sind bereits unter 7 und 9 als dissonierend aufgeführt. Im übrigen ist daran zu erinnern, daß auch die Seite des 17-Ecks eine „eigentliche Darstellung" zuläßt. Freilich ist aber das 17-Eck bei der Bildung von Kongruenzen nicht beteiligt.

106. 12. Man beachte die offenbar ganz neuen Überlegungen Keplers zur Erklärung der Resonanzerscheinung, in denen sich die heute allgemein geläufigen Vorstellungen anzeigen, wenn auch gewisse Einzelheiten (so die

Zuhilfenahme einer „spezies immateriata") noch dem scholastischen Vorstellungskreis angehören. Verfehlt ist die Meinung Keplers, daß sich bei Steigerung der Spannung der Ton deswegen erhöhe, weil die stärker gespannte Saite nicht mehr so große Ausschläge machen könne wie die schlaffer gespannte. Von der Größe dieser Ausschläge hängt wohl die Intensität, nicht aber die Höhe des Tons ab.

107. 9. Dioptrice, Propos. LXI.

107. 29. Vgl. *Plato*, Timäus 35 f. und 47 D., sowie *Aristoteles*, De anima I, 2 ff., insbesondere I, 4.

115. 10. Bei der Wiedergabe der Notenbeispiele ist durchweg die Form des Originals beibehalten worden. Einige Fehler, die sich in Keplers Notenbeispielen finden, sind berichtigt worden.

118. 15. Hier zeigt sich in Keplers Konstruktion das Fehlen des 17-Ecks, dessen Konstruierbarkeit, wie bereits bemerkt, in späterer Zeit Gauß bewiesen hat.

120. 32. Man beachte hier und im folgenden, daß Kepler unter der Bezeichnung „harmonisches Mittel" etwas ganz anderes versteht, als die heutige Mathematik, die unter diesem Namen das gleiche versteht, was nach Keplers Bericht die Alten darunter verstanden haben.

121. 10. Auf S. 186 trägt Kepler einen kleinen Abschnitt nach, der hier einzufügen ist.

126. 39. Das Wort Proportion hatte zu Keplers Zeiten noch eine zweifache Bedeutung; es wird damit nicht nur (wie heute) die Verhältnisgleichung bezeichnet, sondern schlechthin auch das Verhältnis zweier Zahlen. In letzterem Sinne bedeutet doppelte, dreifache ... Proportion die Verhältnisse 1 : 2, 1 : 3 ... Wenn es aber heißt, die eine Proportion (Verhältnis) sei das Doppelte, Dreifache ... einer andern, so sind damit die 2., 3. ... Potenzen gemeint; und mit der Hälfte, dem dritten ... Teil werden die 2., 3. ... Wurzeln bezeichnet. So ist z. B. die „proportio semidupla" gleich $\sqrt{1/2}$, die „quadrupla semiduplae" gleich $(\sqrt{1/2})^4$, die „sesquialtera semitriplae" gleich $(\sqrt{1/3})^{3/2}$. Unter der „proportio continue dupla" sind die Verhältnisse $1/2$, $1/4$, $1/8$ ... zu verstehen.

Mit der Summe zweier Proportionen ist das Produkt der beiden Verhältnisse gemeint, mit der Differenz der Quotient. Groß ist eine Proportion, wenn das Zahlenverhältnis weit von dem Wert 1 entfernt ist, klein, wenn es sich ihm nähert. Man versteht diese Ausdrucksweise am besten, wenn man sich unter den Verhältnissen musikalische Intervalle denkt.

128. 28. Die Bemerkung in der Fußnote fügte Kepler dem Text in dem Verzeichnis der Druckfehler am Ende seines Werkes hinzu.

138. 24. Kepler hat, wie bereits bemerkt, diesen geplanten Anhang in seinem Werk weggelassen.

143. 6. Der im III. Buch des öfteren erwähnte *Vincenzo Galilei* ist der Vater des berühmten Naturforschers. Er beschäftigte sich viel mit der altgriechischen Musik und trat für deren Wiederbelebung ein. Sein Werk Dialogo della musica antica et moderna (Florenz 1581, 1602) wurde von Kepler eifrig studiert. Er nahm es als Reiselektüre mit sich, als er sich im Oktober 1617 von Linz aus in seine schwäbische Heimat begab, um seiner bedrängten Mutter beizustehen. In einem Brief an den kaiserlichen Rat Wackher (Linz, Anfang 1618) fällte er darüber folgendes Urteil: „Obwohl mir die Lektüre wegen der ungewohnten Sprache Schwierigkeiten machte, las ich doch das Buch mit größtem Genuß zu drei Vierteln durch. Ich fand darin einen ausgezeichneten Schatz alten Wissens, und obgleich ich in der Sache selber anderer Meinung bin als er, so freute ich mich doch über die angewandte Art, mit der er die gegenteilige Ansicht verficht und auf mathematischem Gebiet den Redner spielt, besonders wo er die alte Musik rühmt und die neue herabsetzt."

Die Harmonik des *Aristoxenus*, der die Enharmonik für die wahre und schöne Musik hielt, wurde im Anschluß an Ptolemäus' Harmonik von *Gogavinus* herausgegeben (Venedig 1562). Über seine musiktheoretischen Anschauungen s. *E. Frank*, Plato und die sogenannten Pythagoreer (Halle 1923), S. 154 ff.

145. 29. Die Silben bo, ce usw. wurden gegen Ende des 16. Jahrhunderts von Hubert Waelrant wegen ihres Lautcharakters eingeführt; sie fanden weitere Verbreitung. Die Silben ut, re usw., die bereits von Guido von Arezzo ums Jahr 1000 eingeführt wurden, sind die Anfangssilben der ersten Strophe des von dem Langobarden *Paulus Diaconus* verfaßten Vesperhymnus auf das Fest des hl. Johannes des Täufers: *Ut* queant laxis *re*sonare fibris *mi*ra gestorum *fa*muli tuorum, *sol*ve polluti *la*bii reatum, Sancte Joannes.

148. 14. Der Grund, warum Kepler zwischen f und fρ ein Limma, zwischen d und dρ aber einen Halbton annimmt, liegt in seinen früheren Festsetzungen. Das Intervall f fρ wurde als Limma festgesetzt im Anfang des 8. Kapitels. Die Töne d und dρ dagegen sind festgelegt durch die konsonierenden Intervalle G d gleich $^2/_3$ und G dρ gleich $^5/_8$. Daher liegt zwischen d und dρ ein Halbton $^{15}/_{16}$.

150. 19. Während nach der Tabelle S. 154 in Übereinstimmung mit den Festsetzungen der vorausgehenden Kapitel die Töne b, ♭, c, d, dρ, e mit G der Reihe nach die Intervalle $^5/_6$, $^4/_5$, $^3/_4$, $^2/_3$, $^5/_8$, $^3/_5$ bilden, ist dies für die Intervalle, die die Töne dρ, e, f, g, gρ, a mit c bilden, nicht durchweg der Fall. Hier stimmen nur die 4 ersten Intervalle mit jenen Werten überein, für die zwei letzten ergeben sich abweichende Werte. Während die zwei letzten Intervalle der ersteren Reihe sich um eine Diesis $^{24}/_{25}$ unterscheiden, liegt zwischen den zwei letzten Intervallen der auf c aufgebauten Reihe ein Halbton $^{15}/_{16}$.

153. 31. Zwischen dem Notenbeispiel und der zugehörigen Intervallentabelle besteht eine Unstimmigkeit, wie sich leicht mit Hilfe der Tabelle auf der nächsten Seite feststellen läßt. Keplers vorliegende Intervallentabelle entspricht einem Notenbeispiel, bei dem das untere Tetrachord von g bis $\bar{c}$, das obere von $\bar{c}$ bis $\bar{f}$ geht und der „angefügte" Ton $\bar{g}$ ist.

157. 2. S. 351 ergänzt Kepler diesen Absatz und die folgende Tabelle der unvollkommenen Dissonanzen.

158. 19. *Euclidis* Opera, Vol. VIII, Scripta musica. Ed. *Menge*, 1916, p. 222.

159. 26. Es handelt sich um das Kirchenlied „Christus ist erstanden".

162. 22. Die Bezeichnung „politische Verse" deutet nicht auf Politik hin, sondern direkt auf Polis = Stadt. In Konstantinopolis war nämlich jene Versart der Neugriechen zuerst aufgetreten, bei der statt der früheren Quantität die Betonung den Rhythmus bestimmte.

162. 33. Wenn Kepler die hier aufgezählten Sprachen „Ionische" nennt, so rührt das jedenfalls her von den Anschauungen, die er über die Entwicklung der Sprachen hatte. In einem nachgelassenen Kommentar „In Sleidanum de quatuor Monarchiis" sagt er hierüber: „. . . omnes ad hebraeam tandem, tanquam ad genuinam matrem referri, sicut ad graecam (quae prima inter Europaeos regio fuit habitata) latina et germanica, partim et russica, ad latinam anglica, hispanica, italica, gallica." (Von diesem Kommentar ist heute in den Pulkowoer Mss. nur noch ganz wenig vorhanden. Frisch hat ihn ganz veröffentlicht in Opera Omnia, Vol. VII, p. 751 ff.; die vorliegende Stelle daselbst p. 756.) In seinen handschriftlichen Notizen zu dem Kommentar, den Porphyrius zu der Harmonik des Ptolemäus verfaßt hatte, spricht Kepler an einer Stelle, die eine ähnliche Frage wie die vorliegende behandelt, dagegen von „carmina linguarum Gothicarum, Germanicae, Italicae, Gallicae, Hispanicae" (Mss. Pulk. Bd. IV, Bl. 134). Freilich ist dieses Ms. nicht von Keplers Hand, sondern von der eines Gehilfen geschrieben.

173. 30. Die pseudoaristotelische Schrift „Problemata physica" behandelt im 19. Kapitel Fragen aus der Harmonielehre.

175. (Marginale). Der Bericht, den Kepler hier erwähnt, stammt aus *Boëthius*, De Musica, Lib. I, cap. 1. Darnach wurde der Milesier Timotheus, um den es sich hier handelt, nicht deswegen gemaßregelt, weil er das enharmonische Tongeschlecht einführte, sondern im Gegenteil, weil er die temperierte Chromatik zu verbreiten suchte. Vgl. *A. v. Thimus*, Die harmonikale Symbolik des Alterthums, 1. Abt., Köln 1868, S. 365 ff. *Aristoteles* sagt in Politik VIII, 5 und 7 von der phrygischen Tonart (nicht von der Enharmonik), sie wirke orgiastisch. Keplers Mitteilung geht zurück auf den obengenannten Dialog des *Vinc. Galilei* (p. 102 s.).

175. 35. Kepler stellt hier die bekannte Reihe

1 2 3 5 8 13 21 ...

auf, von der die Quotienten zweier aufeinanderfolgender Glieder fortlaufend genauere Werte für das Verhältnis der Abschnitte einer stetig geteilten Strecke liefern. Schon früher hatte Kepler in einem Brief an Tanckius vom 12. Mai 1608 seine merkwürdige symbolische Ausdeutung dieser Reihe ausführlich entwickelt.

176. 15. Vgl. die bekannte Pythagoreische Tafel der Grundgegensätze bei *Aristoteles*, Metaphysik I, 5.

176. 19. Zu den folgenden Betrachtungen über das Verhalten und die Wirkungsweise des Halbtonintervalls bemerkt *Trede* (s. S. 492), „daß sie zum Besten gehören, was Kepler in der Untersuchung der musikalischen Elemente geleistet hat. Die Konsequenzen, die er daraus für die Unterscheidung der Tongeschlechter zieht samt den drastischen Vergleichen, führen tatsächlich an den Kern der Erscheinungen, so wie sich jedenfalls ihr Wesen in der Musik kundgibt und empfunden wird, heran. Es ist klar, daß Kepler mit diesen Betrachtungen weit über die bloß technische Unterscheidung zwischen dem ‚Dur'- und ‚Moll'-System hinausgeht."

179. 25. Die griechische Musik kannte die Polyphonie nicht. Die von Kepler erwähnte Stelle findet sich bei *Plato*, Staat 399.

181. (Marginale). *Giovanni Maria Artusi*, Arte del contrapunto, Venedig 1586 und 1589.

185. 33. Siehe das Literaturverzeichnis S. 477. Mit dem Thomaskantor Sethus Calvisius in Leipzig, der sich nicht nur als Musiker, sondern auch als Chronolog schriftstellerisch betätigte, stand Kepler einige Jahre hindurch in Briefwechsel.

186. 16. *Jo. Bodini* De Republica Libri VI, Parisiis 1586 (erste französische Ausgabe Paris 1576). Das 6. Kapitel des VI. Buches (S. 746–779) trägt den Titel: De tribus iustitiae generibus proportione geometrica, arithmetica et harmonica constitutis, quaeque sit earum ad unius principis populive, aut optimatum Imperia similitudo.

188. 2. Man beachte wiederum, daß Kepler unter einem harmonischen Mittel etwas ganz anderes versteht als die heutige Mathematik. Siehe S. 120.

190. 12. *Xenophontis* Institutio Cyri I, 3 (ed. *Gemoll*, Leipzig 1912, p. 16).

207. (Titel). Das Motto findet sich in *Procli* in I. Eucl. Element. lib. commentarii ed. *Friedlein*, Leipzig 1873, 22, 17–23, 21. Die Stelle, wo *Plato* von der „Analogie", d. h. Proportion als Prinzip des Weltbaus spricht, findet sich im Timäus 31 f.

209. (Marginale). *Proklus*, l. c. 21, 4 ff., nach *Plato*, Phaedrus 248 D.

209. 35. Der „Traum Scipios" ist ein astronomisches Fragment aus dem zum großen Teil nicht mehr erhaltenen Werk *Ciceros* über den Staat. Die vorliegenden Stellen in De re publica ed. *Ziegler*, Leipzig 1929, p. 129, 24 ff. *Aristoteles* spricht über die Sphärenharmonie in De coelo II, 9.

212. 19. Vgl. Topic. I, 6; Phys. IV, 14 und Metaphys. XIII.

212. 41. Kepler vertritt hier in der Darstellung, wie er mit Hilfe von „Species" die sinnlichen Wahrnehmungen sich vollziehen läßt, die alte scholastische Lehre. Betreffs der Wandlung, die sich eben zu Keplers Zeit in dieser Lehre vollzog, vgl. *Annelise Maier*, Die Mechanisierung des Weltbilds im 17. Jahrhundert (Forsch. z. Gesch. d. Philos. u. d. Pädag., Heft 18), Leipzig 1938.

214. 4. Nach Keplers Vorstellung ist Farbe „lux in potentia, lux sepulta in pellucidi materia". Vgl. seine Ausführungen im 1. Kapitel seiner Optik (Bd. II S. 23).

215. 36. Die hier erwähnte Auszeichnung, die dem Stoiker Zeno verliehen wurde, bestand in dem lebenslänglichen Vorrecht, im Prytaneum, dem Stadthaus, das als Mittelpunkt des Staates galt, an der öffentlichen Tafel der Prytanen, der obersten Verwaltungsbeamten, teilzunehmen.

216. 39. Als Qualität vierter Art bezeichnet *Aristoteles* die Figur, allgemein die geometrischen Beschaffenheiten (De categ. cap. 8).

217. 35. Die Ausführungen bis zum Ende dieses Kapitels, in denen Kepler zuerst die Lehren von Plato und Aristoteles über das Wesen der Mathematik einander gegenüberstellt, hernach mit innerer Zustimmung eine lange Stelle aus Proklus wiedergibt, um zuletzt seine eigene idealistische Lehre vorzutragen, führen zu den philosophischen Grundgedanken hin, auf denen seine Harmonielehre aufgebaut ist. Sie sind daher für das Verständnis und die Beurteilung seines Buches von besonderer Bedeutung. Die Lehre von der Anamnesis (Wiedererinnerung) trägt *Plato* an verschiedenen Stellen seiner Dialoge vor. In erster Linie kommt hier der Dialog Menon (81 ff.) in Betracht, wo Plato durch geschicktes Fragen einen Sklaven die Seite eines Quadrates finden läßt, das doppelt so groß ist wie ein gegebenes Quadrat. Gegen diese Ausführungen wendet sich *Aristoteles* in Analyt. prior. II, 21 und Analyt. poster. I, 1. Die Vergleichung der Seele mit einer unbeschriebenen Tafel findet sich bei *Aristoteles* in De anima III, 4. Für die weiteren Ausführungen des *Aristoteles* kommt hauptsächlich in Betracht Metaph. XIII, 2 f.

217. 37. Die Bemerkung Keplers, *Aristoteles* habe die Lehre Platos „erdichtet und auf einer gewaltsamen Annahme beruhend" (Metaph. XIII, 7) genannt, bezieht sich nicht auf die Lehre von der Wiedererinnerung, sondern auf die Platonischen Idealzahlen.

218. 25. *Procli* in I. Eucl. Element. lib. commentarii ed. *Friedlein*, Leipzig 1873, 15, 15.

218. 32. *Proklus*, l. c. 12, 2–18, 4. Zum vollen Verständnis des schwierigen Abschnitts ist notwendig der griechische Text heranzuziehen.

221. 20. *Apostelgesch.* 17, 27 f.

222. 17. In den Prolegomena zu dem I. Teil seiner Ephemerides Novae (Linz [1618] S. 24) setzte sich Kepler u. a. mit einer Äußerung des Pastors David Fabricius auseinander, der die Ursache für die Gezeiten in der geheimen Bedeutung der Siebenzahl suchen wollte. Kepler wies ihn darob temperamentvoll zurecht. Zu Bodinus s. Anmerkung zu S. 186.

224. 14. Kepler entwickelt hier einen Lieblingsgedanken, den er immer wieder darstellt. Zum erstenmal in seinem Jugendwerk Mysterium Cosmographicum (Bd. I S. 23). Ferner in der Astronomiae pars Optica (Bd. II S. 19) und in der Epitome Astronomiae Copernicanae Lib. I p. 48 s., Lib. IV p. 438, 446, 448, 495. In seinem Marswerk verweist er diesbezüglich nur auf die Stelle in der Optik. Des weiteren schreibt er darüber in einigen Briefen, so an Mästlin vom 3. Oktober 1595 und an Herwart vom 28. März 1605. Vgl. hierzu *Dietrich Mahnke*, Unendliche Sphäre und Allmittelpunkt (Halle 1937), S. 133 ff.

234. 3. Dioptrice, Propos. LXI.

237. 3. *Plato*, Staat IV, 435 B ff. und Timäus 69 C f.

256. 29. Beim Fünfzehneck treten nur 3 Sterne auf; die entsprechenden Zentriwinkel sind 48, 96, 168 Grad. Die von Kepler angeführten Winkel 132 (nicht 112) und 156 Grad treten beim Dreißigeck auf. Beim Zwanzigeck gibt es 3, nicht 4 Sterne. Der Winkel 171 Grad, den Kepler nennt, tritt beim Vierzigeck auf.

257. 20. Betreffs der genannten Werke sei auf Bd. I und IV verwiesen. *Pico della Mirandola* hat in seiner Schrift Disputationes aduersus Astrologiam diuinatricem, Bononiae 1495, jegliche Beeinflussung irdischen Geschehens durch die Gestirne bestritten. Die Einleitung zu den im folgenden öfter genannten Ephemerides Novae, die den ersten Teil seines großen Ephemeridenwerks bilden, wurde 1618 in Linz gedruckt.

264. 26. Soweit die zitierten Schriften in unserer Gesamtausgabe bereits erschienen sind, finden sich die erwähnten Stellen in Bd. IV S. 184 ff., 201 ff., 236; S. 111, 137 ff. Bd. I S. 314 ff. Bd. II S. 35 f., 199 f.

265. 7. *Plato*, Timäus 30 ff. Dem *Timäus* wurde auch selber eine kleine Schrift zugeschrieben: De Anima Mundi (beigefügt in *Plato*, Timäus ed. *Hermann*, Leipzig 1925).

266. 11. *Verg.* Georg. II, 326.

266. 21. Der Mann, auf den Kepler hier anspielt, ist der bereits erwähnte Arzt Helisäus Röslin. Siehe Bd. IV S. 111.

266. 25. Siehe Anmerkung zu S. 257.

267. 11. *Hieronymus Cardanus*, In Cl. Ptolemaei IV Quadripartitae Constructionis libros Commentaria. Basileae 1554, p. 67 ss.

269. 21. *Plato* spricht im Timäus (33 f., sowie 30 D) von der Entbehrlichkeit der Gliedmaßen für die Welt und ihre vollkommene Einrichtung. Was Sokrates im Phaedon über die Erde sagt (108 Cff.), bezieht sich auf ihre Gestalt und Lage.

270. 4. Etwas skeptischer ist der Bericht Keplers in einem Brief an David Fabricius vom 2. Dezember 1602, in dem er eine Besteigung des Berges Schöckel in Steiermark schildert. Es heißt daselbst: „Es befindet sich auf dem Berg ein Schlund, ein Abgrund, von dem so viele Gewitterdünste aufsteigen, daß eine uralte Sage behauptet, durch das Werfen eines kleinen Steinchens werde ein Hagel verursacht, d. h. es hagelt eben sehr oft, ob man Steine hineinwirft oder nicht; ich halte das für eine Täuschung der Sage. Denn wir haben das Loch nicht gefunden und doch entstand ein Hagel, wenn wir nicht vielleicht eben durch unsern Aufstieg den Berg gereizt haben."

270. 21. Die hier erwähnten, sehr bedeutsamen Ausführungen Keplers über die Massenanziehung und die Gezeiten findet man in Keplers Astronomia Nova (Bd. III S. 25 f.). Der Gegensatz zwischen jenen streng wissenschaftlichen Darlegungen und der hier folgenden Deutung der Gezeiten als eines Atmungsvorganges ist kennzeichnend für die Polarität in Keplers Denken.

271. 14. Bd. II S. 34–36.

274. 23. *Fr. Aguilonii* S. J. Opticorum Libri VI, Philosophis iuxta ac Mathematicis vtiles. Antwerpiae 1613.

277. 22. *J. C. Scaligeri* Exotericarum exercitationum Liber quintus decimus de Subtilitate ad H. Cardanum. Lutetiae 1557. Exercit. 307, 21 (p. 406 v).

278. 38. Bd. I S. 196. Die Mitteilungen, die Kepler daselbst über sein Geburtshoroskop macht, sind jedoch viel knapper als die an der hier vorliegenden Stelle. Eine ausführliche Deutung seines Geburtshoroskops aus seinen früheren Lebensjahren findet sich in den Pulkowoer Mss. Bd. XXI, Bl. 438–446. Die langen Ausführungen werden in einem späteren Band abgedruckt werden.

282. 1. Das Horoskop Luthers findet sich in *Hieronymus Cardanus*, I. De supplemento Almanach etc. V. De exemplis centum geniturarum (Nürnberg 1547), S. 114v–115 als 11. Beispiel unter diesen 100 Nativitäten. Es lautet: „1483. d. 22. Oct. h. 10 p. m. Cor coeli 14° ♈, ☽ 29° 16′ ♋, ☉ 8° 40′ ♏, ♄ 8° 12′ ♏, ☿ 4° 55′ ♏, ♉ 28° 18′ ♎, ♃ 22° 20′ ♎, ♀ 18° 40′ ♎, ♂ 18° 10′ ♎. Hanc veram genituram Lutheri, non eam quae sub anno 1484 publicè circumfertur, esse scito. Nec tanto negotio minor genitura debetur, aut tali geniturae minor eventus. Existimo autem non intelligentes hujus artis fundamenta, eam corrupisse: nam nec illa robore huic aequalis est, nec si damnare velis, deest

hic quod possis accusare. Nam Mars, Venus Jupiterque juxta Virginis Spicam coëunt ad coeli imum ad unguem, ut ex horum conspiratione regia quaedam potestas decernatur, sine sceptro: sunt enim erraticae sub Terra. Porrò quòd ad religionem pertineat, jam saepius adeò dictum est, propter Spicam Virginis, ut repetere pigeat. Incredibile igitur quantum augmenti brevi tempore habuerit hoc dogma: nam Germaniae maximam partem adegit, Angliam totam, multasque alias regiones, cum adhuc vivat, nec ulla est provincia ab huius sectatoribus immunis, praeter Hispanias. Fervet mundus hujus schismate, quod, quia Martem admixtum habet et caudam, solvitur in seipso, infinitaque reddit capita, ut si nihil aliud errorem convincat, multitudo ipsa opinionum ostendere tamen possit, cum veritas una tantum sit, plurimos necessariò aberrare. Porrò firmitatem dogmatis Sol et Saturnus cum Lance meridionali, in loco futurae conjunctionis magnae ostendunt, cum diu trigonus ille jam dominaretur. At Luna juxta ascendens, longitudinem decernit vitae: verum cum Soli Saturnus adjungatur, pro tanto rerum motu, nullam dignitatem praestat. Obijt 17 Februarij, hora 14. minu. 30. post meridiem, Eislebij ubi natus erat."

283. 28. Einen ausführlichen Bericht über dieses Naturereignis nebst anschließender Deutung bringt Kepler in seinem Prognosticum auf 1618/19 (S. C_1 ff.).

283. 41. Dieser weitberühmte Arzt Gregor (nicht Georg) Horst ist derselbe, bei dem Kepler Wohnung nahm, als er 1626/27 in Ulm, wo Horst inzwischen Stadtarzt geworden war, den Druck der Rudolphinischen Tafeln besorgte.

285. 25. Siehe Anmerkung zu S. 257. Der Plan blieb unausgeführt.

287. (Titel). *Galeni* De usu partium, ed. *Helmreich*, Vol. I, Leipzig 1907, p. 174, 6–19.

289. 7. Kepler bezieht sich hier auf seine 1602 erschienene Schrift De fundamentis astrologiae certioribus, worin er in Thes. XXXVII ff. seine harmonischen Grundgedanken entwickelt. Siehe Bd. IV S. 22 ff.

290. 30. Wie bereits bemerkt wurde, hat Kepler diesen Anhang weggelassen.

291. 15. *Plato*, Timäus 27 C.

293. 34. Das Verhältnis des Radius der umbeschriebenen Kugel zu dem der einbeschriebenen Kugel ist beim Tetraeder 3, beim Würfel und Oktaeder $\sqrt{3}$, beim Dodekaeder und Ikosaeder $\sqrt{3(5-2\sqrt{5})}$. Beim Stern ist Kepler ein Versehen unterlaufen. Hier ist dieses Verhältnis $\sqrt{5}$. Der Näherungswert, den Kepler angibt, stellt das Verhältnis des Radius der umbeschriebenen Kugel zum Radius der Kugel dar, die durch die Mitten der Kanten des Kerndodekaeders geht; der genaue Wert dieses Verhältnisses ist $\frac{1}{2}\sqrt{2(5+\sqrt{5})}$.

296. 24. So entschieden und offen Kepler sein Leben lang als überzeugter Anhänger des Kopernikus aufgetreten ist, so daß ihm das Hauptverdienst am Durchbruch der neuen Lehre gebührt, so zeigt er sich doch in dem folgenden Abschnitt (in Übereinstimmung mit der wohlerwogenen Notiz auf dem Titelblatt zum V. Buch) bemüht, die Gleichwertigkeit der Kopernikanischen und Tychonischen Lehre in rein kinematischer Hinsicht nachzuweisen. Das hat seinen besonderen Grund. Zwei Jahre zuvor war der erste Teil seiner Epitome Astronomiae Copernicanae im Zusammenhang mit der Zensurierung der „Revolutiones" des Kopernikus vom Hl. Offizium in Rom verboten worden. Kepler befürchtete nun für seine Harmonik das gleiche Schicksal und damit ein Hindernis für die Verbreitung dieses Buches. Daher schien es ihm geboten, darauf hinzuweisen, daß seine folgenden Ausführungen auch vom Tychonischen Standpunkt aus Gültigkeit haben.

Dieser Sachverhalt hat Kepler auch veranlaßt, eine Admonitio ad Bibliopolas exteros, praesertim Italos drucken zu lassen und auszusenden. Dieses Dokument, dessen Urschrift sich in Wien (Nat. Bibl. Cod. 10703, Bl. 117) befindet, legt von der unbestechlichen Wahrheitsliebe Keplers, wie auch von seiner vornehmen Gesinnung und überlegenen Klugheit beredtes Zeugnis ab. Es hat folgenden Wortlaut:

„Scripsi haec homo Germanus, more et libertate Germanicâ; quae quo major est, hoc plus fidej conciliat ingenuitatj philosophantium. Christianus tamen sum, Ecclesiae filius, et doctrinam Catholicam, quantum ejus ad hanc usque meam aetatem capere potuj, non voluntate tantum amplector, sed et judicio comprobo; quod non uno loco hujus operis demonstravj. Caetera igitur securos vos reddunt, possuntque ferre, aut certè non reformidant, censuras, vestris provincijs usitatas; in uno Terrae motu circa Solem annuo difficultas oritur; eò quòd importunitate quorundam, dogmata Astronomica loco non suo, nec qua par erat methodo, proponentium, effectum est, ut lectio Copernicj, quae ab annis paulo minus octoginta (ex quo Paulo III Summo Pontificj opus dedicatum) liberrima fuit; suspensa porrò sit, donec opus emendetur: quòd ego, seniculus jam Copernicj discipulus, ut quem jam a 26 annis sequor, nuper admodum ab idoneis rescivj. Quanquam non desunt virj ex clarissimis ordinibus, politicis et Ecclesiasticis, qui Astronomos benè sperare jubeant: eò quòd nec perlatam hanc censuram, nec libertatj disputandj de rebus merè naturalibus illustrandique Dei opera oppositam pro repagulo dictitent. Enimverò seu jacta sit alea, seu in periculum res adducta; culpam ego meam ingenuè fateor, qui cunctatione nimia meorum operum Philosophiam defensione suâ destitutam praeveniri sum passus. Nam profectò si quid ego video; hoc judicabunt, lecto hoc opere Harmonico, Italicorum et philosophorum doctissimus et Theologorum religiosissimus quisque: tantam esse maje-

statem, tantam sublimitatem hujus Operum divinorum dispositionis Harmonicae; ut Copernicus ante promulgationem hujus operis sufficienter audiri nequaquam potuerit. Petit itaque Philosophia, petit Copernicus, beneficium Restitutionis in integrum à Principe, salvo honore Judicum: eosdem enim illos, novum judicium judicaturos, nova sua documenta, quae ad hanc usque diem Procuratorum suorum negligentiâ ignoraverat ipse, ventilaturos et patietur, et ultrò implorat. Vos verò Bibliopolae, rectè quidem et ordine facietis, si exemplaria, reverentiâ Judicij non vulgò venum exponatis: at illud interim scitote, datos vos esse Philosophiae, datos bonis authoribus velutj tabelliones, mittendis ad judices defensionibus: itaque vendetis exemplaria non nisj Theologis summis, non nisj philosophorum clarissimis, Mathematicorum exercitatissimis, Methaphysicorum profundissimis, ad quos mihi Copernicj Procuratorj aliâ viâ non patet aditus: his quidem, ut dispiciant, sintne ista merum humani luxuriantis ingenij commentum, an potius ex ipsa Natura deprompta esse, rebus evidentissimis comprobarj possit: illis verò, ut deliberent, num immensa haec Operum divinorum gloria, in vulgus spargenda, an potius contrahenda, et fama ejus censuris opprimenda sit: utrisque denique in hunc finem, ut quia Copernicum emendandum hi illis aut tradiderunt jam, aut tradent adhuc, videant igitur utrique, an Astronomia Copernici, delineata in meis Commentarijs de motibus Stellae Martis, exculta vero in Epitomes Astronomiae parte alterâ, quae nunc sub prelo est: an etiam haec motuum coelestium politia harmonica exempto motu Telluris, et substituto Solis, salva omninò esse possit: et utra Hypothesium Copernicj, an Brahej, quas in ipso frontispicio libri V. alternativè praescriptas et propositas vides (nam antiquas Ptolemaicas falsas esse certum est) porrò sequenda sit. Quicquid omnibus, quantum res postulat, expensis statuetur; id Ecclesiae Romanae fideles Mathematici ratum procul dubio et sanctum habebunt."

297. 13. Wenn Kepler hier sagt, es komme auf dasselbe hinaus, ob man um den Mittelpunkt einer Scheibe mit dem Zirkel einen Kreis beschreibt oder den Stift auf die Scheibe drückt und diese rotieren läßt, so ist dies zwar selbstverständlich richtig, erklärt aber doch nicht das, was zu beweisen ist. Denn im zweiten Fall wäre ja sowohl die im Mittelpunkt der Scheibe gedachte Sonne wie auch die Erde in Ruhe. Man muß vielmehr im zweiten Fall die Sonne samt den sie umkreisenden Planeten um die Erde rotieren lassen, was für einen gedachten Beobachter auf der Sonne auf dasselbe hinauskommt, wie wenn die Sonne ruhend und die Erde als einer der Planeten um sie kreisend angenommen wird.

299. 32. Kepler spielt hier auf den bekannten platonischen Ausspruch an: ὁ θεὸς ἀεὶ γεωμετρεῖ, der sich jedoch nicht in Platos Schriften findet (vgl. *Plutarch*, Convivia VIII, 2).

300. 13. Es mag auffallen, daß Kepler hier, wo er seine Vorstellungen über den Mechanismus der Planetenbewegungen entwickelt, um die für seine späteren Ausführungen notwendigen Unterlagen zu bekommen, statt seines Flächensatzes den Satz anführt: Die Geschwindigkeit des Planeten in seiner Bahn ist umgekehrt proportional seinem Abstand von der Sonne. Die beiden Sätze – der letztere mag kurz als Radiensatz bezeichnet werden – decken sich natürlich nicht. Die dem Radiensatz zugrunde liegende Vorstellung ist aber für Kepler in seinem Marswerk, der Astronomia Nova, richtungweisend gewesen und hat ihn zu seinen glänzenden Entdeckungen geführt; sie begleitet ihn sein Leben lang und war, wie vorliegende Stelle beweist, in ihm stets lebendig. Den Flächensatz führte er in der Astronomia Nova nur als bequemen Ersatz für den zu praktischer Rechnung höchst ungeeigneten Radiensatz ein, wobei er sich aber des Unterschieds beider Sätze sehr wohl bewußt war. Den theoretischen, nicht nur praktischen Übergang zum Flächensatz vollzog er erst im V. Buch seiner 1621 erschienenen Epitome Astronomiae Copernicanae. Für die Bewegung der Planeten in den Apsiden, die bei Keplers vorliegenden Untersuchungen die Hauptrolle spielen, fallen übrigens die beiden Sätze zusammen. Danach ist auch Keplers Aussage in der folgenden 6. These zu beurteilen. Die scheinbaren Tagesbögen verhalten sich nicht nur hinlänglich genau wie die Quadrate ihrer Abstände von der Sonne (entsprechend dem Radiensatz); diese beiden Verhältnisse sind (entsprechend dem Flächensatz) vielmehr exakt gleich. Vgl. Bd. III S. 442 und 481 f.

300. 24. Dieser Satz ist nur näherungsweise richtig. Denn bezeichnet man die beiden Tagesbögen mit s_1 und s_2, die zugehörigen Abstände von der Sonne mit r_1 und r_2, den mittleren Tagesbogen mit s und den mittleren Abstand von der Sonne mit r, so ist nach Keplers Radiensatz

$$\frac{r}{r_1} = \frac{s_1}{s} \quad \text{und} \quad \frac{r}{r_2} = \frac{s_2}{s}.$$

Daraus folgt aber nicht, wie Kepler behauptet, $s_1 + s_2 = 2s$. Es ist vielmehr

$$\frac{s_1 + s_2}{s} = \frac{r}{r_1} + \frac{r}{r_2} = \frac{2r^2}{r_1 r_2},$$

da nach Keplers Voraussetzung hier $r_1 + r_2 = 2r$ ist. Keplers Folgerung wäre nur richtig, wenn $r_1 r_2 = r^2$ wäre. Es ist aber r nicht das geometrische, sondern das arithmetische Mittel von r_1 und r_2. Für kleine Exzentrizitäten macht jedoch der Unterschied wenig aus, wie sich leicht rechnerisch feststellen läßt.

301. 10. D. h. bei großer Exzentrizität werden in der Nähe des Perihels die Bogen groß, so daß der Satz 8 der Optik *Euklids* zu berücksichtigen wäre: Die Winkel, unter denen gleiche Größen in verschiedenen Entfernungen vom Auge erscheinen, halten nicht das Verhältnis dieser Entfernungen ein.

302. 9. Im 20. Kapitel seines Mysterium Cosmographicum (Bd. I S. 71 f.) hat Kepler bereits dem Verhältnis der Umlaufszeiten zu den mittleren Ent-

fernungen nachgespürt. Bezeichnet man mit T, t und R, r die Umlaufszeiten und mittleren Entfernungen zweier benachbarter Planeten, wobei $R > r$ sein soll, dann ist die Formel, die Kepler dort aufstellte:

$$t : \frac{T + t}{2} = r : R.$$

Er sah wohl ein, daß die Formel noch nicht stimmte, glaubte aber doch, der Wahrheit auf der Spur zu sein.

302. 13. Wie Kepler die Entdeckung seines Ellipsengesetzes mit den Versen 3, 64 f. aus *Vergils* Eclogen einleitet (Bd. III S. 364), so hier die Entdeckung seines 3. Gesetzes mit den Versen 1, 27 und 29.

302. 24. Hier spricht Kepler das dritte seiner Planetengesetze aus, das mit den Bezeichnungen der kurz vorausgehenden Anmerkung lautet:

$$t^2 : T^2 = r^3 : R^3.$$

Der Zusatz bezieht sich auf die Bemerkung, daß statt der Proportion der mittleren Entfernungen auch die „Proportion der Bahnen", d. h. das Verhältnis der Ellipsenumfänge, gesetzt werden könne. Das ist aber, wie sich Kepler bewußt ist, nicht genau richtig. Denn sonst müßten sich die Umfänge wie die großen Durchmesser verhalten. Er hat aber in seiner Astronomia Nova an der von ihm in der Randbemerkung angegebenen Stelle, wie auch in Nr. V des 59. Kapitels (Bd. III S. 306 f. und 368) gezeigt, daß der Ellipsenumfang mit sehr guter Annäherung gleich dem arithmetischen Mittel aus dem Kreis mit der großen und dem mit der kleinen Halbachse gesetzt werden kann. Die „Proportion der Bahnen" ist also nicht gleich dem Verhältnis der großen Ellipsenachsen, sondern annähernd gleich dem Verhältnis der arithmetischen Mittel aus den beiden Achsen.

Kepler spricht an der vorliegenden Stelle mit keinem Wort von den physikalischen Überlegungen, die ihn, wie bei der Entdeckung seiner beiden ersten Gesetze, so auch beim Auffinden des dritten Gesetzes geleitet haben. Auf die tastenden Überlegungen, die ihn in seinem Jugendwerk bei der Suche nach dem Zusammenhang zwischen den Umlaufszeiten und den Bahnhalbmessern leiteten, ist bereits hingewiesen worden. Die Gedanken, die ihn jetzt erfüllten, gehen über jene Überlegungen hinaus. In dem IV. Buch seiner Epitome Astronomiae Copernicanae (Pars II, 4), das 1620 erschien, spricht er sich des näheren darüber aus. Den Ausführungen an dieser Stelle liegt die bereits in der Astronomia Nova entwickelte Vorstellung zugrunde, daß von der Sonne als dem Bewegungszentrum Kraftstrahlen ausgehen, die mit der Sonne rotieren und so die Planeten herumreißen.

In der Epitome heißt es nun des näheren: Vier Ursachen sind es, die die Umlaufszeit bewirken, 1. die Länge des Weges, 2. das Gewicht oder die zu bewegende Materienmasse (pondus seu copia materiae), 3. die Stärke der bewegenden Kraft (fortitudo virtutis motricis), 4. der Rauminhalt (moles seu spatium), auf den sich die zu bewegende Materie verteilt. Es zeigt sich näm-

lich das gleiche wie bei einer Mühle, deren Rad durch die Wucht der Strömung getrieben wird. Je breiter und länger man die Flügel oder Schaufeln macht, desto mehr Strömungskraft leitet man in die Maschine, indem sich diese Kraft über die Breite und Tiefe der rotierenden Flügel ergießt. Ebenso geschieht es bei diesem Wirbel der rotierenden Sonnenspezies, die die Bewegung verursacht, daß ein Körper die bewegende Kraft um so breiter und tiefer besetzt, je größer sein Rauminhalt ist; um so schneller wird er auch unter sonst gleichen Umständen fortbewegt und um so rascher vollendet er seinen Umlauf. Nun aber verhalten sich die Kreisbahnen der Planeten wie deren Abstände von der Sonne. Die Gewichte oder die Materienmassen aber verhalten sich wie die Quadratwurzeln aus jenen Abständen, so daß ein weiter entfernter Planet mehr Materie enthält und daher auch langsamer fortbewegt wird und mehr Zeit zu seinem Umlauf angehäuft wird. Da sich nun aber die dritte und vierte der genannten Ursachen gerade aufheben, ergeben diese beiden ersten Ursachen zusammen die anderthalbe Potenz der Bahnhalbmesser für die Umlaufszeiten.

Daß sich die Materienmassen wie die Quadratwurzeln aus den Abständen verhalten und die Rauminhalte den Abständen proportional sein sollen, das hat Kepler in einem vorausgehenden Abschnitt der Epitome (Lib. IV, Pars I, 4) aus Analogiegründen deduktiv hergeleitet. Bemerkenswert ist, daß er die Kraft, die von der Sonne ausgeht, im einfachen Verhältnis zu den Abständen abnehmen läßt.

303. 35. In dieser und den beiden folgenden Nummern entwickelt Kepler Beziehungen zwischen den extremen und mittleren Bewegungen einerseits und den extremen und mittleren Entfernungen andererseits. Seine Ausführungen zeugen von großem mathematischem Scharfsinn, werden aber für den heutigen Leser nur in der gewohnten Formelsprache durchsichtig.

Es sollen bezeichnen

$$\left.\begin{array}{ll} R_p,\ r_p & \text{Perihel-} \\ R,\ r & \text{mittlerer} \\ R_a,\ r_a & \text{Aphel-} \end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{Abstand}\\ \text{zweier}\\ \text{Planeten,}\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{ll} M_p,\ m_p & \text{Perihel-} \\ M,\ m & \text{mittlere} \\ M_a,\ m_a & \text{Aphel-} \end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{Bewe-}\\ \text{gung,}\end{array}$$

wobei die großen Buchstaben dem oberen, die kleinen dem unteren Planeten zuzuordnen sind. (Was hier unter Perihel- oder Aphelabstand und -bewegung zu verstehen ist, leuchtet ein.)

Bei der vorliegenden Aufgabe sind die Verhältnisse $\frac{M_a}{m_p}$ und $\frac{M}{m}$ gegeben. Gesucht ist $\frac{r_p}{R_a}$.

Da sich die mittleren täglichen Bewegungen umgekehrt verhalten wie die Umlaufszeiten, ist nach Nr. 8

$$(1) \qquad \frac{m}{M} = \left(\frac{R}{r}\right)^{3/2} \text{ oder } \frac{R}{r} = \left(\frac{m}{M}\right)^{2/3}.$$

Nun ist nach Nr. 6 des Textes

$$(2) \qquad \frac{M_a}{M} = \frac{R^2}{R_a^2} \text{ und } \frac{m_p}{m} = \frac{r^2}{r_p^2}.$$

Also
$$\frac{M_a \cdot m}{m_p \cdot M} = \frac{R^2 \cdot r_p^2}{r^2 \cdot R_a^2}.$$

Somit
$$\left(\frac{r_p}{R_a}\right)^2 = \frac{M_a \cdot m}{m_p \cdot M} \cdot \frac{r^2}{R^2}$$

und unter Berücksichtigung von (1)

$$\frac{r_p}{R_a} = \left(\frac{M_a}{m_p} \cdot \frac{M^{1/3}}{m^{1/3}}\right)^{1/2}.$$

Kepler kann so nicht rechnen. Indem er für M, M_a, m, m_p je die Verhältniszahlen setzt, errechnet er aus (1) zuerst Verhältniszahlen für R und r. Nach (2) ist dann

$$R_a^2 = \frac{M R^2}{M_a} \text{ und } r_p^2 = \frac{m \cdot r^2}{m_p}.$$

Nun führt er als Hilfsgrößen die mittleren Proportionalen

$$M_1 = \sqrt{M \cdot M_a} \text{ und } m_1 = \sqrt{m \cdot m_p}$$

ein. Dann wird

$$R_a = \frac{M \cdot R}{M_1} \text{ und } r_p = \frac{m \cdot r}{m_1},$$

d. h. R_a und r_p sind die 4. Proportionalen zu M_1, M, R bzw. m_1, m, r. – In dem Zahlenbeispiel Keplers ist $\frac{M}{m} = \frac{8}{27}$ und $\frac{M_a}{m_p} = \frac{2}{33^1/_3}$. Es ergibt sich $\frac{r_p}{R_a} = \frac{1}{5}$.

304. 5. Kepler gibt hier keinerlei Begründung für seine Rechnung. Er hat sein für die folgenden Untersuchungen sehr wichtiges Ergebnis sicherlich durch Probieren gefunden, wie er ja stets gern und geschickt mit dem geometrischen und arithmetischen Mittel operierte. Daß seine Rechnung einen ausgezeichneten Näherungswert für die gesuchte Größe liefert, läßt sich folgendermaßen zeigen.

Man setze das geometrische Mittel von m_a und m_p, also $\sqrt{m_a \cdot m_p} = G$ und das arithmetische $\frac{m_a + m_p}{2} = A$. Dann lautet Keplers Formel

$$m = G - \frac{1}{2}(A - G).$$

Es ist nun

(1) $$\frac{m}{m_a} = \frac{r_a^2}{r^2} \text{ und } \frac{m}{m_p} = \frac{r_p^2}{r^2}.$$

Daraus

(2) $$\frac{m}{m_a} + \frac{m}{m_p} = \frac{r_a^2 + r_p^2}{r^2}.$$

Nun ist $r_a + r_p = 2\,r$, also $r_a^2 + r_p^2 = 4\,r^2 - 2\,r_a\,r_p$, daher

(3) $$\frac{m}{m_a} + \frac{m}{m_p} = 4 - 2 \cdot \frac{r_a\,r_p}{r^2}.$$

Aus (1) folgt

$$\frac{r_a\,r_p}{r^2} = \frac{m}{\sqrt{m_a \cdot m_p}} = \frac{m}{G}.$$

Setzt man diesen Wert in (3) ein, so erhält man

$$\frac{m}{m_a} + \frac{m}{m_p} = 4 - \frac{2\,m}{G}$$

$$\frac{(m_a + m_p) \cdot m}{m_a \cdot m_p} = 4 - \frac{2\,m}{G}$$

$$\frac{A\,m}{G^2} = 2 - \frac{m}{G},$$

also $$m = \frac{2\,G^2}{A + G} = \frac{G}{1 + \frac{A - G}{2\,G}}.$$

Durch Reihenentwicklung ergibt sich hieraus

$$m = G\left[1 - \frac{A - G}{2\,G} + \left(\frac{A - G}{2\,G}\right)^2 - \ldots\right].$$

Beschränkt man sich auf die ersten zwei Glieder, was bei der Kleinheit von $A - G$ wohl angeht, so erhält man die Formel Keplers.

305. 7. Die Behauptungen, die Kepler hier aufstellt und beweist, lassen sich so formulieren. Es ist:

I. $$\frac{M_p}{m_a} > \frac{r_a^{3/2}}{R_p^{3/2}}.$$

II. $$\frac{M_p}{m_a} < \frac{r_a}{R_p}, \text{ wenn } \frac{r \cdot R_p}{R \cdot r_a} > \frac{r^{1/2}}{R^{1/2}}, \text{ d. h. } \frac{r_a}{R_p} < \frac{r^{1/2}}{R^{1/2}}.$$

Der Beweis läßt sich so führen. Es ist nach den früheren Sätzen

$$\frac{M_p}{M} = \frac{R^2}{R_p^2} \text{ und } \frac{m_a}{m} = \frac{r^2}{r_a^2}.$$

Daraus $$\frac{M_p \cdot m}{m_a \cdot M} = \frac{R^2 \cdot r_a^2}{r^2 \cdot R_p^2}.$$

Nun aber ist nach dem 3. Gesetz

$$\frac{M}{m} = \frac{r^{3/2}}{R^{3/2}},$$

also

(1) $$\frac{M_p}{m_a} = \frac{R^{1/2} \cdot r_a^2}{r^{1/2} \cdot R_p^2}.$$

Es ist aber stets $$\frac{R}{r} > \frac{R_p}{r_a}, \text{ also auch } \frac{R^{1/2}}{r^{1/2}} > \frac{R_p^{1/2}}{r_a^{1/2}}.$$

Daher ist $$\text{I.} \quad \frac{M_p}{m_a} > \frac{r_a^{3/2}}{R_p^{3/2}}.$$

Ist jedoch nach der unter der Behauptung II angeführten Voraussetzung

$$\frac{R^{1/2}}{r^{1/2}} < \frac{R_p}{r_a},$$

dann folgt aus (1) sofort

$$\text{II.} \quad \frac{M_p}{m_a} < \frac{r_a}{R_p}.$$

Der Sinn dieser Aussagen ist der: Es ist zwar immer $\frac{M_p}{m_a} > \frac{r_a^{3/2}}{R_p^{3/2}}$. Sind aber die Exzentrizitäten der Planeten klein, so daß $\frac{r_a}{R_p} < \frac{r^{1/2}}{R^{1/2}}$ ist, dann bleibt der Wert $\frac{M_p}{m_a}$ immerhin unterhalb der Grenze $\frac{r_a}{R_p}$.

In Keplers Zahlenbeispiel ist $DH = R = 9$, $AE = r = 4$, $CG = R_p = 8$, $BF = r_a = 5$. Ferner ist $HJ = M$, $EM = m$, $GK = M_p$, $FL = m_a$.

Zu den Benennungen der Proportionen vgl. Anmerkung zu S. 126.

306. 32. Vgl. hierzu die Anmerkung zu S. 302 Z. 24.

308. 11. Vgl. hierzu die Anmerkung zu S. 302 Z. 24. Entsprechend den dortigen Ausführungen Keplers ist unter „moles" der „Inhalt", nicht die „Masse" zu verstehen. Kepler setzte die Oberflächen der Planeten aus Symmetriegründen den Abständen von der Sonne proportional, so daß die Rauminhalte zufolge seines dritten Gesetzes den Umlaufszeiten proportional werden. Er gibt übrigens an der genannten Stelle der Epitome (Lib. IV, Pars I, 4) diese Ansicht auf und läßt die Rauminhalte der Planeten im einfachen Verhältnis mit den Abständen wachsen.

311. (Marginale). Die bekannte Stelle, an der *Aristoteles* von dem Zusammenhang zwischen den Abständen der Planeten und ihren Umlaufszeiten spricht, findet sich in De coelo II, 10.

311. 15. Die Zahlen in der 3. Kolumne berechnet Kepler, indem er die in Sekunden ausgedrückte tägliche Bewegung mit den Abstandszahlen der 2. Kolumne multipliziert und die Produkte auf vier Stellen aufrundet.

323. 24. Die hier angegebenen Zahlen erhält man auf folgende Weise. Nimmt man die Umlaufszeit des Saturn zu 30, die des Jupiter zu 12 Jahren an, so würde die Zeit, nach der sich eine bestimmte relative Lage der beiden Planeten wiederholt, 20 Jahre betragen und ein Sprung, wie er im Text genannt ist, würde $^2/_3$ des Umfangs oder 240° ausmachen. Daß ein Sprung zu derselben Stelle des Tierkreises zurückkehrt, würde somit nach drei solchen Perioden, d. i. nach 60 Jahren, eintreten. Nimmt man nun für die Umlaufszeiten genauere Werte, so ergibt sich für den Sprung ein Betrag von 243° oder $^{27}/_{40}$ des Umfangs. Daher kehrt die ursprüngliche Lage erst nach 40 Sprüngen, d. i. nach 800 Jahren, wieder. Jedoch ist auch der Wert $^{27}/_{40}$ nicht genau. Zudem ist zu beachten, daß die Sprünge wegen der Ungleichförmigkeit der Bewegungen der beiden Planeten nicht genau gleich groß sind. Man muß daher, wie Kepler sagt, die Perioden so oft sich wiederholen lassen, bis sich die kleinen Abweichungen zu einer halben Sprungweite summieren, d. h. nahezu $^1/_3$ des Umfangs ausmachen, weil von da aus der Sprung zu dem Ausgangsort zurückkehren kann. Vgl. die Figur in Bd. I S. 12.

333. 28. Die schwierige Stelle bedarf einer eingehenden Erläuterung, da es sich hier um eine interessante mathematische Untersuchung handelt.

Wenn zwischen den konvergenten Bewegungen kleine musikalische Intervalle auftreten sollen, müssen die Planeten einander sehr nahe sein. Über einen gewissen Betrag können sie aber nicht zusammenrücken, da nach Keplers Annahme die regulären Körper zwischen die Planetensphären passen müssen. Am nächsten rücken die Kugeln zusammen beim Ikosaeder und Dodekaeder, wo das Verhältnis der Halbmesser der um- und einbeschriebenen Kugeln je $\approx \frac{1000}{795}$ ist. Kepler hat nun im vorausgehenden Satz gezeigt, daß infolge der Größe dieses Verhältnisses die Intervalle $^4/_5$ und $^5/_6$ bei den konvergenten Bewegungen nicht auftreten können. Im vorliegenden Satz löst er die Frage, ob das nächstgrößere Intervall, die Quart $^3/_4$, möglich ist. Im ersten Absatz seiner Darlegungen zeigt er, daß dies auf Grund seines dritten Planetengesetzes nicht der Fall wäre, wenn die Bahnen konzentrische Kreise wären, da $\left(\frac{3}{4}\right)^{3/2} > 0{,}795$ ist. Die Quart ist aber möglich, wenn die Bahnen eine hinreichend große Exzentrizität besitzen, oder, was in der Sprache Keplers dasselbe bedeutet, die „Eigenproportionen" der beiden Planeten hinreichend groß sind. Denn im letzteren Fall können die Planeten weiter auseinanderrücken und geben doch nur ein verhältnismäßig kleines (im musikalischen Sinn) Intervall zwischen den konvergenten Bewegungen. Der Grund hierfür ist in den Ausführungen Keplers im 3. Kapitel Nr. 13 (S. 304 f.) zu finden. Dort wurde gezeigt, daß das Ver-

hältnis der konvergenten Bewegungen $\frac{M_p}{m_a} > \left(\frac{r_a}{R_p}\right)^{3/2}$ ist, während für die mittleren Bewegungen die Gleichung $\frac{M}{m} = \left(\frac{r}{R}\right)^{3/2}$ gilt.

Der Gang der Keplerschen Überlegungen läßt sich folgendermaßen in Formeln ausdrücken (mit den Bezeichnungen in der Anmerkung zu S. 303).

Gegeben ist das Verhältnis der konvergenten Bewegungen $\frac{M_p}{m_a} = \frac{3}{4}$ und das der entsprechenden Abstände $\frac{R_p}{r_a} = \frac{1000}{795}$. Es fragt sich, wie groß muß man das Produkt der Eigenproportion $\frac{M_a}{M_p} \cdot \frac{m_a}{m_p}$ machen, damit die beiden gegebenen Verhältnisse nebeneinander bestehen können. Die Aufgabe ist nicht bestimmt, weil sich aus den gegebenen Verhältnissen das Verhältnis $\frac{M_a}{m_p}$ nicht berechnen läßt, oder, was auf dasselbe hinauskommt, weil sich aus den gegebenen Verhältnissen für die Exzentrizitäten der Bahnen nur eine einzige Gleichung ableiten läßt. Nimmt man aber die Exzentrizitäten nicht zu groß an (wie es Kepler auch im vorausgehenden Satz tut), so läßt sich für jenes Produkt der Eigenproportionen folgender Näherungswert berechnen.

Es ist nach Gl. (1) der erwähnten Anmerkung

$$(1) \qquad \left(\frac{r}{R}\right)^{3/2} = \frac{m_a}{M_p} \cdot \frac{r_a^2}{R_p^2}.$$

Für kleine Exzentrizitäten kann man nun setzen

$$(2) \qquad \frac{r^2}{R^2} = \frac{r_a \cdot r_p}{R_a \cdot R_p} \text{ oder } \frac{r_p \cdot R_p}{r_a \cdot R_a} = \frac{r^2}{R^2} \cdot \frac{R_p^2}{r_a^2}.$$

Nun ist aber

$$\frac{M_a}{M_p} = \frac{R_p^2}{R_a^2} \text{ und } \frac{m_a}{m_p} = \frac{r_p^2}{r_a^2}.$$

Daher

$$\frac{M_a}{M_p} \cdot \frac{m_a}{m_p} = \frac{R_p^2 \cdot r_p^2}{R_a^2 \cdot r_a^2},$$

und somit nach (2)

$$\frac{M_a \cdot m_a}{M_p \cdot m_p} = \left(\frac{r^2}{R^2} \cdot \frac{R_p^2}{r_a^2}\right)^2,$$

somit nach (1)

$$\frac{M_a \cdot m_a}{M_p \cdot m_p} = \left(\frac{m_a^2}{M_p^2} \cdot \frac{r_a^3}{R_p^3}\right)^4.$$

Setzt man die gegebenen Zahlen ein, so erhält man

$$\frac{M_a \cdot m_a}{M_p \cdot m_p} = 0{,}636.$$

Dieser Wert ist aber kleiner als der Wert $\frac{2}{3}$ des Quintenintervalls. Somit stellt dieses Produkt der Eigenproportionen ein Intervall dar, das im Keplerschen (musikalischen) Sinn größer ist als eine Quint. Wenn also die beiden gegebenen Verhältnisse nebeneinander bestehen, ist das Produkt der Eigenproportionen größer als eine Quint.

Es ist erstaunlich, wie Kepler die verwickelten Zusammenhänge ohne Formeln hat übersehen können. Er bestimmt zuerst auf seine umständliche Art den Quotient $\frac{r}{R}$ entsprechend Gl. (1), hierauf das Produkt $\frac{r}{R} \cdot \frac{R_p}{r_a}$ und findet, daß dieses ungefähr gleich dem Intervall eines Ganztons ist. Indem er dann von diesem Quotienten zu dem Quotienten $\frac{r_p}{R_a} \cdot \frac{R_p}{r_a}$ übergeht und sagt, dieser sei „ungefähr doppelt so groß", d. h. das Quadrat des vorigen, macht er ohne weitere Erklärung Gebrauch von Gl. (2). Schließlich kommt er auf ein Intervall von 4 Ganztönen, indem er jenen zweiten Quotienten ins Quadrat erhebt und damit das Produkt der Eigenproportionen der beiden Planeten erhält.

Den Grad der Genauigkeit der Beziehung (2) kann man auf folgende Weise feststellen. Ist die Exzentrizität des unteren Planeten e, die des oberen E, so ist

$$\frac{r_a \cdot r_p}{R_a \cdot R_p} = \frac{(r+e)(r-e)}{(R+E)(R-E)} = \frac{r^2-e^2}{R^2-E^2} = \frac{r^2}{R^2} \cdot \frac{1-\frac{e^2}{r^2}}{1-\frac{E^2}{R^2}} \approx \frac{r^2}{R^2}\left[1+\left(\frac{E^2}{R^2}-\frac{e^2}{r^2}\right)\right].$$

Rechnet man statt mit (2) mit dieser Formel weiter, so kann der Schlußwert für das Produkt der Eigenproportionen größer werden. Er wird am größten, wenn $e = 0$ ist. Berechnet man für diesen Fall aus dem gegebenen Verhältnis $\frac{R_p}{r_a} = \frac{R-E}{r+e} = \frac{1000}{795}$ unter Berücksichtigung von Gl. (1) den Wert E, sowie jenen Zuwachs, so ergibt sich immer noch ein Wert, der kleiner ist als das Verhältnis $^2/_3$. Keplers Aussage gilt somit für alle Werte der Exzentrizitäten, die mit den gegebenen Verhältnissen verträglich sind. – Damit ist die Ungenauigkeit im vorausgehenden Text, wo einmal von einer hinreichend großen und sodann von einer nicht zu großen Exzentrizität die Rede war, beseitigt.

355. 26. Beim Dodekaeder-Igel (s. Figur S. 293) ist der Radius der Kugel, der die Kanten des Dodekaederkerns berührt, gleich der Hälfte der Seite des Ikosaeders, das die Spitzen des Körpers bilden. Das Verhältnis des Radius der umbeschriebenen Kugel zu jenem Radius ist $\frac{1}{2}\sqrt{2(5+\sqrt{5})}$.

356. 38. Die Werte in der 2. Kolumne, die Verhältniszahlen für die extremen Bewegungen je eines Planeten enthalten, sind nach der Formel berechnet $\frac{m_a}{m_p} = \frac{r_p^2}{r_a^2}$. Die errechneten Werte liefern sofort die numerischen Exzentrizitäten der einzelnen Planeten.

358. 4. Während die vorausgehende Tabelle nur Werte für die extremen Bewegungen je eines einzelnen Planeten enthält, gelingt es Kepler hier, durch Einführung der zwischen den extremen Bewegungen verschiedener Planeten im vorausgehenden aufgestellten Harmonien, diese Bewegungen alle in ein und demselben Maß auszudrücken. Um Brüche zu vermeiden, nimmt er die Bewegung des Saturn im Perihel gleich $139968 = 3^7 \cdot 2^6$ an. Man überzeugt sich leicht, daß dies die kleinste Einheit ist, in der sich die anderen Bewegungen ganzzahlig ausdrücken lassen. Übrigens liegen zur Berechnung der weiteren 11 Bewegungen 14 Verhältnisgleichungen vor, von denen also nur 11 wesentlich sind. Aus den Verhältniszahlen für die extremen Bewegungen berechnet nun Kepler – das wichtigste Ergebnis dieser Tabelle – Werte für die mittleren Bewegungen der Planeten (in ein und demselben Maß) mit der in der Anmerkung zu S. 304 bewiesenen Formel

$$m = G - \frac{1}{2}(A - G).$$

Man beachte, daß in der 4. Kolumne zum erstenmal Dezimalbrüche auftreten. (In der Differenzentabelle läßt Kepler den Punkt zur Bezeichnung der Dezimalbrüche weg.)

358. 29. In dieser Tabelle geht Kepler von den mittleren Bewegungen zu den mittleren Abständen über, wozu ihm sein drittes Planetengesetz dient; er hatte ja nach diesem Gesetz gesucht, eben um diesen Übergang vollziehen und dadurch seinem Gebäude den Schlußstein aufsetzen zu können.

Zunächst führt er an Stelle der aus der vorausgehenden Tabelle entnommenen Maßzahlen für die mittleren Bewegungen neue ein, indem er die Maßzahl für die Erde = 1 setzt. In der 2. Kolumne stehen die reziproken Werte dieser neuen Maßzahlen, die, um Dezimalbrüche zu vermeiden, mit einer Potenz von 10 multipliziert sind. Da sich nun die dritten Potenzen der mittleren Abstände wie die Quadrate der Umlaufszeiten oder der reziproken Werte der mittleren Bewegungen verhalten, bestimmt Kepler die gesuchten Werte für die mittleren Abstände in der 3. Kolumne, indem er die Zahlen der 2. Kolumne mit $^2/_3$ potenziert. Zu dieser Rechnung benützt er die genannte Tafel des *Chr. Clavius* (Geometria Practica Lib. VIII, p. 425–433), die neben den Grundzahlen die Quadrat- und Kubikzahlen enthält, so daß er nur die Zahlen der 2. Kolumne unter den Kubikzahlen aufsuchen mußte, um sofort daneben die Zahlen für seine 3. Kolumne zu erhalten. Die aus der früheren Tafel bekannten numerischen Exzentrizitäten benützt er sodann, um die extremen Abstände der einzelnen Planeten zu berechnen.

359. 19. Beim Oktaederquadrat handelt es sich um das Verhältnis des umbeschriebenen Kreises zum einbeschriebenen in dem quadratischen Schnitt des Oktaeders. Kepler hatte in seinem Mysterium Cosmographicum geglaubt, den Radius des einbeschriebenen Kreises statt des kleineren Radius der einbeschriebenen Kugel für den Abstand des Merkur im Aphel nehmen zu müssen.

364. 17. *Arist.* De coelo II, 13. Der alte Bibelübersetzer ist *Hieronymus*, der Verfasser des Vulgatatextes. Die angezogene Stelle aus diesem Text (Ps. 18, 6) entspricht nicht dem hebräischen Urtext.

364. 19. Von *Proklus* sind 4 Hymnen erhalten, von welchen der erste an die Sonne, die mit dem Namen Titan angeredet wird, gerichtet ist. Diese Hymnen gelangten in der Zeit vor Kepler zweimal zum Abdruck, und zwar jeweils im Anschluß an die überlieferten orphischen Hymnen. Erste Ausgabe: Orphei Argonautica, Orphei Hymni, Procli Hymni. Florentiae, impensa Philippi Juntae. 1500. 4°. Zweite Ausgabe: Musaei opusculum de Herone et Leandro, Orphei Argonautica, eiusdem Hymni, Orpheus de lapidibus. Venetiis in Aedibus Aldi et Andreae Soceri. 1517. 8°. Der vorliegende Hymnus findet sich in der ersten Ausgabe Bl. η_{11}, in der zweiten Ausgabe Bl. 63. Eine dieser Ausgaben hat Kepler in Händen gehabt.

364. (Marginale). Am Rand bemerkt Kepler hierzu, es handle sich um die Zeit des Konstantin, Maxentius und Julianus Apostata. Er greift damit freilich daneben, denn diese Kaiser regierten im 4. Jahrhundert, während Proklus von 411 bis 485 lebte. Die Christenverfolgungen, von denen Kepler spricht, fanden auch weder im 5. Jahrhundert zur Zeit des Proklus, noch im 4. Jahrhundert unter der Regierung der genannten Kaiser statt. Jedenfalls war zur Zeit des Proklus das Christentum im römischen Reich bereits herrschende Religion, und auch unter Julianus Apostata, der die Absicht hatte, die alte heidnische Religion wieder aufzurichten, kam es nur da und dort infolge des Übereifers der Beamten und der fanatischen Einstellung seiner Anhänger zum Blutvergießen.

365. (Marginale 1). Die Βίβλος Μητρωακή ist nicht erhalten. Über den Charakter des Proklus unterrichtet uns die Biographie von der Hand seines Schülers *Marinus*; für die vorliegende Stelle kommt daraus Kap. 33 in Betracht. Die 18 Argumenta contra Christianos sind aufbewahrt in *Philoponus*, De aeternitate mundi contra Proclum. Ed. *Trincavelli* 1535. 2°.

365. (Marginale 2). Das Lexikon des *Suidas*, dessen Abfassungszeit in die Jahre 1000–1150 fällt, ist eine Hauptquelle für unser Wissen über die alten Philosophen. Die Hymnen, die unter dem Namen des *Orpheus* überliefert sind, gehören sicher ihrer Form nach einer viel späteren Zeit an als das Leben des Mannes, der jenen Namen getragen und in der Frühzeit der griechischen Geschichte gelebt hat. Moses, dessen Lebenszeit etwa in das 15. vorchristliche Jahrhundert fällt, wird verschiedentlich mit Musaios, einem Mann aus dem mythischen Kreis um Orpheus, in Beziehung gebracht.

365. 16. 1. *Mos.* 1 und *Joh.* 1, 3.

365. 21. *Luk.* 1, 68 ff.

365. (Marginale 3). Die angezogene Stelle findet sich in dem Sonnenhymnus des *Orpheus* in den in der Anmerkung zu S. 364 Z. 19 genannten Ausgaben Bl. δ_4 v und Bl. 43.

365. 37. Das πῦρ τεχνικόν ist das alle Dinge durchdringende und belebende Feuer, das die Stoiker mit der Gottheit gleichsetzten.

365. 38. Der Begriff des Αὐτόνους, des Urgeistes, entstammt dem Gedankenkreis Plotins.

366. (Marginale). Bd. III S. 243 ff.

369. 6. *Horat.* Art. Poet. 21 s.

374. 22. Mit diesen Worten hat Kepler sein Werk den Schwarmgeistern seiner Zeit gegenüber aufs trefflichste gekennzeichnet. Wer immer ein Urteil über die Harmonice Mundi gewinnen will, wird sich diese Worte stets vor Augen halten müssen.

384. 25. Fludd wählte zu seiner Schrift nacheinander 26 Textstellen aus Keplers Appendix aus. Er führt jeweils zuerst die betreffende Stelle an, um sie sodann in einem „Analysis" überschriebenen Abschnitt kritisch zu erörtern. Die den einzelnen Nummern entsprechenden Stellen des Appendix sind folgende:

I.	S. 373. 10–18	X.	374. 17–18	XIX.	375. 39–376. 12
II.	19–25	XI.	18–22	XX.	376. 12–18
III.	25–29	XII.	23–29	XXI.	19–23
IV.	29–33	XIII.	30–32	XXII.	23–26
V.	35–39	XIV.	35–39	XXIII.	26–34
VI.	373. 39–374. 4	XV.	375. 2– 6	XXIV.	34–36
VII.	374. 5–8	XVI.	21–25	XXV.	376. 36–377. 3
VIII.	9–12	XVII.	25–32	XXVI.	377. 4– 9
IX.	12–16	XVIII.	32–39		

Diesen 26 Abschnitten fügte Fludd noch die folgenden hinzu: Joannis Keppleri Harmoniae Epitome. Physices et Harmoniae meae mundanae Epitome. Comparatio Harmoniae meae Mundanae cum illa Joannis Keppleri. Testimonia et authoritates tam Philosophicae, quam divinae Harmoniam Joannis Keppleri confirmantia vel refellentia. Testimonia tam Philosophica, quam Theologica Harmoniam nostram Mundanam statuminantia. Kepler schließt sich in seiner Apologia an diese Einteilung Schritt für Schritt an.

391. 17. Die Stelle, die Fludd von *Jamblich* anführt, lautet: „Anima in mundo intelligibili audivit harmoniam divinam, cujus hic reminiscitur, quando audit melodias habentes divinae vestigium; reminiscens vero ad eam vehementer afficitur, si est in numero animarum, quae ipsam harmoniae idaeam praecipue contemplatae sunt in patria."

401. 38. Kepler parodiert hier den *Homer*vers (Il. XVIII, 392):

Ἥφαιστε, πρόμολ' ὧδε· Θέτις νύ τι σεῖο χατίζει.

Mit Plato, den Kepler diese Worte sagen läßt, hat der Vers nichts zu tun.

410. 27. Bd. II S. 119 Z. 35 ff.

431. 6. Siehe S. 365 Z. 33, 37, 30 ff.

434. 33. In der Epitome (Lib. IV, am Schluß von Pars I, p. 495) stellt Kepler die Frage: „Quam putas esse proportionem densitatis inter se corporum, Solis, aurae aethereae, mundum vniversum permeantis, et Sphaerae fixarum, omnia extrinsecus concludentis?" Die Antwort, die er gibt, lautet: „Cùm haec tria corpora sint analoga centro, superficiei sphaericae, et intervallo, tribus Symbolis trium in SS. Trinitate personarum: credibile est tantundem esse materiae in vno, quantum in vno quolibet duorum reliquorum; sic vt tertia pars materiae totius vniversi compacta sit in corpus Solis, quamvis id sit respectu amplitudinis mundi angustissimum: Tertia item pars materiae extenuata et explicata per immensum mundi spacium: vt ita Sol intra corpus suum tantundem possideat materiae, quantum ille extra se valentissima virtute luminis sui illustrandum, radijsque suis permeandum est nactus: Tertia denique pars materiae expansa in orbem, et mundo exterius pro moenibus circumjecta."

441. 9. Vgl. S. 224 und die zugehörige Anmerkung.

444. 22. *Ptolemaei* Harmonicorum Lib. III, cap. 3.

INDEX DER BÜCHER- UND KAPITELTITEL

Widmung an König Jakob I. von England 9

I. Buch. Die regelmäßigen Figuren, die die harmonischen Proportionen erzeugen, ihr Ursprung, ihre Klassen, ihre Ordnung und ihre Unterschiede hinsichtlich ihrer Wißbarkeit und Darstellbarkeit 13

II. Buch. Kongruenz der harmonischen Figuren 65

III. Buch. Der Ursprung der harmonischen Proportionen und die Natur und die Unterschiede der musikalischen Dinge 91

Vorrede 93

Exkurs über die pythagoreische Vierheit 95

1. Über die Ursachen der Konsonanzen 101
2. Über die harmonische Teilung der Saite 114
3. Über die harmonischen Mittel und die Dreiheit konsonanter Töne 120
4. Über den Ursprung der melodischen Intervalle, die kleiner sind als die konsonanten 123
5. Über die natürliche Teilung der konsonanten Intervalle in melodische und über die sich hieraus ergebenden Benennungen für sie 133
6. Über die Tongeschlechter Dur und Moll 136
7. Über die vollständige Teilung einer Oktav in beiden Tongeschlechtern und über die natürliche Ordnung aller melodischen Intervalle 138
8. Über die Anzahl und Anordnung der kleinsten Intervalle einer Oktav 141
9. Über die Notenschrift, d. h. über die moderne Bezeichnung der Saiten und Töne mit Hilfe von Linien, Buchstaben und Noten, sowie über das Tonsystem 145
10. Über die Tetrachorde und den Gebrauch der Silben ut, re, mi, fa, sol, la 150
11. Über die Zusammensetzung von Systemen 153
12. Über die unechten Konsonanzen 156
13. Was ein von Natur aus wohlklingender und kunstgerechter Gesang sei 157
14. Über die Modi der Melodien, die man Tonarten nennt 163

15. Welchen Affekten die einzelnen Modi und Tonarten dienen . . . 173
16. Was die harmonisierte oder figurierte Musik sei 179
Anhang. Über die drei Mittel. Ein politischer Exkurs 186

IV. Buch. Die harmonischen Konfigurationen der Gestirnstrahlen an der Erde und ihre Wirkung in der Erregung von Wetter- und anderen Naturerscheinungen 207

Vorrede mit Begründung der Einteilung 209

1. Über das Wesen der sinnlichen wie der intelligiblen harmonischen Proportionen 211
2. Zahl und Beschaffenheit der Seelenvermögen in bezug auf das Harmonische 225
3. Welches die Arten der harmonischen Dinge sind, d. h. der sinnlichen und der immateriellen Dinge, in denen, sei es durch Gott oder durch den Menschen, Harmonien ausgedrückt werden, und in welcher Weise dies geschieht 229
4. Welches der Unterschied ist zwischen den Harmonien in diesem IV. Buch und denen, die im III. betrachtet worden sind 234
5. Über die Ursachen der wirksamen Konfigurationen, ihre Zahl und die Ordnung ihrer Grade 239
6. Welche Verwandtschaft zwischen den Aspekten und den musikalischen Konsonanzen hinsichtlich ihrer Zahl und der Ursache für diese besteht 257
7. Epilog über die sublunarische Natur und die niederen Seelenvermögen, besonders jene, auf die sich die Astrologie stützt 264

V. Buch. Die vollkommenste Harmonie in den himmlischen Bewegungen und die daher rührende Entstehung der Exzentrizitäten, Bahnhalbmesser und Umlaufszeiten 287

Vorrede 289

1. Über die fünf regulären Körper 291
2. Über die Verwandtschaft der harmonischen Proportionen mit den fünf regulären Körpern 294
3. Die bei der Betrachtung der himmlischen Harmonien notwendigen Hauptsätze der Astronomie [darin das dritte Planetengesetz] 296
4. Worin bei den Bewegungen der Planeten vom Schöpfer die harmonischen Proportionen ausgedrückt sind und in welcher Weise dies geschieht 306

5. Daß in den Proportionen der scheinbaren Planetenbewegungen (gleichsam für einen Beobachter auf der Sonne) die Stufen des Systems, d. h. die Noten der Tonleiter sowie die Tongeschlechter Dur und Moll ausgedrückt sind 317

6. Daß in den extremen Bewegungen der Planeten in gewisser Weise die musikalischen Modi oder Tonarten ausgedrückt sind 321

7. Daß es Gesamtharmonien aller sechs Planeten gleichsam als gemeinsame vierfache Kontrapunkte gibt 323

8. Welche Planeten in den himmlichen Harmonien den Diskant, den Alt, den Tenor oder den Baß vertreten 329

9. Daß die Exzentrizitäten bei den einzelnen Planeten ihren Ursprung in der Vorsorge für die Harmonien zwischen ihren Bewegungen haben 330

10. Epilog über die Sonne mit mutmaßlichen Annahmen 363

Anhang. Über die Harmonik des Ptolemäus und die Harmonielehre des Robert Fludd 369

PERSONENREGISTER

Agricola, Rudolph 268
Aguilonius, Franciscus 274
Alexander v. Aphrodisias 286
Apollonius 446
Archimedes 84, 87
Arezzo, Guido von 393, 401
Aristarch 81, 429, 451
Aristophanes 444
Aristoteles 17, 18, 80, 81, 107, 148, 149, 173, 174, 184, 190, 195, 198, 199, 202, 209, 211, 212, 217, 218, 220, 222, 266, 268, 286, 311, 364, 366, 387, 392, 393, 401, 402, 408, 417, 425, 428, 431, 441, 452, 456
Aristoxenus 143, 164
Artusi, Giov. Maria 181, 182, 185
Averroës 286

Bodinus 186–204, 222
Boëthius 286, 401
Brahe, Tycho 9, 280, 289, 296, 297, 298, 300, 301, 302, 308, 367, 399, 420, 435, 449
Bruno, Giordano 62
Byrgius, Justus (Jost Bürgi) 50, 51, 52, 53, 57, 58, 60

Calvisius, Sethus 185
Camerarius, Joachim 96, 98
Campanus, Johannes 48, 62
Candalla, Franc. Flussates 48, 55
Cardanus, Hieronymus 48, 49, 267, 282, 440
Ceulen, Ludolph van 18
Cicero 209, 289, 367
Clavius, Christoph 38, 55, 59, 62, 358, 419

Dürer, Albrecht 55

Epiphanius 97
Euklid 13, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 56, 62, 70, 78, 80, 91, 158, 180, 207, 209, 218, 298, 301, 313, 402, 446, 454

Fabricius, David 270
Feselius, Philipp 257
Fludd, Robert (de Fluctibus) 373, 375, 377, 381 ff.

Galenus 287, 359
Galilei, Vincenzo 135, 139, 143, 145, 147, 150, 156, 163, 168, 174, 177, 179, 184
Geber 50

Hermes Trismegistus 98, 99, 375, 399, 401, 403, 421, 432, 449, 451, 453, 456
Hippokrates 199
Hohenburg, Joh. Georg Herwart von 119, 289
Homer 401
Horaz 369
Horst, Gregor 283

Jakob I. von England 9
Jamblichus 391, 395, 404, 429, 431, 435, 451
Irenäus 97

Kepler, Joh. 393, 401, 445, 449
Keplers drittes Planetengesetz 302
Kopernikus 17, 50, 205, 269, 280, 284, 296, 297, 301, 361, 364, 429, 453, 454

Lasso, Orlando di 174, 184
Luther 282

Makrobius 373
Malaspina, Pier Francesco 56
Marianus Cremonensis, Carolus 55
Mästlin, Michael 254, 368
Matthias, Kaiser 12, 280
Mirandola, Joh. Pico della 257, 266, 267, 276, 279, 285, 455

Neper 277
Nikomedes 59

Orpheus 365

Pappus 15, 59, 60, 61, 62, 446
Paracelsus, Theophr. 82, 399, 419
Peurbach 296
Philolaus 91
Philoponus, Johannes 364
Pitiscus 50
Plato 9, 16, 80, 91, 96, 98, 179, 204, 205, 207, 209, 217, 218, 219, 220, 221, 265, 280, 286, 299, 365, 366, 367, 387, 394, 400, 401, 405, 449, 451, 456
Plotin 286
Plutarch 97
Polyklet 192
Porphyrius 106, 119, 286, 369, 370, 388, 392, 395, 451
Proklus 13, 15, 16, 17, 18, 19, 80, 91, 97, 99, 207, 209, 217, 218, 221, 222, 223, 224, 226, 228, 265, 276, 280, 281, 284, 364, 365, 366, 367, 395, 404, 431, 435, 451
Ptolemäus 50, 64, 99, 106, 119, 131, 138, 139, 154, 163, 164, 203, 210, 217, 240, 254, 267, 289, 290, 296, 369, 370, 371, 372, 374, 384, 388, 392, 395, 400, 404, 405, 413, 419, 428, 442, 444
Pythagoras 9, 16, 17, 80, 91, 94, 96, 99, 176, 367, 392, 393, 401, 404, 428, 430, 449
Pythagoreer 17, 18, 81, 94, 95, 96, 97, 98, 102, 103, 120, 203, 209, 222, 365, 372, 448

Ramus, Petrus 16, 17, 18, 19, 81
Regiomontanus 50
Röslin, Helisäus 257, 264
Rudolph II. 280

Scaliger, Julius Caesar 277, 286
Schoner, Lazarus 17
Serenus 446
Simplicius 286
Snellius, Willibrord 18, 19
Sokrates 209, 269, 291, 444
Suidas 365

Themistius 286
Timäus aus Lokri 107, 265

Valentinianer 97
Vergil 266
Vieta, Franciscus 60

Wilhelm IV., Landgraf v. Hessen 50
Witelo (Vitellio) 454

Xenophon 190

Zarlino, Gioseffo 139
Zeno aus Cittium 215

INHALTSVERZEICHNIS

Harmonice Mundi 5
Apologia pro opere Harmonices Mundi 379

Nachbericht 459
Entstehungsgeschichte der Harmonice Mundi 462
Analyse der Harmonice Mundi 484
Einschlägige Manuskripte 503
Apologia pro opere Harmonices Mundi 513
Anmerkungen 517

Index der Bücher- und Kapiteltitel 558
Personenregister 561